

ТЕОРІЯ ПОБУДОВИ КОДОВИХ ШКАЛ ТА МЕТОДУ СТИСНЕННЯ ІНФОРМАЦІЇ У БАЗИСІ ГАЛУА

Николайчук Я.М.¹⁾, Ярошевський І.О.²⁾, Монастирський М.В.³⁾

Тернопільський національний економічний університет

¹⁾ д.т.н., професор; ^{2,3)} магістранти

І. Постановка проблеми

Числення базису Галуа набуває широкого застосування у різних галузях сучасної науки – молекулярній хімії, механіці, обчислювальній техніці, кібернетиці, теорії сигналів, теорії інформації, молекулярній біології, соціології, екології, енергетиці та інших галузях знань є незамінним на сучасному етапі розвитку

ІІ. Мета роботи

Метою дослідження є розробка та обґрунтування методу побудови кодових шкал та методу стиснення інформації у теоретико-числовому базисі Галуа.

ІІІ. Математичне обґрунтування побудови кодових шкал базису Галуа

Фундаментальною основою теоретико-числових базисів (ТЧБ) є теорія чисел, вища алгебра та теорія функцій комплексного змінного [1-4]. М.А. Раков обґрунтував необхідність та перспективність ґрунтового використання властивостей цифрового подання сигналів та побудови моделей їх опрацювання. Особливо застосування потужного математичного апарату Теорії чисел, системи Діофантових рівнянь, полів Галуа, залишкових класів та груп Абеля [5,6]. Серед простих полів характеристики p вже зустрічалися поля зі скінченною кількістю елементів. Такі скінченні поля називаються полями Галуа в честь їх першого дослідника Евариста Галуа.

Кодові шкали Галуа (КШГ) можуть бути однобітові, двохбітові та трьохбітові. При цьому кодові шкали будуються на основі методів виключення гонок при зчитуванні даних шляхом: збільшення числа зчитуючих елементів (ЗЕ); врахування напрямку руху та обертання кодової шкали; збільшення числа доріжок шкали.

У першому випадку число ЗЕ збільшується в два рази, при чому здійснюється зменшення половини з них на половину лінійного розміру елемента кодової шкали.

На рисунку 1 приведена структура такого перетворювача лінійних чи кутових переміщень, який містить n – зчитуючих елементів ЗЕ коду Галуа ($G_1, G_2 \dots G_n$), n – зчитуючих елементів синхронізації ($S_1, S_2 \dots S_n$), блок запису даних (Р), логічний блок (ЛБ) синхронізації запису та дешифратора перетворення Галуа-Радемахера на основі ПЗП.

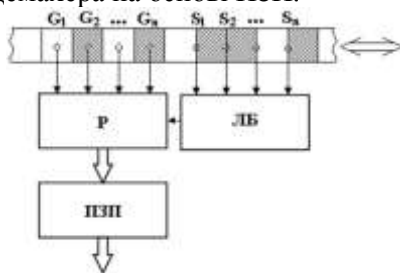


Рисунок 1 – КШГ з подвійним числом зчитуючих елементів

Логічний блок (ЛБ) містить формувачі коротких імпульсів, які формуються по фронту наростання або спаду сигналів елементів синхронізації. Причому імпульси запису сигналів інформаційних зчитувачів $G_1, G_2 \dots G_n$ записуються в блок запису даних (Р), коли останні знаходяться у центрі кодових елементів шкали G_i . Недоліком такого перетворювача є втрата інформації при відключенні живлення. Для відновлення інформації необхідно зміщення кодової шкали та її сканування на віддалі не менше половини розміру кодового елемента.

При відомому напрямі руху КШГ або зчитуючих елементів ЗЕ можливе спрощення апаратної реалізації перетворювача шляхом об'єднання нульових та одиничних зчитувачів коду Галуа, та використання одного елемента синхронізації (рисунки 2).

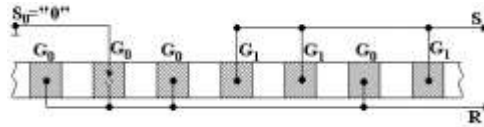


Рисунок 2 - КШГ з одним зчитуючим елементом Z, на який подається потенціал «-»

Описана КШГ характеризується максимальною надійністю оскільки містить тільки один зчитуючий елемент, який виконує функції формування бітів коду Галуа G_0 та G_1 і одночасно виконує функції синхронізатора запису даних в запам'ятовуючий регістр P, який реалізований як регістр зсуву на D – регістрах. На основі цього принципу запропонований перетворювач переміщення у цифровий код.

IV. Стиснення інформації у базисі Галуа

Актуальною задачею розробки каталогу названих дискретизованих і квантованих функцій в базисі Галуа. Наявність такого каталогу створить основу та допоможе теоретично дослідити потенційні можливості стиснення даних в базисі Галуа. Розглянемо лінійну функцію $y_i = n \cdot x_i$. Перші елементарні базисні лінійні функції Галуа нульового порядку $y_i = G_i$ показані на рисунку 3.

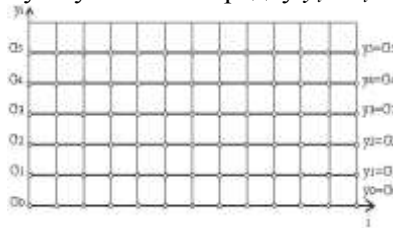


Рисунок 3 - Елементарні базисні лінійні функції Галуа

З рисунку 3 видно, що існує інваріантність представлення різних функцій однаковими послідовностями бітів Галуа, тому даний метод приводить до неоднозначності кодування аналогічно представленню інтегралів з невизначеною величиною константи C. Для того, щоб уникнути даного недоліку, кожна з функцій кодується послідовністю Галуа, яка генерується різним ключем: для $n_g = 4$.

Такий спосіб кодування інформаційних потоків в базисі Галуа забезпечує коефіцієнт стиснення даних

$$k_{c1} = \hat{E}[\log_2 A], \quad (1)$$

де A – діапазон квантування, при $A=1024$, $k_{c1}=10$.

Застосування даного методу можливо при виконанні умови, що досліджуваний об'єкт перебуває у певному стані на протязі $n+1$ тактів, де n – розрядність коду Галуа.

Без врахування вказаної умови коефіцієнт стиснення визначається за формулою:

$$k_{c2} = \frac{n \cdot m}{(n+1) \cdot f_a + (m - f_a)}. \quad (2)$$

Кодування даних за допомогою фазових базисних функцій Галуа є більш ефективне, ніж кодування за допомогою різних кодових ключів.

Висновок

Головною перевагою використання КШГ у порівнянні з кодовими дисками Грея є можливість підвищення точності перетворювача при однаковій точності зчитування кодового елемента і діаметрі диска або відповідного зменшення діаметра диска при збереженні точності перетворення. Кодування даних за допомогою фазових базисних функцій Галуа є більш ефективне, ніж кодування за допомогою різних кодових ключів. Метод кодування з використанням базисних функцій Галуа першого порядку доцільно використовувати для кодування інтегрованих значень параметрів об'єктів керування.

Список використаних джерел

1. Виноградов И. М Основы теории чисел. / И.М. Виноградов– М.-Л.: Гостехиздат, 1952. – 180 с.
2. Гаусс К.Ф. Труды по теории чисел: Пер. с нем. / К.Ф. Гаусс - М.: АН СССР, 1959. - 978 с.
3. Нікольський Ю.В. Дискретна математика: підручник. / Ю.В. Нікольський., В.В. Пасічник, Ю.М. Щербина - Львів: «Магнолія 2006», 2007.- 608с.
4. Вариченко Л. В. Абстрактные алгебраические системы и цифровая обработка сигналов / Л.В. Вариченко, В.Г. Лабунец, М.А. Раков– К.: Наук. думка, 1986. – 248 с.
5. Садыхов Р.Х. Методы и средства обработки сигналов в дискретных базисах./ Р.Х. Садыхов, П.М. Чеголин, В.П. Шмерко– Мн.: Наука и техника, 1987. - 296с. 6. Трахтман А.М. Основы теории дискретных сигналов на конечных интервалах. / А.М. Трахтман, В.А. Трахтман - М.: Сов.радио, 1979. - 208 с.
6. Дальма А. Эварист Галуа: Революционер и математик. / А. Дальма М.: Наука, 1984.