

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НЕЛІЙНИХ СИНГУЛЯРНО ЗБУРЕНИХ ПРОЦЕСІВ ОЧИЩЕННЯ СТИЧНИХ ВОД ВІД ДВОКОМПОНЕНТНОГО ЗАБРУДНЕННЯ В РІЗНОПОРИСТОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Бомба А.Я.¹⁾, Присяжнюк І.М.²⁾, Присяжнюк О.В.³⁾

Рівненський державний гуманітарний університет

¹⁾ д.т.н., професор; ²⁾ к.т.н., доцент; ³⁾ аспірант

І. Постановка проблеми

Прискорення науково-технічного прогресу, характерне для 20 – поч. 21 ст., призвело до суттєвого збільшення у водному середовищі концентрації техногенних забруднювачів. Одночасно розвивались і методи очистки. Основним напрямом в цій сфері є використання процесів дифузійного масопереносу, що складають основу сучасних екологічно безпечних і ресурсозберігаючих технологій в різних галузях промисловості і народного господарства.

В останні десятиліття широкого застосування набули різноманітні сорбенти з мікропористою структурою, наприклад вуглеводні адсорбенти. Унікальність їх властивостей забезпечується за рахунок величезної сукупної поверхні цих структур. Так, наприклад, 1 грам такого типу речовини має загальну поверхневу площу від одної до двох тисяч квадратних метрів. Враховуючи особливості протікання масопереносу в середовищах з подвійною пористістю (наносередовищах) та складність і коштовність проведення експериментальних досліджень, на передній план виходять дослідження дифузійних процесів в мікропористих середовищах з використанням математичного та комп'ютерного моделювання.

Проблеми математичного моделювання масопереносу різної природи в однорідних і неоднорідних пористих середовищах без урахування внутрішньої структури пористих частинок розглянуто в працях багатьох вчених, зокрема В.М. Булавацького, В.В. Скопечького[1], В.С. Дейнеки, І.В. Сергієнка[2], І.І. Ляшка, В.І. Лаврика, А.Я. Бомби[3], М. Р. Петрика [4]. На сьогодні вченими розроблено чимало підходів до моделювання процесів масопереносу в пористих каталітичних середовищах, які дозволяють в достатній мірі враховувати вплив масопереносу на рівні частинок. В [5] розглянуто масоперенос забрудненої речовини в кристалічних середовищах частинок мікропористої структури, в [6] досліджено сингулярно збурені процеси масопереносу забруднюючої речовини в середовищі з подвійною пористістю. Актуальною залишається проблема математичного моделювання такого типу процесів у випадку перенесення двох сортів речовин за умов малого масообміну.

II. Мета роботи

Метою дослідження є побудова математичної моделі сингулярно збуреного процесу двокомпонентної конвективної дифузії в середовищі з подвійною [5] та асимптотичне наближення розв'язку відповідної задачі, проведення комп'ютерного експерименту та аналіз отриманих результатів.

III. Постановка задачі

В області $G = \{(x, r, t) : 0 < x < l < \infty, 0 < r < R < \infty, 0 < t < \infty\}$ [6], розглядається наступна модельна задача процесу конвективно-дифузійного переносу забруднюючої речовини:

$$\varepsilon D_*^i(c^1, c^2) c_{xx}^i - v(x) c_x^i - \varepsilon D_*^{*i}(c^1, c^2) q_r^i(x, R, t) = c_t^i, \quad (1)$$

$$\varepsilon D_*^{*i}(c^1, c^2) \left(q_{rr}^i + \frac{2}{r} q_r^i \right) = q_t^i, \quad i = \overline{1, 2}, \quad (2)$$

$$q^i(x, r, 0) = q_0^{i0}(x, r), \quad c^i(x, 0) = c_0^{i0}(x),$$

$$c(0, t) = c_*(t), \quad c_x(l, t) = 0, \quad q_r(x, 0, t) = 0, \quad q(x, R, t) = kc(x, t), \quad (3)$$

де $c(x, t)$ і $q(x, r, t)$ – концентрація i -ї компоненти забруднюючої речовини відповідно в міжчастинковому просторі та в порах наночастинок, l – довжина середовища (фільтра), R – радіус наночастинок, $v(x)$ – швидкість конвективного перенесення, ε – малий параметр, $v(x) \geq v_* \gg \varepsilon$.

Функція $D_*^{*i}(c^1, c^2)$ – характеризує вплив концентрації i -ї компоненти забруднюючої речовини в

пористих частинках на концентрацію в міжчастинковому просторі, функції $\varepsilon D_*^i(c^1, c^2)$ та $\varepsilon D^{*i}(c^1, c^2)$ відповідно характеризують швидкості протікання процесів дифузійного масопереносу в міжчастинковому просторі та в порах частинок. Функції $u_*(t)$, $u_0^0(x)$, $q_0^0(x, r)$ – достатньо гладкі, узгоджені між собою вздовж ребер та кутових точок даної області. Остання з умов (3) – умова рівноваги на поверхні частинок, $k > 0$ – константа адсорбційної рівноваги [5].

Розв'язок даної задачі одержано у вигляді асимптотичних рядів [3,6]:

$$c^i(x, t) = c_0^i(x, t) + \sum_{j=1}^n \varepsilon^j \tilde{n}_j^i(x, t) + \sum_{p=0}^{n+1} \varepsilon^p \tilde{I}_p^i(\xi, t) + R_{nc}^i(x, t, \varepsilon), \quad (4)$$

$$q^i(x, r, t) = q_0^i(x, r, t) + \sum_{j=0}^n \varepsilon^j q_j^i(x, r, t) + \sum_{m=0}^{2n+2} \varepsilon^{m/2} F_{m/2}^i(x, \rho, t) + R_{nq}^i(x, r, t, \varepsilon), \quad (5)$$

де $c_j^i(x, t)$, $q_j^i(x, r, t)$ ($j = \overline{0, n}$) – члени регулярних частин асимптотики, а $\tilde{I}_p^i(\xi, t)$, ($p = \overline{0, n+1}$),

$F_{m/2}^i(x, \rho, t)$, ($m = \overline{0, 2n+2}$) – функції типу примежового шару $\xi = \frac{l-x}{\varepsilon}$, $\rho = \frac{R-r}{\sqrt{\varepsilon}}$ – регуляризуючі

розтяги, $R_{nc}^i(x, t, \varepsilon)$, $R_{nq}^i(x, r, t, \varepsilon)$ – залишкові члени. Задачі для знаходження членів рядів (4) – (5) отримуємо шляхом їх підстановки в (1) – (3) та виконання стандартної процедури прирівнювання коефіцієнтів при однакових степенях ε [3].

Висновок

У роботі сформовано математичну модель нелінійного сингулярно збуреного процесу двокомпонентної конвективної дифузії в середовищі з подвійною пористістю. Побудовано асимптотичне наближення розв'язку відповідної. Слід зазначити, що незважаючи на малість швидкості протікання процесів дифузійного масопереносу в порах частинок, з часом вони суттєво впливають на розподіл концентрації в міжчастинковому просторі, а отже, можливим є використання розглянутого наносередовища з метою очищення певної рідини від багатоконпонентних забруднень. В перспективі дослідження такого роду процесів у випадку, коли коефіцієнт, що характеризує вплив внутрішньочастинкового переносу на міжчастинковий, не є малим.

Список використаних джерел

1. Булавацький В. М. Некласичні математичні моделі процесів тепло- та масопереносу / В. М. Булавацький, Ю. Г. Кривонос, В. В. Скопечкий – Київ, Наукова думка, 2005, – 282с.
2. Сергиенко, И.В. Идентификация градиентными методами параметров задач диффузии вещества в нанопористой среде [Текст] / И.В. Сергиенко, В.С. Дейнека // Пробл. управления и информатики. – 2010. – № 6. – С. 5–18.
3. Бомба А.Я. Нелінійні сингулярно збурені задачі типу «конвекція-дифузія» / А.Я. Бомба, С.В. Барановський І.М. Присяжнюк – Рівне: НУВГП, 2008. – 254 с.
4. Петрик М. Р. Математична модель процесу фільтраційного масопереносу неоднорідних середовищ у сферично-конічних необмежених каналах / М. Р. Петрик // Нелинейные задачи математической физики и их применение: 36. наук. пр. – К.: Ін – т. математики НАН України, 1999. – С. 184 – 188.
5. Петрик М.Р. Моделирование и анализ концентрационных полей нелинейной конкуритивной двухкомпонентной диффузии в среде нанопористых частей / М.Р. Петрик, Ж. Фрессард, Д.М. Михалик // Проблемы управления и информатики. – 2009. – № 4. – С. 73-83.
6. Бомба А.Я. Асимптотичний метод розв'язання одного класу модельних сингулярно збурених задач процесу масопереносу в різнопористих середовищах / А.Я. Бомба, І.М. Присяжнюк, О.В. Присяжнюк // Доповіді НАН України. – 2013.- № 3. – С. 28-34.