дискретна модель (7), (8), отримаємо загальну дискретну апроксимаційну модель цифрового керування динамічним об'єктом (4), (5).

Проведене цифрове моделювання роботи моделі (7), (8), підтвердило її працездатність. Так, при початкових відхиленнях кутів Крилова від точки рівноваги (нульові значення кутів) порядку десяти градусів (по модулю) і коли такт керування триває 30мсек, то максимальна похибка прогнозу значень компонент вектора стану в кінці такту за моделлю (порівняно з результатом безпосереднього інтегруванням системи (4), (5) при тих же керуючих моментах) не перевищує 0,3%.

**Список використаних джерел**


1. Волосов В.В. Об управлении ориентацией космического аппарата в орбитальной системе координат с использованием эллипсоидальных оценок его вектора состояния // Проблемы управления и информатики. – 1998. – №5. – С. 31-41.
2. Лычак М.М., Шевченко В.М. Управление ориентацией искусственного спутника Земли с использованием множественных оценок, определяемых линейными неравенствами // Проблемы управления и информатики. – 2005. – №5. – С. 135-144.
3. Кунцевич В.М., Личак М.М. Синтез оптимального управления, реализуемого на ЦВМ и выбор оптимальной частоты квантования по времени // Автоматика и телемеханика. – 1980. – №5. – С. 57-64.
4. Калиткин Н.Н. Численные методы. – М.: Наука. – 1978. – 512 с.


УДК 510.22:519.71

# ОЦІНЮВАННЯ І ПРОГНОЗУВАННЯ ЗНАЧЕНЬ НЕВІДОМОГО ПРОЦЕСУ, ВИМІРЯНОГО З ПОХИБКАМИ

**Личак М.М.[1], Євтушок В.П.[2]**
[1]Інститут космічних досліджень НАН та ДКА України,
[2]Хмельницький національний університет.

Нехай відомо, що модель вимірювань чи спостережень деякого реального процесу можна представити у вигляді

$$y_n = x_n + f_n, \quad n \in (1; M), \tag{1}$$

де $y_n$ –скалярна числова послідовність, що отримуються в результаті $M$ вимірювань, $x_n$ – невідома послідовність істинних значень вимірюваного процесу, а $f_n$ – невідома обмежена послідовність, що відображає похибки вимірювань. На основі цієї моделі далі може будуватися процедура обробки отриманих значень для обчислення оцінок істинних значень процесу. Але для цього слід ввести деякі припущення про природу і характер поведінки послідовності $f_n$, яка задає невизначеність даних про процес $x_n$. Значення похибок вимірювань є обмежені, а також обмежена їх перша різниця

$$\left|f_n\right| \le \delta = const, \quad \left|\Delta f_n\right| \le \gamma = const\ \forall n, \quad \Delta f_n = f_{n+1} - f_n\,. \tag{2}$$

Тобто, значення членів числової послідовності $f_n$ є не передбачуваними, але вони задовольняють умову (2). Це дозволяє використовувати множинну інтерпретацію вказаної невизначеності, яка базується на припущенні про існування деяких множинних оцінок невідомих значень похибок вимірювань. Суттєвою операцією при первинній обробці обмеженого процесу є гладження його та першої різниці ковзними вікнами з вибраною фіксованою шириною, бо результати такого гладження є також обмеженими процесами [1]. Передбачається, що для такого процесу $f_n$ існують обмежені функції $m_l(N)$ та $m_u(N)$, для яких справедливі нерівності

$$-\delta \le m_l(N) \le \frac{1}{N_0}\sum_{i=-N}^{i=N} f_{n+i} \le m_u(N) \le \delta\ \forall n,\ N = 0,1,2,\dots\ . \tag{3}$$

Також для процесу $\Delta f_n$ існують обмежені функції $\nabla m_l(N)$ та $\nabla m_u(N)$, для яких справедливі нерівності

$$-\gamma \le \nabla m_l(N) \le \frac{1}{N_0}\sum_{i=-N}^{i=N} \Delta f_{n+i} = N_0^{-1}(f_{n+N+1} - f_{n-N}) \le \nabla m_u(N) \le \gamma\ \forall n,\ N = 0,1,2,\dots, \tag{4}$$

Функції $m_l(N)$, $m_u(N)$, $\nabla m_l(N)$ та $\nabla m_u(N)$ можна визначити експериментально, проводячи обробку достатньо довгих і представницьких реалізацій вимірювань відомих еталонних процесів.

Поняття представницької реалізації доцільно зв'язати з фактом досягнення значеннями похибок вимірювань та їх першої різниці близьких до екстремальних відповідно (2), причому багато разів.

Процедура множинного оцінювання істинних значень вимірюваного процесу також потребує припущень про його властивості. Будемо вважати, що його можна представити у вигляді лінійної комбінації деяких відомих базисних функцій $\varphi_k(n),\ (n \in [1, M]),\ k = 1,2,\ldots,S$ :

$$x_n = \sum_{k=1}^{S} l_k \cdot \varphi_k(n), \quad n = 1,2,\ldots,M , \tag{5}$$

де $l_k$ - невідомі числові коефіцієнти, а $S$ - їх кількість.

Тоді, як відомо [2], на основі характеристик (3) і (4) та відомого вектора-строки базисних функцій $\Phi_n = (\varphi_1(n);\varphi_2(n);\ldots;\varphi_S(n))$, отримуємо множинну оцінку для вектора коефіцієнтів $L^T = (l_1;l_2;\ldots;l_S)$ у вигляді лінійних нерівностей

$$\bar{y}(n,N) - m_u(N) \le \overline{\Phi}(n,N) \cdot L \le \bar{y}(n,N) - m_l(N)\, \forall N = 0,1,2,\ldots,(M-1)/2,\ n = N+1, N+2,\ldots, M-N , \tag{6}$$

де фігурують усереднені виміряні значення та усереднені значення базисних функцій:

$$\bar{y}(n,N) = \frac{1}{2N+1}\sum_{i=-N}^{i=N} y_{n+i}, \qquad \overline{\Phi}(n,N) = \frac{1}{2N+1}\sum_{i=-N}^{i=N}\Phi_{n+i} ,$$

а також лінійних нерівностей

$$y_{n+N+1} - y_{n-N} - \Delta m_u(N) \le (\Phi_{n+N+1} - \Phi_{n-N}) \cdot L \le y_{n+N+1} - y_{n-N} - \Delta m_l(N)$$
$$\forall\, N = 0,1,2,\ldots,(M-2)/2,\ n = N+1, N+2,\ldots, M-N-1 . \tag{7}$$

Лінійні нерівності (6) і (7) утворюють об'єднану систему, що визначає множину значень вектора $L$ в просторі параметрів $E^S$. Позначимо таку множину через $\Omega_L$, тобто в результаті обробки даних отримаємо оцінку

$$L \in \Omega_L . \tag{8}$$

Якщо множина $\Omega_L$ обмежена, а тоді вона є багатогранником (виділяється лінійними нерівностями), то з неї можна отримати оцінки окремих коефіцієнтів у вигляді інтервальних зовнішніх оцінок

$$l_j \in [l_j^{(\min)}; l_j^{(\max)}], \quad l_j^{(\min)} = \min_{L\in\Omega_L}(l_j), \quad l_j^{(\max)} = \max_{L\in\Omega_L}(l_j) = \min_{L\in\Omega_L}(-l_j), \quad j = 1,2,\ldots,S , \tag{9}$$

що отримуються з рішення задач лінійного програмування, а тому не можуть бути покращенні. Наявність оцінок (9) дозволяє видалити з системи (6), (7) більшість неінформативних нерівностей [3], котрим задовольняють всі вершини оцінки (9) у вигляді гіперпаралелепіпеда в просторі $E^S$.

Важливу роль грає точність оцінювання безпосередньо корисного сигналу $x_n$ через знаходження інтервальної функції його оцінки, де верхня і нижня межі її відповідно будуть

$$x_{\max}(n) = \max_{L\in\Omega_L}\Big[\sum_{k=1}^{S} l_k \cdot \varphi_k(n)\Big], \quad x_{\min}(n) = \min_{L\in\Omega_L}\Big[\sum_{k=1}^{S} l_k \cdot \varphi_k(n)\Big]. \tag{10}$$

Вони задають так звану трубку, в межах якої може змінюватись невідомий інформативний сигнал, ширина якої в кожний момент дискретного часу $n$ залежить як від множини $\Omega_L$, так і від кількості та вигляду базисних функцій. Ширину цієї трубки можна вирахувати і для майбутніх моментів часу, коли ще вимірювання не відбулися, тим самим забезпечивши прогнозування майбутніх значень корисного сигналу у вигляді відповідної гарантованої інтервальної оцінки цих значень. Відповідно можуть бути визначені допустимі значення корисного сигналу

$$x_{mid}(n) = [x_{\max}(n) + x_{\min}(n)]/2 . \tag{11}$$

Оптимізація кількості та вигляду базисних функцій може відбуватись на основі мінімізації функціоналу якості оцінювання корисного сигналу

$$J = \sum_{n=1}^{M}[x_{\max}(n) - x_{\min}(n)]^2, \quad \textit{або} \quad J = \max_{n\in[1,M]}[x_{\max}(n) - x_{\min}(n)]^2 . \tag{12}$$

Очевидно, що в представленні (5) при вибраних базисних функціях (наприклад, як початкових членів деякого функціонального ряду типу поліноміального чи ряду Фур'є, або змішаного) оптимальна величина $S$ для функціоналу (12) при корисному сигналі достатньо складної форми не може бути надто малою. З іншого боку, вона не може бути надто великою, так як при зростанні розмірності вектора $L$ зростають розміри множини $\Omega_L$, а значить розширюються межі (10) і зростає функціонал (12). Проведене цифрове моделювання підтверджує існування скінченого оптимального $S$.

Та існує кардинальне вирішення цієї проблеми шляхом використання в ролі базисних – сплайн-функцій. Тобто, коли весь інтервал вимірювань розбивається на певну кількість підінтервалів, в межах кожного з яких корисний сигнал апроксимується виразом (5) з одними і тими ж базисними функціями, але з різними коефіцієнтами. При цьому в граничних сусідніх дискретних точках накладається обмеження на різницю значень апроксимуючих виразів для цих сусідніх підінтервалів, що забезпечує гладкість результуючої апроксимації невідомого корисного сигналу. При такому підході теж отримується множинна оцінка невідомих коефіцієнтів у вигляді системи лінійних нерівностей, аналогічній (6), (7). Різниця полягає лише в зменшенні кількості використовуваних базисних функцій. Кількість невідомих коефіцієнтів, якщо і зросте, то незначно. Але як і завжди при використанні сплайн-функцій, підвищиться точність і наочність такої апроксимації.

**Список використаних джерел**


1. Лычак М.М. Анализ циклических процессов солнечной активности // Проблемы управления и информатики. – 2006. – №1-2. – С. 248-259.
2. Лычак М.М., Евтушок В.П. Интервальный (множественный) анализ процессов // Управляющие системы и машины. – 2009. – № 1. – С. 39-46.
3. Лычак М.М. Множественная фильтрация // Проблемы управления и информатики. – 1996. – №5. – С. 63-76.


УДК 519.876.5

# ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ ОСОБЛИВОСТІ ЗАДАЧ ЗНАХОДЖЕННЯ ДОПУСКОВИХ ОЦІНОК ПАРАМЕТРІВ МОДЕЛЕЙ СТАТИЧНИХ СИСТЕМ

**Очеретнюк Н.П., Неміш В.М.**
Тернопільський національний економічний університет

## І. Постановка проблеми

Однією із важливих науково-технічних задач, котра виникає у різних галузях, є задача синтезу допусків. Така задача постає у радіотехніці при знаходженні допусків РЕК [3], в медицині – для знаходження допускової області безпечного хірургічного втручання [2], в технологічних процесах, де необхідно синтезувати область допусків управління у такий спосіб, щоб характеристики процесу перебували у заданому коридорі тощо.

Незалежно від області застосування методів синтезу допусків усі вони базуються на двох критеріях:

- максимізація допускової області чи її оцінки;
- мінімізація обчислювальної складності задач допускового оцінювання.

Одним із найбільш перспективних методів для розв’язання вищеописаних задач є метод допускового еліпсоїдного оцінювання параметрів на основі побудованих моделей об’єктів, якими в даному випадку є переважно статичні системи.

Технологія розв’язування задач за допомогою еліпсоїдного оцінювання полягає у встановленні меж на характеристики параметрів системи із заданням алгебричних виразів, які зв’язують ці характеристики із параметрами елементів (математичних моделей) і побудови еліпсоїдної оцінки параметрів, котра б відзначалася максимальними розмірами (наприклад – об’ємом).

Незважаючи на усі розроблені методи оцінки параметрів моделей багатовимірними еліпсоїдами, усі вони відзначаються високою обчислювальною складністю. Найоптимальнішим щодо затрати обчислювальних ресурсів виступають двокрокові методи пошуку допускових еліпсоїдних оцінок. На першому кроці, у яких шукають конфігурацію допускового еліпсоїда, а на наступних підбирають радіус так, щоб забезпечити включення знайденої оцінки у реальну допускову область. Ітераційна процедура такого методу оцінювання включає крок максимізації об’єму еліпсоїда при додаванні чергового обмеження на характеристику РЕК. Недоліком цієї процедури є необхідність розв’язання складної нелінійної задачі оптимізації розміру еліпсоїдних оцінок параметрів, яка, як правило, не має єдиного розв’язку. Тому у даній праці розв’язується актуальна задача отримання спрощеного алгоритму даної ітераційної процедури.