

## ПОБУДОВА МОДЕЛІ ДРЕЙФУ ФУНКЦІЇ ПЕРЕТВОРЕННЯ ТЕРМОПАР ЗА ДОПОМОГОЮ РЕГРЕСІЙНОГО АНАЛІЗУ

Єрмоєнко В.О.<sup>1)</sup>, Кочан О.В.<sup>2)</sup>

*Тернопільський національний економічний університет,*

<sup>1)</sup> к.ф.-м.н., доцент; <sup>2)</sup> к.т.н., доцент

### I. Постановка проблеми

Одним з найбільш інформативних методів дослідження похибок вимірювальних каналів є імітаційне моделювання, яке вимагає побудови адекватних моделей компонентів каналів. При вимірюванні температури термопарами (ТП) у вимірювальному каналі домінують їх похибки: А) відхилення індивідуальної функції перетворення (ФП) ТП від номінальної (для широко вживаних термопар ХА – від 4 до 8°C); Б) часовий дрейф ФП ТП (згідно [1], для термопар ХА до 8°C за 1000 годин експлуатації при температурі 800°C); В) набута при тривалій експлуатації термоелектрична неоднорідність електродів (згідно [2], для термопар ХА до 10...11°C при цих же умовах). Для корекції та компенсації похибок ТП розроблено ряд методів, але їх ефективність залежить від можливості уточнення коригуючих впливів, умов експлуатації, їх змін тощо. Тому для вибору найефективнішого методу необхідно дослідити похибку ТП на протязі життєвого циклу за допомогою метрологічного програмного тесту [3], для чого треба мати побудувати модель похибки ТП від впливаючих величин.

### II. Мета роботи

Метою роботи є дослідження можливостей застосування регресійного аналізу при побудові моделі дрейфу функції перетворення термопар і виявлення проблем, які виникають при цьому.

### III. Побудова регресійних моделей похибок електродів термопар

Регресійний аналіз є одним з кращих методів побудови математичних моделей і базується на методі найменших квадратів (МНК). Але спроби його використання для побудови моделей часового дрейфу ФП ТП показали, що для моделей обох термоелектродів, в яких вільний член рівний нулю, сума залишків (збурень) моделі не дорівнює нулю (табл. 1). Але умова рівності нулю вільного члена відбиває фізичну суть перелічених процедур визначення цих похибок – від значення термо-е.р.с., отриманого при експерименті, віднімаємо початкову термо-е.р.с. Також щоби дана модель була математичним сподіванням процесу та адекватно описувала часовий дрейф ФП ТП, вільний член має бути рівним нулю.

Таблиця 1.

Регресійні моделі часового дрейфу електродів термопар

№		Хромель №1	Хромель №2	Алюмель №1	Алюмель №1
1	Вид моделі	$\hat{y} = a_1 \sqrt[4]{\tau} + a_2 \tau$	$\hat{y} = a_1 \sqrt[4]{\tau} + a_2 \tau$	$\hat{y} = a_1 \sqrt[4]{\tau} + a_2 \sqrt{\tau}$	$\hat{y} = a_1 \tau + a_2 \tau^2 + a_3 \tau^3$
2	Сума похибок,	-0,38763 мкВ	-2,7122023 мкВ	0,54585 мкВ	-13,96429454 мкВ
3	Вид моделі	$\hat{y} = a_0 + a_1 \sqrt[4]{\tau} + a_2 \tau$	$\hat{y} = a_0 + a_1 \sqrt[4]{\tau} + a_2 \tau$	$\hat{y} = a_0 + a_1 \sqrt[4]{\tau} + a_2 \sqrt{\tau}$	$\hat{y} = a_0 + a_1 \tau + a_2 \tau^2 + a_3 \tau^3$
4	Сума похибок	Менше $10^{-12}$ мкВ	Менше $10^{-13}$ мкВ	Менше $10^{-12}$ мкВ	Менше $10^{-13}$ мкВ

В усіх регресійних моделях, які досліджуються класичним методом найменших квадратів (МНК) або його узагальненнями, автори явно або неявно постулюють відмінність від нуля вільного члена [4 - 7]. Тобто отримана регресійна модель не може бути досліджена з допомогою МНК для опису процесу часового дрейфу, оскільки оцінки її коефіцієнтів є зміщеними [6, 7] і занижується дисперсія оцінок коефіцієнтів моделі, що веде до спотворення їх довірчих інтервалів. Тоді і кореляційне відношення (коефіцієнт детермінації  $\hat{R}^2$  [6, 7]) вже не служить адекватною характеристикою якості моделі.

Такого недоліку немає у моделях, де вільний член присутній ( $a_0 \neq 0$ , рядки 3, 4 табл. 1). Але, як було сказано, ці моделі суперечать умові рівності нулю дрейфу у початковий момент часу, а тому не мають фізичного змісту, і приведені лише для того, щоб переконатися у принциповій можливості побудови моделі, що задовольняє умову рівності нулю суми залишків регресії (рядок 4). Як видно з табл. 1, в таких моделях сума залишків (збурень) справді рівна нулю.

Аналогічна ситуація виникає при побудові моделей похибки термоелектродів по діапазону вимірювання температури (табл. 2) для дослідження похибки від набутої неоднорідності.

Таблиця 2.

Регресійні моделі похибки термоелектродів по діапазону вимірювання температури

		Хромель №1	Хромель №2	Алюмель №1	Алюмель №2
1	Вид моделі	$\hat{y} = a_1t + a_2t^2$	$\hat{y} = a_1t + a_2t^2$	$\hat{y} = a_1t + a_2t^2$	$\hat{y} = a_1t + a_2t^2$
2	Сума похибок	11,79339 мкВ	-5,41435 мкВ	13,93251 мкВ	15,89955 мкВ
3	Вид моделі	$\hat{y} = a_0 + a_1t + a_2t^2$	$\hat{y} = a_0 + a_1t + a_2t^2$	$\hat{y} = a_0 + a_1t + a_2t^2$	$\hat{y} = a_0 + a_1t + a_2t^2$
4	Сума похибок	Менше $10^{-12}$ мкВ	0	Менше $10^{-13}$ мкВ	Менше $10^{-13}$ мкВ
5	Вид моделі	$\hat{y} = a_1t + a_2t^2 + a_3t^3$	$\hat{y} = a_1t + a_2t^2 + a_3t^3$	$\hat{y} = a_1t + a_2t^2 + a_3t^3$	$\hat{y} = a_1t + a_2t^2 + a_3t^3$
6	Сума похибок	-3,17164 мкВ	2,044359 мкВ	-3,34995 мкВ	1,555334 мкВ
7	Вид моделі	$\hat{y} = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3$	$\hat{y} = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3$	$\hat{y} = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3$	$\hat{y} = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3$
8	Сума похибок	Менше $10^{-12}$ мкВ	Менше $10^{-12}$ мкВ	Менше $10^{-12}$ мкВ	Менше $10^{-12}$ мкВ

Аналогічно до табл. 1, в табл. 2, простежується закономірність – при відсутності вільного члена ( $a_0 = 0$ , рядки 1, 4 табл. 2) сума залишків (збурень) моделі не рівна нулю (рядки 2, 6 табл. 2). А в моделях з вільним членом ( $a_0 \neq 0$ , рядки 3, 5 табл. 2) – сума залишків (збурень) рівна нулю (рядки 4, 8 табл. 2). Аналогічно, як і в табл. 1, це не дозволяє використовувати метод МНК для дослідження даної моделі для адекватного опису похибки електродів ТП.

### Висновок

Отримані в статті результати показали наявність суттєвої суперечності між регресійними моделями похибок ТП і методом обчислення похибок при експериментальних дослідженнях. МНК дає коректні результати тільки для моделей із  $a_0 \neq 0$ , хоч метод обчислення значень змін термо-е.р.с. ТП виключає наявність вільного члена (він має бути рівним нулю). Хоча в деяких випадках значення вільного члена мале (див. табл. 1) і ним можна було би нехтувати, однак в більшості випадків це значення співмірне зі змінами термо-е.р.с. Тому така модель не прийнятна, у ній присутній параметр, який не має фізичного змісту. Ця суперечність не пояснюється похибками вимірювання, адже рівність нулю вільного члена визначається не при вимірюванні, а при обробленні даних. Наявність похибки вимірювання не може вплинути на результат віднімання початкової термо-е.р.с. від неї ж.

Цю суперечність не можна теж пояснити похибками обчислень, оскільки результати отримані у всіх версіях програмного комплексу Microsoft Excel та в програмі Стадія 6.3 ідентичні.

Описана ситуація, як видно з табл. 1 і 2, носить не поодинокий характер. Тому виявлені протиріччя вказують на принципові проблеми, які виникають при дослідженні регресійних моделей класичним МНК за результатами деяких експериментальних досліджень. Ці проблеми вимагають вирішення.

### Список використаних джерел

1. Рогельберг Н.А. Изменения термоэлектрической силы проволок из хромеля и алюмеля при нагреве на воздухе при 800°C продолжительностью до 10000 ч. Том III. / Рогельберг Н.А., Пигидина Э.Н., Покровская Г.Н. и др. – Сб. Исследование сплавов для термопар. – Труды института Гипроцветметобработка. – Москва: Металлургия, 1969.
2. Васильків Н.М. Підвищення точності вимірювання температури термопарами в процесі експлуатації автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.11.04 / Н.М. Васильків. – Львів, 2011. – 20 с.
3. Кочан Р.В. Тестування інтелектуальних систем збору даних з допомогою метрологічного програмного тесту /Р.В. Кочан. // Вісник Національного Університету Львівська Політехніка. Секція Автоматика, вимірювання та керування. - №500. - 2004. – С. 9-18.
4. Rawlings J.O. Applied Regression Analysis: A Research Tool, Second Edition / J.O. Rawlings, S.G. Pantula, D.A. Dickey. - Springer-Verlag - 1998. - 678 p.
5. Єрьоменко В.О. Економетрія (економетрика) / В.О. Єрьоменко, А.М. Алілуйко, О.М. Мартинюк, С.Ю. Попіна – Тернопіль, Підручники і посібники, 2011. – 114 с.
6. Назаренко О.М. Основи економетрики. Вид. 2-ге, перероб. Підручник. / О.М. Назаренко. – Київ: „Центр навчальної літератури”, 2005. – 392 с.
7. Грубер Й. Економетрия, том 1. Введение в эконометрию / Й. Грубер. – К.: „Астарта”, 1996. – 397 с.