

знаходження вектора  $z$  в області працездатності. При проектуванні РЕК виникає завдання визначення допусків на параметри радіоелементів.

## II. Методи синтезу допусків

Основні вимоги до методу синтезу допусків це забезпечення їх якомога більших значень. Існує ряд методів синтезу допусків на параметри РЕК. Одним із найбільш поширених є методи гарантованих допусків, коли  $P(Y)=1$ . Проте недоліком цих методів є достатньо жорсткі допуски. Серед інших методів слід відзначити «Методи Монте Карло». Проте ці методи відзначаються великою обчислювальною складністю, хоча і дають менш жорсткі допуски. При цьому імовірність працездатності РЕК може бути достатньо велика.

Останнім часом найбільшого поширення набувають методи синтезу допусків, що ґрунтуються на апроксимації допускової області відхилень параметрів РЕК від номінальних багатовимірними еліпсоїдами [2]. Особливо ефективні вказані методи, за умов випадкових відхилень значень параметрів від номінальних, розподілених за нормальним законом розподілу. Тоді методи еліпсоїдного оцінювання допускової області уможливлюють отримати прогнозовану імовірність працездатності РЕК. Тому у даній доповіді розглянута задача синтезу допускової області відхилень параметрів РЕК від номінальних. Запропоновано метод знаходження конфігурації допускової області, який на відміну від існуючих суттєво знижує обчислювальну складність синтезу допусків. Наведено приклади синтезу допусків у випадку відомої технологічної області розсіювання параметрів РЕК від номінальних.

### Список використаних джерел

1. Кривошайкин А.В. Точность параметров и настройка аналоговых радиоэлектронных цепей./А.В. Кривошайкин / - М.: Радио и связь, 1983. 136 с.
2. Дивак М.П. Оцінка точності параметрів радіоелектронних кіл методами аналізу інтервальних даних /М.П. Дивак// Пр. Інсту електродинаміки НАНУ. Електротехніка'2001. - Київ: ІЕД НАНУ, 2001.-С. 29 - 33.

УДК 519.6

## СТРУКТУРНА ТА ПАРАМЕТРИЧНА ІДЕНТИФІКАЦІЯ ІНТЕРВАЛЬНОГО РІЗНИЦЕВОГО ОПЕРАТОРА НА ОСНОВІ АЛГОРИТМУ ОЦІНЮВАННЯ РОЗВ'ЯЗКУ ІНТЕРВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ НЕЛІНІЙНИХ АЛГЕБРИЧНИХ РІВНЯНЬ

Дивак Т.М.

Тернопільський національний економічний університет

### I. Постановка проблеми

Останнім часом особливо актуальною є проблема мінімізації забруднення приземистого шару атмосфери шкідливими викидами автотранспорту. Одним із засобів розв'язання, вказаної проблеми є контроль забруднень автотранспортом і застосування відповідних компенсаційних інструментів для зменшення як самих забруднень так і їх негативних наслідків. З метою знаходження адекватних компенсаційних інструментів та встановлення об'єктивної картини забруднень необхідно використовувати реальні результати спостережень за викидами автотранспорту. Викиди автотранспорту являють собою поля концентрацій шкідливих речовин. Тому для вирішення цієї проблеми, потрібно знайти універсальний метод, який дозволяє прогнозувати рівень та розміщення даних полів за конкретних умов у просторі та часі. Макромodelювання у вигляді різницевих операторів часто є одним із способів представлення властивостей таких полів. Різницевий оператор можна використовувати для опису полів концентрацій шкідливих викидів автотранспорту. У кінцевому випадку пошук параметрів різницевого оператора зводиться до розв'язку нелінійної системи алгебричних рівнянь. На даний момент, не існує методів які за короткий час, розвязують системи нелінійних алгебричних рівнянь великої розмірності.

### II. Мета роботи

Метою дослідження є розробка методу, який за мінімальний час дозволяє знаходити параметри різницевого оператора для макромodelювання полів концентрацій шкідливих викидів у просторі та часі.

### ІІІ. Особливості задачі ідентифікації параметрів різницевого оператора для макромоделювання полів концентрацій шкідливих викидів

Нехай процес описується таким різницевим оператором:

$$v_{i,j,h,k} = f^T(v_{0,0,0,0}, \dots, v_{0,0,h,0}, v_{i,0,0,0}, \dots, v_{1,j,0,0}, \dots, v_{i-1,j-1,h-1,k-1}) \cdot \vec{g}, i=1, \dots, N, \\ j=1, \dots, N, h=1, \dots, N, k=1, \dots, N \quad (1)$$

де  $f(\bullet)$  - відоме нелінійне перетворення, що задає структуру різницевого оператора;  $v_{i,j,h,k}$  - прогнозоване (істинне) значення концентрації шкідливої речовини у точці з дискретними координатами  $i,j,h$  в  $k$ -ий момент часу;  $\vec{g}$  - невідомий вектор (розмірністю  $m \times 1$ ) параметрів різницевого оператора.

Для оцінювання вектора параметрів  $\vec{g}$  різницевого оператора використовуємо результати спостережень за концентрацією шкідливої речовини для заданих дискретних значень координат  $i,j,h$  в  $k$ -ий момент часу

$$\tilde{v}_{i,j,h,k} = v_{i,j,h,k} + e_{i,j,h,k}, i=1, \dots, N, j=1, \dots, L, h=1, \dots, L, k=1, \dots, L \quad (2)$$

де  $\tilde{v}_{i,j,h,k}$  - вимірюне значення прогнозованої характеристики в точці простору з координатами  $i,j,h$  в  $k$ -ий момент часу. У формулі (2) приймаємо:  $e_{i,j,h,k}$  - випадкові обмежені за амплітудою похибки

$$|e_{1,j,h,k}| = |e_{i,1,h,k}| = |e_{i,j,1,k}| = \dots = |e_{i,j,h,k}| \leq \Delta_{i,j,h,k}, \Delta_{i,j,h,k} > 0 \quad \forall i=1, \dots, N, j=1, \dots, N, \\ h=1, \dots, N, k=1, \dots, N \quad (3)$$

які в загальному випадку залежать від координат простору та часу вимірювань.

Із використанням моделі спостережень (2) та урахуванням обмеженості за амплітудою похибки (3), оцінки концентрації шкідливої речовини, отримані на основі експериментальних даних набувають інтервального представлення:

$$[z_{i,j,h,k}] = [z_{i,j,h,k}^-; z_{i,j,h,k}^+] = [(\tilde{v}_{i,j,h,k} - \Delta_{i,j,h,k}); (\tilde{v}_{i,j,h,k} + \Delta_{i,j,h,k})], i=1, \dots, N, j=1, \dots, L, \\ h=1, \dots, L, k=1, \dots, L \quad (4)$$

де  $[z_{i,j,h,k}^-; z_{i,j,h,k}^+]$  - гарантований інтервал, який включає істинне невідоме значення концентрації речовини, тобто невідомий вектор параметрів  $\vec{g}$  різницевого оператора будемо оцінювати за умовами включення прогнозованих значень у відповідний інтервал експериментальних даних. Таким чином критерієм для отримання оцінок параметрів різницевого оператора будуть такі включення:

$$v_{i,j,h,k} \in [z_{i,j,h,k}^-; z_{i,j,h,k}^+] \quad \forall i=1, \dots, N, j=1, \dots, L, h=1, \dots, L, k=1, \dots, L \quad (5)$$

Тоді, підставляючи у вираз (5) значення  $v_{i,j,h,k}$ , яке задається різницевим оператором (1) отримаємо умови узгодження експериментальних значень концентрацій із модельованими

$$z_{i,j,h,k}^- \leq f^T(v_{0,0,0,0}, \dots, v_{0,0,h,0}, v_{i,0,0,0}, \dots, v_{1,j,0,0}, \dots, v_{i-1,j-1,h-1,k-1}) \cdot \vec{g} \leq z_{i,j,h,k}^+ \\ i=1, \dots, N, j=1, \dots, L, h=1, \dots, L, k=1, \dots, L \quad (6)$$

Однак на практиці застосування різницевих схем для побудови макромоделей вимагає задання деяких початкових умов із подальшим застосуванням рекурентних схем для отримання прогнозних значень модельованої величини.

Нехай початкові умови стосовно концентрацій шкідливих викидів задані в межах інтервальних оцінок концентрацій шкідливих викидів у вигляді

$$[\hat{v}_{0,0,0,0}^-; \hat{v}_{0,0,0,0}^+] \subseteq [z_{0,0,0,0}^-; z_{0,0,0,0}^+], \dots, [\hat{v}_{i-1,j-1,h-1,k-1}^-; \hat{v}_{i-1,j-1,h-1,k-1}^+] \subseteq [z_{i-1,j-1,h-1,k-1}^-; z_{i-1,j-1,h-1,k-1}^+]. \quad \text{Тоді}\nolimits$$

прогнозовані значення концентрацій шкідливих викидів на основі різницевого оператора зі структурою (1) отримаємо за таким виразом

$$[\hat{v}_{i,j,h,k}^-; \hat{v}_{i,j,h,k}^+] = f^T(v_{0,0,0,0}, \dots, v_{0,0,h,0}, v_{i,0,0,0}, \dots, v_{1,j,0,0}, \dots, v_{i-1,j-1,h-1,k-1}) \cdot \hat{\vec{g}}, \\ i=1, \dots, N, j=1, \dots, L, h=1, \dots, L, k=1, \dots, L \quad (7)$$

де  $v_{0,0,0,0}, \dots, v_{0,0,h,0}, v_{i,0,0,0}, \dots, v_{1,j,0,0}, \dots, v_{i-1,j-1,h-1,k-1}$  - задані у вигляді початкових умов та спрогнозовані у точках з координатами  $i-1=0, \dots, N-1$ ,  $j-1=1, \dots, L-1$ ,  $h-1=1, \dots, L-1$ ,  $k-1=1, \dots, L-1$  на основі макромоделі інтервальні оцінки концентрацій шкідливих

викидів;  $\hat{\vec{g}}$  - вектор невідомих оцінок параметрів різницевого оператора.

За цих умов, критерієм для отримання оцінок параметрів різницевого оператора будуть такі включення:

$$\begin{aligned} [\hat{v}_{i,j,h,k}] = [\hat{v}_{i,j,h,k}^-; \hat{v}_{i,j,h,k}^+] \subseteq [z_{i,j,h,k}] = [z_{i,j,h,k}^- z_{i,j,h,k}^+], \quad \forall i=0,...,N, \quad j=0,...,L, \\ h=0,...,L, k=0,...,L \end{aligned} \quad (8)$$

Оскільки для отримання інтервалу прогнозованої характеристики  $[\hat{v}_{i,j,h,k}]$  за формулою різницевого оператора (6) необхідно проводити обчислення за правилами інтервальної арифметики [6], то такий оператор називатимемо інтервальним різницевим оператором.

Підставляючи інтервальні оцінки  $[\hat{v}_{i,j,h,k}^-; \hat{v}_{i,j,h,k}^+]$ ,  $i-1=0,...,N-1$ ,  $j-1=1,...,L-1$ ,  $h-1=1,...,L-1$ ,  $k-1=1,...,L-1$  задані у вигляді початкових умов та обчислені за формулою (7) в умові (8), отримаємо таку інтервальну систему нелінійних алгебричних рівнянь

$$\left\{ \begin{array}{l} [\hat{v}_{0,0,0,0}] \subseteq [z_{0,0,0,0}], \dots \\ z_{i,j}^- \leq f^T([\hat{v}_{0,0,0,0}], \dots, [\hat{v}_{0,0,h,0}], [\hat{v}_{i,0,0,0}], \dots, [\hat{v}_{1,j,0,0}], \dots, [\hat{v}_{i-1,j-1,h-1,k-1}]) \cdot \hat{\vec{g}} \leq z_{i,j}^+, \\ [\hat{v}_{i-1,j-1,h-1,k-1}] = f^T([\hat{v}_{0,0,0,0}], \dots, [\hat{v}_{0,0,h,0}], [\hat{v}_{i,0,0,0}], \dots, [\hat{v}_{1,j,0,0}], \dots, [\hat{v}_{i-2,j-2,h-2,k-2}]) \cdot \hat{\vec{g}} \\ i=1,...,N, j=1,...,L, \end{array} \right. \quad (9)$$

В основі обчислювальної схеми покладено трьох-крокові процедури:

- 1) задання початкових умов у вигляді інтервальних наближень початкових дискретних значень прогнозованої характеристики;
- 2) задання поточної оцінки  $\hat{\vec{g}}$  вектора параметрів різницевого оператора випадковим чином;
- 3) реалізація рекурентної схеми з метою отримання інтервальних дискретних оцінок прогнозованої характеристики та перевірки «якості» поточної оцінки вектора параметрів різницевого оператора. Деталізований покроковий опис обчислювальної схеми наведено нижче.

Власне основною задачею дослідження, є оптимізація кроку 2 для задання оптимального напряму пошуку параметрів різницевого оператора. Для цього використовуються алгоритми які базовані на векторі пам'яті [1]. Основна проблема існуючих алгоритмів [2,3] полягає в тому що всі вони базуються на випадковому виборі вектора параметрів різницевого оператора, що є неефективно з точки зору часу пошуку. В результаті досліджень було виявлено, що оптимально враховувати історію попередніх оцінок параметрів, для визначення оптимальної довжини кроку та напряму для наступних ітерацій пошуку параметрів різницевого оператора.

#### Список використаних джерел

1. Растрігин Л.А. Адаптация сложных систем. - Рига: Зинатне, - 1981. – 65-90 с.
2. Дивак М.П., Марценюк С.О., Войтюк І.Ф. Оптимальна процедура налаштування параметрів методу ідентифікації інтервальної дискретної моделі динамічної системи. // Відбір та обробка інформації. - 2008. – Вип 27 (103) - С.17-23.
3. Дивак М.П., Дивак Т.М. Особливості побудови інтервальної системи алгебричних рівнянь та методу її розвязку в задачах ідентифікації лінійного інтервального різницевого оператора. // Індуктивне моделювання складних систем. Збірник наукових праць. // Відпов. Редактор В.С.Степашко - Київ:МННЦ ІТС НАН та МОН України, 2009. – 236с. – С.35-43.