

**Міністерство освіти і науки України
Тернопільський національний економічний університет**

Р. В. Руська, О. Т. Іващук

***Методи
економіко-статистичних
досліджень***

Навчальний посібник

Тернопіль 2014

Руська Р. В., Іващук О. Т. Навчальний посібник „Методи економіко-статистичних досліджень”: Тернопіль: Тайп, 2014.–190 с.

Основне завдання даного навчального посібника – подати читачеві загальне представлення про використання економіко-статистичних методів у фінансовій, податковій, інвестиційній сфері. Особливу увагу при цьому приділено моделюванню процесів, які забезпечують стійке функціонування системи оподаткування.

Посібник розрахований на аналітиків, аспірантів, магістрів і студентів економічних спеціальностей, а також для тих, кого цікавить використання економіко-статистичних методів в аналізі, прогнозуванні та в системі оподаткування.

Затверджено:

на засіданні кафедри економіко-математичних методів, протокол № 1 від 27 серпня 2014 року;

НМ Радою факультету фінансів № 1 від 29 серпня 2014 року;

НМК № 1 від 29 серпня 2014 року.

НМ Радою університету № 1 від 29 жовтня 2014 року

Рецензенти:

1. Альохін А. Б., д.е.н., професор кафедри інформаційні системи у менеджменті Одеського національного політехнічного університету;

2. Васильців Т. Г. д.е.н., професор кафедри економіки і підприємництва Львівської комерційної академії

3. Панухник О. В. д.е.н., доцент, т.в.о. зав. кафедри економіки та фінансів Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя.

Передмова

Методи економіко-статистичних досліджень – поняття дуже широке і має великий спектр прикладного характеру. Цим загальним терміном охоплюється цілий комплекс використання сучасних наукових підходів, інструментів, способів вимірювання, формалізованого опису, аналізу та прогнозування економічних явищ і процесів, властивих фінансовій, інвестиційній, податковій системі. Сюди входять різноманітні математико-статистичні методи обробки і аналізу фінансових показників, мікро- та макроекономічні моделі різних видів і структурних форм.

Економіко-статистичні методи прогнозування – один із самих динамічних напрямів прикладних дисциплін, який формується на стику фінансової науки та прикладної математики. Вони спрямовані на розв’язання широкого кола задач – від основних елементів математики до складних інвестиційних, кредитних, фіскальних, бюджетних та інших проблем фінансової системи в різних їх постановках, залежно від конкретних ситуацій. До них можна віднести: моделювання інвестиційних процесів, системи оподаткування, бюджетні системи, фінансові аспекти кредитно-банківської системи, інфляційних процесів, елементів фінансового ризику. Перелічені задачі складають основу структури курсу.

За останній час з’явилися декілька видань, присвячених використанню методів моделювання, системного аналізу, прогнозування в фінансовій системі, проте їх явно (зовсім) не достатньо, і в більшості випадків вони вимагають ґрунтовної математичної підготовки.

Кваліфікований аналітик, який використовує методи економіко-статистичних досліджень у повсякденній практиці, в певній мірі повинен бути:

а) економістом – щоб використовувати економічну теорію для аналізу емпіричних даних;

б) математиком – щоб формулювати економічну теорію на математичній мові, зробивши її придатною для побудови формалізованих схем та перевірки їх коректності;

в) спеціалістом у економічній статистиці – щоб володіти процесами формування інформаційної бази даних і вміти порівнювати у відповідності до змінних економічної теорії реально виміряні макро- та мікроекономічні емпіричні показники;

г) спеціалістом в математичній статистиці – щоб використовувати для аналізу емпіричних даних кількісні методи.

До даного переліку слід додати необхідність обов'язкового знання та володіння комп'ютерною технікою, освоєння необхідних програмних продуктів, без використання яких немислимий системний аналіз сьогодні.

Поданий матеріал написаний на основі курсу лекцій, які автори читали протягом останніх років для студентів і магістрів університету.

Розділ 1. Теоретичні основи методів економіко-статистичних досліджень

1.1 Економіко-статистичні методи в економічних дослідженнях

Процесам функціонування економічних систем властиві кількісні та якісні характеристики. До якісних характеристик можна віднести, наприклад, податкову реформу, приватизацію власності, радикальну перебудову зовнішньої діяльності, зміну інфраструктури, реформу аграрного сектора та ін.

Якісні характеристики економічної системи тісно зв'язані зі структурними зсувами в економіці.

У свою чергу кількісні характеристики охоплюють множину тих питань, які пов'язані з регулюванням ринкової кон'юнктури, використанням фінансових і матеріальних ресурсів, вибором оптимальних технологічних способів виробництва, структури портфеля цінних паперів, оптимальних стратегій бізнес-планів та ін.

Кількісний аспект оцінки функціонування економічної системи, як на мікро-, так і на макрорівнях, ґрунтується на використанні математичного інструментарію кількісних методів і моделей.

Використання методів економіко-статистичних досліджень дає можливість, по-перше, виділити та формально описати найбільш важливі й суттєві закономірності функціонування економічних систем і об'єктів у вигляді моделей.

По-друге, на основі сформульованих за певними правилами логіки вхідних даних і співвідношень, методами дедукції зробити висновки, які адекватні об'єкту дослідження в міру зроблених припущень.

По-третє, економіко-статистичні методи дозволяють отримати дедуктивним шляхом нові дані про об'єкт дослідження.

По-четверте, використання мови математики дозволяє компактно описати основні положення економічної теорії, формулювати їх змістовний апарат і робити відповідні висновки.

Методи економіко-статистичних досліджень – поняття дуже широке. Цим загальним терміном охоплюється цілий спектр застосування сучасною наукою підходів, інструментів, способів вимірювання, опису, аналізу та прогнозування економічних явищ і процесів. Сюди входять різноманітні статистичні методи обробки соціально-економічних даних, мікро- та макроекономічні моделі з відповідним математичним апаратом.

Методи економіко-статистичних досліджень в економіці серед інших методів посідають головне місце – в кінці кінців треба перейти до чисел: обсягів випуску продукції, попиту, цін, термінів і т.д.

Підсумовуючи сказане, можна сформулювати такі тези:

1. Економіка, як будь-яка теоретична наука, в якості інструментарію своїх досліджень використовує моделі, формальною мовою опису яких є математика. Більше того, наявний математичний апарат економіко-статистичних методів дає можливість знайти чисельні розв'язки побудованих моделей.

2. Наукові розробки з питань ринкової економіки неможливі без використання досить складного й одночасно доступного математичного інструментарію. У протилежному випадку, праці на цю тему мають чисто описовий характер або ж є звичною економічною публіцистикою.

Перша теза покликана захищати економіку й особливо економічні дисципліни від насильного наповнення їх абстрактним математичним апаратом.

На другу тезу можна не зважати, але й не можна нею ігнорувати – вона відображає реальні вимоги до наукових досліджень у галузі економіки, прийняті у країнах з економікою ринкового типу.

Міжнародна практика переконує нас у високій ефективності застосування економіко-статистичних методів при розв'язанні задач різних рівнів і напрямків економічного розвитку, в тому числі при дослідженні механізмів функціонування фінансової системи.

Розвиток нових напрямків фінансової теорії та практики став основною передумовою широкого використання економіко-статистичних методів математики, статистики та економетрії в прикладних дослідженнях.

Фінансовий аналітик у своїй повсякденній роботі при прийнятті управлінських рішень і обґрунтуванні прогностичних параметрів перспективного розвитку повинен уміло користуватися наявним математичним апаратом економіко-статистичних методів. Надійні прогнози дають можливість успішного прийняття рішень у галузі фінансових відносин.

Інструментарій математичного моделювання не дає однозначної відповіді та рекомендації, проте надає великі можливості проведення імітаційних розрахунків із використанням моделей при виборі різноманітних співвідношень параметрів. Це дає можливість обминути безпідставні спори про вибір тієї чи іншої фіскальної політики, визначення величини ставки податку на додану вартість, яка не призведе до інфляції.

Отже, моделювання соціально-економічних явищ і процесів тісно пов'язане з певною тріадою, перша складова котрої – математичне моделювання. Математична модель будується на основі певних спостережень, емпіричних досліджень або на базі існуючої економічної теорії чи гіпотез.

Наступною складовою даного процесу є побудова прообразу моделей, на яких можна проводити експерименти.

Завершальною ланкою тріади є реальні моделі, тобто моделі, що імітують реальну дійсність. У них представлені не якісь умовні величини, а цифри, що відображають реальний стан макро- та мікроекономічного розвитку відповідних організаційно-економічних структур.

Як бачимо, в економіко-статистичних методах головним інструментом виступає математичне моделювання. Для побудови математичної моделі необхідно мати строге уявлення відносно мети функціонування об'єкта дослідження, володіти інформацією про обмеження, що визначають область допустимих значень керованих змінних. Мета та обмеження повинні бути

представлені у вигляді функцій від керованих змінних. Проведений економіко-математичний розрахунок має привести до визначення оптимальної стратегії впливу на об'єкт керування за умови виконання множини накладених обмежень.

При розв'язанні конкретних прикладних задач використання економіко-статистичних методів припускає:

- побудову економіко-математичних моделей для задач прийняття рішень у складних ситуаціях або в умовах ризику та невизначеності;
- вивчення взаємозв'язків і залежностей, які в майбутньому послужать основою прийняття вигідних рішень і вироблення критеріїв ефективності, які дають можливість оцінити перевагу того чи іншого сценарію розвитку.

Можна сказати, що економіко-статистичні методи – математична теорія використання методів аналізу в процесі прийняття рішень у різних галузях цілеспрямованої діяльності. При цьому основним методом є метод математичного моделювання в тісному поєднанні з використанням програмних продуктів і засобів комп'ютерної техніки.

1.2 Системний підхід і моделювання фіскальних процесів

Методи економіко-статистичних досліджень – наукова дисципліна, яка займається розробкою та практичним використанням математичного апарату найбільш вигідного керування різними організаційними системами.

Керування довільною системою реалізується як процес, який підпорядковується певним закономірностям. Знання цих закономірностей допомагає визначити умови необхідності та достатності успішного відбуття даного процесу. Для цього всі параметри, що характеризують процес і зовнішні умови, повинні бути статистично визначеними. Отже, методи економіко-статистичних досліджень – економіко-статистично обґрунтування прийняття рішень відносно організаційного керування.

Сучасна економічна наука, як на мікро-, так і на макрорівнях у своїх прикладних дослідженнях широко використовує наявний інструментарій математичних методів для формалізованого опису існуючих стійких кількісних характеристик та закономірностей розвитку соціально-економічних систем.

Під соціально-економічною системою будемо розуміти складну ймовірнісну динамічну систему, яка включає в себе процеси виробництва, обміну, розподілу та споживання матеріальних та інших благ. Вона відноситься до класу кібернетичних, тобто керованих систем.

Складність і велика розмірність систем, зокрема, соціально-економічних, може дуже ускладнити процес відображення мети та обмежень в аналітичному вигляді. Тому виникає необхідність у проведенні процедури зменшення реальної розмірності задачі до таких меж, які б із достатнім ступенем точності адекватно відобразили реальну дійсність. Не дивлячись на велике число змінних і обмежень, які на перший погляд слід враховувати при аналізі реальних ситуацій, лише невелика їх частина виявляється суттєвою для опису поведінки досліджуваних систем. Тому при виконанні процедури спрощення опису реальних систем, на основі якої буде побудована та чи інша модель, насамперед необхідно ідентифікувати домінуючі змінні, параметри та обмеження.

Схематичне зображення рівнів абстракції, які відповідають процедурі процесу переходу від системи-оригіналу до її моделі, представлено на рис. 1.1.

Прообраз реальної системи відрізняється від системи-оригіналу тим, що в ньому знаходять відображення тільки домінуючі чинники (змінні, параметри й обмеження), які визначають генеральну стратегію поведінки реальної системи.

Модель, будучи прообразом реальної системи в подальшому, представляє собою найбільш суттєві для опису системи співвідношення у вигляді цільової функції та сукупності обмежень.

Єдиного визначення категорії системи не існує. У своїх дослідженнях ми будемо користуватися наступним: системою називається сукупність

взаємозв'язаних структурних елементів, які сумісно реалізують певні визначені цілі. Множину елементів, що досліджується, можна розглядати як систему, якщо виконуються наступні чотири ознаки:

- цілісність системи, тобто незвідність властивостей системи до суми властивостей складових її елементів;

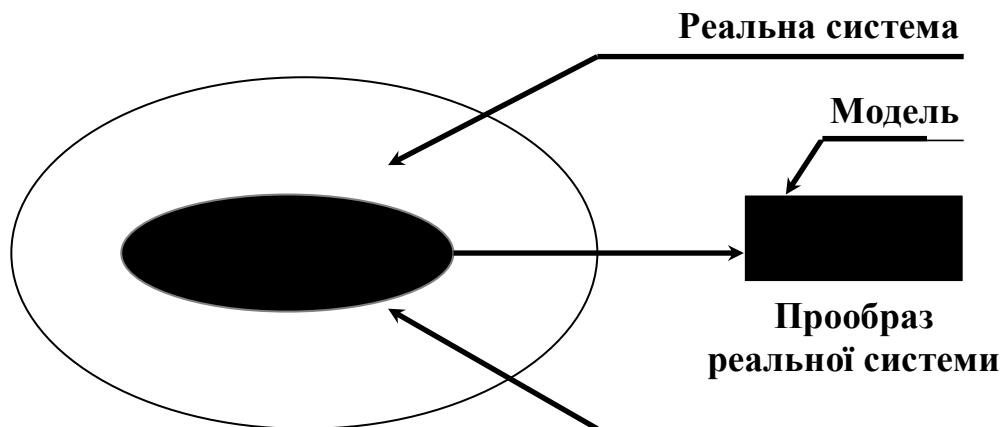


Рис. 1.1. Абстрактне зображення рівнів системи.

- наявність мети та критерію дослідження даної множини елементів;
- наявність більш структурно-логічної, зовнішньої по відношенню до даної, системи, так званої “середовищем”;
- можливість виділення в даній системі взаємозв'язаних частин (підсистем).

З поняттям системи тісно взаємопов'язані категорії надсистеми і підсистеми. Надсистема – оточуюче систему середовище, в якому функціонує система. Підсистема – підмножина елементів, які реалізують цілі, погоджені з цілями системи.

Існує декілька підходів математичного опису складної системи. Найбільш загальним і доступним є теоретико-множинний підхід, при якому система S представляється відношенням $S \subset X \times Y$, де X і Y – відповідно, входні та вихідні об'єкти системи. Тобто, припускається, що задано сім'ї множин V_i , де $i \in I$ -

множина індексів, а система задається на V_i як деяка власна підмножина декартового добутку, всі компоненти котрого є об'єктами системи.

Прийнято вважати, що системний аналіз – це методологія вирішення певних проблем, яка ґрунтується на структуризації системи та кількісному порівнянні альтернатив. Отже, системним аналізом буде логічно об'єднана сукупність теоретичних, емпіричних положень із предметних областей природничих та економічних наук і практики розробки складних систем, які забезпечують наукову обґрунтованість вирішення конкретної проблеми.

У системному аналізі використовується як математичний апарат загальної теорії систем, так і інші якісні та кількісні методи прикладної математики й інформатики. До складу задач системного аналізу входять задачі декомпозиції, аналізу та синтезу.

Задача декомпозиції означає представлення системи у вигляді підсистем, які складаються з менших елементів.

Задача аналізу полягає в знаходженні різного роду властивостей системи і середовища, що оточують цю систему. Метод аналізу - визначення закону перетворення інформації і опис поведінки системи. Тут може йти мова і про композицію (агрегацію) системи в єдиний елемент.

Задача синтезу системи протилежна до задачі аналізу. До заданого закону необхідно побудувати систему, що в дійсності виконує перетворення на основі певного алгоритму.

Основними методами дослідження системи являється метод моделювання, тобто інструмент системного аналізу та практичних дій, спрямований на розробку, вивчення та використання моделей.

Моделювання – процес побудови моделі, за допомогою якого вивчається функціонування об'єктів різної природи. Він складається з трьох основних елементів: суб'єкта, об'єкта дослідження та моделі, за допомогою якої суб'єкт пізнає об'єкт.

Модель – це такий матеріально або розумово зображуваний об’єкт, який у процесі дослідження заміняє об’єкт-оригінал таким чином, що його безпосереднє вивчення дає нові знання про цей об’єкт. Іншими словами, модель – умовне зображення об’єкта, що з певною мірою адекватності описує його функціональні характеристики, які істотно важливі для поставленої мети дослідження.

В означенні моделі можна визначити декілька наступних важливих моментів:

- ✓ модель може бути матеріальним об’єктом або абстрактним представленням, і як наслідок, конкретне втілення моделі не буде суттєвим для мети моделювання;

- ✓ основна властивість моделі – здатність представити об’єкт при дослідженні його властивостей;

- ✓ моделлю може бути тільки така структура, що дозволить отримати на її основі повнішу інформацію, в порівнянні з безпосереднім дослідженням об’єкта.

Загальне схематичне зображення основних етапів цього процесу моделювання показано на рис. 1.2.

Розрізняють фізичне та математичне моделювання. Математичне моделювання – універсальний та ефективний інструмент пізнання внутрішніх закономірностей, властивих явищам і процесам. Воно дає можливість вивчити кількісні взаємозв’язки, взаємозалежності моделюючої системи та вдосконалити її подальший розвиток і функціонування з допомогою математичної моделі.

Під математичною моделлю розуміємо формалізований, тобто представлений математичними співвідношеннями, набір правил, які описують фактори суттєвого впливу на функціонування об’єкта дослідження.

Отже, математична модель являє собою систему математичних формул, нерівностей або рівнянь, які більш-менш адекватно описують явища та процеси, що властиві оригіналу.

Процес побудови та використання математичної моделі для її розв'язання з допомогою прикладних задач називається математичним моделюванням.

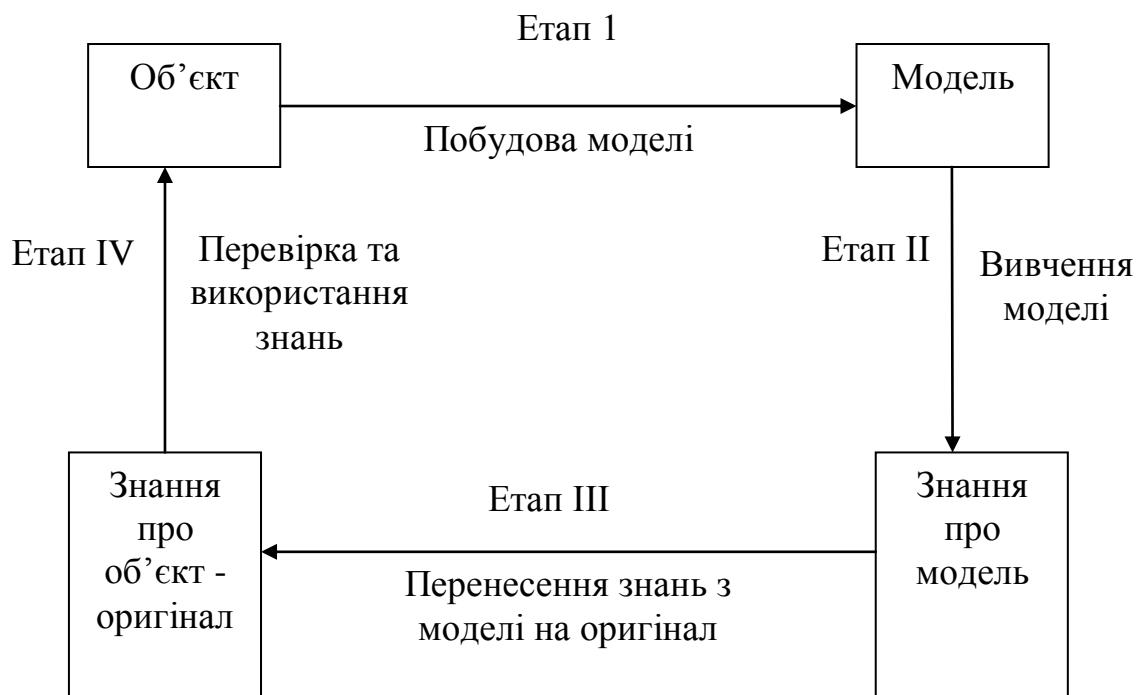


Рис. 1.2. Основні етапи моделювання.

Опис математичної моделі виконується термінами кількісних характеристик-показників (змінних, невідомих), значення яких підлягає визначенню в процесі розв'язку задачі та параметрів, величини котрих апріорно відомі.

Вигода математичного моделювання очевидна: вона полягає у можливості отримати інформацію про об'єкт вивчення без проведення дійсних експериментів. А це в свою чергу виправдовує витрати на розробку та придбання інструментарію кількісних методів.

Моделювання доцільно застосовувати в наступних випадках:

- ✓ об'єкт недоступний для безпосереднього дослідження;

✓ об'єкт настільки складний, що дослідження його втрачає сенс через складність самого дослідження, або ж через наявність великої кількості побічних для даного дослідження факторів;

✓ дослідження на реальному об'єкті неможливі з інших міркувань (моральних, фінансових або конкурентних).

Моделюючи конкретну ситуацію, аналітик має вияснити наскільки чітко й точно модель відображає реальну дійсність і надійність отриманих кількісних оцінок.

Серед існуючих систем економічна є найбільш складною. Процес дослідження економічної системи безпосередньо пов'язаний з поняттям економіко-математичної моделі, яка представляє собою концентрований вираз існуючих взаємозв'язків і закономірностей процесу функціонування економічної системи в математичній формі. Даний вираз складається із сукупності пов'язаних між собою математичних залежностей у вигляді формул, рівнянь, нерівностей, логічних умов та факторних величин, всі або частина яких має економічний зміст. За своїм призначенням в економіко-математичних моделях ці фактори доцільно поділити на параметри та характеристики. При цьому параметрами об'єкта називають фактори, які характеризують властивості об'єкта або складових його елементів. У процесі дослідження об'єкта ряд параметрів може змінюватися, тому їх називають змінними, які в свою чергу поділяються на змінні стану та змінні керування. Як правило, змінні стану об'єкта являються функцією змінних керування та дій зовнішнього середовища. Характеристиками (вихідними характеристиками) називаються безпосередні кінцеві результати функціонування об'єкта (зрозуміло, що вхідні характеристики являються змінними станів). Відповідно характеристики зовнішнього середовища описують його властивості, які впливають на процес та результат функціонування об'єкта. Значення ряду факторів, які визначають початковий стан об'єкта або зовнішнього середовища, називаються початковими умовами.

При побудові моделей економічних систем слід відображати тільки найважливіші та найхарактерніші властивості процесів або явищ, що вивчаються. Внаслідок цього всі моделі є спрощеним відображенням реальної системи, але якщо цей процес виконано коректно, то отримане наближене відображення реальної ситуації дає можливість мати достатньо точні характеристики об'єкта дослідження. Для того щоб моделювання стало дієвим інструментом пізнання, необхідно правильно побудувати математичну модель, адекватну процесу, що вивчається.

Найчастіше кількісні методи використовують для вирішення класичних задач оптимізації, імітації чи прогнозування. При цьому основні труднощі, подолати які необхідно, полягають у забезпеченні адекватності цієї моделі до об'єкта дослідження.

Адекватність побудованих математичних моделей слід оцінювати з урахуванням наступних чинників (рис. 1.3):

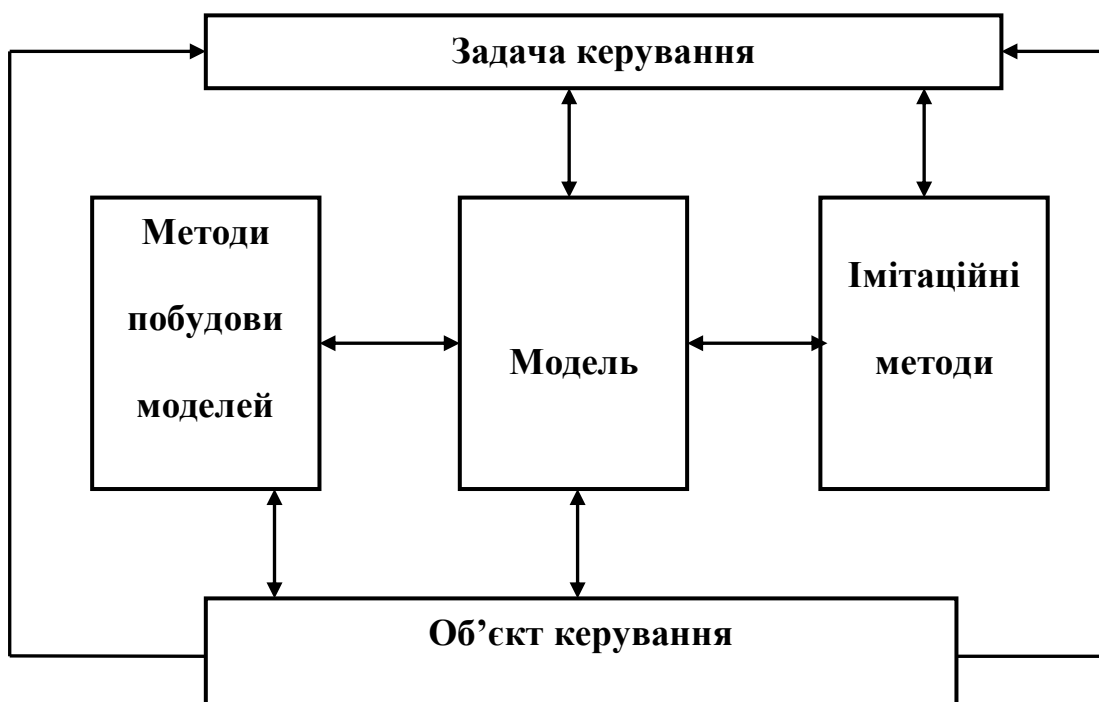


Рис. 1.3. Формування вимог адекватності моделей.

- ✓ відповідність структури та властивостей об'єкта керування (процесу управління);
- ✓ відповідність властивостей і можливостей методів формування інформаційної бази моделей, виконання їх на основі процедури імітації;
- ✓ відповідність до вимог розв'язання управлінських задач.

Економіко-математичні моделі самі по собі не створюють нових і не змінюють існуючих принципів та методологічних основ економічної теорії, а тільки, спираючись на них, змінюють способи їх використання для всебічного кількісного та якісного аналізу закономірностей і взаємозв'язків економічних процесів.

При побудові економіко-математичної моделі слід уміло володіти наступними поняттями: критерій оптимальності, цільова функція, система обмежень, рівняння зв'язку, розв'язок моделі.

Критерієм оптимальності називається деякий показник, який має економічний зміст та служить способом формалізації конкретної мети керування і виражається за допомогою цільової функції через фактори моделі. Критерій оптимальності визначає розуміння змісту цільової функції. У деяких випадках в якості критерію оптимальності може виступати одна із вихідних характеристик об'єкта моделювання.

Цільова функція математично зв'язує між собою фактори моделі, і її значення визначається значеннями цих величин. Змістовне тлумачення цільовій функції надає тільки критерій оптимальності.

Не слід змішувати критерій оптимальності та цільову функцію. Так, наприклад, критерій прибутку та критерій загальної вартості випущених інвестиційною компанією акцій можуть описуватися однією і тією ж цільовою функцією:

$$Z = \sum_{i=1}^n C_i X_i \rightarrow \max, \quad (1.1)$$

де i - індекс виду акцій $i = \overline{1, n}$; X_i - обсяг випуску акцій i -го виду; C_i - прибуток від випуску одиниці акцій i -го виду або вартість одиниці акцій i -го виду в залежності від змісту критерію оптимальності.

Критерій прибутку може бути розрахований за допомогою нелінійної цільової функції:

$$Z = \sum_{i=1}^n C_i(X_i)X_i \rightarrow \max, \quad (1.2)$$

якщо прибуток від випуску одиниці акцій i -го виду (C_i) є функцією від обсягу випуску X_i .

При наявності декількох критеріїв оптимальності кожний з них буде формалізований своєю частковою цільовою функцією Z_k , де k - індекс критерію оптимальності, $k = \overline{1, K}$. Для компромісного вибору оптимального розв'язку можна сформулювати нову цільову функцію:

$$Z = f(Z_1, \dots, Z_k) \rightarrow \text{extr}. \quad (1.3)$$

Проте дана цільова функція може вже не мати економічного змісту, в такому випадку критерій оптимальності для неї відсутній.

Система обмежень визначає границі існування області дійсних та допустимих розв'язків і характеризує основні зовнішні та внутрішні властивості об'єкта. Обмеження визначають область відбуття процесу, границі зміни параметрів та характеристик об'єкта.

Рівняння зв'язку являються математичною формалізацією системи обмежень. Між поняттями "система обмежень" та "рівняння зв'язку" існує точно така сама аналогія, як між поняттями "критерій оптимальності" та "цільова функція": різні за змістом обмеження можуть описуватися однаковими рівняннями зв'язку, а одне і те ж саме обмеження в різних моделях може записуватись різними рівняннями зв'язку.

Таким чином, саме критерій оптимальності та система обмежень в першу чергу визначають концепцію функціонування майбутньої математичної моделі,

її концептуальну модель, а їх формалізація, тобто побудова цільової функції та рівнянь зв'язку, представляють собою математичну модель.

Розв'язком математичної моделі називається такий набір (сукупність) значень змінних, які задовольняють її рівняння зв'язку. Розв'язки, які мають економічний зміст, називаються структурно допустимими. Моделі, які мають багато розв'язків, називаються варіантними на відміну від безваріантних, які мають один розв'язок. Серед структурно допустимих варіантних розв'язків моделі, як правило, знаходиться один розв'язок, при якому цільова функція в залежності від змісту моделі має найбільше або найменше значення. Такий розв'язок, як і відповідне значення цільової функції, називається оптимальним.

1.3 Теоретичні основи математичного моделювання та класифікація моделей

Економіко-математичне моделювання є одним із ефективних методів опису функціонування складних соціально-економічних об'єктів та процесів у вигляді математичних моделей, об'єднуючи тим самим в єдине економіку та математику.

У структурі економіко-математичних методів можна виділити дисципліни та їх розділи, які складають теоретичну основу математичного моделювання:

- економічну кібернетику (системний аналіз економіки, теорію економічної інформації, теорію керуючих систем і т.д.);
- економетрію (дисперсійний аналіз, кореляційний аналіз, регресійний аналіз, багатомірний аналіз, факторний аналіз, кластерний аналіз і т.д.);
- математичну економіку (теорію економічного росту, теорії виробничих функцій, міжгалузеві баланси, національні рахунки, аналіз попиту та пропозицій, регіональний та просторовий аналіз, глобальне моделювання і т.д.);

- методи дослідження операцій (математичне програмування, сіткове моделювання, теорію масового обслуговування, методи керування запасами, теорію ігор та методи прийняття рішень і т.д.);
- експертні методи економіки (математичні методи аналізу і планування економічних експериментів, імітаційне моделювання, ділові ігри, методи експертних оцінок і т.д.);
- методи прогнозування.

У прикладних дослідженнях економічних процесів і явищ використовуються різні типи моделей, які відрізняються цільовим призначенням моделі, характером задачі, ступенем адекватності, математичним апаратом та ін. Побудова єдиної математичної моделі функціонування будь-якої економічної системи або її складових практично не представляється можливим без розробки допоміжних моделей, тобто певного комплексу моделей.

Вид і характер економіко-математичних моделей визначається взаємозв'язками та взаємозалежностями економічних систем. Взаємозв'язки одних систем можна описати на основі лінійних рівнянь і нерівностей, других – на основі рівнянь і нерівностей більш високих порядків, третіх – на основі кореляційного аналізу, четвертих – на основі теорії ймовірності і т.д.

В основу класифікації економіко-математичних моделей покладено такі ознаки:

- 1) за цільовим призначенням – теоретико-аналітичні та прикладні моделі;
- 2) за ступенем агрегування об'єктів – макроекономічні та мікроекономічні моделі;
- 3) за конкретним призначенням – балансові, трендові, оптимізаційні, імітаційні моделі;
- 4) за типом інформації, використаної в моделі – аналітичні та ідентифіковані моделі;

5) за врахуванням фактора невизначеності – детерміновані та стохастичні моделі;

6) за характером математичного апарату – матричні моделі, моделі лінійного та нелінійного програмування, кореляційно-регресійні моделі, моделі теорії масового обслуговування, моделі сіткового планування та керування, моделі теорії ігор і т.п.;

7) за типом підходу до систем, які досліджуються – дескриптивні (описові) моделі (наприклад, балансові та трендові моделі) та нормативні моделі (оптимізаційні та моделі рівня життя);

8) за структурою моделей та характером їх складових – одно- та багатофакторні моделі, статичні та динамічні моделі, моделі простої та складної структури;

9) за часовими характеристиками – довготермінові, середньотермінові та короткотермінові моделі.

До числа складної комбінованої економіко-математичної моделі, наприклад, можна віднести економіко-математичну модель міжгалузевого балансу, яка є за вищенаведеною класифікацією прикладною, макроекономічною, аналітичною, дескриптивною, детермінованою, балансовою, матричною моделлю, окрім того, розрізняють як статичні, так і динамічні моделі.

Розглянемо коротко основні якісні характеристики деяких економічних моделей.

Макроекономічні моделі переважно цілісно описують економіку країни, зв'язуючи між собою узагальнені матеріальні та фінансові показники: валовий внутрішній продукт, споживання, інвестиції, зайнятість, бюджет, інфляцію, ціноутворення, оподаткування та ін.

Мікроекономічні моделі описують взаємодію структурних та функціональних складових економіки або їх автономну поведінку в

перехідному або ринковому середовищі, стратегії поведінки фірм в умовах олігополії з використанням методів оптимізації та теорії ігор.

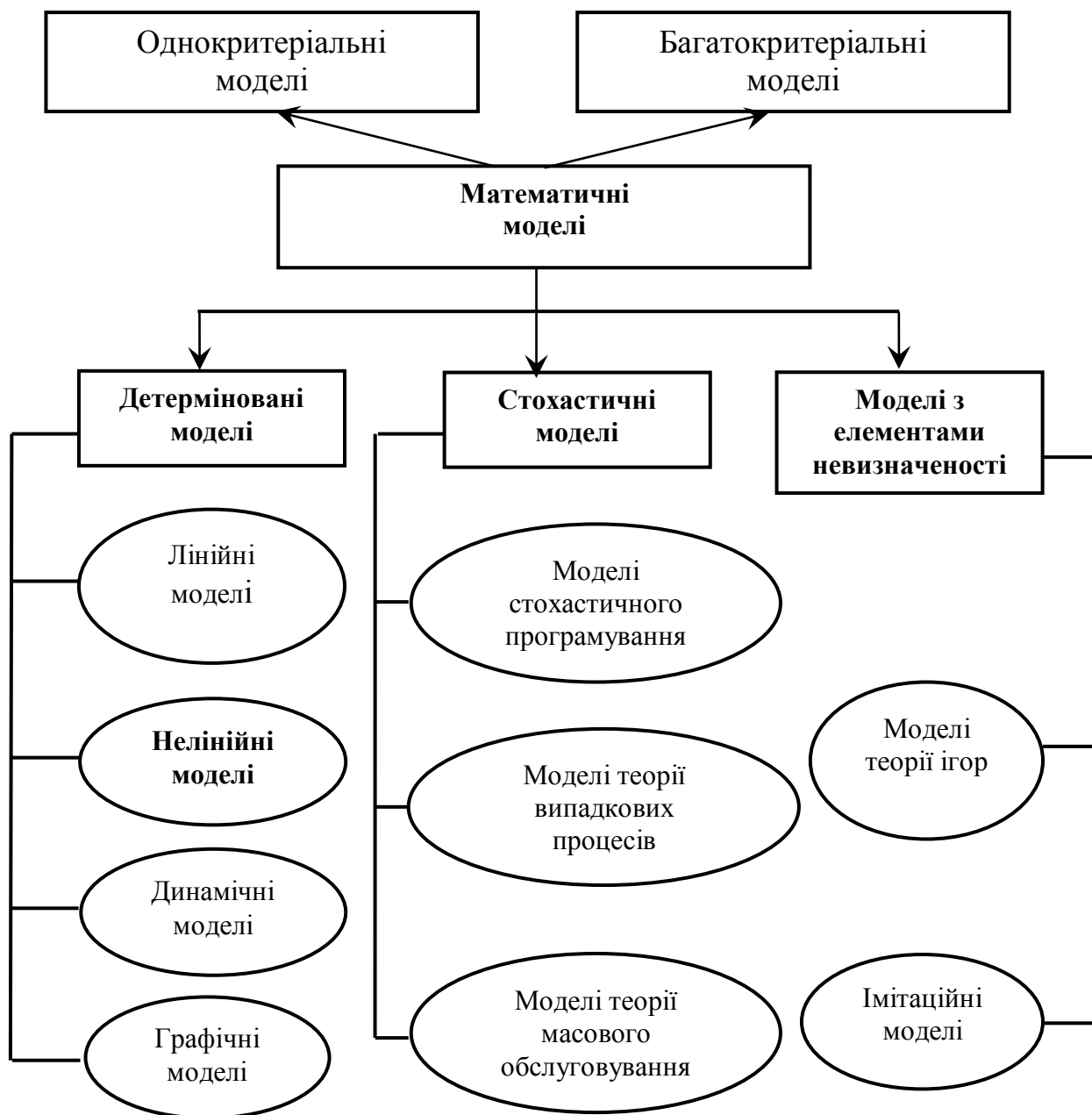


Рис. 1.4 Схема класифікації математичних моделей

Теоретичні моделі відображають загальні властивості економіки та її компонентів з дедукцією висновків із формальних передумов. Прикладні моделі забезпечують можливість оцінки параметрів функціонування конкретних техніко-економічних об'єктів та обґрунтування висновків для

прийняття управлінських рішень (до їх числа відносяться насамперед економетричні моделі, які дають можливість статистично оцінювати числові значення економічних показників на основі спостережень).

Рівновагові моделі описують поведінку суб'єктів господарювання як в стабільних стійких станах, так і в умовах нестійкого економічного середовища, де нерівновага за одними параметрами компенсується іншими факторами. Оптимізаційні моделі зв'язані переважно з мікрорівнем, на макрорівні результатом раціонального вибору поведінки суб'єктів є деякий стан рівноваги.

Статичні моделі описують стан економічного об'єкта в конкретний момент або період часу, динамічні моделі, навпаки, включають взаємозв'язки змінних в часі.

У статичних моделях переважно зафіксовані значення деяких величин, які є змінними в динаміці, наприклад, капітальні вкладення, ціни. Динамічна модель не зводиться до простого сумування деяких статичних величин, а описує сили та взаємодії в економіці, які визначають хід процесів в ній. Динамічні моделі часто використовують апарат диференціальних та різницевих рівнянь варіаційного числення.

Детерміновані моделі припускають існування функціональних зв'язків між змінними моделі, а стохастичні моделі допускають наявність випадкових дій на досліджувані показники, використовуючи методи теорії ймовірності та економетрії як інструментарій.

Враховуючи вищесформульовані класифікаційні ознаки, представимо загальну схему математичних моделей, які в подальшому складуть основу моделювання економічних процесів (рис. 1.4).

У навчальному посібнику здебільшого будемо розглядати детерміновані моделі функціонування процесів і явищ, властивих економічній системі. Крім цього, деякі задачі будуть описані з допомогою стохастичних моделей і моделей з елементами невизначеності та ризику.

1.4 Податкова система як об'єкт моделювання та прогнозування. Методологічні особливості економіко-статистичного моделювання фіскальних відносин

Значний клас математичних моделей, які мають назву макроекономічних, використовується для розробки сценаріїв розвитку соціально-економічних систем. Вони дають можливість дати відповідь на запитання: «Що буде, якщо...?», тобто, що станеться з іншими параметрами, якщо один із них змінити. Простий приклад. Якщо підвищити ставку податку на додану вартість на $P\%$, то яким чином це відіб'ється на дефіциті чи профіциті бюджету?

Одним із прикладів макроекономічних моделей є теорія економічних циклів (хвиль). Вона виявляє циклічні коливання в економіці, які мають різну періодичність і викликані інвестиційною активністю, технічним прогресом, нормою прибутку капіталовкладень і продуктивністю праці. Такі моделі можуть служити для виявлення довготермінових тенденцій і прогнозів. У даному класі моделей досліджуються різноманітні припущення стосовно залежності властивостей елементів моделі від часу та поєднання самих елементів.

Моделі міжгалузевого балансу, шляхом групування підприємств за галузевими та регіональними ознаками, зменшують діапазон різноманітності в економічному просторі. Наприклад, відома модель Леонтьєва дозволяє оцінити: наслідки зміни кінцевого попиту для різних секторів економіки; наслідки загального росту заробітної плати для кожної групи діяльності; вузькі місця економіки; наслідки перетворень в секторах економіки; вплив зовнішньоекономічних зв'язків.

Моделі динамічної ринкової рівноваги дозволяють вивчити взаємний вплив попиту, пропозиції певного ресурсу чи товару на різних ринках і цін на них. Такі моделі дають можливість також оцінити вплив податкової та бюджетної політики на інфляцію та стимуляцію чи на стримування економічного росту. Знання згаданих залежностей допомагає спрогнозувати

розвиток ситуації при тих або інших діях і намірах уряду. Наприклад, при формуванні бюджету.

При виконанні своєї головної функції економічна система здійснює наступні дії: розміщує ресурси, виробляє продукцію, розподіляє предмети споживання та здійснює нагромадження (рис.1.5).

Основна мета економіки – забезпечення суспільства предметами споживання, в тому числі такими, які створюють умови для безпеки суспільства. Економіка складається з елементів – господарських одиниць (підприємств, фірм, банків, компаній і т.д.).

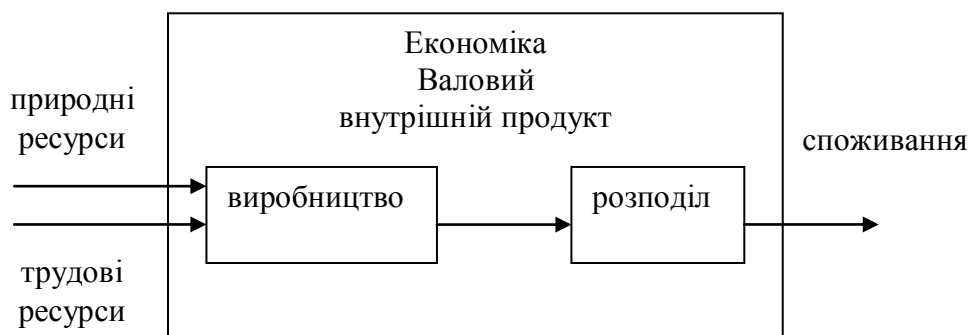


Рис. 1.5. Економіка як підсистема природи та суспільства.

Надсистема економіки – природа і суспільство, дві її головних підсистеми – виробнича та фінансово-кредитна. Функція фінансово-кредитної підсистеми полягає в регулюванні фінансових потоків (які йдуть в зворотному напрямку по відношенню до матеріальних) таким чином, щоб забезпечити стабільний і справедливий обмін товарами та послугами як між господарськими одиницями та їх об'єднаннями, так і між окремими членами суспільства, а також забезпечити фінансові умови для розвитку виробництва. В цих умовах гроші та цінні папери складають основу фінансових ресурсів.

Предметна область економіко-математичного моделювання включає в себе три різних, але взаємопов'язаних складових:

економічну теорію, тобто сукупність категорій, понять, означень, термінів, уявлень про взаємну залежність або інваріантність тих або інших процесів, явищ чи їх функціональних характеристик, про систему факторів цих процесів;

господарську практику, тобто реальне господарство, процеси виробництва, оборотність, розподіл, споживання, що розглядаються з економічної точки зору;

економічні рішення, тобто результати колективного чи індивідуального вибору варіантів оптимальних дій.

Дана теза припускає наявність тісних взаємозв'язків та принципових відмінностей між цими предметними областями. Конкретна модель досліджує лише фрагменти цих областей, а кількісний аналіз дає можливість виявити метод дослідження: побудову моделі теорії, моделі господарських процесів або моделі прийняття рішень. Окрім цього, можливий варіант поєднання цілей на основі глобального критерію оцінки корисності.

Процесам управління економікою властиві характерні аспекти, серед яких важливе місце займає велика кількість взаємопов'язаних елементів, їх різноманітність, ступінь керованості кожного з них, і на завершення – активна роль людського фактора в прийнятті вигідних управлінських рішень.

Виділені аспекти економіки вказують на необхідність прийняття особливих заходів, пов'язаних із постановкою задачі та формальним описом структурних елементів. Для вирішення даної проблеми використовується математичний опис елементів економічної системи, який у своїй структурі містить три основних розділи: матеріальний, фінансовий і соціальний.

Матеріальний розділ опису включає баланси продуктів, виробничих потужностей, трудових і природних ресурсів, нових проектів і технологій. Такий опис здійснюється на першому етапі конструювання економічної системи управління, при якому регулюючі механізми не визначені, а розв'язується задача побудови допустимого чи оптимального плану. У даному

випадку тільки технологічні зв'язки виступають жорстко заданими зовні. Якщо регулятори вже визначені, то їх слід враховувати при описі через те, що вони можуть бути джерелом обмежень і надавати об'єктові нові властивості.

В економічній системі для організації зворотних зв'язків використовується фінансово-кредитний механізм, через це матеріальний опис економічних об'єктів необхідно доповнити фінансовим. Фінансовий розділ опису має містити баланси грошових потоків, порядок формування та використання різних ресурсів і фондів, умови ціноутворення, систему оподаткування та кредитування.

Необхідність соціального розділу в описі економіки обумовлюється значенням людського фактора на стадіях економічного процесу. Проте, за певних обставин, формалізація поведінки характеристик людини значно менше описана, ніж матеріальні та фінансові розділи.

Розглянемо характерні особливості математичного моделювання фінансових процесів.

По-перше, математичне моделювання як методологія наукових досліджень поєднує в собі досвід різних галузей науки про природу та суспільство, а саме: прикладної математики, інформатики та системного аналізу для вирішення фундаментальних проблем, які мають важливе макроекономічне значення. Математичне моделювання об'єктів складної природи – єдиний замкнутий цикл розробок від фундаментального дослідження проблеми до конкретних числових розрахунків показників ефективності функціонування об'єкта. Результатом розробок може бути система математичних моделей, які описують якісно різноманітні закономірності функціонування об'єкта та його еволюцію в цілому, як складної фінансової системи в різних умовах. Розрахункові експерименти з допомогою математичних моделей дають вихідні дані для оцінки показників ефективності функціонування об'єкта. Тому математичне моделювання, як методологія

організації наукової експертизи великих проблем, є незамінним при розробці макроекономічних рішень.

По-друге, за своєю суттю математичне моделювання є методом розв'язку нових складних проблем, тому дослідження відносно математичного моделювання повинно бути упереджувачим: слід завчасу розробляти нові методи та готувати спеціалістів-аналітиків, які вміють зі знанням справи використовувати ці методи для розв'язання нових прикладних задач.

По-третє, ті, від кого залежить розподіл фінансових ресурсів, ще не повністю усвідомили, що методи математичного моделювання мають велике прикладне значення і від їх розвитку залежить розвиток соціально-економічного та науково-технічного прогресу країни. Досвід показує, що відносно компактні, але добре структуровані математичні моделі дають можливість отримувати нетривіальні розв'язки складних економічних програм.

У той же час необхідно звернути увагу на дві важливі особливості фінансової системи як об'єкта моделювання:

- у фінансовій системі неможливі моделі подібності, які з великим успіхом використовуються в техніці;
- у фінансовій системі дуже обмежені можливості локальних експериментів, оскільки всі її складові тісно взаємопов'язані між собою, і як наслідок, "чистий" експеримент неможливий.

У такому випадку прогнозний розвиток та передбачення його наслідків можливі лише на основі концептуальних моделей функціонування фінансової системи, які в свою чергу складають фундамент математичного моделювання.

Процес розробки математичних моделей досить трудомісткий, але ще важче досягти високої степені адекватності об'єкта дослідження та моделі.

У залежності від можливостей і ступеню впливу випадкових некерованих факторів, розрізняють такі види постановок задач, розв'язок яких знаходимо з допомогою кількісних методів:

- детерміновані, в яких випадкові фактори відсутні чи настільки незначні, що ними можна знехтувати;
- стохастичні, розв'язок задач яких знаходиться з урахуванням випадкових факторів. Умови розв'язку цих задач вимагають урахування некерованих збурень, при умові, що відомі стохастичні закони розподілу цих випадкових впливів;
- задачі, в яких рішення приймаються в умовах невизначеності. У даному випадку ймовірності та стохастичні характеристики збурюючих некерованих впливів невідомі.

Впровадження методологічних і методичних розробок моделювання процесів прийняття фінансових рішень у практику фінансового менеджменту повинно здійснюватися за наявності точного розмежування уявлень стосовно вектора дій, початкових передумов, структурної специфіки та інших функціональних характеристик моделей. Багато непорозумінь і розчарувань у результаті використання кількісних методів виникають через застосування неточної чи невідповідної моделі при розв'язанні відповідних задач.

В якості об'єкта управління може виступати будь-яка сфера чи ланка фінансової системи.

Розглянемо класифікацію та наглядну інтерпретацію факторних характеристик, під впливом яких функціонує об'єкт (сфера чи ланка фінансових відносин) управління (рис. 1.6).

Z_1, Z_2, \dots, Z_k - функціональні параметри стратегії і тактики фінансової системи;

x_1, x_2, \dots, x_n - характеристичні параметри фінансового механізму;

W_1, W_2, \dots, W_l - параметри випадкових впливів;

y_1, y_2, \dots, y_m - вихідні характеристики об'єкта управління.

Відповідно до приведеної схеми, функціональні характеристики об'єкта управління можна розділити на чотири групи: вхідна група $\{Z_1, Z_2, \dots, Z_k\}$;

вихідна група $\langle y_1, y_2, \dots, y_m \rangle$; група регулюючих дій $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$ та група випадкових впливів $\langle W_1, W_2, \dots, W_l \rangle$.

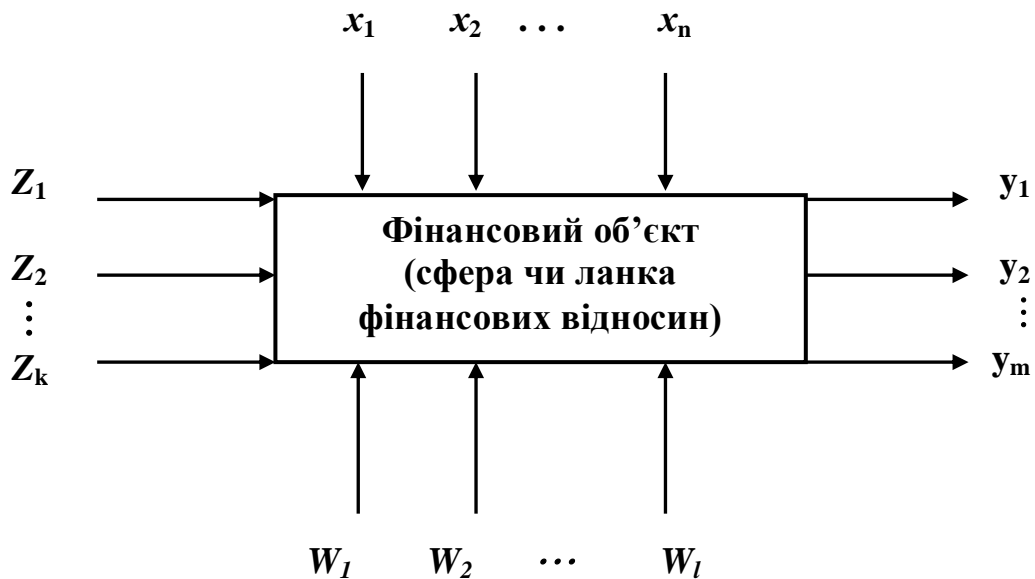


Рис. 1.6 Схема взаємодії факторних характеристик об'єкта управління.

Фінансові процеси служать для формування та розподілу фінансових ресурсів у відповідності до певних правил, які можуть бути представленими у вигляді алгоритмів і програмних систем.

У фінансовому процесі основні операції, що необхідні для переміщення фінансових ресурсів, здійснюються з допомогою певної керуючої підсистеми. Дана підсистема має справу з центром нагромадження - розподілу, сукупністю платників і користувачів фінансових ресурсів. Її функціонування базується на закономірностях, визначених для кібернетичних систем керування. Розглянемо основні положення, що впливають із кібернетичного підходу, стосовно до відношень і подій соціально-економічних систем.

Як відомо, процес керування певним об'єктом соціально-економічної системи можна представити у вигляді замкнутого контура, схематичне зображення якого подане на рис. 1.7.

Об'єкт або процес, керування яким здійснюється в заданому контурі, має певну кількість ступенів вільності чи координат. Сукупність значення

координат задає положення об'єкта в заданому просторі. Так, якщо об'єктом є автомобіль, то він має дві просторові координати, а літак – три. Для економічних об'єктів часто координатами виступають незалежні показники. Об'єкт може бути складним і складатися з певного числа частин або елементів, тобто є системою. Наприклад, бюджет складається з розділів, кожен із яких в свою чергу ділиться на глави, а глава складається з параграфів, які включають у себе статті.

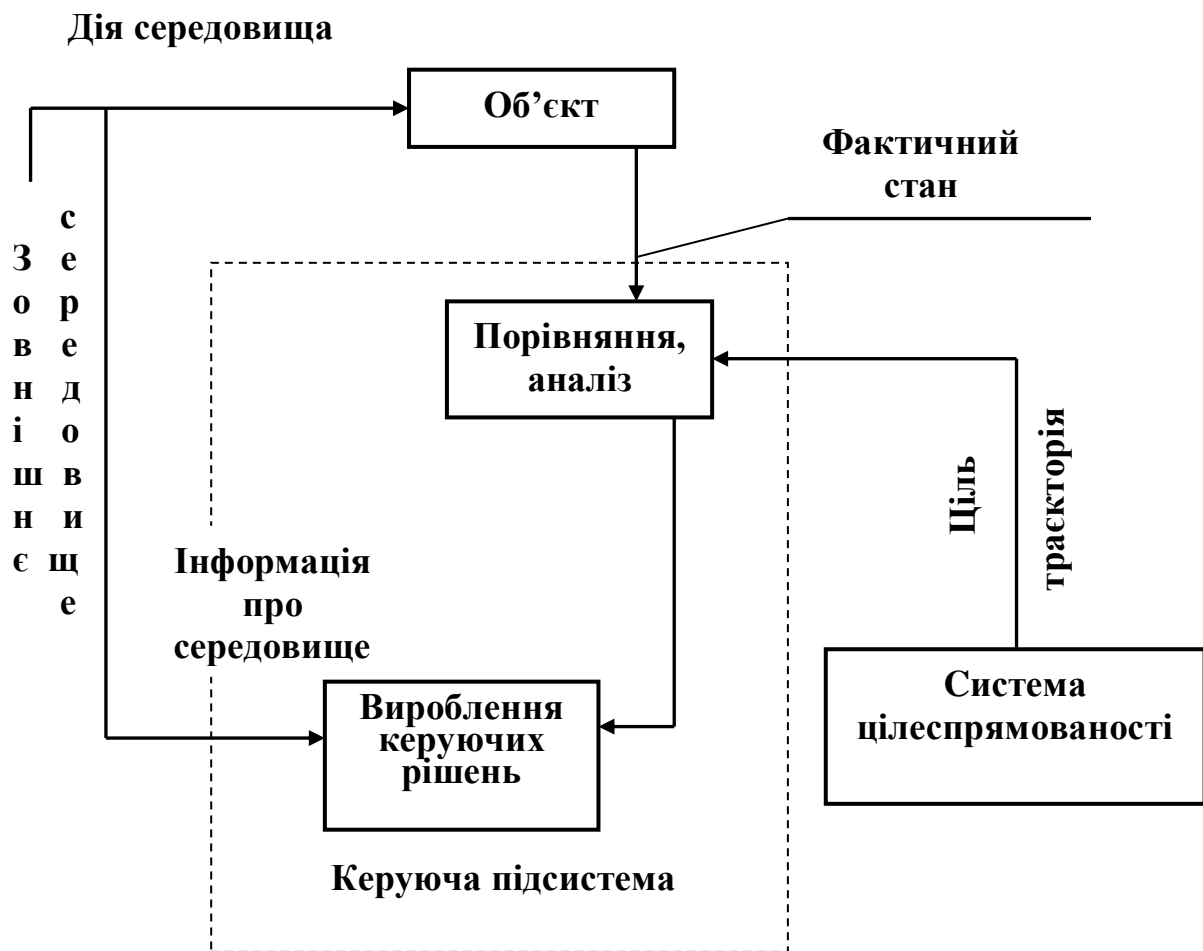


Рис. 1.7 Замкнутий контур керування динамічним об'єктом.

Для нас представляють інтереси динамічні об'єкти, тобто ті, для яких однією з координат буде час. Вони мають властивість змінювати свій стан на протязі часу, причому перехід від одного стану до іншого не стається миттєво.

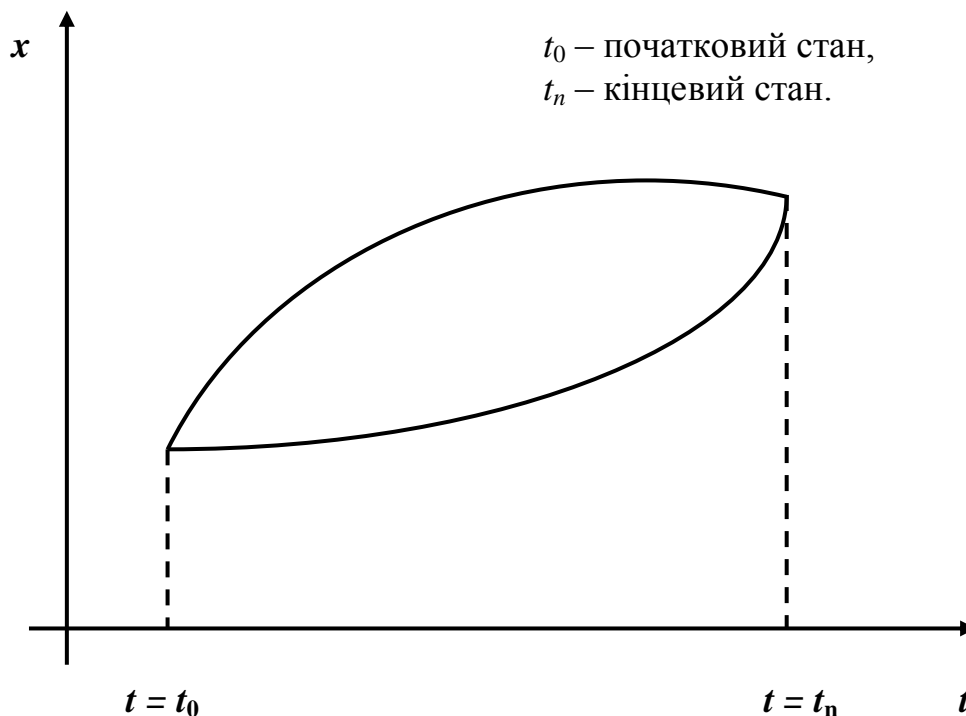


Рис. 1.8 Область можливих траєкторій об'єкта.

Перед тим як керувати об'єктом, необхідно визначити його початковий стан (значення координат у початковий момент часу) та мету (ціль) – положення об'єкта в певний майбутній момент часу. Якщо мати на увазі державні фінанси, то метою може бути розмір бюджетного дефіциту, пропорції в асигнуванні, що виділяються для різноманітних цілей (розділів і глав), поквартальні розміри цих асигнувань. Значення показників визначаються у процесі складання бюджету і приймаються як законодавчий акт.

Завданням керування є досягнення об'єктом заданої мети, починаючи із заданого стартового стану за заданий час. У загальному випадку просування до мети може здійснюватися множиною способів. При кожному із них координати об'єкта приймають множину значень за час свого руху. Ця множина має назву

траєкторії (рис. 1.8). Якщо ми розглянемо тільки одну координату економіки, а саме – рівень інфляції, то послідовність її подекадних значень за рік й буде фактичною траєкторією. Той, хто керує об'єктом (керуюча система), із можливої множини повинен вибрати найбільш доцільну (вигідну, корисну) траєкторію руху до мети. Тут ми свідомо опускаємо термін оптимальність, оскільки для реальних систем (податкової чи бюджетної) у більшості випадків критерій оптимальності важко сформулювати конструктивно, тим паче практично реалізувати.

Об'єкт перебуває у деякому певному середовищі, яке здатне в процесі руху впливати на нього й “збивати” із вигідної траєкторії, що призводить до переходу на іншу, яка не проходить через задану цільову точку. Якщо ми маємо справу з бюджетом, то це може бути, наприклад, стихійне лихо, на ліквідацію котрого будуть потрібні значні асигнування, або ж інші події, що призведуть до збільшення виплат і компенсацій з бюджету.

У реальних системах, навіть при відомих параметрах управління, процес вироблення керуючих дій і доведення їх до об'єкту керування дуже складний. Особливо це стосується процесу прийняття рішень і організації їх виконання. Насамперед для прийняття рішень необхідна добра інформаційна база – дані про фактичний стан об'єкта керування на поточний момент і інформація про поведінку за попередній відрізок часу, плюс дані, на основі котрих була розрахована вигідна траєкторія, і, звичайно, сама ж траєкторія. Слід теж мати деяку модель, яка дозволить оцінити й спрогнозувати поведінку об'єкта при різних варіантах поведінки середовища та керуючих дій. Ця модель або система моделей може бути представлена системою рівнянь і нерівностей, які складають основу алгоритмів програмних продуктів.

Фінансовий процес, як об'єкт керування, можна представити у вигляді трьох структурних складових: множина платежів X ; множина організацій, які відображають центр нагромадження / розподілу Z ; множина користувачів V .

Кожна з цих множин має деякі властивості, сукупність яких позначимо $G \langle \mathcal{G} \rangle G \langle \mathcal{G} \rangle G \langle \mathcal{G} \rangle$ відповідно. Ці властивості часом називають змінними об'єкта керування. Вони визначають систему координат для опису фінансового процесу. Наприклад, кожний із включених в об'єкт елементів має в якості властивостей рахунки в банках. Сукупність значень властивостей елементів об'єкта керування $\mathcal{G}_t, \langle \mathcal{G}_t \rangle, \mathcal{G}_t, \langle \mathcal{G}_t \rangle, \mathcal{G}_t, \langle \mathcal{G}_t \rangle$ однозначно визначає стан фінансового процесу у вибраній системі координат на деякий момент часу t .

За останні роки зріс інтерес до еволюційних моделей, у яких множина економічних об'єктів розглядається у вигляді певної популяції, в якій елементи можуть з'являтися, зникати, нагромаджуватися, передавати досвід і зазнавати мутацій. До цих моделей слід віднести нейронні мережі та імітаційні моделі.

Більшість фінансових процесів можна описати з допомогою математичного апарату перехідних процесів. До моделей перехідних процесів можна віднести моделі динамічного програмування, моделі марківських процесів, системи масового обслуговування. Для цих моделей характерні поняття: стан системи, можливі переходи системи під дією певних факторів із одного стану в інший. У залежності від правил і умов таких переходів, існує класифікація процесів (дискретні, неперервні, випадкові, керовані та інші).

Моделі різного виду систем, функціонування котрих залежить від ряду випадкових факторів, можуть бути сформульованими з допомогою термінів, так званих випадкових процесів. Для їх аналізу будуються ймовірнісні моделі поведінки, що враховують вплив цих випадкових факторів на значення основних шуканих параметрів і оцінюють рівень ризику.

При формуванні бюджету, здійсненні оцінки його виконання протягом фінансового року приходиться мати справу з прогнозом його дохідної частини на основі фактичної траєкторії за попередній період. Тут використовується математичний апарат динамічних рядів. У період структурної перебудови економіки ці моделі недостатньо адекватно описують наявні економічні

процеси, оскільки в їх основу закладаються негативні тенденції відносно темпів економічного зростання.

Виходячи з цього, можна сказати, що моделювання фінансових процесів використовується як для оцінки статичної чи порівняльної статичності, так і для аналізу та прогнозу їх динаміки на короткостроковій та довгостроковій перспективі. У той же час потребує подальшого розвитку концепція побудови моделей представлення фінансових технологій, що визначають правила руху фінансових ресурсів, моніторинг даного процесу.

Розділ 2. Кількісні методи прогнозування

2.1 Кому і для чого потрібні прогнози?

Сьогодні всі намагаються зазирнути в майбутнє, передбачити – коли та яким чином наша країна вийде з кризового становища, які тенденції будуть переважати на ринку, в чому проявляться зміни в політичних і соціальних відносинах, чи зуміє виробник знайти та реалізувати свої можливості на ринку? Такі запитання не є поодинокими, викликані вони не тільки простою цікавістю, а необхідністю вибору найбільш надійного та вірного шляху майбутнього розвитку сім'ї, підприємства, регіону, країни.

Прогнози потрібні всім: вченим – адже в передбаченні майбутнього (на основі пізнання закономірностей динаміки об'єкта дослідження в минулому) зміст і мета науки, а підтвердження наукових прогнозів – головний доказ істинності висунутих теорій і парадигм; підприємцям і менеджерам – без короткострокового та довгострокового прогнозу кон'юнктури ринків неможливо розробити ефективну тактику й стратегію, прийняти правильне рішення про обсяг та структуру виробництва, рівень цін і т.і.; працівникам державних органів місцевого, регіонального та міжнародного рівня – оскільки будь-яка помилка в передбаченні тенденцій регіональної, галузевої чи глобальної структурної динаміки та при виборі стратегії соціально-економічного розвитку матиме негативні наслідки; політичним діячам, які при обґрунтуванні своїх передвиборчих платформ, партійних програм, виборі тактики соціально-політичних курсів повинні враховувати передбачення майбутніх змін, можливостей виконати свої обіцянки, завоювати авторитет або зазнати краху. Тобто, кожна свідома людина прагне передбачити своє майбутнє.

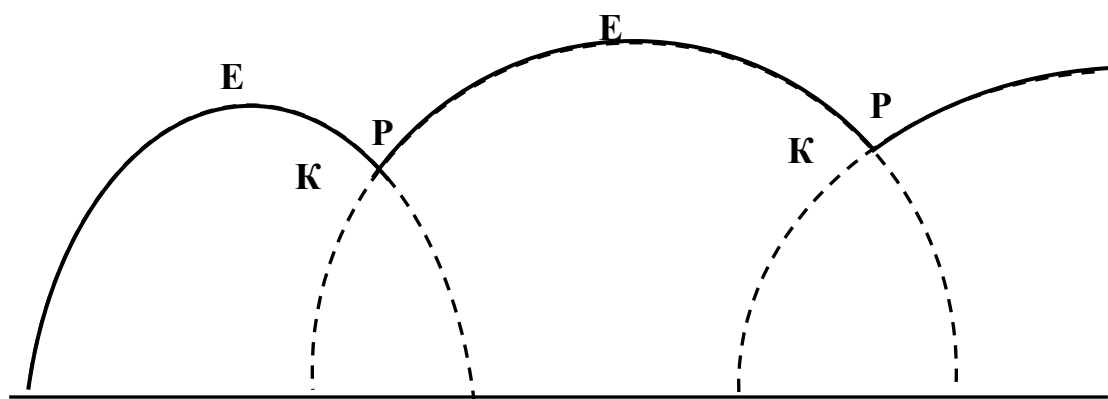
Ріст попиту на прогнози за останні роки пояснюється декількома причинами.

Перша причина полягає в такому. Наприкінці ХХ століття людство зазнало впливу глобальних криз і становлення нової цивілізації. Цей період особливо гостро проявився в нашій країні. Це зумовило нестійкість існуючих тенденцій інерційного руху та їх зміну на протилежні.

У динаміці будь-якої системи (економічної, соціальної чи екологічної) можна виділити три фази (рис. 2.1):

1. Стабільного, стійкого розвитку, при якому переважає інерція руху. Потрібно докласти багато зусиль, щоби хоч трохи змінити траєкторію руху, а прогнозувати найближче майбутнє порівняно просто та надійно – досить пролонгувати в майбутнє чітко виражені тенденції.

2. Кризи, при яких пануюча тенденція в основному вичерпала свій потенціал, а в протиріччя з нею вступає наступна система. Динаміка є нестійкою, відбувається перелом тенденцій, з'являється множина альтернатив майбутнього розвитку. Навіть незначне прикладання зусиль спричинить зміну траєкторії руху. В таких умовах передбачити майбутнє надзвичайно складно, але життєво важливо.



Е – еволюційна фаза

К - фаза кризи

Р – фаза революційного перевороту

Рис. 2.1 Зміна еволюційних, кризових і революційних фаз динаміки систем.

3. Революційного стрибка, підйому, бурхливого розвитку нової системи, при яких перевага надається найбільш оптимістичним прогнозам. Ці тенденції теж обмежені в часі. Небезпечно пропустити момент, при якому динаміка системи знову перейде у фазу стабільності, за якою неминуче наступає криза.

На сьогоднішній день наша країна перебуває в стані загальної кризи, що охопила всі сторони життя. Через це зростає потреба в передбаченні можливих альтернатив майбутнього соціально-економічного розвитку.

Друга причина визначається особливостями переходу від централізовано-планової системи до ринкової економіки. Розпад тоталітарно-унітарної системи та перехід до централізованої збільшує кількість людей, які змушені самостійно приймати рішення й нести відповідальність за їхню обґрунтованість, ефективність і вигідність. Такі люди безумовно мають потребу в надійних прогнозах. Піраміда прийняття рішень перевернулася. Якщо раніше рішення приймалися в центрі вищими партійними органами (що мали потребу в прогнозах і старалися їх засекретити), а середньому (міністерства, регіональні органи) рівню давалася роль виконавців (із невеликою свободою вибору виконання директив), то в даний час ситуація змінилася на протилежну. Тепер передбачення майбутнього в ринковій децентралізованій економіці стає невід'ємним її елементом.

Третя причина в тому, що наприкінці ХХ століття переважає тенденція швидкого зростання наукомісткості не тільки виробництва, а й усього життя. Розвиваються процеси деконцентрації, диверсифікації та підвищення маневреності виробництва, його інтелектуалізація. Зростає число соціальних груп, проявляються національні інтереси. Більшість людей проводить активне політичне життя. За таких умов неможливо в будь-якій сфері діяти без наукового передбачення. Прогнозні дослідження стають невід'ємною складовою частиною будь-якої предметної галузі знань, вимогою повсякденної практики.

Узагальнюючи вище висловлене, можна зробити висновок про те, що прогнози необхідні через такі дві основні обставини – майбутнє невизначене і загальний ефект корисності багатьох управлінських рішень, які приймаються в даний момент, не відчутний на протязі певного часу. Ось чому прогнозне передбачення майбутнього значно підвищує ефективність процесу прийняття вигідних рішень.

Більшість рішень приймається з метою впливу на майбутнє: інвестор, який прийшов на фондову біржу, купує акції, сподіваючись на прибуток у вигляді дивідендів або збільшення вартості цих акцій у майбутньому; підприємець або банкір купує іноземну валюту для зменшення ризику збитків від коливання обмінного курсу. Наведені ситуації певним чином потребують прогнозу перспективи розвитку відповідних якісних характеристик явищ або процесів для того, щоб можна прийняти оптимальне для даної ситуації рішення.

Фінансові аналітики фірм і установ використовують прогнози у повсякденному плануванні та управлінні фінансовими операціями відповідних виробничих і організаційних структур. Надійні прогнози роблять можливим прийняття раціональних і вигідних рішень, які базуються на обґрунтуванні стратегічних бізнес-планів або фінансових операцій.

2.2 Основні функції прогнозування та їх етапи розвитку. Способи опису прогнозних моделей. Основні вимоги до прогнозних моделей

Прогноз – імовірнісне наукове обґрунтування міркувань про перспективи, можливі стани розвитку того чи іншого явища в майбутньому і (або) про альтернативні шляхи та терміни їх здійснення. Процес розробки прогнозу назвемо прогнозуванням.

Основна суть прогнозування полягає у передбаченні тенденцій майбутнього розвитку об'єкта досліджень (системи, процесу чи явища) на основі глибокого та всебічного вивчення закономірностей, взаємодії внутрішніх і зовнішніх чинників у динаміці з метою обґрунтування перспективних рішень і

виявлення їхніх можливих наслідків. Правдивість тих або інших тверджень відносно методологічних основ прогнозу суттєво залежить від його визначення. Прогноз означає перенесення певних закономірностей або тенденцій розвитку параметрів взаємозв'язків економічної системи з минулого та теперішнього стану в майбутнє. Така постановка висуває на передній план інформаційний аспект ретроспективної бази даних, тобто процес прогнозування можна представити як перетворення вхідного масиву інформації A в інформацію майбутнього стану A_{τ} з допомогою оператора прогнозування F :

$$F : A, \tau \mapsto A_{\tau}, \quad (2.1)$$

де τ – час випередження або глибина прогнозу.

Основна умова запоруки успіху прогнозу полягає в об'єктивному формуванні передумов перетворення інформації. Розглянемо основні підходи до прогнозування відносно різних передумов характеру вхідної інформаційної бази:

- прогноз за фактором часу або інерційний прогноз;
- факторний прогноз на основі часової сукупності спостережень;
- факторний прогноз на основі просторової сукупності спостережень;
- комбінований підхід.

Наведені підходи представляють собою якісно різні варіанти обробки вхідної інформаційної бази прогнозування, що певним чином визначають рівень невизначеності прогнозу.

В основі прогнозування лежить три взаємодоповнюючих джерела про майбутнє:

- оцінка перспектив розвитку та майбутнього стану прогнозування явища на основі досвіду в поєднанні з процедурою аналогій;
- умовне продовження в майбутньому (екстраполяція) тенденцій, закономірностей розвитку, яким у минулому та теперішньому часі властива висока ступінь інертності;

- модель майбутнього стану того чи іншого явища (процесу), побудована відповідно до сподіваних або бажаних змін ряду умов і перспектив розвитку, що досить добре відомі.

У відповідності до цього мають місце такі способи побудови прогнозів:

- анкетування – метод вивчення думок населення, спеціалістів (експертів, аналітиків) з метою впорядкування і об'єктивності суб'єктивних оцінок прогнозного характеру. Особлива роль тут належить експертним оцінкам;

- екстраполяція та інтерполяція – побудова динамічних рядів розвитку показників прогнозного явища на основі базового періоду прогнозу та розробка варіанту випередження прогнозу на майбутнє (ретроспекція і проспекція прогнозних розробок);

- моделювання – побудова пошукових і нормативних моделей із урахуванням імовірносних або бажаних змін прогнозного явища на період випередження прогнозу на основі даних про масштаби та напрямки змін. Найбільш ефективна прогнозна модель – система одночасних рівнянь.

Прогнозування виконує три основних функції і має три етапи розвитку:

- передбачення можливих тенденцій зміни в майбутньому тієї галузі діяльності (об'єкта, процесу чи явища), з якою в майбутньому необхідно мати справу, вияв закономірностей, тенденцій, факторів, які характеризують ці зміни (етап дослідження);

- виявлення альтернативних варіантів взаємодії траєкторії розвитку об'єкта в результаті прийняття тих чи інших вигідних рішень, кількісна оцінка наслідків реалізації цих рішень (етап обґрунтування управлінських рішень);

- оцінка моніторингу та наслідків виконання рішень, передбачення змін зовнішнього середовища з метою своєчасного коригування оцінок (етап моніторингу та коригування).

Ці функції і етапи тісно взаємопов'язані між собою та ітеративно повторюються. Вони є складовим елементом управлінської діяльності будь-якої сфери і реалізуються через множину прогнозів.

Основною складовою процесу прогнозування є розробка прогнозної моделі, що дозволить отримати в певному обсязі прогнозну інформацію про його розвиток. Для проведення прогнозного експерименту, крім моделі об'єкта, треба також мати у своєму арсеналі сукупність методів і прийомів прогнозування, що використовуються при його реалізації. Ось чому в процесі аналізу мають бути вибрані методи прогнозування, що адекватні об'єкту та меті розробки цього прогнозу.

Розглянемо основні методичні принципи, яких необхідно дотримуватися при аналізі об'єкта прогнозування, а саме: системність, природня специфіка, оптимізація та аналогія.

Принцип системності вимагає розглядати об'єкт прогнозування як єдину систему взаємопов'язаних характеристик самого об'єкта та прогнозної бази у відповідності до мети і задач дослідження.

Принцип природньої специфікації припускає обов'язкове врахування природи об'єкта прогнозування, закономірності його розвитку, абсолютних і розрахункових значень границь розвитку.

Принцип оптимізації допомагає розробити такий опис об'єкта прогнозування, який би забезпечив задану достовірність і точність прогнозу при мінімальних затратах на його розробку. Даний принцип можна розкласти на ряд складових:

- принцип оптимальності ступені формалізованості опису вимагає використання формалізованих моделей і апарату евристичних, інтуїтивних, творчих методів вирішення проблем;

- принцип мінімізації розмірності опису намагається адекватно описати об'єкт, використовуючи при цьому мінімальну кількість змінних і параметрів, і одночасно забезпечити задану точність та достовірність прогнозу;

- принцип оптимального вимірювання показників для прогнозної бази вимагає вигідної шкали оцінювання;

- принцип дисконтування даних вимагає звернути більше уваги на майбутню вартість прогнозних значень.

Принцип аналогії припускає при аналізі об'єкта постійне співставлення його властивостей з відомими в даній галузі схожими об'єктами і їх моделями для знаходження об'єкта-аналога, щоб у подальшому використовувати його модель для аналізу.

Прогнози можна класифікувати як суб'єктивні та такі, що базуються на моделях. Суб'єктивні прогнози, які ґрунтуються на здогадках, досвіді, інтуїції, не підлягають строгим правилам і базуються на неформальних міркуваннях експерта. Цілком імовірно, що на основі ідентичної інформації два експерти дадуть різні суб'єктивні прогнози.

У той же час модельні прогнози ґрунтуються на певних правилах, процедурах або моделях, в яких взаємовідносини, зв'язки між певною сукупністю досліджуваних змінних величин формалізовані. Зрозуміло, що основною метою кількісного аналізу об'єкта прогнозування буде побудова його прогнозної моделі.

Прогнозна модель – модель об'єкта прогнозування, дослідження котрого дозволяє отримати інформацію про можливі його стани в майбутньому та шляхи настання цих станів. Метою прогнозної моделі є отримання інформації не про сам об'єкт взагалі, а про його майбутні стани й визначення при цьому меж можливих траєкторій розвитку. Схематичне зображення такого процесу подане на рис. 2.2.

Основними способами опису прогнозних моделей є такі форми:

- ✓ словесний опис – найбільш простий неформальний спосіб задання моделей;
- ✓ графічне представлення – у вигляді кривих і діаграм;
- ✓ блок-схеми, матриці рішень – один із найбільш поширених способів опису моделей;

- ✓ математичний опис – у вигляді формул і математичних операцій над змінними;
- ✓ програмний опис – у вигляді програмних продуктів.

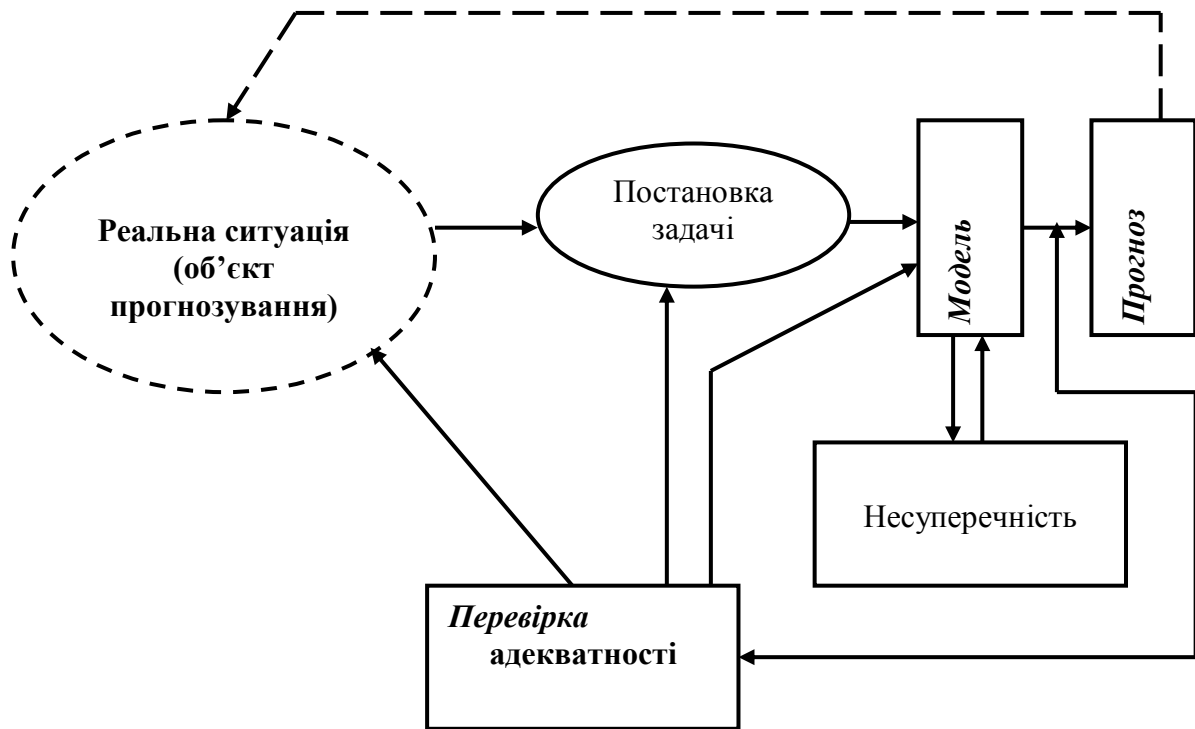


Рис. 2.2 Модельне представлення процесу прогнозування.

Побудована прогнозна модель повинна задовольняти таким вимогам:

- 1) повнота, адаптованість і еволюційність. Вона повинна забезпечувати можливість включення досить широкого діапазону змін і доповнень з метою більш повного наближення моделі до реального об'єкта;
- 2) бути достатньо адекватною для можливості варіації більшим числом змінних. Але не настільки абстрактною, щоб виникли сумніви в надійності та практичній корисності отриманих результатів;
- 3) задовольняти мінімальні умови відносно часу розв'язку;
- 4) орієнтуватися на реалізацію при допомозі існуючих програмних і технічних засобів;

5) забезпечити отримання корисної інформації стосовно об'єкта з урахуванням постановки задачі прогнозування;

6) будуватися з використанням наявної математичної логіки та термінології;

7) передбачати можливість процедури перевірки ступеню точності отриманого прогнозу.

Класифікація прогнозів може бути виконаною з різних позицій і ознак. Найважливішою ознакою при класифікації прогнозів буде сам об'єкт прогнозування. Відповідно до класифікації можна виділити таких п'ять груп: соціальні, економічні, науково-технічні, екологічні та зовнішньоекономічні (рис. 2.3).

Цілком зрозуміло, що найважливішим видом прогнозів є економічний прогноз. Ці прогнози дають можливість передбачити зміни в структурі виробництва, динаміці відтворення, ринковій кон'юктурі, фінансово-кредитній сфері тощо.

Згадані прогнози можуть мати різні горизонти – від короткострокових (зв'язаних із коливанням цін, курсів валют, біржової кон'юктури) до довгострокових (на десятки років). Перший вид прогнозів має більш деталізований, оперативний характер. Чим довший горизонт, тим більшого значення набувають теоретичні дослідження та довжини ретроспектив.

При побудові короткострокових прогнозів робиться припущення про незначні відхилення в далекому минулому від даних інформаційної бази. Короткострокові прогнози, як правило, складаються на найближчих декілька місяців. Досить часто на практиці виникає необхідність прогнозування поточної ситуації з допомогою оперативних прогнозів.

Період середньострокового прогнозу може становити декілька років (скажімо, від одного до трьох). Протягом цього часу під впливом зовнішніх факторів ринкові умови для товару чи урядова політика можуть змінитися, наприклад, на ринку з'явилися нові фірми, розроблені нові вироби. У таких випадках проста екстраполяція попередніх тенденцій дає помилкові прогнози. Урядова політика може змінюватися під впливом таких зовнішніх чинників, як швидка зміна обмінного курсу. Прогнози різної довжини доповнюють і уточнюють один одного.

Важливою характерною ознакою прогнозів є рівень управління, відповідно до якого маємо: макроекономічні, мезоекономічні, глобальні та локальні. Очевидно, що рівень прогнозу залежить від ситуації та його деталізації.

Макроекономічні прогнози потрібні для розробки фінансової політики держави. Для прикладу: річний бюджет потребує оцінки майбутніх доходів (прибутковий податок, податок на прибуток, податок на додану вартість, акцизний збір тощо) і майбутніх видатків (допомога по безробіттю, державні пенсії, дотації тощо).

Неоднаковий і характер самого прогнозу. Він може відноситися до будь-якого показника (окремий прогноз) або ж мати загальний, комплексний характер (загальний прогноз). Розглянемо один із можливих варіантів майбутнього розвитку (одноваріантний) або вектор альтернатив (багатоваріантний).

Принципове значення має різниця між генетичним і нормативним підходом до прогнозування, а також поєднання цілей у вигляді комбінованого прогнозу.

Враховуючи форми представлення результатів, прогнози можуть поділятися на детерміновані, невизначені, імовірнісні та змішані.

Прогноз буде детермінованим, якщо для кожного виділеного моменту часу в середині та на правій границі інтервалу прогнозування значення досліджуваного показника задані числами.

Невизначений прогноз тоді, коли для кожного виділеного моменту часу значення прогнозного показника задані інтервалами їхніх змін. При цьому в середині кожного з цих інтервалів значення досліджуваного показника вважаються рівноймовірними.

Імовірнісний прогноз – для кожного виділеного моменту часу значення досліджуваного прогнозного показника задається інтервалами їх зміни. Причому для кожного інтервалу відомий закон розподілу прогнозного показника.

Змішаний прогноз – серед моментів часу, виділених у середині та на правій границі інтервалу прогнозування, існує хоч би два результати прогнозування, що належать до двох довільних із розглянутих раніше трьох груп.

Слід зазначити, що у зв'язку із впливом на функціонування та розвиток фінансової системи значного числа випадкових факторів, детермінований прогноз окремих аспектів її розвитку розглядається як ексклюзивний випадок. Для фінансової системи прогнози найменше будуть імовірнісними, а більше стохастичними чи змішаними.

2.3 Класифікація методів прогнозування

Інтенсивне використання та подальший розвиток наукового потенціалу призвели до створення потужного арсеналу методів, процедур, прийомів прогнозування та систем їх програмного забезпечення. Відсутність чіткої систематизації методів прогнозування призводить до подальшого розширення їхнього кількісного інструментарію, часом за рахунок малоефективних і компільованих методів.

Методами прогнозування є сукупність прийомів, процедур і оцінок, які дають змогу на основі ретроспективного аналізу внутрішніх та зовнішніх зв'язків, властивих об'єкту дослідження, а також їхніх динамічних характеристик зробити з певною вірогідністю висновок щодо майбутнього розвитку даного об'єкта.

Сформулюємо основні принципи класифікації методів прогнозування:

- 1) достатня повнота охоплення прогнозних методів більшості предметних областей;
- 2) єдність класифікаційної ознаки на кожному структурному рівні розподілу;
- 3) неперетин розділів класифікації;
- 4) відкритість класифікаційної схеми (можливість доповнення новими методами);
- 5) адекватність прогнозів до реальних ситуацій.

Розглянемо трьохрівневу класифікацію методів прогнозування. Кожний рівень деталізації визначається своїми класифікаційними ознаками: ступенем формалізації, загальними принципами дії та способом отримання прогнозної інформації.

Стосовно ступеня формалізації всі методи прогнозування можна поділити на інтуїтивні та формалізовані (рис.2.4).

Інтуїтивне прогнозування використовується тоді, коли об'єкт прогнозування є дуже простим, або ж настільки складним, що врахувати аналітично вплив багатьох факторів практично неможливо. У таких випадках вдаються до експертних оцінок.

У залежності від загальних принципів інтуїтивні методи прогнозування можна поділити на індивідуальні та колективні експертні оцінки.

До групи індивідуальних експертних оцінок належать такі методи: інтерв'ю, аналітична записка, побудова сценаріїв і генерація ідей. Група колективних експертних оцінок включає в себе такі методи: комісії, мозкової атаки, Дельфі та анкетування.

Клас формалізованих методів, у залежності від загальних принципів дій, можна поділити на групи економетричних і системно-структурних методів, методів моделювання та випередження інформації.

До групи економетричних методів можна віднести методи: найменших квадратів, експонентного згладжування, ковзної середньої, ймовірнісного моделювання, колокаційний, кореляційно-регресійний, групового врахування аргумента, авторегресійний, теорії розпізнавання образів, спектрального, дискримінантного та факторного аналізу.

До групи системно-структурних методів належать: функціонально-ієрархічне моделювання, морфологічний аналіз, матричний метод, сіткове моделювання, структурна аналогія, прогнозний граф, “дерево цілей”.

Методи математичного моделювання включають у себе балансові, оптимізаційні, імітаційні, стохастичні моделі, нейронні мережі, варіаційне числення, моделі Маркова та теорії ігор.

Ефективність вибору методів прогнозування залежить від таких факторів: мета прогнозу, його завдання; період, на який формується прогноз; специфіка та особливості об'єкта прогнозування; вірогідність та повнота інформаційної бази; фактори, які обмежують прогнозування.

Система раціонального вибору методів прогнозування повинна відповідати таким вимогам:

- давати способи апріорної оцінки методів, які поєднують суб'єктивну цінність і об'єктивну значимість оцінок;
- застосування оцінок має бути чітким і не допускати різних тлумачень щодо вибору методів;

- спотворювати можливість нагромадження статистики використання методів прогнозування.

У процесі побудови математичних моделей для прогнозування складних об'єктів може бути використана така схема:

- визначення мети та завдань прогнозу;
- змістовний виклад і розробка формалізованої схеми прогнозованого процесу, що відображає гіпотезу про механізм функціонування об'єкта;
- складання схеми взаємозв'язків системи моделей, які реалізують системний, цілеспрямований модельний опис об'єкта;
- вибір базової мови формального опису;
- визначення вимог до технологій, характеристик і умов застосування в рамках прийнятої процедури прогнозування.

Розробка системи моделей прогнозування проходить у три етапи.

На першому етапі здійснюється розробка локальних методик прогнозування. Конструюються окремі моделі та підсистеми моделей прогнозування, що об'єднуються в єдину систему для цілей прогнозування згідно до конкретних вимог.

На другому етапі уточнюються та узгоджуються підсистеми моделей, перевіряється їхня взаємодія, визначається послідовність використання окремих моделей, прийомів оцінки та методів перевірки отриманих комплексних прогнозів. На цьому етапі розробляється програмне забезпечення.

На третьому етапі здійснюється практична реалізація та уточнення окремих локальних систем і методик комплексного прогнозування.

Тезисно опишемо основні вимоги до методик розробки окремих моделей і систем:

- чіткий опис послідовності правил складання окремих прогнозів;
- використання методів і технічних засобів, які дають змогу здійснювати розрахунки своєчасно та багаторазово, враховуючи наявну інформацію;

- врахування складних, багатofакторних зв'язків прогнозованих процесів і показників;

- відображення проблеми погодження окремих прогнозів у їх системі, що не допускає суперечностей і забезпечує коригування прогнозів.

2.4 Нейронні мережі як інструмент прогнозування. Використання програмних продуктів для розв'язування задач прогнозування

Підвищений інтерес до методів нейронних мереж можна пояснити їх успішним застосуванням у різноманітних галузях діяльності при вирішенні задач прогнозування, класифікації та управління. Такі характеристики нейромереж, як можливість нелінійного моделювання та порівняно проста реалізація, часом роблять їх незамінними при розв'язанні складних багатомірних задач.

Нейронні мережі – це інструмент імітаційного моделювання, який для обробки сигналів використовує явища, аналогічні тим, які відбуваються в нейронах живих організмів.

Ідея нейронних мереж зародилася під час досліджень у галузі штучного інтелекту, а саме: в результаті спроб відтворити властивість біологічних нервових систем, навчатися та виправляти помилки, моделюючи низькорівневі структури мозку. Мозок складається з дуже великої кількості нейронів, які з'єднані між собою. Кожен нейрон володіє багатьма якістьми, характерними іншим елементам тіла, і водночас його характерною властивістю є прийом, обробка та передача електрохімічних сигналів по нервових шляхах, які утворюють комукаційну систему мозку.

На рис. 2.5 наглядно відображена спрощена структура взаємозв'язків біологічних нейронів. Нейрон має тіло з стандартним набором органел, які називаються соматами, в середині якої розміщене ядро. Із нейрона виходять численні волокна, які відіграють основну роль у його взаємодії з іншими нервовими клітинами. Можна виділити два типи волокон: численні тонкі

(дендрити), через які приймається інформація, та товстіші (аскон), через які передається результуючий імпульс.

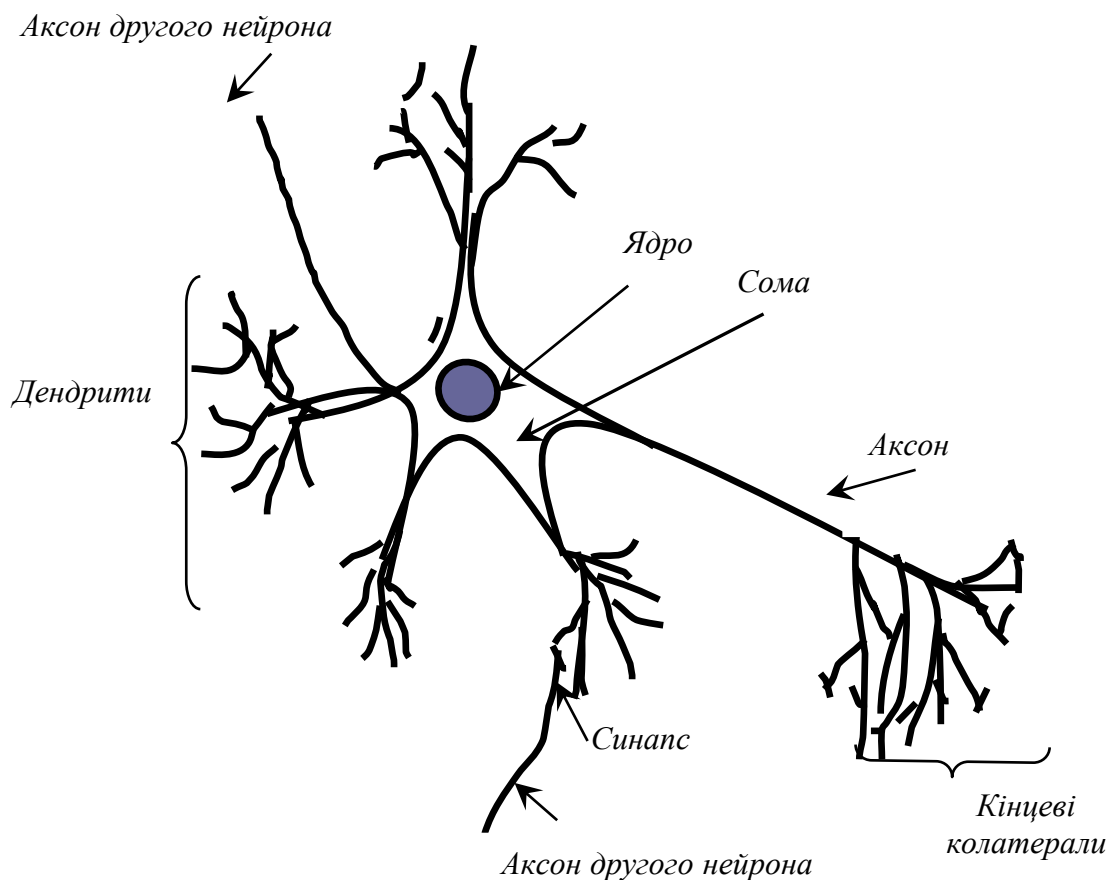


Рис. 2.5 Спрощена структура взаємозв'язків біологічних нейронів

Вхідні сигнали поступають у клітину через синапси, а вихідний сигнал виводиться аксоном через його численні нервові закінчення, що називаються калатералами. Калатерали контактують із сомою та дендритами інших нейронів, утворюючи при цьому чергові синапси. Очевидно, що синапси, які підключають до клітини виходи інших нейронів, можуть знаходитися як на дендритах, так і безпосередньо на тілі клітини.

При активації нейрон посилає електрохімічний сигнал через свій аксон. Прийняті синапсом вхідні сигнали підводяться до тіл інших нейронів, які в свою чергу можуть активуватися. Нейрон активується тоді, коли сумарний рівень сигналів, які прийшли з дендритів у його ядро, перевищує певний пороговий рівень активації. У розглянутій функціональній схемі біологічного

нейрона багато складностей і протиріч, але більшість штучних нейронних мереж моделює лише ці прості властивості.

Із наведених вище міркувань виходить, що кожний нейрон можна вважати своєрідним функціональним процесором, який сумує сигнали з відповідними вагами, виконує нелінійну передаточну функцію та передає значення результатів, зв'язаних з ним нейронів. Відповідно до діючого правила “усе або нічого” в простих моделях нейронів вихідний сигнал приймає двійкове значення: 0 або 1. Значення 1 відповідає перевищенню збудження нейрона, а 0 – збудження нижче від порогового рівня.

Під штучними нейронними мережами розуміють сукупність обчислювальних процедур, які з певною точністю імітують прості біологічні процеси, основу котрих складають функціональні властивості нервових клітин.

Однією з перших моделей нейрона є модель МакКоллока-Пітса у бінарному варіанті, структурна схема котрої представлена на рис. 2.6 Вхідні сигнали x_j $j = \overline{1, n}$, залежно від відповідних ваг W_{ij} (сигнал поступає від вузла i до вузла j), сумуються в суматорі, а потім результати порівнюються з пороговими значеннями W_{i0} . Вихідний сигнал нейрона y_i визначається за формулою:

$$y_i = f\left(\sum_{j=1}^n W_{ij} \cdot x_j + W_{i0}\right), \quad i = \overline{1, n}. \quad (2.2)$$

Аргументом функції виступає сумарний сигнал $u_i = \sum_{j=1}^n W_{ij} \cdot x_j + W_{i0}$.

Функція f називається функцією активації. Для моделі МакКоллока-Пітса – це порогова функція виду:

$$f(u_i) = \begin{cases} 1 & \text{для } u_i \geq 0 \\ 0 & \text{для } u_i < 0 \end{cases}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (2.3)$$

Коефіцієнти W_{ij} являють собою ваги синаптичних зв'язків між i -им та j -им вузлом. Додатне значення W_{ij} відповідає збуджуючим синапсам, а від'ємне –

гальмівним, тоді як $W_{ij}=0$ вказує на відсутність зв'язку між i -им та j -им нейронами. Дана модель є дискретною моделлю, для якої стан нейрона в момент $t+1$ розраховується за значенням його вхідних сигналів у попередній момент часу t .

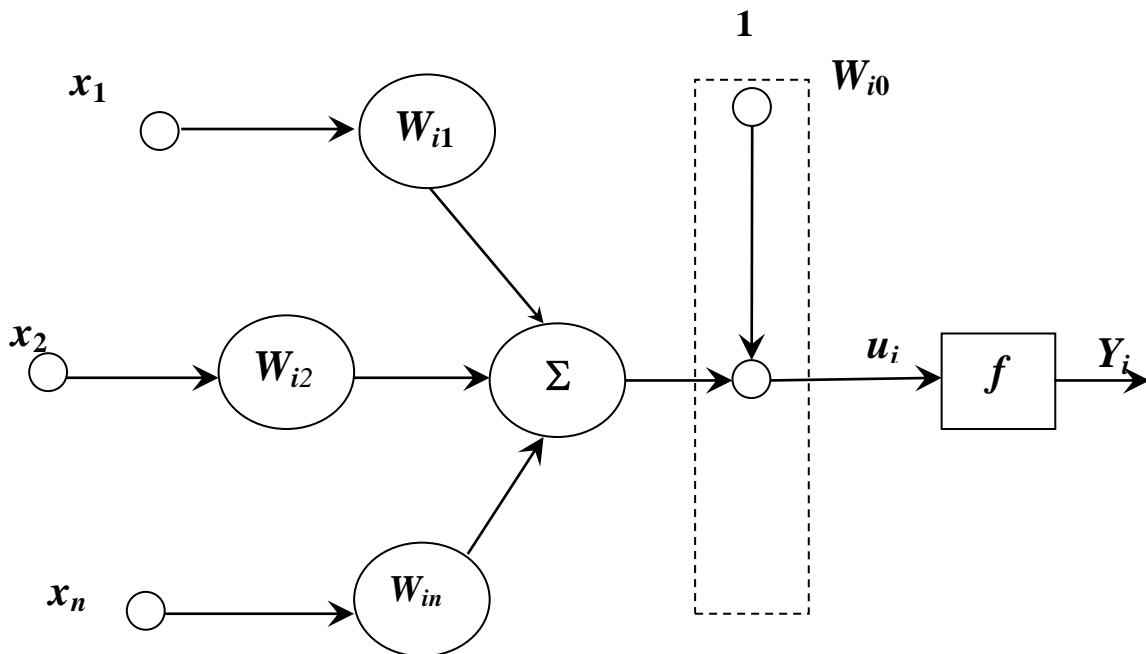


Рис. 2.6 Спрощена схема моделі МакКоллока-Пітса

Розвиваючи дану тематику, Д. Хебб у процесі дослідження асоціативної пам'яті запропонував теорію навчання (підбір ваг W_{ij}) нейронів. При цьому він скористався спостереженням про те, що ваги міжнейронних з'єднань при активації нейронів можуть зростати. У моделі Хебба приріст ваг ΔW_{ij} у процесі навчання пропорційний добутку вхідних сигналів y_i та y_j нейронів, зв'язаних вагою W_{ij} :

$$\Delta W_{ij} = W_{ij}^{k+1} - W_{ij}^k = \eta y_i^k y_j^k, \quad i = \overline{1, n}; j = \overline{1, n}$$

або

$$W_{ij}^{k+1} = W_{ij}^k + \eta y_i^k y_j^k, \quad i = \overline{1, n}; j = \overline{1, n}, \quad (2.4)$$

де k – означає номер циклу, а η – коефіцієнт навчання.

На початку 60-х років минулого століття Ф. Розенблатт розробив теорію динамічних нейронних мереж для моделювання, яка базувалася на перцепторній моделі МакКоллока-Пітса.

Сьогодні день штучні нейронні моделі є високорозвинутою галуззю знань як у теоретичному, так і в прикладному аспекті. Підтвердженням цьому є широкомасштабне використання генетичних алгоритмів.

Поєднання генетичних і нейронних алгоритмів забезпечує значний потенціал макроекономічних досліджень у різних предметних областях.

Генетичні алгоритми ґрунтуються на теоретичних досягненнях синтетичної теорії еволюції з врахуванням мікробіологічних механізмів спадковості ознак природних і штучних популяцій, а також людський досвід у селекції тварин і рослин.

Методологія генетичних алгоритмів базується на ідеї селекції: чим значніше пристосування особини, тим вища ймовірність того, що в її потомстві ознаки, що визначають пристосованість, будуть сильніше вираженими.

Прикладне застосування програмних продуктів генетичних алгоритмів містить такі етапи:

- формування в пошуковому просторі області допустимих значень змінних і вибір у ній деякої пробної точки;
- з допомогою математичної моделі відображають точки з пошукового простору на простір критеріїв, що дає можливість порівняти зображення відносно поверхні критеріїв;
- на основі отриманої інформації й відповідно до вибраної пошукової стратегії здійснюється маніпуляція координатами точок у просторі змінних величин і тим самим завершується процес генерації координат нових пробних точок.

Прикладні аспекти нейромереж можна розділити на декілька основних груп: апроксимація та інтерполяція, розпізнавання та класифікація, прогнозування, ідентифікація, управління та асоціація.

Для кожної з названих прикладних областей, нейронна мережа відіграє роль універсального апроксиматора функції від декількох змінних такого виду:

$$Y = f(X),$$

де X – вхідний вектор, а Y – реалізація векторної функції декількох змінних. Постановка значної кількості задач моделювання, ідентифікації та обробки сигналів можуть бути зведеними до апроксимаційного відображення.

Для класифікації та розпізнавання образів мережа навчається властивим їм ознакам, а саме: геометричному відображенню точкової структури зображення, відносно розміщення важливих елементів образу, процесам перетворення Фур'є та ін. У процесі навчання виділяються ознаки, які відрізняють образи один від одного. Ці ознаки складають базу для прийняття рішень про віднесення образів до відповідних класів.

При вирішенні задач прогнозування роль нейромереж полягає у передбаченні майбутньої реакції системи з урахуванням їх попередньої поведінки (ретроспективного аналізу). Володіючи інформацією про значення змінної X у моменти, що передують прогнозуванню $X(-1), X(-2), \dots, X(-n)$, мережа вибирає рішення, яким буде найбільш імовірно значення послідовності X у даний момент t . Для адаптації вагових коефіцієнтів мережі використовують фактичну похибку $\varepsilon = X - \hat{X}$ і значення цієї похибки в попередні моменти часу.

При розв'язанні задач ідентифікації та управління динамічними процесами нейромережі, як правило, виконують декілька функцій. Вони є нелінійними моделями окресленого процесу, які забезпечують прийняття відповідних керованих рішень.

У задачах асоціації нейронна мережа відіграє роль асоціативного запам'ятовуючого пристрою (ЗП). Можна виділити ЗП асоціативного типу, з допомогою яких визначається кореляція між окремими компонентами одного й того ж вхідного вектора, та ЗП гетероасоціативного типу, засобами яких

встановлюється кореляція між двома різними факторами. Якщо на вхід мережі подається неструктурований вектор (наприклад, він містить білий шум компоненти чи взагалі не містить окремих компонент), тоді нейромережа зможе відновити правдивий і очищений від шумів вектор, а в подальшому згенерувати при цьому повну версію асоційованого з ним вектора.

Важлива властивість нейромереж, яка говорить про їх великий потенціал і широкі прикладні можливості, полягає в паралельній обробці інформації всіма нейронами. Завдяки цій властивості при великій кількості міжнейронних зв'язків досягається значне прискорення процесу обробки інформації.

Інша, не менш важлива, властивість нейронних мереж полягає у здатності навчання та узагальнення отриманих знань. Мережа володіє рисами так званого штучного інтелекту. Натренована на обмеженій множині навчальних вибірок, вона узагальнює набуту інформацію та виробляє очікувану реакцію стосовно даних, які оброблялися в процесі навчання.

Тут можна виділити дві стратегії навчання мережі: з учителем і без нього.

При навчанні з учителем припускається, що крім вхідних сигналів, які складають вектор X , також відомі й очікувані вихідні сигнали нейрону d_i , що складають основу цільового вектора d . Разом вони утворюють навчальну пару, а мережа тренується на основі деякого числа таких пар. У такій ситуації вибір вагових коефіцієнтів повинен бути організованим таким чином, щоб фактичні вихідні сигнали нейрона y_i приймали значення найбільш близькі до очікуваних значень d_i . Основним елементом процесу навчання з учителем є знання стосовно очікуваних значень d_i вихідного сигналу.

Якщо такий підхід неможливий, то залишається користуватися стратегією навчання без учителя. У цьому випадку підбір вагових коефіцієнтів здійснюється на основі конкуренції нейронів між собою чи з урахуванням кореляції навчальних і вихідних сигналів. На жаль, при навчанні без учителя на етапі адаптації нейрона ми не можемо прогнозувати його вихідні сигнали.

Для більш адекватного відображення процесу, що вивчається, представляє інтерес застосування логістичної функції активації нейрона виду:

$$f(u) = \frac{1}{1 + e^{-\beta u}}. \quad (2.5)$$

Параметр β підбирається самим аналітиком. Його значення впливає на форму функції активації. Графік функції сильно залежить від значень β (рис. 2.7). При малих значеннях β графік функції досить пологий, а при $\beta = 0$ вироджується в горизонтальну лінію на рівні 0,5. При $\beta \rightarrow \infty$ функція перетворюється у функцію однорідного скачка.

Цей тип нейромережі має назву сигмоїдного нейрона. Як правило, він навчається з учителем за принципом мінімізації цільової функції, яка для одиничного навчального кортежу $\langle x, d \rangle$ i -го нейрона визначається у вигляді:

$$E = \frac{1}{2} (y_i - d_i)^2. \quad (2.6)$$

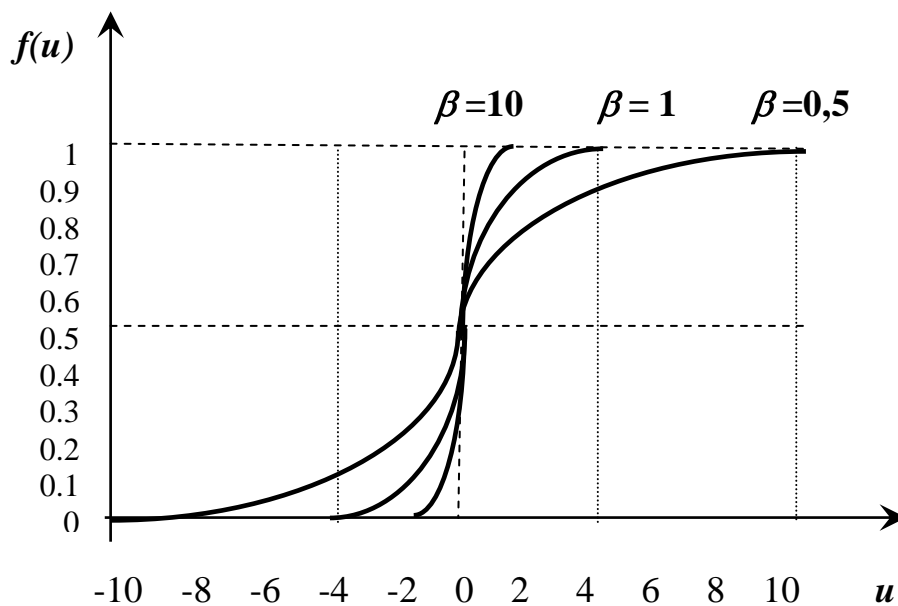


Рис. 2.7 Графік логістичної функції

Розглянемо основні етапи побудови та функціонування самонавчаючих алгоритмів, які складають основу нейромережі:

1. Комплексний аналіз інформаційної бази.
2. Вибір програмного нейроімітатора та методів навчання нейромережі.
3. Формування аналітиком навчальної вибірки з допомогою нейроімітатора.
4. Вибір аналітиком структури нейромережі та навчання її на навчальній вибірці з допомогою нейропакета.
5. Автоматичний аналіз з допомогою нейропакета відібраної на попередніх етапах інформації з використанням натренованої мережі.
6. Якщо параметри результатів задовольняють початковим вимогам, то відбувається інтеграція нейромоделі в інформаційну систему для подальшого прикладного використання її.

До основних програмних продуктів нейронних мереж слід віднести такі:

1. Пакет All Triloquy (Word Systems Group). Він складається із трьох модулів: інструментальної системи для розробки нейромереж NeuroShell, бібліотеки для розробки застосування NeuroWindows, програми оптимізації з використанням генетичних алгоритмів GeneHunter.
2. Пакет Neural Connection 2.0. Даний пакет включає в себе систему прогнозів і класифікації, що ґрунтується на методах нейромереж.
3. Пакет Braincel. Даний пакет є простим у роботі. Дані представляються стовпцем. Далі з меню вибирається пункт “Тренування” і виконується тест мережі на тестовому наборі даних.
4. Пакет STATISTIKA Neural Networks, який містить великий арсенал статистичних методів, реалізований у ньому потужний генетичний алгоритм і всі види нейромереж.
5. Пакет SPSS. Цей пакет є універсальним пакетом статистичного аналізу та має повний набір усіх типів нейромереж.

Сьогодні багато фінансових аналітиків використовують програмний продукт нейронних мереж для прогнозування цін акцій на основі множини

чинників. Наприклад, поведінка у минулому цін тих та інших акцій у сукупності з різними іншими макроекономічними показниками.

Математичний апарат програмних продуктів нейронних мереж дає можливість не тільки отримувати шукані параметри в дискретному вигляді, але й мати функціональне представлення вихідного параметра від вхідного при умові незмінності інших, тобто вияв якісного співвідношення між ними.

Завдяки своїй універсальності мережі можна використовувати для визначення оптимальних структур портфелів цінних паперів і інвестицій, прогнозу банкрутства фінансових і виробничих структур, визначення кредитних ризиків, кредитоспроможності позичальників, прогнозування інфляційних процесів, курсів валюти, ліквідності комерційних банків, податкових надходжень до бюджету та інших економічних показників.

Наприклад, при наданні кредиту банк володіє певною базою знань про особу, яка звернулася за кредитом. Це може бути її вік, освіта, професія, власність та інше. Навчивши нейромережу на цій базі, аналітик може визначити найсуттєвіші характеристики клієнта і на цій основі віднести його до певної категорії кредитного ризику. Для кількісної оцінки альтернативних рішень можна також використати дискримінантний або кластерний аналіз.

Важливим напрямком використання нейромережевих технологій є розробка цінового механізму в розвитку ВЕС. Ціна – дуже важливий елемент у бізнесі. Вона має бути тісно пов'язаною з виробничою програмою і товарним асортиментом фірми, тобто стратегією підприємства. Для оптимізації процесу інвестування необхідно мати в наявності імітаційну модель, яка дасть можливість визначити попит на ринку у відповідності до кон'юнктури та економіки регіону.

Визначити функцію попиту – завдання досить складне, оскільки вона має фрактальні властивості. Проте економетричну залежність між найбільш важливими мезо- та мікроекономічними показниками, що моделюють

економічні стани регіону, можна визначити. Для розв'язку такого типу задач можна використати нейромережевий підхід.

На вхід нейронної мережі подаються показники, що характеризують і одночасно визначають ринок регіону для заданого виду продукції чи наданих послуг. Окреслена вхідна інформація може бути поділеною на ряд блоків: блок макро- та мезоекономічних і соціальних показників регіону; блок даних витрат на рекламу; блок даних, які характеризують вартість і якісь послуг; блок даних стосовно кон'юнктури ринку та блок статистичної інформації внутрішнього характеру.

Для практичної реалізації даного підходу з допомогою нейронної мережі нам необхідно визначити: вхідні та вихідні змінні, принцип функціонування та вигляд мережі.

Виконання цієї процедури дозволить, змінюючи ціни та витрати на рекламу, досягти необхідних показників попиту у відповідності з прийнятою стратегією підприємства. Поряд з цим нейронна мережа дає можливість визначити кількісні значення для вхідних показників. Зазначена методика є досить ефективною при використанні в окремих маркетингових заходах на конкретних ринках збуту. Одночасно вона допоможе звести до мінімуму витрати на рекламу та створити максимальний зовнішній ефект впливу на величину попиту.

Нейронні мережі є добрим програмним продуктом для розв'язання задачі прогнозування інвестиційного потенціалу регіону. Його можна визначити як здатність до отримання максимально можливого обсягу інвестиційної складової валового регіонального продукту, яка реалізується через використання інвестиційного фактору економічного росту. Цій задачі властиві особливі ознаки:

- великий обсяг вхідної інформації;
- неповнота або надлишок даних, їх зашумленість і часткове протиріччя;
- відсутність однозначного формалізованого алгоритму прогнозування.

Для вирішення поставленої задачі необхідно побудувати модель, яка буде аналізувати поступлення інформації відносно кількісної оцінки потенціалу, виявляти в ній закономірності, враховувати неоднорідність та невизначеність даних і виконувати прогноз.

У формалізованому виді задачу прогнозування інвестиційного потенціалу регіону з допомогою нейромереж можна сформулювати таким чином. Нехай нам відомо n дискретних значень кількісної оцінки інвестиційного потенціалу регіону $\{x_i\}_{i=1, \overline{n}}$ у попередні моменти часу. Задача полягає в знаходженні прогнозного значення y_{n+1} у деякий майбутній момент часу t_{n+1} . Кількісна оцінка розраховується за певних умов з допомогою вектора $\{x_i\}_{i=1, \overline{m}}$. Елементи окресленого вектора є фактори, під впливом яких формується в момент часу t_n кількісна оцінка потенціалу. Разом із тим вони складають основу для оцінки інвестиційного потенціалу в наступний момент часу t_{n+1} :

$$\{x_i\}_{i=1, \overline{m}} \Rightarrow y_{n+1}. \quad (2.7)$$

Такими основними факторами можна прийняти: чисельність трудових ресурсів, основні виробничі і невиробничі фонди, обсяги випуску промислової та сільськогосподарської продукції і т.д. Для практичної реалізації розробленої моделі необхідно розв'язати задачі:

- формування інформаційної бази і на її основі виділення навчальної і тестової вибірки виду;
- проведення попередньої обробки вибірки: нормування, кодування даних, конструювання мережі (вибір топології мережі, функції активації нейронів, алгоритм навчання);
- навчання мережі на основі ретроспективних даних;
- оцінки функціонування розробленої моделі та якості навчання мережі.

Інструментарій нейронних мереж можна використати при виконанні процедури оцінки ліквідності та надійності комерційних банків на основі інтегрального показника (правил рішень). Для знаходження цього показника в нейромережах виконуються такі процедури вибору:

- системи кодування вхідного значення чи їх множини;
- топології або архітектура мережі, тобто число елементів і структура зв'язків (входи, шари, виходи);
- функції активації;
- алгоритму навчання мережі.

Для отримання правила рішень, яке визначає категорію банку (“надійний” або “проблемний”), з допомогою процедури “класифікація з учителем” отримуємо декілька сценаріїв залежно від поставленої мети:

- передбачення групи проблемних банків за критерієм Національного банку України;
- прогнозування банкрутства банку;
- вибір надійних контрагентів при кредитуванні.

Тут основну роль відводиться навчальній вибірці, яка формується для кожного із перелічених випадків за своїми правилами на основі нормативної та статистичної бази.

Ще одним прикладним застосуванням нейронних мереж є податкова та митна система. Так, наприклад, для відбору платників податку – кандидатів для проведення податкових перевірок на вхід навчальної мережі подається послідовність векторів, компонентами яких є параметри цих платників. Нейронна мережа відбирає тих платників податку, які володіють тими самими характеристиками, що й навчальна вибірка.

Алгоритм будується таким чином, що він буде розбивати податкові декларації, відносно проведення перевірок, на два класи:

- можуть дати великі до рахування;
- до рахування малоїмовірні.

Для навчання нейромережі розпізнавання класів декларацій використовується навчальний файл, який містить інформацію відносно результатів попередніх перевірок і дані з податкових декларацій перевірених платників податку. Після виконання процедури навчання мережі, її можна використовувати для класифікації податкових декларацій, для яких такі перевірки ще не проводилися.

Податкові декларації, відібрані мережею як потенційно продуктивні, в подальшому розглядаються експертом-аналітиком, який і приймає остаточне рішення: варто їх проводити чи ні, і якщо варто, то на які питання необхідно в першу чергу звернути увагу. Окреслену методику можна використовувати як метод виявлення зв'язків між значеннями, які вказуються в конкретних пунктах декларацій, і імовірнісним ухиленням сплати податків, тобто як попередню процедуру відбору для економетричного моделювання процесів оподаткування з допомогою регресійного та дискримінантного аналізів.

Аналогічні процедури моделювання за допомогою нейромереж можна застосовувати до кількісного аналізу та прогнозування економічних показників у митній справі.

Розділ 3. Основні засади формалізації задач оподаткування

3.1 Концептуальна схема процесів формалізації задач оподаткування та керування

Податковими структурами різних рівнів ієрархії управляє деякий об'єкт керування, який приймає рішення у відповідності до мети, поставленої законодавчими та виконавчими органами влади. В якості суб'єкта може виступати як одна особа (керівник податкової адміністрації чи його заступник), так і група осіб (члени колегії податкової адміністрації). Основна мета податкових органів – побудова роботи з платниками податків, таким чином, аби вони були справленими у повному обсязі згідно діючого законодавства. Цього можна досягти з допомогою контролю за дотриманням платниками податків законодавства про податки і збори, введення комп'ютерного обліку платників податків, проведення серед них роз'яснювальної та інформаційної роботи відносно змін, доповнень у діючому податковому законодавстві та інше.

Суб'єкти керування різних ієрархічних рівнів можуть досягнути поставлених цілей за умови, що вони володіють системою реалізації цих цілей, тобто системою керування у вигляді процедур і функціональних операторів. Особливе місце в процесі формування та подальшого функціонування систем керування відводиться фактору ступеню складності об'єктів керування. Відомо, що всі об'єкти управління можна поділити на два класи: прості та складні. Така класифікація звичайно є умовною, оскільки важко провести чітке розмежування між цими категоріями.

У більшості випадків функціонування простого об'єкта можна описати з допомогою звичайних і диференціальних лінійних рівнянь і тотожностей. Тобто, якщо на даний момент часу t_0 відомі початкові стани та оператор керування такого об'єкта, то з певною ступенню адекватності можна визначити його новий стан в довільний момент часу t .

Розглянемо основні характерні властивості складного об'єкта. Складний об'єкт є важким у керуванні. Він складається з множини взаємопов'язаних простих об'єктів і різновидних структурних частин. Трудність керування складним об'єктом пояснюється наявністю випадкових факторів і невизначеністю можливих станів як самого об'єкта, так і зовнішнього середовища. На одні й ті ж параметри керування реакція об'єкта може бути різною. Це в свою чергу не дає повної можливості суб'єкту керування спрогнозувати точно значення та рівень вихідних параметрів на перспективу. Ступінь складності об'єкта керування можна визначити й через обсяг інформаційної бази, що є необхідною для повного опису реальної системи. Перелічені властивості складного об'єкта повною мірою властиві податковим структурам, оскільки результати функціонування системи оподаткування характеризуються великим числом параметрів, які відображені у формах звітності.

Для ефективного керування складним об'єктом необхідно володіти даними про його стан на будь-який момент часу, мати оперативний доступ до бази даних, яка описує його стан у минулому, вміти прогнозувати його поведінку від впливу різних керуючих параметрів і вибрати з них ті, які сприяють виконанню сформованих цілей. Керування складним об'єктом можливе тільки за активної участі ОПР (особи, що приймає рішення). Обробка даних і формування варіантів альтернативних рішень робиться з допомогою обчислювальних процедур і комп'ютерної техніки. Кінцеве рішення приймає суб'єкт керування (ОПР) (рис.3.1).

Складний об'єкт, наприклад податкова структура, перебуває в тісному взаємозв'язку з зовнішнім середовищем. Під середовищем розуміємо платників податків, реєструючі органи, банки, митна система і т.і.

Суб'єкт керування отримує інформацію про характерні властивості та особливості стану об'єкта дослідження. Для формування керуючого впливу суб'єкт керування, провівши комплексний аналіз отриманої інформації, формує

мету керування як постановку задачі з наступним кроком побудови формалізованої моделі. Наприклад, при виборі з множини альтернативних варіантів зміни податкового законодавства потрібно визначити допустимі межі

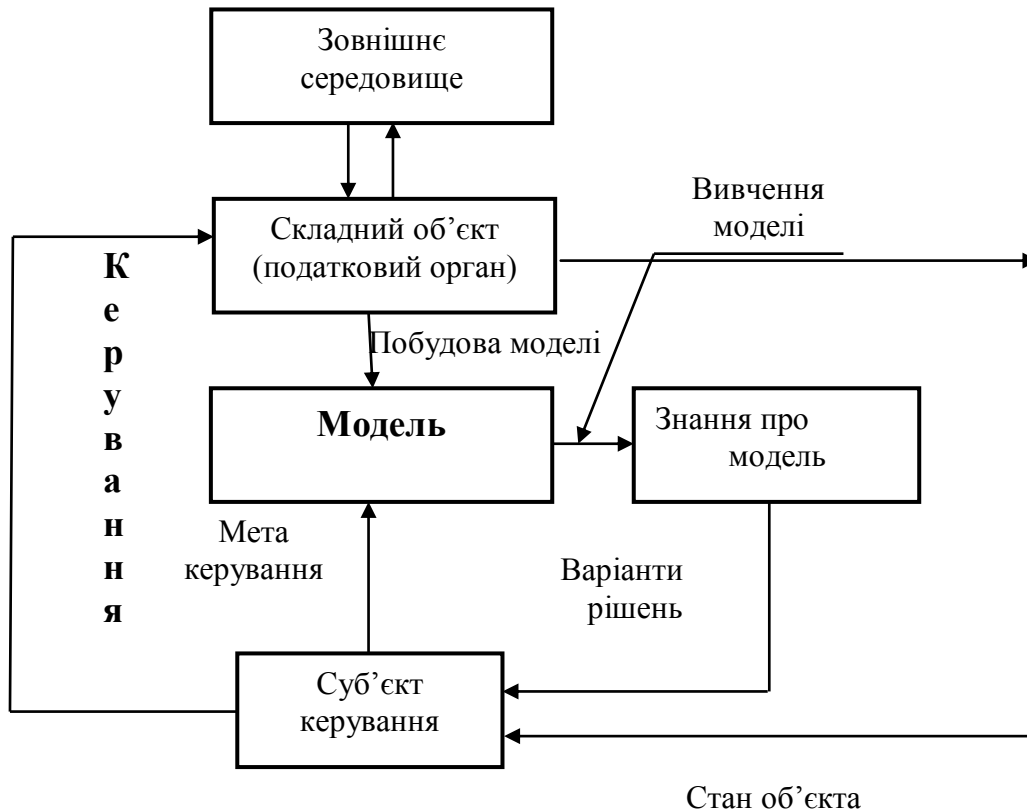


Рис. 3.1. Концептуальна схема процесу керування складним об'єктом.

податкових поступлень із урахуванням прогнозу відносно звуження чи розширення бази оподаткування. При формуванні масиву платників податків для вибіркового перевірок слід урахувати ту особливість, що включення тільки “великих” платників, за якими в дійсності справляються найбільші поступлення, може призвести до спаду податкової активності “середніх” і “малих” платників.

У загальному випадку з допомогою побудованої моделі розраховується множина альтернативних варіантів, із яких суб'єкт керування вибирає той, який має найбільшу корисність. Відомості про модель формуються на основі

процедури математичного опису (формалізації) явищ і процесів, властивих об'єкту дослідження. Під математичним описом складного об'єкта розуміємо побудову концептуального алгоритму, який дасть можливість визначити його стан S на основі вхідних параметрів X . Поняття стану визначається як мінімальна кількість інформації, необхідної для опису функціональної поведінки об'єкта в довільний момент часу t .

Припустимо, що об'єкт керування на момент часу t знаходиться в деякому стані S_t , який характеризується n параметрами, $S_t = \{s_i^t, i = \overline{1, n}\}$. Цілком зрозуміло, що значення S_t залежить від керування $X_t = \{x_j^t, j = \overline{1, m}\}$, де j - індекс керованого параметра.

У даному випадку процес керування схематично можна представити таким чином:

$$S_t \leftarrow X_{t-1} \Rightarrow \{s_i^t, i = \overline{1, n}\} \quad (3.1)$$

Наприклад, функціональними параметрами, що визначають стан об'єкта (міська податкова інспекція) на момент часу t , є зростаюча сума податкових платежів поточного року, додаткові нарахування податкових платежів, які поступили до бюджету, суми заборгованості за податковими платежами. Інтервал часу τ між суміжними моментами оцінки стану об'єкта t_τ і $t_{\tau-1}$, який використовується в податковій системі, можна скласти за добу, п'ять діб, декаду, місяць, квартал, півріччя, рік. Дані, що поступають з інтервалом до одного місяця, як правило, обмежені і їм властивий попередній характер. Суми податкових платежів можуть розкладатися за видами податків, бюджетів і формами власності.

Окрім цього, в податковій системі використовуються фінансово-економічні параметри: показники фінансових ринків, фондові індекси, показники зовнішньо-економічної діяльності, економічні індикатори рівня життя населення, динаміка цін на ринках і т.і.

Досягнення об'єктом заданої мети може бути забезпеченим завдяки процедурі вибору відповідних значень керованих параметрів. При цьому під керованістю об'єкта ми розуміємо ймовірність досягнення заданої мети за певний скінченний період часу за умов ризику та невизначеності. Так, до керованих параметрів можна віднести: число виїзних податкових перевірок, кількість повідомлень про сплату податків, кількість перевірок касових апаратів і т.і.

Кількісну оцінку ефективності роботи податкових інспекцій можна представити з допомогою визначеного інтеграла від цільової функції, яка включає в себе суму податкових і інших платежів, що поступили до бюджету за певний період, витрати на забезпечення функціонування податкової структури та сума податкової заборгованості за цей період. Отже, для нашого випадку цільову функцію можна представити таким чином:

$$S_t = \left(1 - \frac{W(t)}{Q(t)}\right) \cdot \left(1 - \frac{Z(t)}{Q(t)}\right), t \in T, \quad (3.2)$$

де $Q(t) = Q_A(t), \Phi(t), W(t)$ - сумарні податкові надходження до бюджету на момент часу t ; $A(t)$ - стан економіки держави чи конкретного регіону в період t ; $\Phi(t)$ - рівень виконання податковою структурою своїх функціональних зобов'язань в період t ; $W(t)$ - витрати на забезпечення функціонування податкової структури в період t ; $Z(t) = Z_A(t), \Phi(t), W(t)$ - податкова заборгованість в період t .

Зрозуміло, що цільова функція набуде мінімального значення ($F(t)=0$), якщо витрати чи (і) заборгованість в періоді t будуть рівними податковим надходженням.

На завершення виразимо кількісну оцінку ефективності роботи податкової інспекції в момент часу t з допомогою наступної функції корисності:

$$u = \int_{t_n}^{t_k} \left(1 - \frac{W(t)}{Q(t)}\right) \left(1 - \frac{Z(t)}{Q(t)}\right) dt, \quad (3.3)$$

де (t_n, t_k) – границі початку та кінця інтервалу планового горизонту.

Представлені вище функціональні залежності в кожному конкретному випадку можна знайти з допомогою економетричного моделювання.

3.2 Формування моделі складного податкового об'єкта

Взаємодію податкової системи із зовнішнім соціально-економічним середовищем можна представити у вигляді процесу, який розбивається на декілька елементів, кожний з яких можна описати математично. Схема взаємодії податкової системи з платниками податків, як певного математичного оператора, наведена на рис. 3.2.

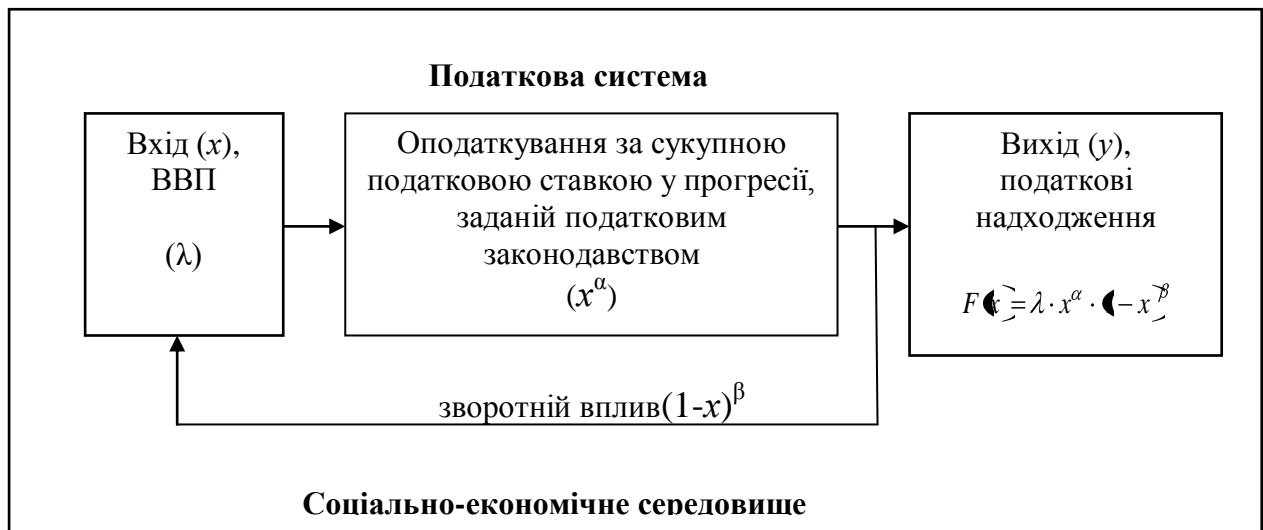


Рис. 3.2 Модель складного податкового об'єкта

Отже, вхід податкової системи, як деякого математичного оператора, взаємодіє із валовим внутрішнім продуктом (ВВП), який створений суспільством за певний проміжок часу — λ .

Податкова система, як математичний оператор, діє на вхідну величину за допомогою сукупної податкової ставки та певної прогресії, які власне формуються податковим законодавством, в сукупності зазначене може бути представлене виразом x^α . Відповідно до неї формується сума податкових надходжень λx^α (забезпечується фіскальна функція податкової системи), а в залежності від значення зазначеної суми, реалізується зворотній зв'язок у вигляді впливу податкової системи на економічний стан юридичних та фізичних осіб. Кількість суб'єктів підприємницької діяльності та їх фінансово-економічні параметри регулюються відповідно до коефіцієнта $(1-x)^\beta$

(регулююча функція податкової системи), зокрема цей зв'язок відображає той факт, що при зміні податкової ставки база оподаткування також змінюється.

У кінцевому рахунку, на виході системи маємо суму податкових надходжень у вигляді

$$F(x) = \lambda \cdot x^\alpha \cdot (-x)^\beta \quad (3.4)$$

Отже, математичну модель податкової системи можна тлумачити як особливий перетворювач (оператор) фінансово-господарських характеристик зовнішнього щодо неї соціально-економічного середовища (вхід моделі) на податкові надходження, які отримуються на виході моделі. При цьому враховуються також і зворотні зв'язки виходу моделі із її входом. У макроекономічному аспекті одна із ідей, яка може бути використана для моделювання взаємозв'язку податкової ставки і податкових надходжень, запропонована американським вченим Артуром Лаффером. Крива Лаффера встановлює залежність між величиною сукупної податкової ставки і обсягом податкових надходжень. Економічний зміст її полягає в тому, що збільшення сукупної податкової ставки не завжди супроводжується збільшенням податкових надходжень. При встановленні величин податкової ставки, що перевищують певну межу, спостерігається не збільшення, а, навпаки, зменшення податкових надходжень до бюджету. Пропозиції Лаффера щодо зменшення податкових ставок і очікуваного збільшення бюджетних надходжень, закріплені законодавчо у 1981 році в США, не підтвердились достатньою мірою. Проте протягом 1981-1983 років було помічено більше, ніж звичайне, зростання рівня продуктивності праці. Це може бути свідченням багатofакторного впливу зменшення податкових ставок на бюджетні надходження.

3.3 Синтез системи управління складним податковим об'єктом

Розглянемо деяку множину об'єктів оподаткування y_j $j = \overline{1, l}$, де l – довжина вибірки. Нехай вказані об'єкти характеризуються кількістю показників економічної діяльності (незалежні змінні) x_i $i = \overline{1, n}$. Таким чином, вважаємо, що розглядувана множина об'єктів характеризується матрицею $X = \|x_{ij}\|$. Дана матриця містить дані за задача обробки яких з вищевказаних позицій будемо розглядати в подальшому викладі. Оскільки безліч об'єктів належить одній галузей то можна вважати, що внаслідок однакових специфічних особливостей вони є об'єктами одного і того ж класу, і цей факт може бути символічно відображено таким чином $\forall y_j = 1, j = \overline{1, l}$

Будемо також вважати, що в зазначеній множині існують підмножини або підкласи однорідних "схожих" один на одного об'єктів. При цьому в якості робочої гіпотези приймаємо, що у вихідних даних прихована закономірність яка дозволяє встановити зазначені підкласи, які можна описати лінійною функцією в результаті розв'язання системи рівнянь:

$$\sum_{i=1}^n a_i x_{ij} = 1, j = \overline{1, l}, \quad (3.5)$$

де a_i – оцінки коефіцієнтів.

Розв'язання її містить важливу інформацію про направлення складових градієнтів відновленої лінійної функції відображення:

$$\hat{y} = \sum_{i=1}^n a_i x_i, \quad (3.6)$$

де \hat{y} – її сподіване значення.

При цьому напрямок складової градієнта при відповідній незалежній змінної x_i $i = \overline{1, n}$, визначається знаком оцінки відповідного коефіцієнта a_i $i = \overline{1, n}$.

Разом з цим оцінки коефіцієнтів при незалежних змінних вказують силу їх впливу на функцію відображення. Чим більше чисельне значення

коефіцієнтів тим більший вплив незалежної змінної. Таким чином, на першому етапі можна порівняно легко вирішити питання, які x_i , можна виключити з розгляду, тобто зменшити їх число до значення $m < n$. На другому етапі розв'язання питання синтезу генеральної узагальненої змінної v , яка може бути синтезована або у вигляді мультиплікативної функції:

$$v = \prod_{i=1}^m x_i^{p_i} \quad (3.7)$$

або адитивної функції:

$$v = \sum_{i=1}^m p_i x_i, \quad (3.8)$$

де p_i – величина, яка дорівнює ± 1 в залежності від знаку при оцінці складової градієнта при відповідній незалежній змінній.

У виразах (3.7)-(3.8) значення x_i є нормовані величини, та в (3.7) це не обов'язково. Таким чином, з допомогою генеральної узагальненої змінної, що об'єднує найбільш важливих x_i , здійснюється редукція вихідної інформації, що зводиться до матриці $V = \begin{matrix} \text{I} \\ \text{J} \\ \text{K} \\ \text{L} \\ \text{M} \\ \text{N} \\ \text{O} \\ \text{P} \\ \text{Q} \\ \text{R} \\ \text{S} \\ \text{T} \\ \text{U} \\ \text{V} \\ \text{W} \\ \text{X} \\ \text{Y} \\ \text{Z} \end{matrix} \begin{matrix} \text{I} \\ \text{J} \\ \text{K} \\ \text{L} \\ \text{M} \\ \text{N} \\ \text{O} \\ \text{P} \\ \text{Q} \\ \text{R} \\ \text{S} \\ \text{T} \\ \text{U} \\ \text{V} \\ \text{W} \\ \text{X} \\ \text{Y} \\ \text{Z} \end{matrix}$. очевидно, що в такому вигляді вона може бути відображена на одній координатній осі, на якій порівняно просто виділяються скупчення точок, що являють собою підкласи об'єктів. В свою чергу при аналізі процесів оподаткування виділені співставлених між собою підкласів повинно допомагати вивченню кожного із них як єдиного цілого для того щоб виявити внутрішні властивості об'єктів, що в них входять і їх характеристики.

Проілюструємо штучно синтезованим прикладом: припустимо, що ми маємо деякі дані, які включають дві незалежні змінні x_1 і x_2 таблиця 3.1

Таблиця 3.1

S	A	B	C	B	A	C	C	B	A
x_1	1	3	9,5	3	2	10	9	4	1,5
x_2	9	1	5,5	2	9,5	5,5	6	1	8,5

Будемо вважати, що x_1 і x_2 є однорідними величинами. В зв'язку з цим нормувати їх необов'язково.

Вказані дані представляють собою три скупчення точок $S(A, B, C)$, рис. 3.3

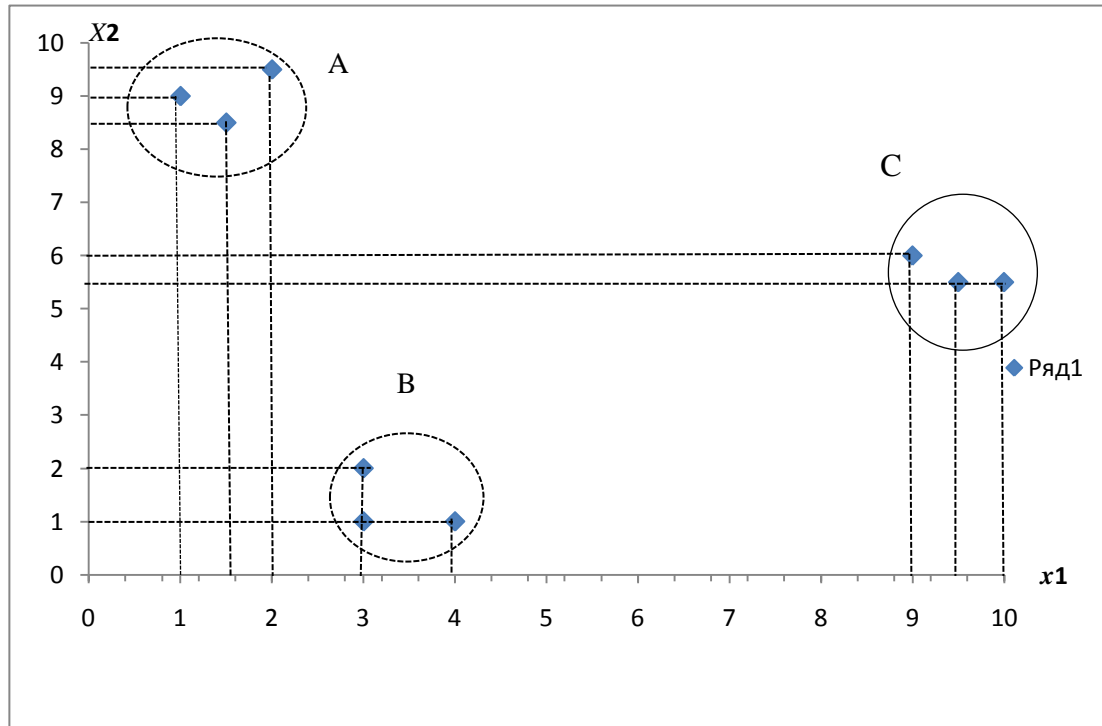


Рис.3.3 Відображення скупчень точок A,B,C в двохвимірному просторі

Складемо систему рівнянь:

$$\sum_{i=1}^2 a_i x_{ij} = 1, j = \overline{1,9} \quad (3.9)$$

Тоді функція відображення $\hat{y} = \sum_{i=1}^2 a_i x_i$, матиме вигляд:

$$\hat{y} = 0,063x_1 + 0,1x_2$$

Порівняння отриманих оцінок коефіцієнтів при a_1 та a_2 показує, що головну роль при чіткому виділенні скупчень точок переважає змінна x_2 , оскільки $a_2 > a_1$. Це можна підтвердити, якщо спроектувати скупчення на координатну вісь x_2 (рис. 3.3). Однак в силу методологічних міркувань ми не будемо нехтувати змінною x_1 , внаслідок чого генеральна узагальнена змінна

може бути синтезована у вигляді мультипликативної функції $v_1 = x_1 x_2$ або адитивної функції $v_2 = x_1 + x_2$

Відповідно, вихідні дані (табл. 3.1) можуть бути представлені у вигляді таблиці 3.2

Таблиця 3.2

S	A	B	C	B	A	C	C	B	A
x_1	9	3	52,25	6	19	55	64	4	12,75
x_2	10	4	15	5	11,5	15,5	15	5	10

Не вдаючись до масштабування v_1 і v_2 (маємо на увазі зменшення або збільшення значень v), відобразимо їх графічно на одній координатній осі (рис. 3.4).

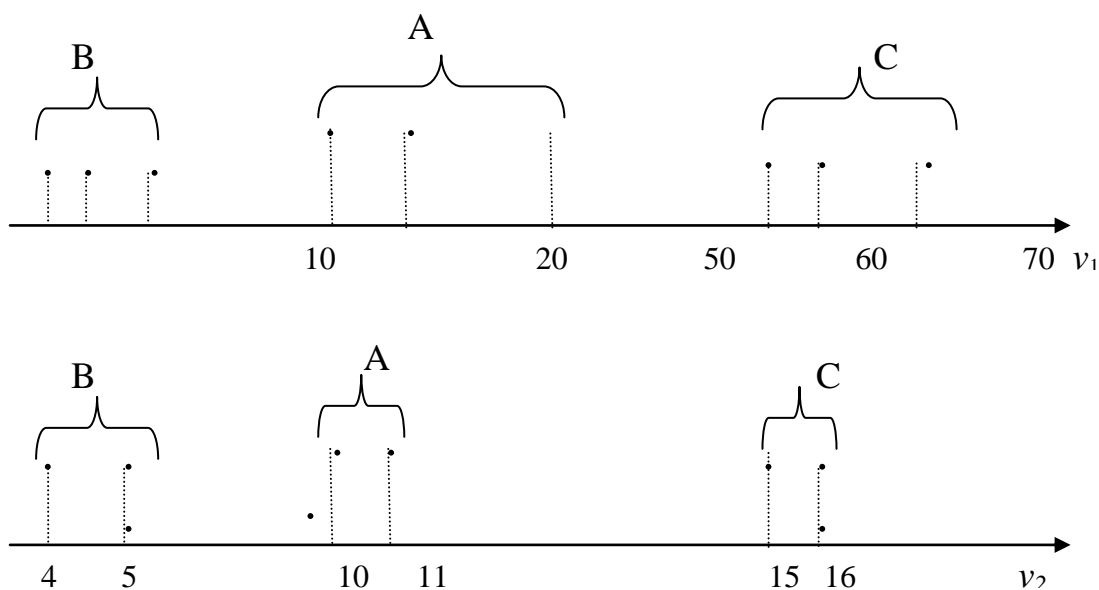


Рис 3.4 Відображення v_1 і v_2 в одновимірному просторі

Очевидно, що в обох випадках в одновимірному просторі, так як і в двохвимірному чітко виділяються скупчення точок А, В, С. При цьому слід зауважити, що найбільш чітке їх виявлення досягається при використанні генеральної узагальнено змінної v_2 .

Можна стверджувати, що в певному сенсі знайдено оптимальний розв'язок, оскільки синтез v в іншому вигляді, що не знайдено рішенням системи (3.9), призводить до бажаного результату. З цією метою розглянемо всі інші можливі варіанти мультиплікативного і адитивного поєднання x_1 і x_2

$$v_1' = x_1 x_2, v_1'' = x_1^{-1} x_2, v_1''' = (x_1 x_2)^{-1}, v_2' = x_1 - x_2, v_2'' = x_2 - x_1,$$

отримаємо розв'язок таблиця 3.3

Таблиця 3.3

S	A	B	C	B	A	C	C	B	A
v_1'	0,11	3	1,73	1,5	0,21	1,81	1,5	4	0,17
v_1''	9	0,33	0,58	0,67	4,75	0,55	0,67	0,25	5,7
v_1'''	0,1	0,33	0,62	0,17	0,06	0,02	0,015	0,25	0,08
v_2'	-8	2	4	1	-7,5	4,5	3	3	-7
v_2''	8	-2	-4	-1	7,5	-4,5	-3	-3	7

На рис. 3.5 на одній координатній осі графічно відобразимо значення v_1' і v_2' . В даному випадку чіткого виділення трьох скупчень точок не відбувається, оскільки скупчення B і C зливаються разом. Крім того спотворюється уявлення про кластерну близькість, що не дає нового уявлення про об'єкт.

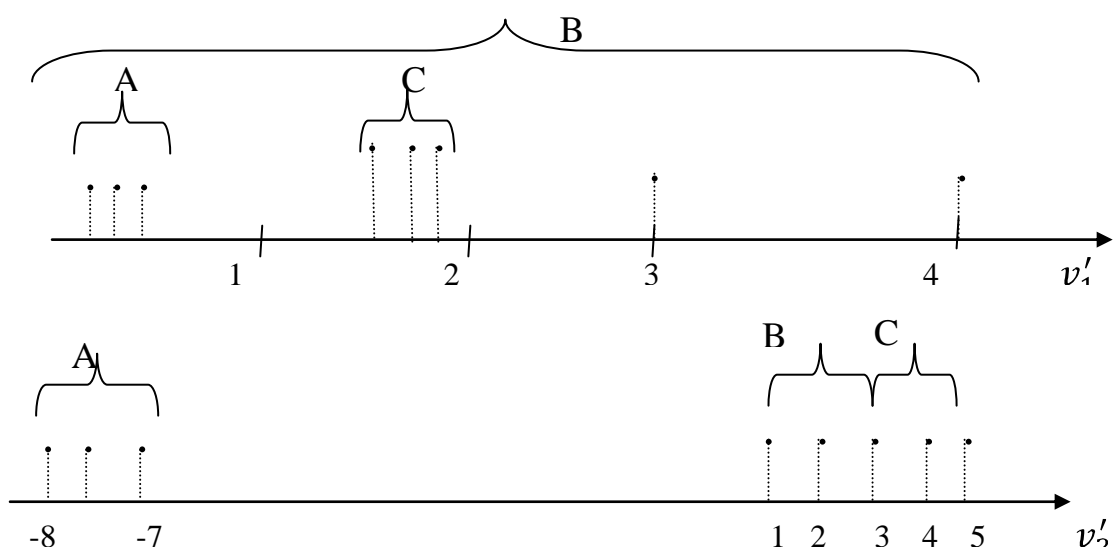


Рис. 3.5 Відображення v_1' і v_2' в двохвимірному просторі

Аналогічний результат отримаємо при відображенні v_1''' , v_2' , v_2'' . Даний підхід можна перенести і на багатовимірний простір.

Розділ 4. Оптимізаційні моделі системи оподаткування

4.1 Модель оптимізації ставки податку на прибуток підприємств

Розглянемо регіональну економічну систему, що об'єднує в собі підприємства, які спеціалізуються на певному виді діяльності. Позначимо через i – індекс виду діяльності, $i = \overline{1, m}$.

Припустимо, що на території регіону, де встановлюється податкова ставка x_i на i -й вид діяльності, є N_i підприємств-виробників, які займаються цією діяльністю або потенційно готові займатися нею. У залежності від рівня ставки податку x_i на i -й вид діяльності ($0 < x_i < 1$), підприємство може на власний розсуд прийняти одне з двох рішень – або займатися i -им видом діяльності, або ні (зупинити діяльність, перепрофілюватися, зареєструватися в іншому регіоні). Звернемо початкову увагу на фіскальну функцію податку, тобто на формування стійких, по можливості найбільш високих, доходів до бюджету.

Якщо ставка податку на i -й вид діяльності буде нульовою ($x_i=0$), то всі N_i підприємства почнуть працювати, але до бюджету нічого не поступить, а якщо ставка виявиться рівною 100% ($x_i=1$), то жодне з N_i підприємств i -им видом діяльності не буде займатися, тобто бюджетні поступлення знову будуть нульовими. Отже, оптимальна ставка податку міститься в інтервалі $(0; 1)$.

Розглянемо геометричну інтерпретацію визначення оптимального рівня ставки оподаткування (рис.4.1).

Точки $A(0; N_i)$ та $B(1; 0)$ відповідно відображають описані вище два можливих крайніх випадки.

З'єднавши точки A та B , отримаємо пряму AB , яка буде моделювати залежність кількості підприємств, що беруть участь у виробничому процесі, від рівня ставки оподаткування. Запишемо рівняння прямої, яка проходить через задані точки A та B :

$$\frac{n_i}{N_i - 0} = \frac{x_i - 1}{0 - 1} \text{ або } n_i = N_i(1 - x_i). \quad (4.1)$$

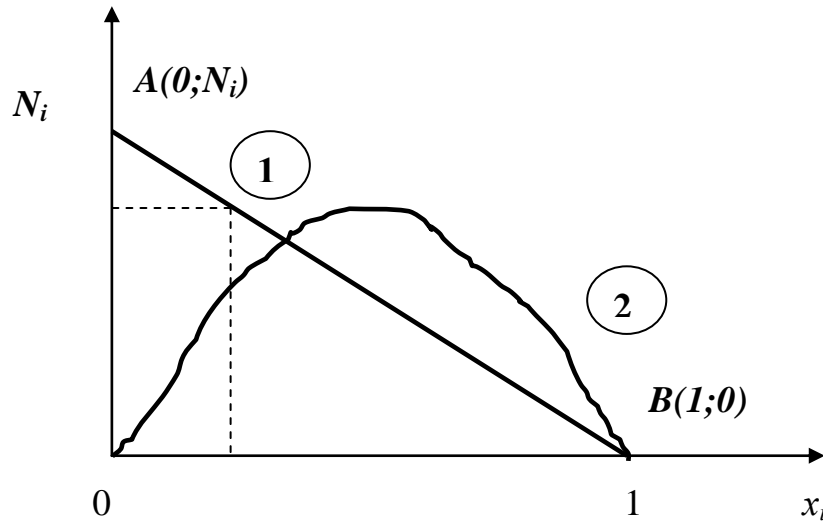


Рис.4.1 Лінійна залежність кількості підприємств $n(x_i)$, що беруть участь в i -му виробничому процесі, від рівня ставки оподаткування x_i (1) та відповідна їй крива надходжень до бюджету (2).

Отже, (4.1) є залежністю кількості підприємств $n(x_i)$, які приймають участь в i -му виробничому процесі від рівня ставки податку x_i . Причому має місце нерівність: $0 \leq n(x_i) \leq N_i$. Тоді при такій ставці податку та середнім при цьому доходом підприємства Q_i від i -го виду діяльності, загальні поступлення до бюджету від усіх працюючих підприємств регіону становитимуть:

$$F(x) = \sum_{i=1}^m Q_i \cdot N_i \cdot x_i \cdot (1 - x_i), \quad (4.2)$$

де $x = (x_1, \dots, x_m)$ - вектор ставок податків.

Для знаходження оптимального значення ставки податку необхідно розв'язати систему рівнянь

$$\frac{\partial F(x)}{\partial x_i} = 0, i = \overline{1, m}. \quad (4.3)$$

Тобто,

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[\sum_{i=1}^m Q_i N_i x_i (1 - x_i) \right] = Q_i N_i - 2Q_i N_i x_i = 0, i = \overline{1, m}. \quad (4.4)$$

Звідси, оптимальне значення ставки буде:

$$x_i^{on} = \frac{Q_i N_i}{2Q_i N_i} = 0.5, i = \overline{1, m}. \quad (4.5)$$

При цьому максимальне надходження до бюджету складе:

$$F^{on} = \sum_{i=1}^m 0.25 Q_i N_i . \quad (4.6)$$

З'єднання крайніх точок прямої (рис.4.1) було зроблене без достатньо строгого обґрунтування. Реальна крива $n(x_i)$ залежна від рентабельності даного типу виробництва (або виду наданих послуг), а також від психології характеру підприємця чи колективу, який приймає конкретне рішення стосовно роботи підприємства, може мати більш складний характер. У монотонності цієї кривої немає жодних сумнівів. Якщо виробництво чи запропонований вид послуг прогнозує великі доходи і, крім цього, підприємці, що бажають зайнятися даним видом діяльності, твердо впевнені у своєму успіху, то на встановлення невеликої або навіть середньої податкової ставки вони відреагують слабо (в розумінні відмови від своєї діяльності), і лише при дуже високому рівні оподаткування кількість виробників $n(x_i)$ буде різко скорочуватися.

Таку залежність можна назвати оптимістичною та описати з допомогою функції

$$n(x_i) = N_i (1 - x_i)^\alpha, \quad (4.7)$$

де $0 < \alpha < 1$ (рис. 4.2, крива 1 та 2).

У такому випадку, функція, що моделює обсяг поступлення до бюджету від i -го виду діяльності, буде мати вид:

$$F(x_i) = Q_i N_i x_i (1 - x_i)^\alpha \quad (\text{рис. 4.3, крива 1 та 2}), \quad (4.8)$$

$$F'(x_i) = 0, \quad i = \overline{1, m}. \quad (4.9)$$

Для знаходження максимального обсягу надходжень до бюджету від i -го виду діяльності необхідно знайти розв'язок системи рівнянь:

$$F'(x_i) = Q_i N_i (1 - x_i)^\alpha - Q_i N_i x_i \alpha (1 - x_i)^{\alpha-1} = 0, \quad (4.10)$$

$$Q_i N_i (1 - x_i)^{\alpha-1} [1 - x_i - x_i \alpha] = 0, \quad x_i \in [0, 1]. \quad (4.11)$$

Отже, $x_i^{on} = \frac{1}{1+\alpha}, i = \overline{1, m}$.

У точці x_i^{on} функція (4.9) досягає максимуму, який рівний:

$$F(x_i^{on}) = Q_i N_i \left(\frac{1}{1+\alpha} \right) \left(1 - \frac{1}{1+\alpha} \right)^\alpha = Q_i N_i \frac{\alpha^\alpha}{(1+\alpha)^{\alpha+1}}, i = \overline{1, m}. \quad (4.12)$$

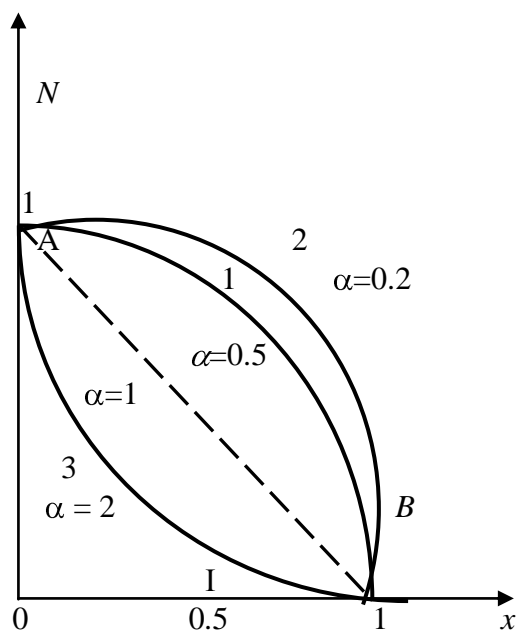


Рис. 4.2. Криві залежності числа підприємств, які приймають участь у виробництві, від рівня ставки податку: “оптимістичні” ($\alpha=0.5$, крива 1; $\alpha=0.2$, крива 2) та “песимістичні” ($\alpha=2$, крива 3).

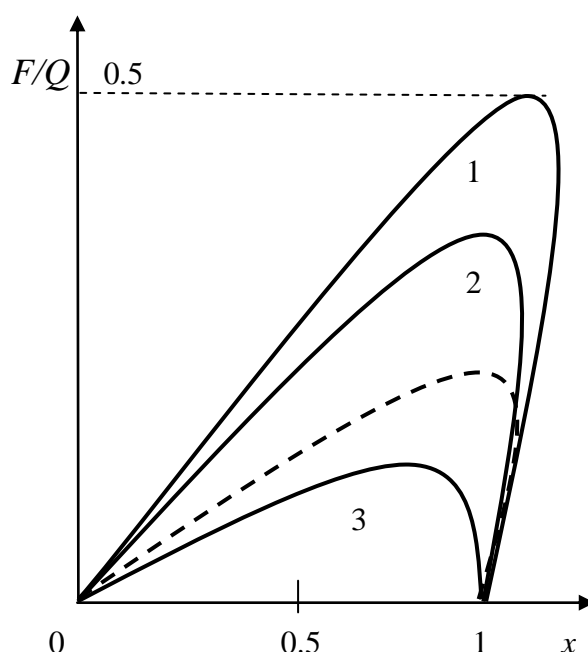


Рис. 4.3. Криві залежності поступлень до бюджету відповідно для “оптимістичного” (криві 1, 2) та “песимістичного” (крива 3) варіантів.

Вирази (4.8) та (4.9) моделюють оптимальну стратегію оподаткування для “оптимістичного” варіанта, зокрема, для видів підприємницької діяльності, в яких досить високий рівень рентабельності. Проте, враховуючи існуючу конкуренцію, для більшості видів виробничої діяльності та послуг немає гарантії досягнення високого рівня рентабельності. Крім цього, в ринкових

умовах багато підприємців відчують невпевненість у своїх силах, і встановлення навіть відносно невисоких ставок податків на прибуток можуть зменшити їх зацікавленість у тому чи іншому виді діяльності. Високі ставки

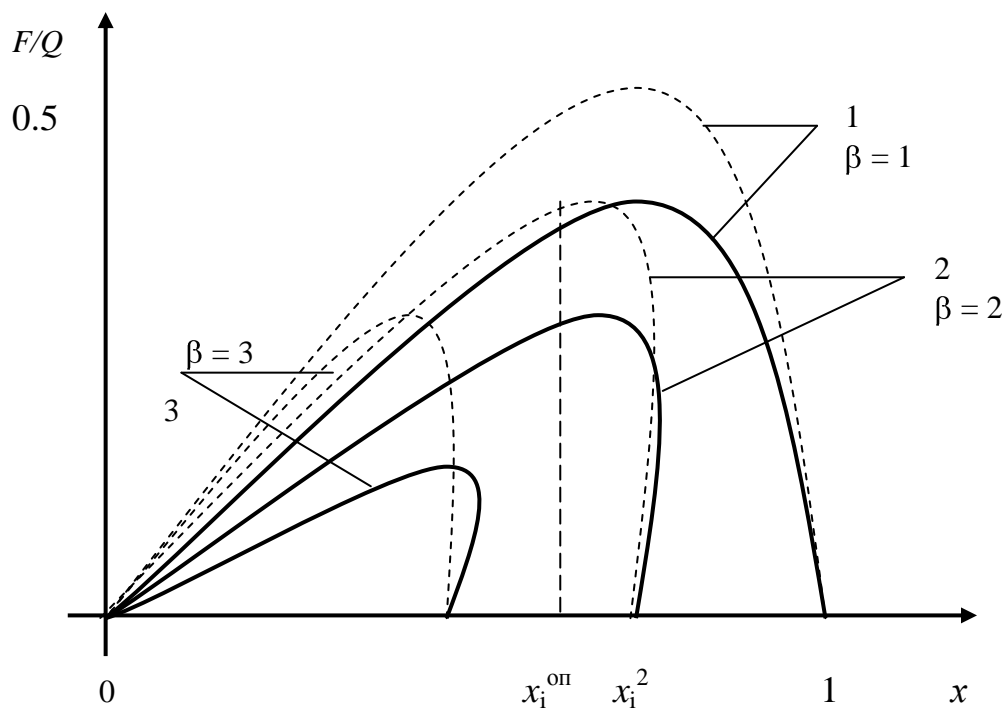


Рис. 4.4. Криві поступлення до бюджету, що описуються функцією $F(x, \alpha, \beta)$.

взагалі відштовхують від справи абсолютну більшість підприємців, в принципі готових організувати певний виробничий процес. Такий песимістичний підхід може бути описаний тими ж функціями $n \llcorner_i \rceil \rceil N_i \llcorner - x_i \rceil$ та $F \llcorner_i \rceil \rceil Q_i N_i x_i \llcorner - x_i \rceil$, врахувавши, що $\alpha > 0$ (рис. 4.3 - крива 3 та рис. 4.4 - крива - 3). Враховуючи (4.14), оптимальний рівень оподаткування, при якому досягається максимальне поступлення до бюджету, в даному випадку буде міститися лівіше від значення $x = 0.5 \llcorner_i^{on} < 0.5 \rceil$.

Найбільш імовірно, що оптимістичний або песимістичний погляд на дану ситуацію в одних і тих же підприємствах може залежати від рівня ставки оподаткування. При малих і помірних ставках більшість з них будуть вести себе

як оптимісти, тобто продовжувати працювати, а при великих як песимісти – зупиняти виробництво.

Описати таку поведінку підприємця можна, наприклад, вважаючи що α не є постійною величиною, а є функцією $\alpha(x_i)$, яка змінює свої значення від α_1 до α_2 , де $0 < \alpha_1 < 1$ при $x_i=0$, а $\alpha_2 > 1$ при $x_i=1$, тобто $\alpha \in [\alpha_1; \alpha_2]$.

Проте, якщо припустити, що перевищення певного рівня податків приводить до не вигідності для більшості підприємств випускати даний вид продукції, і всі вони в подальшому призупинять роботу, то можна записати функцію $n(x_i)$ у виді:

$$n(x_i) = N_i (-\beta x_i)^\alpha. \quad (4.13)$$

Відповідні криві поступлення до бюджету (рис.4.4) будуть описані з допомогою функцій

$$F(x_i) = Q_i N_i x_i (-\beta x_i)^\alpha, \quad i = \overline{1, m}, \quad (4.14)$$

$$F'(x_i) = Q_i N_i (-\beta x_i)^\alpha - Q_i N_i x_i \alpha \beta (-\beta x_i)^{\alpha-1} = 0. \quad (4.15)$$

Знайдемо оптимальні значення відповідних параметрів:

$$Q_i N_i (-\beta x_i)^\alpha [-\beta x_i - x_i \alpha \beta] = 0. \quad x_i^{on} = \frac{1}{\beta(1+\alpha)}$$

Отже, максимальне надходження до бюджету досягається у точці x_i^{on} :

$$F(x_i^{on}) = Q_i N_i \frac{1}{\beta(1+\alpha)} \left(1 - \beta \frac{1}{\beta(1+\alpha)} \right) = \frac{Q_i N_i \alpha^\alpha}{\beta(1+\alpha)^{\alpha+1}}, \quad (4.16)$$

а нульовим стане при $x_i^1 = \frac{1}{\beta}$.

Отже, β^{-1} вказує на ту границю ставок оподаткування, наближення до якої, а тим більше перевищення її приводить до різкого скорочення виробництва. Параметр $(1+\alpha)$ показує, на скільки необхідно відійти від цієї границі (вліво), щоб отримати максимальні поступлення до бюджету.

Відзначимо, що отримання максимальних поступлень до бюджету не завжди повинно бути метою податкової політики. Прямування до максимуму

виправдане лише в тому випадку, коли, по-перше, є тверда впевненість, що всі очікувані бюджетні видатки абсолютно необхідні і не можуть бути скорочені, і, по-друге, якщо розвиток сфери виробництва, з якої справляються податки за ставками, що забезпечують максимальне поступлення, повністю достатні і темпи її подальшого розвитку можуть без особливих втрат бути зменшеними, а в крайньому випадку спрямованими до нуля. Таким чином, знайдену величину x_i^{on} , яка забезпечує максимальне надходження до бюджету, необхідно розглядати як границю або верхню межу, прямування до якої необхідно здійснювати лише з урахуванням вище згаданих умов.

Монотонне зростання кривих $F(x_i)$ (рис.4.4) до точки x_i^{on} і різке їх спадання після досягнення функцією максимуму, свідчать про те, що підходи до максимуму необхідно здійснювати із сторони менших податкових ставок. Податкові пільги, особливо на нові види діяльності, сприяють прискореному розвитку даної сфери і закладають тим самим міцну фінансову базу під майбутній бюджет. Підвищення податкових ставок повинно поєднуватися з фінансовим аналізом динаміки числа підприємств регіону та їхнім рівнем рентабельності.

У кінцевому результаті ефективний вибір рівня ставки податку якраз і повинен полягати в знаходженні компромісного варіанту між вимогами відносно фінансування бюджету та умовами швидкого і стійкого розвитку економіки регіону.

4.2. Моделювання сценаріїв податкових шкал

Важливе значення при моделюванні процесу оподаткування підприємств мають такі складові: об'єкт оподаткування, форма нарахування податку, суб'єкт оподаткування. У подальших дослідженнях будемо розглядати податок на дохід підприємств. Суб'єктом оподаткування тут є підприємство, а об'єктом

– дохід. Дослідимо дві форми оподаткування: єдина ставка податку для всіх підприємств і прогресивний податок, ставка якого змінюється за деякою шкалою. Єдина ставка податку має перевагу простоти та справедливості, в результаті рівності тягару на річний дохід.

Прогресивна податкова шкала може будуватися в залежності від обсягу самого доходу або від інших показників ефективності функціонування підприємств. Розглянемо випадок, коли ставка податку визначається величиною доходу, і тим самим ставить податок в залежність від розміру підприємства та ефективності його роботи. З точки зору фіскальної політики такі шкали надають широкі можливості для управління розподілом засобів між підприємствами та державою.

Покажемо різні сценарії такого управління:

Сценарій 1. Побудуємо шкалу “байдужості”, згідно якої у власності підприємства завжди залишається одна й та сама кількість коштів, незалежно від величини доходу. Ця крива описується формулою:

$$N_1 = \frac{P - C_1}{P}, \quad C_1 = P - N_1 P = P(1 - N_1), \quad N_1 P = P - C_1,$$

де N_1 – ставка податку, P – розмір доходу, C_1 – постійний залишок доходу у підприємства. Тоді для всіх підприємств, які мають дохід більший від C_1 , залишок буде $\theta_1 = P(1 - N_1) = C_1$, а розмір відрахувань до бюджету складе

$$B_1 = N_1 P = P - C_1. \quad (4.17)$$

Зрозуміло, що такий податок не стимулює господарську активність підприємств. Ми можемо змінити шкалу так, щоб залишок монотонно зростав з ростом доходу.

N_1 – шкала байдужості; N_1^* – шкала лінійного росту залишку.

Прийmemo, що

$$N_1^* = \frac{P - C_1}{k_1 P}, \quad (4.18)$$

де C_1 – неоподаткований рівень доходу, k_1 – коефіцієнт пропорційності. Тоді залишок буде зростати по прямій $\theta_1^* = P - N_1^* = \frac{P - C_1}{k_1} + \frac{C_1}{k_1}$. Відрахування до бюджету складе $B_1^* = PN_1^* = \frac{P - C_1}{k_1}$. У даному випадку норматив відрахувань, розмір відрахувань і залишок монотонно зростають (рис.4.5). Цими властивостями володіють усі податкові шкали побудовані з використанням маржинальних ставок податку на всіх інтервалах, крім початкового. Чим менше число інтервалів передбачено в них, тим більше вони наближаються до “ідеальної” шкали. Обидві шкали є асимптотичними, причому ставка податку в шкалі “байдужість” прямує до одиниці, а для другої – до $1/k_1$.

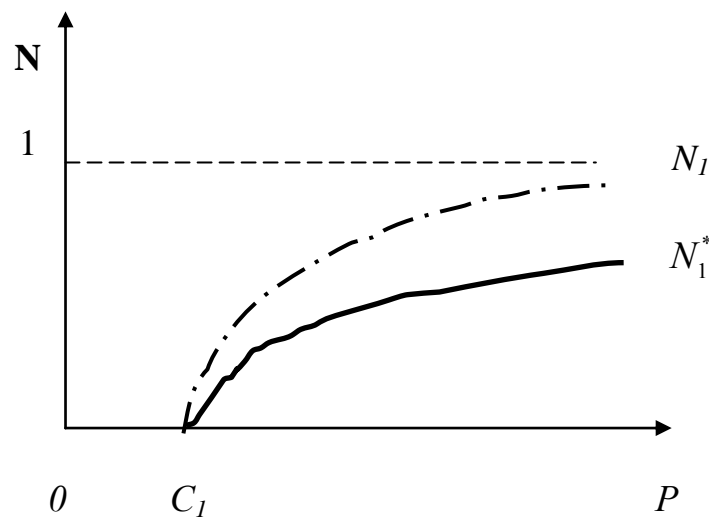


Рис. 4.5 Податкова шкала 1-го виду.

Покажемо це:

$$\lim_{P \rightarrow \infty} N_1 = \lim_{P \rightarrow \infty} \frac{P - C_1}{P} = \lim_{P \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{C_1}{P} \right) = 1; \quad (4.19)$$

$$\lim_{P \rightarrow \infty} N_1^* = \lim_{P \rightarrow \infty} \frac{P - C_1}{k_1 P} = \lim_{P \rightarrow \infty} \left(\frac{P}{k_1 P} - \frac{C_1}{k_1 P} \right) = \frac{1}{k_1}. \quad (4.20)$$

Таким чином, параметр k_1 може служити інструментом управління шкалою.

Сценарій 2. Побудуємо шкалу “байдужості” з точки зору держави, яка забезпечує постійний обсяг відрахувань C_2 : $N_2 = C_2/P$, величина відрахувань до бюджету $B_2 = PN_2 = C_2$, залишок $\theta_2 = P - N_2 = P - C_2$. Таку шкалу можна назвати орендою. Вона відповідає платежам, не пов’язаним з величиною доходу, причому частка доходу, виплачена у вигляді податку, постійно зменшується і при великому доході підприємство стає нечутливим до податку. Властивостями орендної шкали володіють платежі за ресурси.

Змінимо шкалу так, щоб відрахування росли з ростом доходу:

$$N_2^* = \frac{P(k_2 - 1) + C_2}{k_2 P}, \quad (4.21)$$

величина відрахувань $B_2^* = \frac{P(k_2 - 1) + C_2}{k_2}$, залишок $\theta_2^* = \frac{P - C_2}{k_2}$, де k_2 – параметр шкали.

Розглянуті сценарії шкали є не прогресивними, а регресивними (рис. 4.6). Неважко побачити, що такі шкали сильно стимулюють ріст доходу.

Податкові шкали 2-го виду:

N_2 – “орендна” шкала, N_2^* – шкала лінійного росту відрахувань.

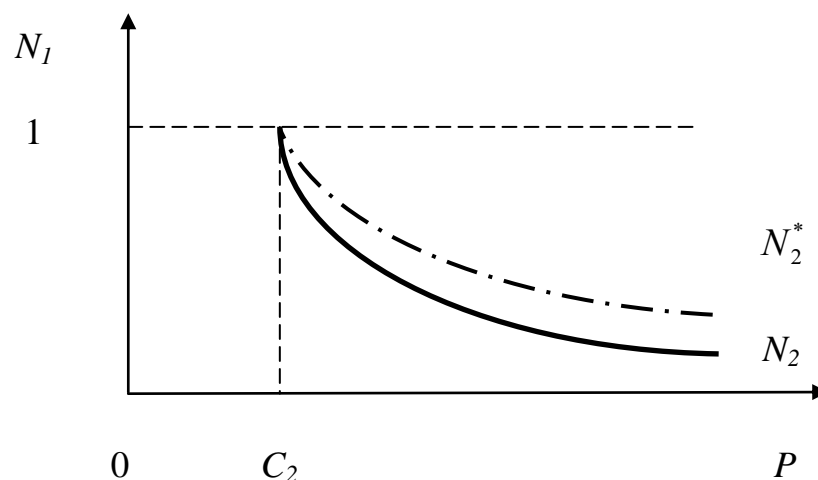


Рис. 4.6 Податкова шкала 2-го виду.

Сценарій 3. Будуємо шкалу із зростаючою прогресією, яка має вертикальну асимптоту a_3 (рис. 4.8):

$$N_3^* = \frac{P - C_3}{k_3 (a_3 - P)}, \text{ величина відрахувань } B_3 = P \frac{P - C_3}{k_3 (a_3 - P)}, \text{ залишок } \theta_3 = P - B_3.$$

$$\theta_3 = P - P \frac{P - C_3}{k_3 (a_3 - P)} = P \left[\frac{k_3 (a_3 - P) - (P - C_3)}{k_3 (a_3 - P)} \right], \quad (4.22)$$

де k_3 – параметри шкали.

У даному випадку сума податків на окремі доходи завжди менша, ніж податок на суму доходів. Тому така шкала стимулює розподіл доходів, тобто розкрупнення підприємств може розглядатися як один із способів боротьби з монополіями.

Необхідно зауважити, що всі податкові шкали побудовані в залежності від маси доходу і не враховують різниці в розмірах підприємств, тим самим сповільнюють процеси концентрації виробництва та капіталу навіть тоді, коли вони економічно ефективні. Звідси випливає, що від маси доходу, як правило, доцільно будувати лише пропорційний податок з єдиною ставкою. Різні прогресивні шкали використовуються у випадку рівності платників податку за розмірами, тобто при обкладанні особистих доходів громадян. Шкала із зростаючою прогресією (рис. 4.7) може використовуватися тоді, коли вимагається надати податку заборонений характер.

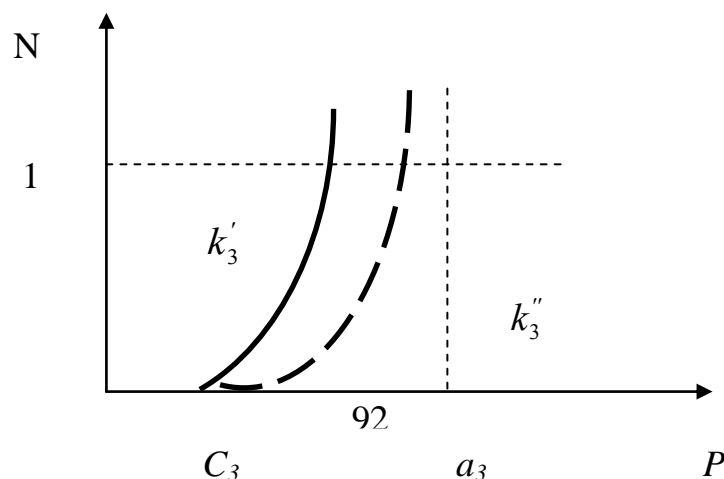


Рис. 4.7 Податкова шкала з сильною прогресією для різних значень коефіцієнтів $k_3'' > k_3' > 0$.

Сценарій 4. Теоретично можлива і обернена шкала із зростаючою прогресією (рис. 4.8):

$$N_4^* = \frac{P(C_4 + 1) - C_4 - k_4 a_4}{k_4(P - a_4)}, \quad (4.23)$$

$$B_4 = P \frac{P(C_4 + 1) - C_4 - k_4 a_4}{k_4(P - a_4)}, \quad (4.24)$$

$$\theta_4 = \frac{P(C_4 - P)}{k_4(P - a_4)}. \quad (4.25)$$

Практичне значення цього сценарію обмежене хіба що цільовими пільгами (податковими канікулами) в особливих випадках.

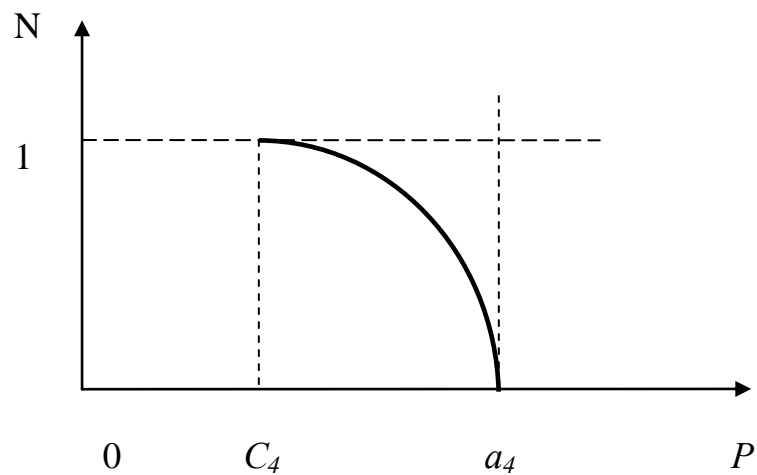


Рис. 4.8 Податкова шкала з сильною регресією.

Іншим принципом побудови податкової шкали може бути залежність ставки податку від відносного показника дохідності або рентабельності (до виробничих фондів або на одного робітника). Ці показники характеризують

також ефективність діяльності підприємства. В умовах великих різниць між підприємствами подібні шкали повинні задовольняти дві вимоги: стимулювати підприємства до росту ефективності та запобігати розоренню малорентабельних, але необхідних для народного господарства підприємств. Ці вимоги суперечливі. Кожний конкретний варіант податкової шкали є компромісним між ними.

4.3 Податок на додану вартість за умов максимізації прибутку підприємства

Розглянемо торговельне підприємство, яке, з одного боку, має загальні риси підприємства будь-якої галузі, з іншого – характеризується рядом особливостей обумовлених специфікою підприємницької діяльності в торгівлі. Найбільш важливою рисою є висока залежність від стану кон'юнктури ринку, закупівлі товарів у виробників і ринку збуту.

Якщо стан ринку закупівлі відомий, то він може бути охарактеризований кривою пропозиції виробників товару:

$$S_{\Phi_1} = c \cdot p_1 + d, \quad (4.26)$$

де: c, d – статистичні параметри ринку закупівлі;

p_1 – ціна, за якою торговельне підприємство закуповує товар у виробників.

Аналогічно для ринку збуту маємо:

$$S_{\Phi_2} = -a \cdot p_2 + b, \quad (4.27)$$

де: a, b – статистичні параметри ринку збуту, що характеризують залежність попиту клієнтів від ціни реалізації p_2 .

Специфіка комерційних операцій за певною товарною групою визначається не лише станом кон'юнктури ринку, а також розмірами податкових ставок (припустимо, що лише ПДВ, ставка якого n) і рівнем питомих змінних витрат реалізації даної товарної групи.

Ці фактори знаходять відображення у процесі формування маржинального прибутку МП, що являє собою різницю чистого валового прибутку і величини змінних витрат.

$$MP = (p_2 - p_1) \cdot Q - \alpha \cdot Q \quad (4.28)$$

де: α – питомі змінні витрати;

Q – об'єм реалізації товару.

Якщо підприємство намагається максимізувати свій прибуток, то можна записати наступну математичну модель:

$$\Pi = (p_2 - p_1) \cdot Q - \alpha \cdot Q - F \quad (4.29)$$

при обмеженнях:

$$Q = cp_1 + d \quad (4.30)$$

$$Q = -ap_2 + b \quad (4.31)$$

Де: Π – прибуток підприємства;

F – постійні витрати.

Розв'яжемо побудовану задачу, для цього знайдемо значення p_1 і p_2 зрівнянь (3.4.5 та 3.4.6) та підставимо в (3.4.4):

$$p_1 = \frac{Q-d}{c}, \quad p_2 = \frac{b-Q}{a} \quad (4.32)$$

$$\begin{aligned} \Pi &= \left(\frac{b-Q}{a} - \frac{Q-d}{c} \right) \cdot Q - \alpha Q - F = \frac{bc - Qc - aQ + ad}{ac} \cdot Q - \alpha Q - F = \\ &= \frac{(c+ad)}{ac} \cdot Q - \frac{(a+c)}{ac} \cdot Q^2 - \alpha Q - F \end{aligned} \quad (4.33)$$

Знайдемо похідну по Q і прирівняємо до нуля:

$$\frac{d\Pi}{dQ} = 0;$$

$$\frac{(c+ad)}{ac} - 2 \cdot \frac{(a+c)}{ac} \cdot Q - \alpha = 0$$

Звідки:

$$Q^* = \frac{(c+ad) \cdot a \cdot c}{ac \cdot 2(a+c)} - \frac{ac}{2(a+c)} \cdot \frac{\alpha}{1-n} = \frac{bc+ad}{2(a+c)} - \frac{ac}{2(a+c)} \cdot \frac{\alpha}{1-n} \quad (4.34)$$

$$p_1^* = \frac{\frac{bc+ad}{2(c+c)} - \frac{ac}{2(c+c)} \cdot \frac{\alpha}{1-n} - d}{c} \quad (4.35)$$

$$p_2^* = \frac{b - \frac{bc+ad}{2(c+c)} + \frac{ac}{2(c+c)} \cdot \frac{\alpha}{1-n}}{a} \quad (4.36)$$

або

$$p_1^* = \frac{bc+ad-2dc}{2c(c+c)} - \frac{a}{2(c+c)} \cdot \frac{\alpha}{1-n}; \quad p_2^* = \frac{bc+ad+2ab}{2c(c+c)} + \frac{c}{2(c+c)} \cdot \frac{\alpha}{1-n} \quad (4.37)$$

Враховуючи знайдені результати, можна побудувати функцію сплати підприємством ПДВ:

$$ПДВ(n) = A \cdot n \cdot \left[B^2 - \left(\frac{\alpha}{1-n} \right)^2 \right] \quad (4.38)$$

$$\text{де: } A = \frac{ac}{4(c+c)}; \quad B = \frac{bc+ad}{ac}$$

З цієї функції за допомогою методів диференціального числення знайдемо ставку ПДВ, при якій підприємство буде сплачувати максимум податку, таку ставку назовемо оптимальною:

$$n_0 = 1 - \sqrt[3]{V^2 + \sqrt{V^4 + \frac{1}{27}V^6}} - \sqrt[3]{V^2 - \sqrt{V^4 + \frac{1}{27}V^6}} \quad (4.39)$$

$$\text{де: } V = \frac{\alpha}{B}$$

Нулями функції ПДВ(n) будуть точки $n_1=0$; $n_2=1-V$ (при чому $n_1 \leq n_0 \leq n_2$).

Графік функції ПДВ(n) для проміжку $[0; 1-V]$ має вигляд рис.(4.9)

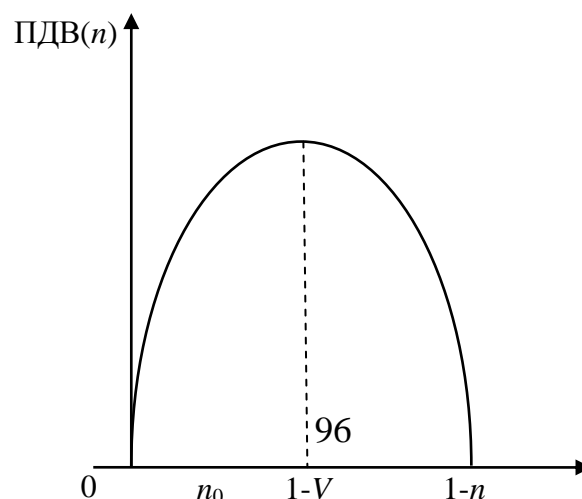


Рис. 4.9 Залежність надходжень ПДВ від ставки n

Таким чином:

- 1) функція ПДВ(n) породжує криву Лафера;
- 2) ставка ПДВ не може перевищувати величини $1-V$ (при зворотному методі нарахування ПДВ);
- 3) при збільшенні питомих змінних витрат α величина $1-V$ зменшується.

Оскільки $V = \frac{\alpha}{B}$ і $B = \frac{bc+ad}{ac}$, то ставка $1-V$ залежить, також, від кон'юктури ринків закупівлі та продажу, а саме, при збільшенні еластичності попиту за ціною (або збільшення еластичності пропозиції за ціною), як показують дослідження, відбувається зменшення величини $1-V$ (рис 4.10)

- 4) аналогічні результати отримаємо при дослідженні величини (рис 4.10)

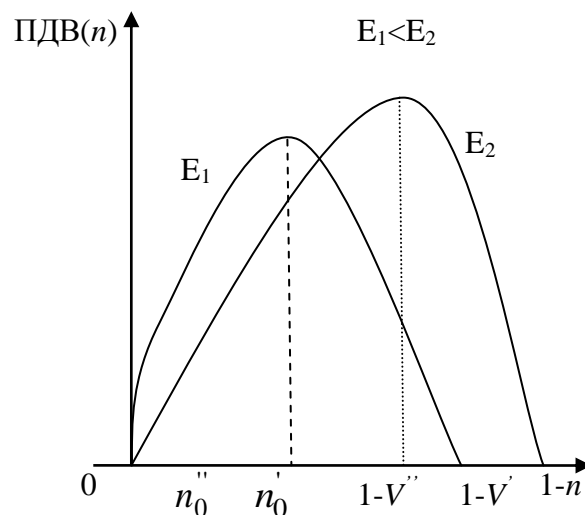


Рис. 4.10 Залежність надходжень ПДВ від еластичностей попиту та пропозицій

Отже, якщо говорити про вплив кон'юнктури ринку закупівлі та ринку продажу на оптимальну податкову ставку і на надходження в бюджет, то можна стверджувати, що для нееластичної групи товарів податкова ставка може бути збільшеною порівняно більш еластичною групою товарів. При цьому надходження до бюджету зростуть (якщо зміна відбувається на інтервалі $(0; n_0)$). Оптимальна ставка ПДВ на товарну групу меншою еластичністю більша за оптимальну ставку ПДВ на товари з більшою еластичністю за ціною.

Розглянемо, як впливає ставка ПДВ на надходження з ППП (податок на прибуток підприємств). Якщо підприємство намагається максимізувати свій прибуток, то надходження з ППП становлять:

$$ППП(n) = k \cdot A \left(1 - n \right) \left[B - \frac{\alpha}{1 - n} \right]^2 - kF \quad (4.40)$$

де: k – ставка ППП.

Розглянемо залежності ППП(n) від ставок n і k на рис. 4.11

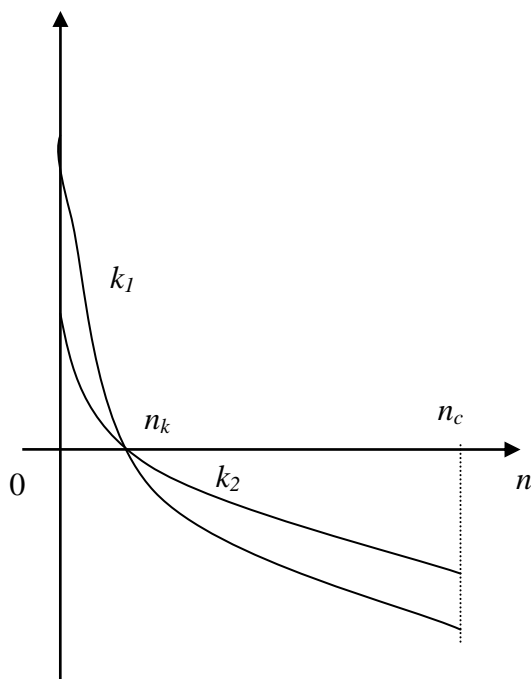


Рис. 4.11 Залежність надходжень ППП від ставки ПДВ(n)

де $n_c=1-V$ – мінімум функції ППП(n), а n_k – ставка ПДВ, при якій надходження ППП(n)=0:

$$n_k = 1 - \left[\frac{\alpha}{B} + \frac{F}{2B^2A} + \frac{\sqrt{4BA\alpha F + F^2}}{2B^2A} \right] \quad (4.41)$$

Таким чином, із збільшенням ставки ПДВ надходження від ППП будуть зменшуватись (при $k=\text{const}$) і дорівнюватимуть нулю при досягненні величини n_k . З графіка (рис.4.11) видно, що $n_k < n_c$. Рівність $n_k = n_c$ може мати місце лише за умови, коли $F=0$, тобто відсутності постійних витрат, що в реальних умовах неможливо. Раніше було показано, що ставка ПДВ не може перевищувати величини $n_c=1-V$. Тепер видно, що за наявності ППП ставка не може перевищувати n_k , тому що підприємство буде зазнавати збитки. Ставка n_k залежить від постійних витрат F і питомих змінних витрат α , величин A і B . При зменшенні α і F ставка n_k буде зміщуватись вправо (збільшуватись). При збільшенні A і B (зменшення еластичності попиту або пропозиції) зміщення n_k також буде вправо.

Сьогодні підприємства сплачують ППП і ПДВ одночасно, тому природною є зацікавленість у такій ставці ПДВ; при якій отримуємо максимум від сумарних надходжень за двома видами податків. Сума сплати податків ПДВ і ППП складатиме:

$$\sum n = k \left(-n \right) \left[B - \frac{\alpha}{1-n} \right]^2 - kF + An \left[B^2 - \left(\frac{\alpha}{1-n} \right)^2 \right] \quad (4.42)$$

Максимум надходжень отримаємо при ставці:

$$n_n \approx 1 - \left(\frac{\sqrt[3]{\frac{V^2}{1-k} + \sqrt{\frac{V^4}{(-k)^2} + \frac{1}{27} \cdot V^6 \cdot \frac{(+k)^3}{(-k)^3}}} + \sqrt[3]{\frac{V^2}{1-k} - \sqrt{\frac{V^4}{(-k)^2} + \frac{1}{27} \cdot V^6 \cdot \frac{(+k)^3}{(-k)^3}}} \right) \quad (4.43)$$

де: $V = \frac{\alpha}{B}$

Крива AB показує залежність значення ставки n_k (ставки ПДВ, при якій отримуємо максимум сумарних надходжень) від ставки ППП – k . Добре видно, що функція $n_k(k)$ залежить від величини $V = \frac{\alpha}{B}$ (рис. 4.12). Зазначимо, що для товарів з більшою еластичністю попиту або пропозиції, графік буде розміщений нижче.

Розглянемо залежність оптимальної ставки ПДВ від ставки ППП на рис. 4.12

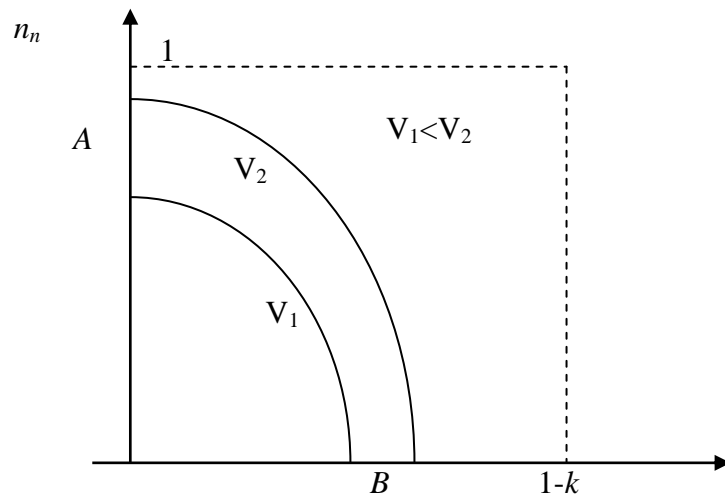


Рис. 4.12 Залежність оптимальної ставки ПДВ від ставки ППП

Таким чином, якщо всі підприємства сплачуватимуть ППП за єдиною ставкою k , то для різних (за еластичністю) товарних груп можна знайти ставку ПДВ за допом рівняння (18), при якій отримаємо максимум сумарних надходжень.

Як зазначалось, при ставці n_k прибуток підприємства стає рівним нулю, а значить зникає й економічний інтерес до підприємницької діяльності. Тому реальні надходження ПДВ вже при ставці n_k також повинні бути рівними нулю.

Щоб врахувати цей факт, введемо коефіцієнт $K(n) = \left(1 - \left[\frac{n}{n_K}\right]^S\right)$, де S – це параметр ($S > 0$), який залежить від вартості ухилу від податків, ефективності роботи податкової служби тощо. Залежність $K(n)$ наведено на рис. 4.13

Тоді функція сумарних податкових надходжень матиме вигляд:

$$\sum \epsilon; k = \left(1 - \left[\frac{n}{n_K}\right]^S\right) k \left[B - \frac{\alpha}{1-n} \right]^2 - kF + An \left[B^2 - \frac{\alpha^2}{n} \right] \quad (4.44)$$

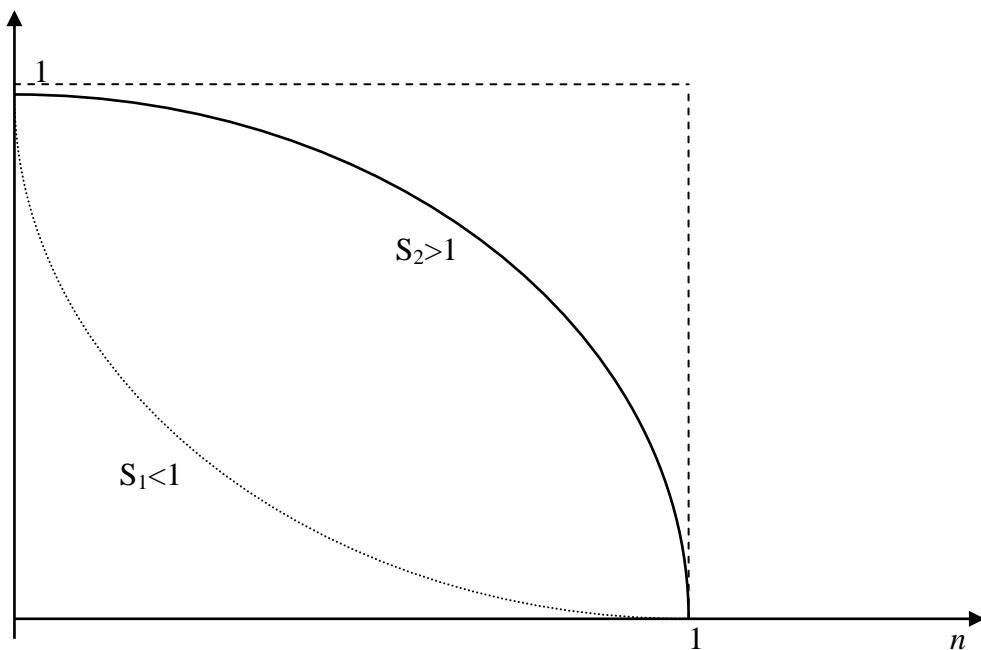


Рис. 4.13 Залежність коефіцієнта від ставки ПДВ

Щоб знайти пару оптимальних ставок ПДВ і ППП при якій отримаємо максимум надходжень, необхідно знайти максимум функції $\sum \epsilon; k$ при обмеженнях $0 \leq n \leq n_K$; $0 \leq k \leq n_K$.

Отримані результати вказують на залежність оптимальних ставок ПДВ і ППП від кон'юнктури ринків збуту та пропозиції і фінансових затрат підприємства. При встановленні ставки певного податку необхідно враховувати, як вона вплине на надходження за іншими видами податків.

Збільшення ставки одного податку може привести до зменшення надходжень за іншими податками, а в кінцевому результаті – до зменшення загальних надходжень.

4.4 Модель оптимізації ставки податку як інструмента державного регулювання

Як підтверджує світовий досвід, в країнах з розвинутими ринковими відносинами суттєву роль відіграють інструменти прямого державного регулювання, одним із яких є державне замовлення. Тому при формуванні ринкової економіки в нашій державі розвиток ринкових відносин повинен доповнюватися розробкою ефективних механізмів регулювання ринку, в тому числі і механізму державних замовлень.

Розглянемо методику визначення податкової політики при формуванні механізму держзамовлень для регулювання ринку засобів виробництва. В основу розрахунку ставок податку на прибуток покладено принцип прогресивного оподаткування в залежності від рівня рентабельності виробництва по замовленню, або від питомих витрат. Доцільність такої форми оподаткування насамперед обумовлена тим, що сфера держзамовлень орієнтована на технічне переоснащення галузей виробництва і експортну політику. Тим самим вона виражає важливі інтереси держави, зв'язані з формуванням конкурентоздатності національної економіки та її інтеграцію в світову економічну систему. Тому в плані розв'язку задачі регулювання розвитком економіки запропонована форма податку являється достатньо зрозумілою.

Така форма податку дозволяє, крім того, реалізувати пайовий принцип при розподілі прибутку між державою та виробником. Тобто, скільки він би не виробив продукції при фіксованому рівні рентабельності, частка його прибутку, як і держави, залишається незмінною. Таким чином, в порівнянні з

прогресивною формою оподаткування в залежності від сукупних розмірів прибутку розглянута форма податку не дискримінує виробника.

В кінцевому результаті, він дає можливість диференційовано підійти до розрахунку податкових ставок відповідно до виду продукції, включеної в склад держзамовлення. На цій основі вдається погодити цінову та податкову політику і підкреслити їх задачі стимулювання власного виробника на рівні світових стандартів.

Важливою обставиною є й те, що запропонована форма податку дозволяє враховувати і ряд обмежень, зокрема, на обсяг планових податкових надходжень до бюджету і на розмір прибутку, який залишається в розпорядженні у підприємства, теж. Дані обмеження еквівалентні одне одному, оскільки перше зводиться до другого, і навпаки. Тому кожне з них можна назвати бюджетним обмеженням.

При наявності прогресивного податку природньо забезпечити і умови зростання доходів підприємств при зменшенні витрат на виробництво продукції.

Податкову шкалу, погоджену з цінами, припускається будувати так само виходячи з принципу співвимірності доходів підприємств, які виконують держзамовлення, з доходами фірм промислово розвинутих країн, якщо вироблена продукція відповідає світовим стандартам. Реалізація даного принципу в повній мірі означає, що оплата держзамовлення здійснюється за поточними цінами світового ринку на аналогічну продукцію у вільно конвертованій валюті при певних податкових та кредитних ставках. Проте у перехідний період реальнішим є принцип, при якому ціни на продукцію вираховуються за обґрунтованим валютним курсом на базі світових.

Встановлення податкової шкали, що задовільняє перелічені принципи та обмеження, може бути зведено до розв'язку деякої задачі оптимізації ставки податку [12, 13, 26].

Нехай x - незалежна змінна, яка характеризує питомі витрати того або іншого виробника продукції, включеної в склад держзамовлення $x \in [x_0, x_1]$; x_0 - питомі витрати на випуск аналогічної продукції на світовому ринку; x_1 - питомі витрати, при яких підприємство ще доцільно включати в число виконавців держзамовлення. Відповідно до принципу співвимірності доходів всі питомі витрати розраховуються з допомогою обґрунтованого валютного курсу на основі світових цін на ресурси, види робіт та послуг.

Нехай p - питома ціна одиниці продукції, включеної у державне замовлення, яку обчислимо за тим же принципом на основі світових цін на відповідну продукцію, причому, $x_0 < x_1 < p$. Вважається також відомим прогноз у відношенні густини розміщення державного замовлення, тобто експертно знайдена функція $\rho = \rho(x), x \in [x_0, x_1]$, яка характеризує заплановане розміщення заданого обсягу держзамовлення на тих, чийі питомі витрати лежать в інтервалі $[x_0, x_1]$, при цьому вона припускається достатньою і неперервною.

Крім цього, припускається заданою базова ставка податку k_0 , визначена, виходячи з наявної практики оподаткування в промислово розвинутих країнах, а також сумарний обсяг прибутку C , який планується залишити підприємствам по виконанню держзамовлення.

У відповідності за вибором форми оподаткування шкалу ставок податку на прибуток будемо шукати у вигляді функції $k = k(x), 0 < k(x) \leq 1, x \in [x_0, x_1]$, яка також задовольняє умові

$$k(x) \geq k_0, \quad (4.45)$$

у припущенні, що вона є диференційованою.

Враховуючи принцип прогресивного оподаткування, приймаємо наступні припущення:

- 1) ставка податку зменшується за фактором збільшення витрат:

$$\frac{\partial k(x)}{\partial x} < 0, \quad (4.46)$$

2) дохід зменшується за фактором збільшення витрат:

$$\frac{\partial D(x)}{\partial x} < 0, \quad (4.47)$$

де $D = D(x), D(x) = (-k(x)) \cdot (p - x)$ - частина питомого прибутку (прибутку з одиниці продукції), яка залишається у розпорядженні підприємства.

Економічний зміст цих припущень такий: чим вищі питомі витрати, тим менший податок і частка доходу, що залишається підприємству. Зниження податку при підвищенні питомих виробничих витрат може бути виправдане рентними факторами, які завжди займають важливе місце в прийнятті ефективних фінансових рішень. Визначення функції $k(x)$ рівносильне визначенню функції $y = y(x), y(x) = 1 - k(x)$, яка має зміст частки прибутку, залишеної підприємству. Далі для зручності будемо користуватися саме цією

функцією, для якої (4.30) і (4.31) трансформується так: $0 < \frac{\partial y}{\partial x} < \frac{y(x)}{p - x}$.

Доведемо справедливість даної нерівності:

$$k(x) = 1 - y(x), \quad \frac{\partial k(x)}{\partial x} = -\frac{\partial y}{\partial x} < 0,;$$

звідси: $\frac{\partial y}{\partial x} > 0$;

$$D(x) = y(x) \cdot (p - x), \quad \frac{\partial D}{\partial x} = \frac{\partial y}{\partial x} \cdot (p - x) - y(x) > 0, \quad \frac{\partial y}{\partial x} \cdot (p - x) > y(x),$$

тоді $\frac{\partial y}{\partial x} < \frac{y(x)}{p - x}$.

Отже, маємо:

$$0 < \frac{\partial y}{\partial x} < \frac{y(x)}{p - x}. \quad (4.48)$$

Нехай $u = u(x)$ деяка функція управління $0 < u(x) \leq 1$, тоді (4.32) може бути представлена у формі рівності:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{u(x)}{p-x} \cdot y(x). \quad (4.49)$$

Отже, функція $y(x)$ повинна бути розв'язком керуючої системи (4.49) з обмеженням на управління

$$u = u(x), u(x) \in U, U = (0, 1]. \quad (4.50)$$

Далі (4.45) трансформуємо в умову:

$$y(x_0) = y_0, \quad (4.51)$$

де $y_0 = 1 - k_0$.

Нарешті, бюджетне обмеження для функції $y(x)$ можна описати рівністю:

$$\int_{x_0}^{x_1} \rho(x) y(x) (p-x) dx = B, \quad (4.52)$$

де B – сума податкових надходжень до бюджету.

Таким чином, визначення податкової шкали на основі описаних вище принципів і бюджетного обмеження представляє собою задачу знаходження функції $y(x)$, яка задовольняє умови (4.48) – (4.52).

Приклад 4.1. Нехай $u(x) = u = const$, тоді:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{u \cdot y}{p-x}; \quad \frac{dy}{uy} = \frac{dx}{p-x}; \quad \int \frac{dy}{uy} = \int \frac{dx}{p-x}; \quad \frac{1}{u} \ln(y) = -\ln(p-x);$$

$$\ln(y) = -u \ln(p-x); \quad uy = \frac{1}{(p-x)^u};$$

$$\text{Отже, } y(x) = \frac{(p-x)^{-u}}{u} \text{ або } y(x) = C (p-x)^{-u}, C = \frac{1}{u}. \quad (4.53)$$

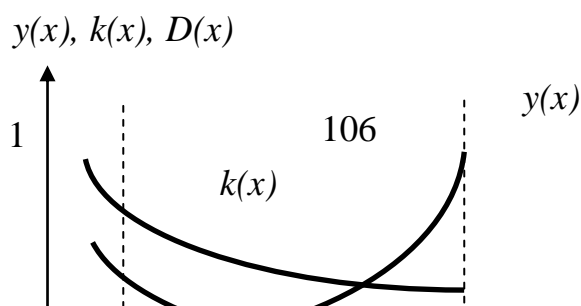


Рис. 4.14. Поведінка функцій $y(x)$, $k(x)$, $D(x)$.

Якщо $u \rightarrow 0$, то ставка податку зменшується і збільшується частка прибутку у розпорядженні підприємства i , навпаки, якщо $u \rightarrow 1$, то ставка податку збільшується, і тим самим інтенсивніше поповнюється бюджет.

Визначення параметра u здійснюється з врахуванням обмеження типу:

$$\sum_{i=1}^n (-y_i) \Pi_i = B, \quad (4.54)$$

де n - кількість підприємств, y_i - частка прибутку, яка повинна залишатися i -му підприємству; Π_i - прибуток i -го підприємства, B - необхідна сума податкових надходжень до бюджету.

Для знаходження u використаємо МНК:

$$\min_u \left\{ \sum_{i=1}^n (n y_i^* - \ln y_i) \right\}, \quad (4.55)$$

де y_i^* - частка прибутку, яка повинна залишитися підприємству, відповідно до моделі (4.53); y_i - та ж частка прибутку за моделлю, що представлена в таблиці.

Таким чином, алгоритм побудовано шляхом поєднання двох частин: спочатку вибір кривої попиту (4.53), а потім використання її у процесі наближення до розрахункових даних (табл.4.1, рядок 9).

Згідно з (4.52) маємо:

$$\min_u \sum_{i=1}^n \ln C - u \ln \phi_i - x_i - \ln y_i. \quad (4.56)$$

Знайдемо частинну похідну виразу (4.40) за параметром u і результат прирівняємо до нуля.

Дістанемо:

$$\ln C \sum_{i=1}^n \ln \phi_i - x_i - u \sum_{i=1}^n \ln^2 \phi_i - x_i - \sum_{i=1}^n \ln y_i \cdot \ln \phi_i - x_i = 0.$$

Звідси маємо:

$$u = \frac{\ln C \sum_{i=1}^m \ln \phi_i - x_i - \sum_{i=1}^m \ln y_i \cdot \ln \phi_i - x_i}{\sum_{i=1}^m \ln^2 \phi_i - x_i}. \quad (4.57)$$

Припустимо, що виробничо-економічна система регіону складається із шести підприємств, для яких нормативний рівень рентабельності до капіталу складає $R = 0.40$, нормативна ставка податку на прибуток $H = 0.32$, $p_i = 1$.

Таблиця 4.1.

Показник	Формула	Підприємства					
		1	2	3	4	5	6
1. Середньорічна вартість основних і оборотних засобів виробництва (капітал)	K_i	150	200	250	300	320	380
2. Випуск продукції	B_i	240	160	320	350	390	350
3. Собівартість продукції	W_i	160	130	150	110	120	170
4. Собівартість одиниці продукції	$x_i = \frac{W_i}{B_i}$	0,67	0,81	0,47	0,31	0,31	0,49

5. Прибуток від реалізації продукції	$\Pi_i = B_i - W_i$	80	30	170	240	270	180
6. Рентабельність, %	$\frac{\Pi_i}{W_i} \cdot 100\%$	50,0	23,1	113,3	218,2	225	105,9
7. Розрахунковий прибуток підприємства	$\Delta_i = (-H) \cdot R \cdot K_i$	40,8	54,4	68	81,6	87,0	103,4
8. Частка прибутку, що повинна залишитися підприємству	$\min\left(1; \frac{\Delta_i}{\Pi_i}\right) = y_i$	0,51	1	0,40	0,34	0,32	0,57
9. Ставка податку на прибуток	$S_i = 1 - y_i$	0,49	0	0,60	0,66	0,68	0,43

Ілюстрація процесу згладжування наведена на рис. 4.15.

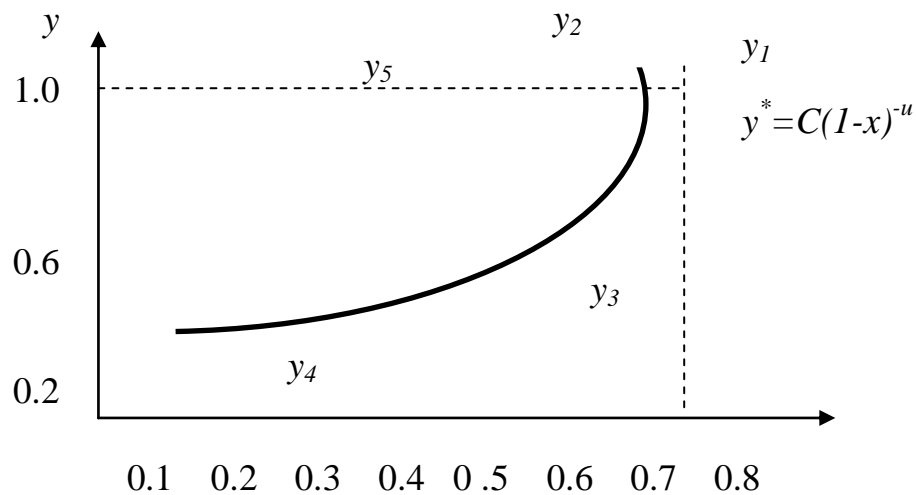


Рис. 4.15 Згладжування

Для визначення параметра u маємо рівняння (4.54), яке з допомогою (4.53) і (4.57) перетвориться у співвідношення з одним невідомим. Звичайно, що при зростанні C параметр u зменшується і навпаки.

Таблиця 4.2.

Показник	Підприємства						
	1	2	3	4	5	6	Σ
$1 - x_i$	0,33	0,19	0,53	0,69	0,69	0,51	2,94
$\ln(1 - x_i)$	-1,10	-1,67	-0,63	-0,38	-0,37	-0,66	-4,82
$\ln y_i$	-0,67	0,00	-0,92	-1,08	-1,14	-0,56	-4,37

$\ln y_i \ln(1 - x_i)$	0,74	0,00	0,58	0,41	0,42	0,37	2,52
$(1 - x_i)^{-u}$	2,02	2,92	1,50	1,27	1,26	1,53	0,50
$y_i^* = 0.3 \cdot (1 - x_i)^{-u}$	0,61	0,87	0,45	0,38	0,38	0,46	3,15
$1 - y_i^* = S_i^*$	0,39	0,12	0,55	0,62	0,62	0,54	2,85
$\left(- y_i^* \right) \Pi_i$	31,49	3,70	93,52	148,31	167,48	97,32	541,82

Для розрахунку даних в табл. 4.2 взято $p_i = 1$, $C = 0.3$. Тоді з формули (4.64) знайдемо значення $u = 0.64$. Тепер ми можемо повністю виконати розрахунки необхідних показників в табл. 4.2.

Далі за формулою (4.54) знаходимо:

$$B = \sum_{i=1}^n \left(- y_i^* \right) \Pi_i = 0.49 \cdot 80 + 0.6 \cdot 170 + 0.66 \cdot 240 + 0.68 \cdot 270 + 0.43 \cdot 180 = 559.2$$

Кількісний аналіз отриманих результатів дає можливість зробити висновок, що варіант u для бюджету більш прийнятний, ніж варіант u^* , оскільки має місце $B = 559.2 > B^*$.

Для прийняття компромісних рішень використаємо наступний варіант.

Покладемо $\bar{y}_i = \frac{y_i + y_i^*}{2} = \{0.56; 0.94; 0.42; 0.36; 0.35; 0.52\}$ тоді дохід бюджету

становитиме $\bar{B} = 550.51$, тобто $B^* < \bar{B} < B$.

Таким чином, запропонована модель дозволяє поєднувати нормативний і факторний підходи до розв'язання задач оптимізації ставок оподаткування прибутку підприємств.

4.5 Моделювання взаємозв'язку ставки оподаткування та податкових поступлень

Отримання максимальних поступлень до бюджету не завжди є метою податкової політики. Прагнення максимуму оправдується тоді, коли, по-перше, є тверда впевненість у тому, що всі передбачені видатки абсолютно необхідні й не можуть бути скороченими, по-друге, якщо розвиток сфери виробництва, з

якої стягують податок за ставками, що дають максимальні поступлення, цілком достатній, а темпи її подальшого розвитку можуть бути без особливих збитків зниженими. З огляду на це, величину ставки, що забезпечує максимальні поступлення до бюджету, слід розглядати як верхню границю, яку прагнуть досягнути за певних додаткових умов.

Якою б високою не була фіскальна функція податків, що досягнула критичного рівня через великий дефіцит Державного бюджету, вона не має права ігнорувати своїми іншими функціями: регулюючою та стимулюючою. Адже її завдання полягає не в тому, щоби зібрати якнайбільше податків, а в розширенні податкової бази, збільшенні джерел податків, сприянню ефективному розвитку підприємств у сфері виробництва та обігу. За всіх умов форми та ставки оподаткування не повинні призводити до того, щоб доходи платників податків, які залишаються в їхньому розпорядженні після сплати, були нижчими від критичного рівня.

Україна не може утвердитися як економічно розвинута держава без сформованої належної та дієздатної податкової системи. Практика засвідчує, що теорія бездефіцитного бюджету ($БД \leq 0$) є безпідставною, оскільки максимальне вилучення коштів підприємств і населення супроводжується скороченням виробництва, зменшенням інвестиційної активності підприємницьких структур, ростом соціальної напруженості.

На сьогоднішній день питання формування дохідної частини бюджету є надзвичайно гострим. Податкова політика в кінцевому випадку спрямована на концентрацію коштів у державний і місцевий бюджет, підпорядковуючись при цьому суто фіскальним цілям, і має однобокий характер. Проведення гнучкої податкової політики зумовлює виконання двох завдань, які на перший погляд видаються мало сумісними: збільшення видаткової частини бюджету з метою забезпечення економічного росту та встановлення ставки податку, яка забезпечить максимальне поступлення доходів у відповідні бюджети.

Розглянемо модель оподаткування, що дає змогу прослідкувати яким чином за рахунок зміни податкової ставки змінюється поступлення доходів до бюджету. В основу покладений принцип дефіцитності бюджету, коли видатки перевищують доходи й величина дефіциту є змінною в часі величиною. Введемо позначення. Нехай: x – ставка податку на додану вартість; D – дохід бюджету; Π_n^0 - податковий сукупний попит; C_n^0 - початкова ціна; ΔD – недопоступлення в дохідну частину бюджету.

Сукупний попит і сукупна пропозиція перебувають у тісній взаємодії і для них справедливим є принцип нерівності при заданій величині видатків бюджету B . Перевищення видатків над доходами рівне величині, яка відображає дефіцит бюджету ($БД$) і визначається за формулою:

$$БД = B - D_0. \quad (4.58)$$

Розглянемо взаємозв'язок ціни та ставки податку. Відомо, що підвищення ставки податку викликає підвищення ціни (C_0). Таку залежність представимо у вигляді:

$$C_n = C_n^0 (1 + mx), \quad (4.59)$$

де m – емпіричний коефіцієнт, який визначається на основі статистичного аналізу конкретної ситуації та відображає підвищення ціни при зміні ставки податку x .

Підвищення ставки податку зумовлює падіння сукупного попиту (Π_n), яке можна виразити таким чином:

$$\Pi_n = \Pi_n^0 (1 - kx), \quad (4.60)$$

де k – емпіричний коефіцієнт, який характеризує тенденції та зменшення податкової бази при зміні ставки податку x .

Дохід бюджету визначимо за формулою:

$$D = \Pi_n C_n x. \quad (4.61)$$

Враховуючи формули (4.60) та (4.61), отримуємо:

$$\begin{aligned} D &= \Pi_n^0 (1 - kx) C_n^0 (1 + mx) x = \Pi_n^0 C_n^0 (1 - kx^2) (1 + mx) x \\ &= \Pi_n^0 C_n^0 (x + (m - k)x^2 - mkx^3) \end{aligned} \quad (4.62)$$

де $\Pi_n^0 U_n^0$ – база, що підлягає оподаткуванню при мінімально можливих ставках податку, тобто база, яка не залежить від оподаткування.

Дохід бюджету буде рівним нулю при виконанні умови:

$$x + (n - k) \bar{x}^2 - mkx^3 = 0, \quad x \left[+ (n - k) \bar{x} - mkx^2 \right] = 0,$$

тобто:

$$mkx^2 - (n - k) \bar{x} - 1 = 0. \quad (4.63)$$

Дохід бюджету рівний нулю, за умови, що ставка податку x_0 рівна:

$$x_0 = \frac{m - k}{2mk} - \sqrt{\frac{(n - k) \bar{x}^2}{4m^2 k^2} + \frac{1}{mk}}. \quad (4.64)$$

Для знаходження оптимального рівня ставки податку у формулі (4.62) беремо часткову похідну по x :

$$\frac{\partial D}{\partial x} = 1 + 2(n - k) \bar{x} - 3mkx^2 = 0. \quad (4.65)$$

Розв'язуючи рівняння (4.65), визначаємо оптимальну ставку податку ($x_{\text{оп}}$), при якій поступлення в бюджет буде максимальним:

$$x_{\text{оп}} = \frac{m - k}{3mk} - \sqrt{\frac{(n - k) \bar{x}^2}{9m^2 k^2} + \frac{1}{3mk}}. \quad (4.66)$$

На практиці важливо визначити ту межу ставки податку, за якою починається пригнічення економічної активності платників податків, що в кінцевому випадку призводить до зменшення податкової бази. Психологічні особливості поведінки людей полягають у тому, що при збільшенні податкової ставки зростає ухилення від сплати податків, збільшуються доходи тіньової економіки. Як правило, доходи, що підлягають оподаткуванню не рівні доходам, які оподатковуються. Ця різниця і є доходами тіньової економіки. Збільшення податкового навантаження на юридичні та фізичні особи сприяє падінню обсягів виробництва (у виробників немає бажання випускати продукцію), скороченню обсягів реалізації через зростання ціни та зменшенню попиту на нього, росту кількості збиткових підприємств.

Розглянемо методику оптимального управління рівнем податкової ставки за допомогою графічного методу (рис. 4.16). Припустимо, що існуюча ставка податку рівна x^* . Проведемо з т. P_0 пряму паралельно осі ординат до перетину з кривою Лаффера в точці C . Точка M є точкою, у якій ставка податку ($x_{оп}$) забезпечує максимальне поступлення доходу в бюджет. Має місце два випадки розміщення точки C на кривій Лаффера відносно точки M . Якщо точка C знаходиться праворуч від точки M (рис. 4.16.а), то проводимо через т. C пряму, паралельну осі абсцис аж до перетину з кривою Лаффера у точці C_1 . Далі опускаємо з точки C_1 перпендикуляр на вісь абсцис, тим самим отримуємо нове значення податкової ставки x_1 . Отже, в даному випадку величина можливого зменшення податкової ставки Δx буде рівна: $\Delta x = x^* - x_1$. У другому випадку через точку C проводимо пряму, паралельну осі абсцис до перетину з прямою $Mx_{оп}$ у точці C_2 . Тоді величина можливого підвищення ставки податку буде рівна: $\Delta x = x_{оп} - x^*$. Таким чином, нами отримано формулу, яка складає основу алгоритму запропонованої методики оптимального управління рівнем податкової ставки:

$$\Delta x = \begin{cases} x^* - x_1, & \text{якщо } x^* > x_{оп} \\ x_{оп} - x^*, & \text{якщо } x^* \leq x_{оп}. \end{cases} \quad (4.67)$$

Приведена модель дає змогу визначити оптимальний розмір зниження чи підвищення податкової ставки і тим самим збільшити надходження коштів до бюджету.

За основу візьмемо поступлення податку на додану вартість, ставка котрого рівна 20 %. Статистика свідчить, що підвищення податкової ставки супроводжується пропорційною зміною цін, тобто $m = 1$. Зниження обсягу платежів відбувалося інтенсивніше, ніж зміна цін через цю ставку.

Поклавши $m = 1$, $x = 20\%$, $kx = 37\%$, обчислюємо значення k :

$$k = \frac{k}{m} = \frac{kx}{mx} = \frac{37\%}{20\%} = 1,85.$$

За формулою (4.66) визначимо ставку податку, яка забезпечить максимальне поступлення податку до бюджету:

$$x_{\text{оп}} = \frac{m-k}{3mk} - \sqrt{\frac{(m-k)^2}{9m^2k^2} + \frac{1}{3mk}} = \frac{1-1.85}{3 \cdot 1 \cdot 1.85} - \sqrt{\frac{(-1.85)^2}{9 \cdot 3.4225} + \frac{1}{3 \cdot 1.85}} \approx 30\%.$$

Ми отримали оптимальне значення величини ставки податку – 30 %. Це означає, що передбачена ставка завищена на 7 %. Граничну ставку податку, що забезпечить нульовий дохід бюджету при збереженні ситуації ухилення від сплати податку визначаємо з рівності:

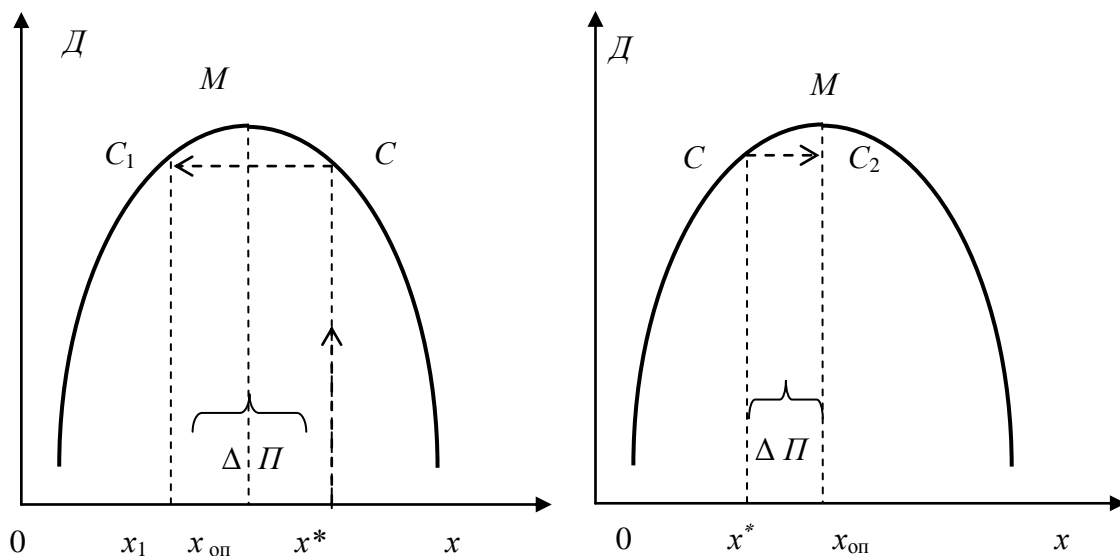
Поклавши $m = 1$, $x = 20\%$, $kx = 37\%$, обчислюємо значення k :

$$k = \frac{k}{m} = \frac{kx}{mx} = \frac{37\%}{20\%} = 1,85.$$

За формулою (4.66) визначимо ставку податку, яка забезпечить максимальне поступлення податку до бюджету:

$$x_{\text{оп}} = \frac{m-k}{3mk} - \sqrt{\frac{(m-k)^2}{9m^2k^2} + \frac{1}{3mk}} = \frac{1-1.85}{3 \cdot 1 \cdot 1.85} - \sqrt{\frac{(-1.85)^2}{9 \cdot 3.4225} + \frac{1}{3 \cdot 1.85}} \approx 30\%.$$

Ми отримали оптимальне значення величини ставки податку – 30 %. Це означає, що передбачена ставка завищена на 7 %. Граничну ставку податку, що забезпечить нульовий дохід бюджету при збереженні ситуації ухилення від сплати податку визначаємо з рівності:



а)

б)

Рис. 4.16 Можливості підвищення та зниження податкової ставки.

$$x + (n - k)x^2 - mk \cdot x^3 = 0.$$

У нашому випадку маємо:

$$1.85 \cdot x^3 - 0.85x^2 - x = 0, \quad 1.85 \cdot x^2 + 0.85 \cdot x - 1 = 0.$$

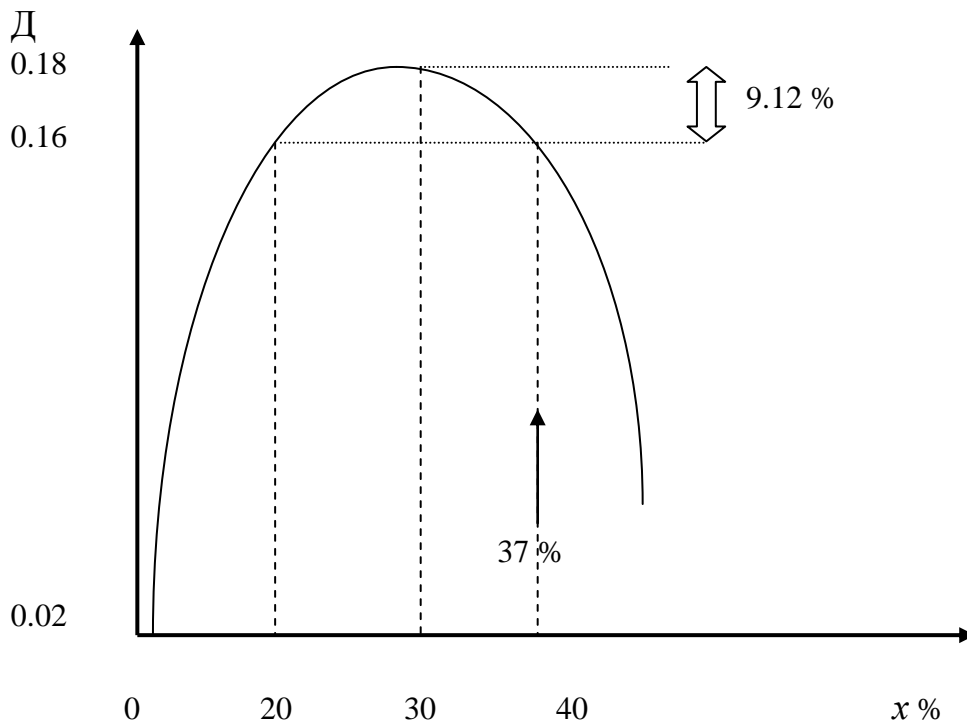


Рис. 4.17 Залежність поступлень податку до бюджету від зміни ставки оподаткування.

Розв'язуючи рівняння, отримуємо величину граничної ставки податку 54%. На рис. 4.17 маємо графічне підтвердження справедливості зробленого висновку. Величина недоотриманого доходу, максимальне значення якого має місце при $x_{оп} = 30\%$, становить 9.12%.

$$\frac{\Delta D}{D} = \frac{D_{k=30\%} - D_{k=37\%}}{D_{k=37\%}} = \frac{0.1735 - 0.159}{0.159} \approx 0.0912.$$

Оцінимо наскільки вірно взяті значення коефіцієнта k , яке ми отримали при порівнянні kx та mx , і чи при цьому поступлення в дохідну частину

бюджету при ставці $x_1 = 20\%$ фактично рівні поступленням при ставці $x_2 = 37\%$ з допомогою рівняння:

$$x_2 + (-k)x_2^2 - kx_2^3 = x_1 + (-k)x_1^2 - kx_1^3, \text{ при } m = 1.$$

Розв'язавши дане рівняння, отримуємо $k = 1.88$, тобто отримана нами величина близька до значення коефіцієнта k , який був узятий за основу при розрахунках.

Вище наведені розрахунки приведені для податку на додану вартість, але, з урахуванням сукупної податкової ставки, модель можна застосовувати для розрахунку всіх можливих податкових поступлень до бюджету, оскільки зміна податкової ставки є тим мотиваційним чинником, який впливає на ділову та фінансову стійкість суб'єктів оподаткування.

Розділ 5. Економетричне моделювання податкових надходжень

5.1 Економетричне моделювання податкових надходжень від місцевих податків і зборів, податку на прибуток підприємств, прибуткового податку з громадян і інше

Процес надходження до бюджету податкових платежів, як і будь-який інший економічний процес, доцільно розглядати з точки зору стохастичних характеристик, оскільки його рівні в послідовні періоди відображають вплив множини взаємодіючих чинників, які можна трактувати як випадкові величини, що мають певну закономірність у динаміці. Кількісний аналіз основних показників поступлень доходів до бюджету підтверджує випадковість цього процесу. В якості вхідної інформації про поступлення податкових платежів можна використати місячні звітні дані податкових адміністрацій за певний період часу в розрізі наступних платежів: загальний обсяг поступлень ПДВ, податок на прибуток підприємств, прибутковий податок з громадян, акцизний збір, плата за землю та інші поступлення. Основні статистичні характеристики (математичне сподівання, середньоквадратичне відхилення, коефіцієнт варіації, асиметрія, ексцес) умовного об'єкта можна дослідити (табл. 5.1) з допомогою процедури "Описательная характеристика" програмного продукту STADIA [13].

Таблиця 5.1.

Основні статистичні характеристики показників поступлень доходів до умовного бюджету

Показники	Математичне сподівання	Середньоквадратичне відхилення	Коефіцієнт варіації	Асиметрія	Ексцес
Всього поступлень	60.35	9.374	0.1553	0.5634	1.899
Податок на прибуток підприємств	7.49	1.078	0.1439	0.3946	2.476
Прибутковий податок з громадян	14.79	8.092	0.5471	0.6468	2.003
ПДВ	16.17	1.431	0.0885	-0.2314	2.285
Акцизний збір	6.409	1.969	0.30721	-0.0011	2.198
Плата за землю	2.749	0.575	0.2092	0.322	1.78
Інші поступлення	12.75	1.874	0.1469	0.7874	1.897

Для передбачення розвитку процесів у майбутньому необхідно дослідити динамічні ряди минулого. Через це, етапу прогнозування податкових поступлень повинно передувати комплексне вивчення рядів динаміки, що дасть можливість визначити тенденцію зміни даного економічного явища.

Основна мета кількісного аналізу часових рядів – виявлення головної тенденції розвитку дослідного явища (встановлення закономірності зміни рівня даного показника в часі). Переважно при практичному аналізі часових рядів використовують наступні етапи:

- графічне представлення та інтерпритація часового ряду;
- визначення та вилучення детермінованих складових ряду, що залежать від часу (тренду, сезонних і циклічних складових);
- дослідження випадкової складової часового ряду після вилучення детермінованих складових;
- вибір математичної моделі для опису випадкової складової та перевірка адекватності;
- прогнозування майбутнього розвитку процесу, що описується з допомогою побудованого динамічного ряду;
- дослідження взаємодії між різними часовими рядами.

5.2 Моделювання та прогнозування рядів динаміки обсягів податкових надходжень. Формалізований аналіз факторів, які впливають на обсяг податкових надходжень

Базові знання про можливий характер тренду дає графічне представлення часового ряду. При явній нестационарності часового ряду необхідно визначити й вилучити нестационарні складові (тренд, сезонну та періодичну компоненти).

У більшості випадків першим кроком виявлення основної тенденції є згладжування. Традиційним методом згладжування часового ряду є метод ковзних середніх [11], який ґрунтується на переході від початкових значень ряду до їхніх середніх на інтервалі часу. Отриманий таким чином ряд ковзних

середніх за рахунок укрупнення відхилень вихідного ряду веде себе гладше, ніж початковий. Така процедура дає представлення про загальну тенденцію поведінки ряду. На практиці можна використовувати згладжування з допомогою середнього арифметичного трьох і дев'ятимісячним ковзними середніми. Так можна визначити степінь тенденції росту податкових надходжень.

Вивчення основної тенденції розвитку методом ковзної середньої є лише емпіричним способом попереднього кількісного аналізу. Для побудови кількісної моделі, яка відобразить загальну тенденцію зміни рівня динамічного ряду, треба скористатися аналітичним вирівнюванням. При цьому зміна дослідного чинника оцінюється як функція від часу (буде функцією від часу).

Іноколи виникає необхідність розрахувати декілька моделей і серед адекватних до експериментальних даних вибрати ту, для якої мінімальна стандартна помилка чи максимальний коефіцієнт кореляції. Проте, все залежить від конкретної задачі: так, для вдалої локалізації області максимуму, можна скористатися і неадекватною моделлю для сильно зашумлених даних. Необхідно враховувати, що ряд нелінійних моделей у процесі обчислень зводиться до лінійної моделі з попереднім перетворенням значень залежної змінної. Дана процедура приводить до ліквідації не самих відхилень експериментальних точок від регресійної кривої, а зважених цим перетворенням відхилень.

Познайомимося з основними формулами моделей, які можна використати в прогнозуванні з допомогою системи STADIA [13]:

- | | |
|--------------------------|----------------------------------|
| 1) лінійна | $Y=a+b \cdot t$ |
| 2) парабола | $Y=a+b \cdot t+c \cdot t^2$ |
| 3) поліноміальна | $Y = \sum_{i=0}^m a_i \cdot t^i$ |
| 4) степені $\frac{1}{2}$ | $Y = a + b \cdot \sqrt{t}$ |
| 5) логарифмічна | $Y=a+b \cdot \ln(t)$ |
| 6) степенева | $Y=a \cdot t^b$ або |

	$Y = \exp(a + b \cdot \ln(t))$
7)	$Y = a + b \cdot t^c$
8) експонента	$Y = \exp(a + b \cdot t)$
9)	$Y = \exp(a + b/t)$
10)	$Y = \exp(a + b \cdot \sqrt{t})$
11)	$Y = \exp(a + b \cdot t + c \cdot t^2)$
12)	$Y = a + b \cdot \exp(c \cdot t)$
13) гіпербола	$Y = a + b/t$
14)	$Y = 1/(a + bt)$
15)	$Y = 1/(a + b/t)$
16)	$Y = 1/(a + b \cdot \sqrt{t})$
17)	$Y = 1/(a + b \cdot \ln(t))$
18)	$Y = a + 1/(b + ct)$
19) оптимума	$Y = 1/(a + b \cdot t + c \cdot t^2)$
20)	$Y = x/(a + b \cdot t + c \cdot t^2)$
21) логістична	$Y = a + b/(1 + \exp(c + d \cdot t))$
22) лінійна з синусом	$Y = a + b \cdot x + c \cdot \sin(d + e \cdot t),$

де t - часовий інтервал.

Побудуємо прогностні моделі діяльності умовного об'єкта на основі ретроспективних даних обсягів основних видів податкових платежів до бюджету (табл. 5.2). Процедуру моделювання виконаємо з допомогою програмного продукту STADIA. Результати даного процесу представимо табл.5.3.

Запропоновані моделі тренду описують загальну характерну тенденцію поведінки динамічного ряду. Однак, виконання на основі цих моделей достатньо точного прогнозу місячних податкових надходжень до бюджету викликає певні труднощі, що породжені великою сезонною мінливістю ряду.

Сезонні коливання динамічного ряду пов'язані з особливістю термінів сплати податків. Через це при кількісному аналізі коливань динамічних рядів, поряд із виділенням випадкових коливань, виникає задача вивчення

періодичних (сезонних) коливань, якими можуть бути всі явища, що мають у своєму розвитку чітко виражену закономірність внутрішніх річних змін.

Таблиця 5.2

Динаміка та структура надходження податкових платежів до бюджету умовного об'єкта

Поступлення	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Всього поступлень. млн. грн., питома вага, %. (y)	50,4 100	54,2 100	52,69 100	57,03 100	63,3 100	69,23 100	75.62 100
Податок на прибуток підприємств, млн. грн., питома вага, %. (x_1)	6,02 11.94	6,88 12.69	6,72 12.75	7,66 13.43	8,01 12.65	7,79 11.19	9.35 12.36
Прибутковий податок з громадян, млн. грн., питома вага, %. (x_2)	7,05 13.99	7,64 14.1	9,33 17.71	11,96 20.97	17 26.86	22,19 32.05	28.37 37.52
ПДВ, млн. грн., питома вага, %. (x_3)	17,2 34.13	18,22 33.62	16,53 31.37	15,21 26.67	15,57 24.6	16,59 23.96	13.84 18.3
Акцизний збір, млн. грн., питома вага, %. (x_4)	6,12 12.14	7,83 14.45	5,93 12.55	3,42 6.0	4,89 7.73	7,27 10.5	9.4 12.43
Плата за землю, млн. грн., питома вага, %. (x_5)	2,1 4.17	2,39 4.41	2,18 4.14	3,13 3.6	2,66 4.2	3,13 4.52	3.65 4.83
Інші поступлення, млн. грн., питома вага, %. (x_6)	11,91 23.63	11,24 20.74	12 22.77	15,65 27,44	15,17 23.97	12,26 17.71	11.01 14.56

Існують різні економетричні методи для виміру сезонних коливань. Одним із методів виділення сезонної хвилі є спектральний аналіз і побудова на його підґрунті аналітичної моделі часового ряду [13]. Метою спектрального аналізу є знаходження прихованих періодичностей і оцінка їхньої інтенсивності. Це можна зробити з допомогою процедури “Спектральний аналіз” системи STADIA.

Одним із загальноприйнятих способів аналізу структури стаціонарних часових рядів є використання дискретного перетворення Фур'є для оцінки спектральної густини або спектру ряду. Цей метод може використовуватися в системі оподаткування в наступних напрямках:

- для отримання описової статистики одного часового ряду чи описової статистики залежностей між двома часовими рядами;

- для виявлення періодичних і квазіперіодичних властивостей часових рядів;

Таблиця 5.3

Показник	Вид залежності та статистичні оцінки, t - часовий інтервал	Прогнозні значення	
		2004	2006
Всього поступлень, млн. грн.	$y = 43.73 + 4.155t, R = 0.957$	76.97	85.28
Податок на прибуток підприємств, млн. грн.	$x_1 = e^{1.756+0.062t}, R = 0.944$	9.527	10.79
Прибутковий податок з громадян, млн. грн.	$x_2 = 0.4014 + 3.598t, R = 0.96$	29.18	36.38
ПДВ, млн. грн.	$x_3 = \frac{t}{0.0002 + 0.05172t + 0.00248t^2}, R = 0.996$	13.97	13.07

- для перевірки адекватності моделей, побудованих іншими методами;
- для компактного представлення даних;
- для інтерполяції динаміки часових рядів.

У даній версії пакету можливості спектрального (частотного) аналізу розширені за рахунок включення згладжувальних вікон і методів усереднення, але вони обмежені найбільш вживаними частотними характеристиками: амплітудна та фазова, когерентність, передаточні функції.

Для моделювання хвильових коливань динамічного ряду використовується періодична функція Фур'є такого виду:

$$y = a_0 + \sum_{k=1}^K (a_k \cos 2\pi f_k t + b_k \sin 2\pi f_k t), \quad (5.1)$$

де f_k - частота; k - номер гармоніки.

Фур'є-моделі служать ефективним засобом моделювання нестационарних часових рядів, які мають виражені гармонічні складові. До подібних рядів можна звести й багато кривих росту після усунення тренду. Фур'є-моделі є багатоцільовими й можуть використовуватися як для прогнозування, так і для фільтрації чи згладжування часових рядів.

Розглянутий метод базується на Фур'є-перетворенні з часової області в частотну (спектральну) область (одержання амплітудно-частотної та фазочастотної характеристики) і зворотньо (відновлення початкового часового ряду). Неможливість прямого використання АЧХ та ФЧХ для прогнозування визначається тим, що вони містять повну інформацію про часовий ряд і прогноз є точним повторенням часового ряду з його початку. Явний вихід – зниження ступені густини відтворення інформації про часовий ряд в АЧХ і ФЧХ. Тому цінність даної процедури полягає у методиці побудови спектральної моделі шляхом виключення із спектру незначних і шумових складових та наступної адаптації такої моделі до вхідного часового ряду.

Далі спектральна модель однозначно перетворюється у часову область, у результаті чого одержуємо власне модель часового ряду, яка відображає основні гармонічні складові. Дану модель можна використовувати для прогнозування або як результат фільтрації часового ряду, а ступінь адекватності моделі можна оцінити звичайними статистичними методами.

Таким чином, дана методика включає таких два етапи: побудова спектральної моделі та її адаптація.

Основними інструментами при побудові спектральної моделі є такі характеристики:

- експоненціальне усереднення спектральних характеристик;
- послідовна фільтрація – вилучення із спектру всіх складових у заданому діапазоні частот;
- очищення спектру – вилучення з нього всіх низько амплітудних гармонійних складових, які не перевищують заданий рівень.

Дані інструменти є взаємодоповнюючими, їх можна використовувати незалежно або в довільних комбінаціях один з одним.

Для усереднення задається число поділів часового ряду. Кожний поділ представляє собою відрізок вдвічі коротший від попереднього і приєднаний до кінця часового ряду. На кожному відрізку незалежно обчислюються частотні

характеристики й проводиться їх експоненціальне усереднення, тобто наступні відрізки мають і більші ваги. Внаслідок цього усереднення у спектрі в більшій ступені проявляються високочастотні складові, характерні для часових відрізків, які лежать близько до дійсного (кінцевої точки часового ряду). Початкові відрізки виявляють довгохвильові складові.

5.3 Адаптивні моделі для прогнозування надходжень до бюджету за основними видами податків

Адаптація моделі здійснюється шляхом послідовного наближення трьох параметрів (амплітуди, фази, частоти) кожної спектральної складової до часового ряду за критерієм найменших квадратів. У випадку проведеного усереднення адаптація проводиться за кінцевим відрізком часового ряду, що дозволяє ще раз скоректувати модель. При відсутності усереднення адаптація проводиться для всього часового ряду.

Розглянемо прогнозні моделі, що дають можливість відобразити більш складну динаміку, ніж проста регресійна залежність змінної від часового тренду. Тут піде мова про використання адаптивних моделей прогнозування обсягів податкових поступлень.

Мета адаптивних методів полягає в побудові моделей, які мають властивість відображати умови зміни процесів у часі, враховувати інформаційну значимість різних складових часової послідовності та дати досить точні оцінки майбутніх членів динамічного ряду.

В основу адаптивних методів покладена модель експоненціального згладжування, завданням якої є – згладжування часового ряду з допомогою ковзної середньої, з вагами, що спадають за експоненціальним законом в міру віддалення в минуле. Рівняння простого експоненціального згладжування має вигляд:

$$S_t = \alpha y_t + (1 - \alpha) S_{t-1}, \quad (5.2)$$

де S_t - згладжений рівень для періоду t ; S_{t-1} - згладжений рівень попереднього періоду з t ; y_t - фактичний рівень періоду t ; α - параметр згладжування.

Параметр згладжування α вибирають після змістовного аналізу процесу податкових поступлень, залежно від відносної цінності ретроспективних даних. Якщо більшу вагу необхідно надати попереднім даним, то α вибирають близьким до одиниці, якщо ж необхідно враховувати більшу частину теперішніх даних - α надається мале значення. У більшості випадків параметр α оцінюється на основі квадратів залишків, тобто, чим менша помилка наступних прогнозів при заданому α , тим краща адаптація моделі до реальних умов.

Для опису та прогнозування податкових поступлень можна використати стандартну процедуру "ARIMA-моделі" системи STADIA [13]. Побудова моделей авторегресії та проінтегрованого ковзного середнього (ARIMA) є корисною при описі й прогнозуванні поведінки стаціонарних і нестаціонарних часових процесів податкових поступлень, які виявляють однорідні коливання довкола змінного середнього значення.

Основу моделей авторегресії складає рекурентне співвідношення виду:

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + \dots + a_\tau y_{t-\tau} + e_t, \quad (5.3)$$

де t – період часу; τ - порядок моделі авторегресії; $y_{t-\tau}$ - значення часового ряду, що відповідає періоду $t-\tau$; a_τ - коефіцієнти автокореляції; $e(t)$ - випадкова компонента.

В таких моделях прогнозне значення моделюючої змінної залежить від попередніх значень тієї ж змінної за декілька минулих періодів.

Розглянуті раніше моделі описують процес поступлення податкових платежів до бюджету як функції часу. Проте на практиці розвиток явищ і процесів зумовлений не часом, який пройшов від початкового моменту, а напрямком і інтенсивністю факторів, які впливають на їх розвиток. Розвиток явищ у динаміці виступає зовнішнім вираженням факторів і їх сумарною дією, що проявляють вплив на зміну рівня в окремо взяті проміжки часу.

Ось чому при побудові моделі динаміки податкових надходжень доцільно виділяти фактори притаманні даному процесові та оцінити ступінь їх впливу на даний процес. Побудована модель має враховувати загальні закономірності зміни процесу податкових надходжень за період дослідження та зміну впливу комплексу чинників в динаміці.

Прогноз податкових надходжень до бюджету, насамперед може бути здійсненим у розрізі основних найбільш доходних видів податків. На сьогоднішній день основу податкових надходжень складають: податок на прибуток підприємств, прибутковий податок з громадян, ПДВ, акцизний збір (табл. 5.2).

На основі перелічених видів податків і використання програмного продукту STADIA нами отримані економетричні моделі прогнозу загального обсягу податкових поступлень.

Аналіз отриманих моделей на предмет адекватності та статистичної значущості показав, що найкращою є модель типу Кобба-Дугласа:

$$y = 6.228x_1^{0.3412} \cdot x_2^{0.2365} \cdot x_3^{0.3487}, R = 0.9907.$$

Обсяг податкових надходжень до бюджету тісно пов'язаний із рівнем виробничо-фінансової діяльності виробничих і підприємницьких структур та рядом соціальних факторів.

При дослідженні процесу податкових поступлень до бюджету необхідно враховувати, що даний процес реагує на інформацію впливу чинників з деякою затримкою. Якщо сума всіх таких затримок (лагів) вимірюється деяким постійним числом t , яке рівне цілому числу заданих періодів часу, то при встановленні економічних зв'язків необхідно в праву частину рівняння включити лагові значення пояснюючих змінних:

$$y_t = a_0x_t + a_1x_{t-1} + \dots + a_kx_{t-k}. \quad (5.4)$$

Так, наприклад, для кількісного аналізу розподілених лагів можна використати модель, яка описує залежність загальної суми поступлень до

бюджету від значень показника випуску товарів і послуг за попередніх шість місяців:

$$y_t = a_0x_t + a_1x_{t-1} + \dots + a_6x_{t-6}, \quad (5.5)$$

де x_t - обсяг випуску товарів і послуг в періоді t .

Така процедура тільки підвищить рівень якості прогнозних значень.

Розділ 6. Прийняття вигідних фіксальних рішень в умовах нестійкого економічного середовища

6.1 Основні кількісні критерії прийняття рішень в умовах ризику та невизначеності

Завдання прийняття рішень в умовах невизначеності виникає при необхідності діяти в ситуації, яка відома не повністю. Її формують переважно як задачу пошуку окремого найкращого (в певному розумінні) рішення наперед заданій множині допустимих рішень. Основна проблема полягає в тому, що наслідки, пов'язані з прийняттям будь-якого рішення, залежать від невідомої ситуації. Ступінь неприйнятності цих наслідків прийнято вимірювати умовними одиницями – втратами, яких за припущенням може зазнати активна особа (той, хто приймає рішення). Основною вхідною інформацією, необхідною для розв'язання задач такого типу, є функція втрат, яка являє собою залежність втрат від двох аргументів: рішення та ситуації. Основний крок при розв'язуванні задачі полягає в перетворенні функції втрат на функцію ризику, яка відображає залежність ступеня ризику, на який іде активна особа. Спосіб такого перетворення неоднозначний і залежить від критерію ризику, який вибрала активна особа.

Основними причинами невизначеності є:

- невизначений характер науково-технічного процесу;
- динамічні зміни внутрішніх і зовнішніх умов розвитку економіки;
- неминучі похибки при аналізі складних систем;
- імовірнісний характер основних економічних параметрів;
- розвиток і розширення творчої активності працездатного населення;
- необхідність проектування потужних інформаційних потоків на комп'ютерній базі.

Як ризик розглядаємо такі ситуації, при яких настання невідомих подій дуже ймовірне і може бути знайденим. У той же час ситуація, при якій імовірність настання невідомих подій завчасно не може бути нами встановленою, чи не може бути встановленою традиційними засобами, називається невизначеністю.

Поняття господарського ризику та умови його виникнення тісно пов'язані з поняттям невизначеності й ефективності. Ось чому процесу знаходження найбільш ефективного варіанта розвитку деякої виробничої системи властивий господарський ризик. Отже, раціональні методи прийняття рішень в умовах ризику пов'язані з множиною допустимих (збалансованих) планів і їх ефективностями, які є складовими оптимального планування. Тобто раціональні рішення в умовах ризику є оптимальними.

За наявності ризику, а отже, й невизначеності, під збалансованим планом уже недостатньо розуміти план, узгоджений із внутрішніми та зовнішніми параметрами лише за усередненими очікуваними об'ємними показниками, оскільки їх дійсні значення можуть істотно відрізнятись від очікуваних. Тут необхідно враховувати варіацію невизначених параметрів і частоти, з якими вони потрапляють у певний інтервал.

Одним із основних способів підвищення ступеня збалансованості плану в умовах невизначеності є формування необхідних резервів.

Для прийняття рішень в умовах невизначеності вхідна інформація задається у вигляді матриці, стрічки якої відповідають можливим альтернативам, а стовпці – станам систем.

У дискретному випадку вказані дані представляються матрицею:

	S_1	...	S_m
a_1	$V_{(a_1, S_1)}$...	$V_{(a_1, S_m)}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
a_m	$V_{(a_m, S_1)}$...	$V_{(a_m, S_m)}$

Кожній альтернативі та кожному стану системи відповідає результат (наслідок), який визначає виграш (або втрати) при виборі альтернативи й реалізації стану. Отже, якщо a_i представляє альтернативу i ($i = \overline{1, n}$), S_j представляє можливий стан j ($j = \overline{1, m}$), то $V(a_i, S_j)$ описує відповідний результат. У загальному випадку $V(a_i, S_j)$ може бути неперервною функцією аргументів a_i і S_j .

Така форма представлення в подальшому буде використовуватися при розгляді критеріїв прийняття рішень в умовах невизначеності.

Критерій Лапласа використовується при умові, коли ймовірності можливих станів систем невідомі, тобто в умовах повної невизначеності. Він базується на використанні принципу недостатнього обґрунтування, який стверджує, що стани системи S_1, S_2, \dots, S_m мають рівні ймовірності. Враховуючи вищесказане, початкову задачу можна розглядати як задачу прийняття рішень в умовах ризику, коли вибирається альтернатива a_i , яка дає найбільш очікуваний виграш R_1 (коли $V(a_i, S_j)$ моделює прибуток) або найменший очікуваний програш R_1 (коли $V(a_i, S_j)$ моделює витрати). Отже, для знаходження величини R_1 має місце:

$$R_1 = \begin{cases} \max_i \left\{ \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m V(a_i, S_j) \right\}, \text{ якщо } V(a_i, S_j) \text{ – прибуток,} \\ \min_i \left\{ \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m V(a_i, S_j) \right\}, \text{ якщо } V(a_i, S_j) \text{ – витрати,} \end{cases} \quad (6.1)$$

де $\frac{1}{m}$ – ймовірність реалізації стану S_j ($j = \overline{1, m}$).

Критерій Лапласа доцільно використовувати в тих випадках, коли різниця між окремими станами системи велика, тобто велика дисперсія значень.

Критерій Вальда є найбільш обережним, оскільки він ґрунтується на виборі альтернативи з усіх найгірших можливих. У зв'язку з цим його часто називають максиміним (мінімаксімним).

Якщо результат $V(a_i, S_j)$ відображає втрати особи, що приймає рішення, то для альтернативи a_i найбільші втрати, незалежно від можливого стану S_j , будуть рівними $\max_j V(a_i, S_j)$. Відповідно до мінімаксного критерію

найкращою вибирається альтернатива a_i , яка дає $R_2 = \min_i \max_j V(a_i, S_j)$.

Аналогічно в тому випадку, коли $V(a_i, S_j)$ відображає вигреш відповідно до максимінного критерію, вибирається альтернатива a_i , яка дає

$$R_2 = \max_i \min_j V(a_i, S_j).$$

Використання критерію Вальда інколи приводить до суперечливих висновків. Розглянемо таку матрицю втрат (грн.).

$V(a_i, S_j)$		S_1	S_2	\max_j	$\leftarrow \min_i$
	a_1	50	210	210	
	a_2	150	200	200	

Користуючись критерієм Вальда, приходимо до вибору альтернативи a_2 . Інтуїтивно проситься вибрати a_1 , оскільки не виключено, що $S = S_1$. Тоді втрати складуть тільки 50 грн. При виборі альтернативи a_2 втрати завжди будуть не меншими 150 грн.

Розглянемо критерій Севіджа, який ґрунтується на принципі мінімакса наслідків прийнятого помилкового рішення і старається мінімізувати втрачену вигоду. Його зміст полягає у формуванні нової матриці втрат $W(a_i, S_j)$ з допомогою такої формули:

$$W(a_i, S_j) = \begin{cases} \max_k V(a_k, S_j) - V(a_i, S_j), & \text{якщо } V(a_i, S_j) \text{ - прибуток,} \\ V(a_k, S_j) - \min_k V(a_i, S_j), & \text{якщо } V(a_i, S_j) \text{ - втрати.} \end{cases} \quad (6.2)$$

Отримані значення показують величину ризику, тому критерій Севіджа називають критерієм мінімального ризику. У першому випадку W_{i, S_j} є різницею найкращого значення в стовпці S_j і значенням V_{i, S_j} . За змістом, W_{i, S_j} виражає «співчуття» особі, що приймала рішення, у зв'язку з тим, що вона не вибрала найкращої дії відносно стану S_j .

У другому випадку W_{i, S_j} відображає різницю V_{i, S_j} та найгірше значення в стовпці S_j .

Незалежно від того, чи V_{i, S_j} є прибутком або втратами, функція W_{i, S_j} в обох випадках визначає втрати. Тому до W_{i, S_j} слід використовувати тільки мінімаксний критерій.

Отже, формула для вибору оптимальної альтернативи з допомогою критерію мінімального ризику набуває вигляду:

$$R_3 = \min_i \max_j W_{i, S_j} .$$

Розглянутий критерій досить часто використовується в практичній діяльності при прийнятті управлінських рішень на тривалий період. Наприклад, при розподілі капітальних вкладень на перспективу він дає добрі результати.

Критерій Гурвіца в своєму алгоритмі охоплює декілька підходів до прийняття рішень: від найбільш оптимістичного до найбільш песимістичного.

При найбільш оптимістичному підході можна вибрати альтернативу, яка дає $\max_i \max_j V_{i, S_j}$, де V_{i, S_j} є вигрaшем (прибутком).

Аналогічно для найбільш песимістичних припущень вибрана альтернатива відповідає

$$\max_i \min_j V_{i, S_j} . \tag{6.3}$$

Критерій Гурвіца встановлює баланс між випадками крайнього оптимізму й крайнього песимізму, порівнюючи обидві альтернативи з допомогою

відповідних коефіцієнтів α , та $(\alpha-1)$, де $0 \leq \alpha \leq 1$. Якщо V_{a_i, S_j} представляє прибуток, то вибираємо альтернативу, яка дає

$$R_4 = \max_i \left[\alpha \max_j V_{a_i, S_j} - 1 - \alpha \min_j V_{a_i, S_j} \right]. \quad (6.4)$$

У випадку, коли V_{a_i, S_j} представляє втрати, критерій вибирає альтернативу, яка дає

$$R_4 = \min_i \left[\alpha \min_j V_{a_i, S_j} + 1 - \alpha \max_j V_{a_i, S_j} \right]. \quad (6.5)$$

Параметр α є показником оптимізму (ступенем впевненості): при $\alpha=1$, критерій дуже оптимістичний; при $\alpha = 0$ – дуже песимістичний. Значення α ($0 \leq \alpha \leq 1$) може визначитися залежно від характеру особи, яка приймає рішення, тобто що їй більш характерно: песимізм чи оптимізм. Чим складніша господарська ситуація, чим більше в ній хоче підстрахуватись ОПР, тим ближче до нуля вибирається α . Якщо α наближається до нуля, то збільшується невпевненість при досягненні успіху. Використання окресленого критерію ускладнюється при відсутності достатньої інформації про величину параметра α , який в силу суб'єктивних причин при різних рішеннях і в різних ситуаціях набуває різних значень. При відсутності інформації про яскраво виражений характер особи α приймається рівним 0,5.

Припустимо, що $\alpha = 0$, тобто ОПР має мало надії на сприятливий наслідок, тоді отримаємо:

$$R_4 = \max_i 0 \cdot \max_j V_{a_i, S_j} + 1 - 0 \cdot \min_j V_{a_i, S_j} = \max_i \min_j V_{a_i, S_j} = R_2.$$

При абсолютній впевненості в досягненні успіху (значення α приймаємо за 1) маємо крайній оптимізм:

$$R_4 = \max_i 1 \cdot \max_j V_{a_i, S_j} + 1 - 1 \cdot \min_j V_{a_i, S_j} = \max_i \max_j V_{a_i, S_j}$$

За умови, що ОПР не має змоги визначити коефіцієнт α , а компроміс між оптимістичним і песимістичним рішеннями бажаний використовуємо вираз:

$$R_4 = \begin{cases} \max_i \left[\frac{\max_j V a_i, S_j + \min_j V a_i, S_j}{2} \right], & \text{якщо } V a_i, S_j \text{ – прибуток,} \\ \min_i \left[\frac{\max_j V a_i, S_j + \min_j V a_i, S_j}{2} \right], & \text{якщо } V a_i, S_j \text{ – втрати.} \end{cases} \quad (6.6)$$

Критерій Байєса (максимум середнього виграшу) використовується за умови, коли відомий розподіл ймовірностей відбуття станів системи. Припустимо, що нам відомі значення ймовірностей $P_j, j = \overline{1, m}$ настання станів системи $S_j, j = \overline{1, m}$, які задаються таким розподілом:

S_j	S_1	S_2	...	S_m	$\sum_{j=1}^m p_j = 1, 0 \leq p_j \leq 1$
p_j	p_1	p_2	...	p_m	

Існування закону розподілу ймовірностей станів системи дає можливість визначити математичне сподівання корисності при виборі кожної альтернативи. Оптимальною вважається та альтернатива, яка забезпечує екстремальне (*min* або *max*) значення математичного сподівання:

$$R_5 = \begin{cases} \max_i \sum_{j=1}^m p_j \cdot V a_i, S_j, & \text{якщо } V a_i, S_j \text{ – прибуток,} \\ \min_i \sum_{j=1}^m p_j \cdot V a_i, S_j, & \text{якщо } V a_i, S_j \text{ – втрати.} \end{cases} \quad (6.7)$$

Критерій мінімуму середнього ризику. Припустимо, що ОПР володіє інформацією про закон розподілу ймовірностей $P_j, j = \overline{1, m}$ настання станів системи $S_j, j = \overline{1, m}$ і ставить перед собою завдання мінімізувати середній ризик. У цьому випадку критерій матиме вигляд:

$$R_6 = \min_i \sum_{j=1}^m p_j W_{a_i, S_j} = \min_i \begin{cases} \sum_{j=1}^m P_j \left[\max_k [V_{a_k, S_j}] - V_{a_i, S_j} \right], & \text{якщо } V_{a_i, S_j} \text{ - прибуток,} \\ \sum_{j=1}^m P_j \left[V_{a_i, S_j} - \min_k [V_{a_k, S_j}] \right], & \text{якщо } V_{a_i, S_j} \text{ - витрати.} \end{cases} \quad (6.8)$$

Критерій Ходжеса-Лемана використовує два суб'єктивних показники: закон розподілу ймовірностей $\bar{p}_j, j = \overline{1, m}$ настання станів системи $\bar{S}_j, j = \overline{1, m}$ і параметр оптимізму α для критерію Гурвіца.

Для загального випадку критерій Ходжеса-Лемана визначається виразом:

$$R_7 = \begin{cases} \max_i \left[\alpha \sum_{j=1}^m p_j V_{a_i, S_j} + 1 - \alpha \min_j V_{a_i, S_j} \right], & \text{якщо } V_{a_i, S_j} \text{ - прибуток,} \\ \min_i \left[\alpha \sum_{j=1}^m p_j V_{a_i, S_j} + 1 - \alpha \max_j V_{a_i, S_j} \right], & \text{якщо } V_{a_i, S_j} \text{ - витрати,} \end{cases} \quad (6.9)$$

де $0 \leq \alpha \leq 1, 0 \leq p_j \leq 1, \sum_{j=1}^m p_j = 1$.

6.2 Теорія ігор та моделі формування рішень з допомогою ігрових методів

При розв'язуванні ряду економічних задач дуже часто виникають конфліктні ситуації, які породжуються суперечливими інтересами виробничих або зацікавлених структур. Математичним апаратом розв'язку такого типу задач є теорія ігор, яка представляє собою теорію побудови математичних моделей прийняття оптимальних рішень в умовах конфлікту. Оскільки сторони, що беруть участь у вирішенні конфліктів, зацікавлені у прихованні своїх намірів від супротивника, тому прийняття рішень в умовах конфлікту є переважно прийняттям рішень в умовах невизначеності. Фактор невизначеності в окресленій ситуації можна інтерпретувати як супротивника суб'єкта, що приймає рішення.

Логічною основою теорії ігор є формалізація трьох понять, які входять у її визначення і є базовими для всієї теорії: конфлікт, прийняття рішення в ньому

та оптимальність цього рішення. Ситуація називається конфліктною, якщо в ній беруть участь сторони, інтереси котрих повністю чи частково протилежні. Гра – це дійсний або формальний конфлікт, в якому є хоч би два учасники (гравці), кожний із яких прагне досягти власної мети. Допустимі дії кожного з гравців, спрямовані на досягнення деякої мети, називаються правилами гри. Кожний гравець має деяку множину (скінченну чи нескінченну) можливих виборів, яка називається стратегіями. Стратегія гравця називається оптимальною, якщо при багатократному повторенні гри вона забезпечує гравцеві максимально можливий середній виграш (або мінімально можливий програш).

В основу класифікації ігор покладено такі ознаки: кількість гравців, кількість стратегій, характер взаємовідносин, характер виграшів, вигляд виграшів, кількість ходів, стан інформації (табл. 6.1).

Залежно від кількості гравців існують ігри: одного гравця, двох гравців, k гравців. Гра називається парною, якщо в ній беруть участь тільки дві сторони (дві особи). Щодо кількості стратегій ігри діляться на скінченні та нескінченні. Якщо в грі кожен із гравців має скінченне число стратегій, то вона називається скінченною. Якщо ж хоч би один із гравців має нескінченну кількість можливих стратегій, то така гра буде називатися нескінченною. За характером взаємовідносин гравців ігри поділяються на безкоаліційні, кооперативні та коаліційні. Безкоаліційними називають ігри, в яких гравці не мають права домовлятися між собою, тобто утворювати коаліції. У кооперативній грі коаліції наперед відомі.

За характером виграшів ігри поділяються на ігри з нульовою сумою та ігри з ненульовою сумою. Гра називається грою з нульовою сумою, якщо сума виграшів усіх гравців у кожній її партії дорівнює нулю, тобто загальний капітал усіх гравців не змінюється, а тільки перерозподіляється між гравцями залежно від отриманих наслідків.

Залежно від виду функції виграшів ігри діляться на матричні, біматричні, неперервні, випуклі, сепарабельні, типу дуелі тощо.

За характером виграшів ігри поділяються на ігри з нульовою сумою та ігри з ненульовою сумою. Гра називається грою з нульовою сумою, якщо сума виграшів усіх гравців у кожній її партії дорівнює нулю, тобто загальний капітал усіх гравців не змінюється, а тільки перерозподіляється між гравцями залежно від отриманих наслідків.

Залежно від виду функції виграшів ігри діляться на матричні, біматричні, неперервні, випуклі, сепарабельні, типу дуелі тощо.

Таблиця 6.1

№ п/п	Класифікаційні ознаки	Групи ігор
1	Число гравців	1. Одного гравця 2. Двох гравців 3. k гравців
2	Кількість стратегій	1. Скінченні 2. Нескінченні
3	Характер взаємовідносин	1. Безкоаліційні 2. Кооперативні 3. Коаліційні
4	Характер виграшів	1. Нульовою сумою 2. Ненульовою сумою
5	Вигляд функції виграшів	1. Матричні 2. Біматричні 3. Неперервні 4. Випуклі 5. Сепарабельні 6. Типу дуелі
6	Кількість ходів	1. Однокрокові 2. Багатокрокові (позиційні, стохастичні, диференціальні, типу дуелі).
7	Стан інформації	1. З повною інформацією 2. З неповною інформацією

Відносно кількості ходів ігри поділяють на однокрокові й багатокрокові. Однокрокові ігри закінчуються після закінчення одного ходу кожного гравця. Багатокрокові ігри поділяються на позиційні, стохастичні, диференціальні, типу дуелі тощо.

Залежно від стану інформації розрізняють ігри з повною та неповною інформацією. Якщо на кожному кроці гри кожному гравцеві відомо, які дії були

Число α називається нижньою ціною гри чи максиміном, а відповідна йому стратегія (рядок) – максимінною.

Якщо гравець A буде дотримуватися максимінної стратегії, то йому, при довільній поведінці гравця B , в будь-якому випадку гарантований виграш, не менший α . Аналогічно можна визначити найкращу стратегію для гравця B , мета якого – звести виграш гравця A до мінімуму. Для цього гравець B прагне для кожної своєї стратегії B_j отримати максимальне значення виграшу при довільній стратегії гравця A_i , тобто він шукає значення $\beta_j = \max_i a_{ij}$. Проте гравець B не може розраховувати на те, що гравець A дозволить йому отримати будь-який із виграшів β_j . Єдине, на що може розраховувати гравець B , то це на те, щоб отримати виграш, який не буде меншим величини $\beta = \min_j \max_i a_{ij}$.

Величина β називається верхньою ціною гри, чи мінімаксом, а відповідна йому стратегія гравця (стовпець) – мінімаксною. Мінімаксна стратегія – найобережніша стратегія для гравця B . Вона забезпечує йому в будь-якому випадку програш, не більший β , і відповідно виграш гравцеві A , теж не більший від β . Якщо $\alpha = \beta = \nu$, то число ν називається ціною гри.

Гра, для якої $\alpha = \beta$, тобто мінімаксне значення рівне максимінному, називається грою із сідловою точкою. Для гри зі сідловою точкою розв'язок полягає у виборі максимінної й мінімаксної стратегій, які є оптимальними. “Оптимальність” тут означає, що жоден гравець не прагне змінити свою стратегію, оскільки його суперник може відповісти на це вибором іншої стратегії, яка може дати гірший результат для першого. Взагалі, значення гри повинно задовольняти нерівність:

$$[\text{Максимінне значення}] \leq [\text{Значення гри}] \leq [\text{Мінімаксне значення}].$$

Наявність у грі сідлової точки дає можливість визначити необхідні оптимальні стратегії. Але деякі ігри не завжди мають сідлові точки, тобто максимінно-мінімаксні стратегії неоптимальні. Це призводить до того, що

кожний із гравців може поліпшити своє становище, вибравши іншу стратегію. У цьому випадку виникає потреба у використанні змішаних стратегій.

Змішані стратегії – це математична модель можливої й гнучкої тактики гравця, при якій супротивний йому гравець не може знати наперед ситуацію, з якою йому придется зіткнутись у грі, тому перед кожною партією проводиться випадковий вибір однієї з чистих стратегій з допомогою деякого механізму, який здійснює цей вибір із визначеними й наперед заданими ймовірностями.

Розглянемо гру двох осіб, матриця платежів якої має розмірність $n \times m$. Нехай гравець A має n стратегій, а гравець B – m стратегій.

Якщо a_{ij} – (i, j) -й елемент матриці гри, то платіжна матриця має вигляд

			B_1	B_2	\dots	B_m
			q_1	q_2	\dots	q_m
A	A_1	p_1	a_{11}	a_{12}	\dots	a_{1m}
	\dots	\dots	\vdots		\dots	\vdots
	A_n	p_n	a_{n1}	a_{n2}	\dots	a_{nm}

Позначимо через $p=(p_1, p_2, \dots, p_n)$ і $q=(q_1, q_2, \dots, q_m)$ вектори ймовірностей, з якими гравці A та B відповідно вибирають свої чисті стратегії. Оскільки ці стратегії за умовою гри повністю вичерпують можливі ходи гравців A і B , то вони утворюють повну групу подій. Тому має місце:

$$\sum_{i=1}^n p_i = \sum_{j=1}^m q_j. \quad (6.11)$$

Відповідно до основної теореми теорії ігор кожна скінченна гра має хоч би один розв'язок, який визначає певна змішана стратегія.

Методика визначення розв'язку гри при змішаних стратегіях в основному також ґрунтується на використанні критерію мінімакса. Різниця полягає в тому, що гравець A вибирає P_i так, щоби максимізувати найменший сподіваний виграш (математичне сподівання) по стовпцях, тоді як гравець B вибирає q_j з

метою мінімізації найбільшого сподіваного виграшу по рядах. Математично критерій мінімакса для змішаних стратегій описується таким чином. Гравець A вибирає стратегію A_i , яка дає

$$\max_{p_i} \left\{ \min \left(\sum_{i=1}^n a_{i1} p_i, \sum_{i=1}^n a_{i2} p_i, \dots, \sum_{i=1}^n a_{im} p_i \right) \right\}, \quad (6.12)$$

а гравець B вибирає стратегію B_j , яка дає

$$\min_{q_j} \left\{ \max \left(\sum_{j=1}^m a_{1j} q_j, \sum_{j=1}^m a_{2j} q_j, \dots, \sum_{j=1}^m a_{nj} q_j \right) \right\}. \quad (6.13)$$

Ці величини визначаються відповідно як сподівані максимінні та мінімаксні платежі. При цьому має місце співвідношення:

$$\left[\begin{array}{c} \text{Мінімаксий сподіваний} \\ \text{прогрaш} \end{array} \right] \geq \left[\begin{array}{c} \text{Максимінний сподіваний} \\ \text{виграш} \end{array} \right]$$

Якщо p_i і q_j відповідають оптимальним розв'язкам, тобто виконується строга рівність, то результативне значення дорівнює сподіваному (оптимальному) значенню гри. Якщо p_i^* і q_j^* оптимальні розв'язки для обох гравців, то кожному елементу платіжної матриці відповідає ймовірність p_i^* q_j^* . Отже, оптимальне сподіване значення (ціна) гри має вигляд:

$$v^* = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_{ij} p_i^* q_j^*. \quad (6.14)$$

6.3 Ігрова модель вибору стратегії податкової інспекції¹

Розглядаються варіанти гри, в якій платники податків, виходячи зі своїх економічних інтересів, прагнуть по можливості зменшити суми податкових платежів, а податкова інспекція – зібрати якомога більше. Показано, що платник податку підпадає під суттєвий аудит, якщо розрахований інспекцією

¹ Автор даного розділу Башуцька О. С.

дохід більший від певної межі. Аудит інших не буде суттєвим. Якщо кожний платник податків вибирає один із двох варіантів декларації, то суттєвий аудит проводиться з критичною ймовірністю. При трьох варіантах декларування платники податків поділяються на три підгрупи по величині розрахованого доходу: яких перевіряють з критичною ймовірністю, що забезпечує однакову ефективність обох доступних варіантів ухилення, та з несуттєвою ймовірністю.

Податкова інспекція, отримавши податкові декларації, перш за все вирішує, які з них слід перевірити аудитом. На цьому етапі можливе застосування досвіду та інтуїції податкових інспекторів. Однак, такий спосіб залишається суб'єктивним, конфліктним і корупційним. Більш ефективним і надійним способом є застосування спеціальних розрахункових формул, аргументами для котрих є інформація про платників податків, зібрана в поточних і минулих деклараціях, а також, можливо певні додаткові дані, котрі в разі необхідності має право вимагати інспекція. Отримавши необхідну інформацію та здійснивши розрахунки, інспекція буде володіти певними даними. Їх порівняння з нормативними (пороговими) показниками визначатиме доцільність проведення аудиту. Завданням математичного моделювання в цій області економічної діяльності є визначення раціональної структури розрахункових формул і границь, з допомогою яких відбирають декларації для аудиту.

Здійснюється аналіз наступної економічної ситуації. Платники податків подають у податкову інспекцію декларації про доходи, чим власне й декларують свої податкові зобов'язання. Деякі робить це чесно, тобто надає інформацію достовірну, навіть якщо це економічно йому не вигідно. Інші, керуючись своїми економічними інтересами, зменшують обсяги доходів. Для цього вони обирають схему приховування доходів (незаконне списання частки зобов'язань на благо чинність або створення офшорних фірм і переводу туди частини доходу). Число подібних схем є обмеженим, а їх використання потребує фінансових затрат. Схеми можуть бути індивідуальними (для кожного

платника) або типовими (загальними для всіх). Платникам податків відомо, що інспекція перевіряє тільки частину декларацій, оскільки контролювати всі не існує можливості. Однак, вони не знають чиї декларації будуть перевірятися. Якщо при перевірці декларацій виявлено обман, то платник податків зобов'язаний сплатити не тільки приховану частину своїх зобов'язань, а й штраф. Оскільки інспекція прагне зібрати як найбільше податкових обсягів, а платники податків хочуть сплатити як найменше, то їх взаємодію можна описати грою.

Така гра є грою з неповною інформацією, оскільки інспекція не знає чесності платника та його істинних податкових зобов'язань. Йдучи стандартним шляхом, вводимо додаткового гравця, а саме природу, яка визначає чи чесність платника та його дійсні податкові зобов'язання. Вибір природи здійснюється з заданою ймовірністю, яка відображає моральні та економічні характеристик економічного суб'єкта. Цей вибір і величина ймовірності відомі всім учасникам гри, а результат вибору природи відомий тільки тому, чиї параметри підпорядковуються перевірці. Платники податків вибирають декларовані зобов'язання з тих же наборів. Інспекції при цьому невідомо правдиві вони чи ні. Множина зобов'язань і декларацій є скінченною, а число декларацій не може бути більшим від числа зобов'язань. При цьому можливі ситуації: по величині декларації можна визначити, що вона неправдива або вона правдива. Обмежимося аналізом гри, за якої будь-яка представлена декларація правдива.

Кожен платник податків вибирає що йому декларувати і як при цьому зменшити обсяг платежу. Отримавши декларації всіх платників, інспекція приймає рішення про те які декларації перевірити і як при цьому збільшити податкові надходження. Оптимальною в роботі буде рівноважна по Нешу стратегія інспекції та платників податків.

Відповідно (Sanchez, Sobel, 1993) припускаємо, що всі учасники гри є нейтральними до ризику, штрафи та сторонні платежі за ухилення є

пропорційними до недодекларованих зобов'язань. Ігровий підхід розглядався в (Chander, Wilde, 1992). Тут припускається, що існує два рівні доходів: високий і низький. Кожний платник із високим доходом може декларувати або свій істинний дохід, або занижений. Очевидно, що така гра є частковим випадком гри, яку будемо розглядати далі. Припустимо, що платник, який має можливість задекларувати проміжну величину доходів, буде користуватися цією можливістю з імовірністю, що не дорівнює нулю. Взаємодію податкової інспекції та платника розглядають не як гру, а як „principal-agent problem”, тобто, розглядаються однорідні платники податків і припускають, що інспекції відомий тільки задекларований дохід. Вважаємо, що оптимальною буде гранична стратегія, за якої з визначеною ймовірністю перевіряють тільки декларації з заявленим доходом, який менший від певного порогу.

Податкова інспекція працює з величезним списком платників податків. Ось чому доцільно виявити такі властивості оптимальних стратегій (за умови, що вони існують), які дають можливість прийняти раціональне рішення про аудит не до всього списку декларацій, а до кожного платника зокрема. Порогові стратегії (Sanchez, Sobel, 1993; Cowell, Gordon, 1955; Vasin, Panova, 1999) мають такі властивості. Основне завдання— показати, що якщо платники податків мають різні потенційно можливі податкові зобов'язання та різні доступні схеми ухилення від сплати, то властивість пороговості, відповідним чином модифікована, залишається в силі.

Опис гри: Учасники гри: природа, держава (податкова інспекція) та платники податків ($i = \overline{1, n}$). Надалі для простоти, будемо іменувати їх гравцями. Для кожного гравця i , незалежно з заданою ймовірністю p визначаємо його чесність. Податкові зобов'язання вибирають із множини $T^* \subseteq \{T^*(1), \dots, T^*(k)\}$ з імовірностями $v(1), \dots, v(k)$; відповідно $T^*(1) > T^*(2) > \dots > T^*(k)$ і $v(1) + v(2) + \dots + v(k) = 1, \forall i$. Вибір зобов'язань для різних i взаємно незалежні. Надалі припускаємо, що всі зобов'язання рівно ймовірні. Ця

інформація відома всім учасникам. Якщо платник чесний, то він пред'являє декларацію, яка відображає його істинні зобов'язання. Інші декларують або істинні зобов'язання, або ж вибирають якусь схему ухилення від сплати податків, тобто якщо податкові зобов'язання платника податків дорівнюють i , то він або декларує, або залежно від схеми ухилення декларує якусь з менших сум. Щоби відрізнити зобов'язання від декларацій, позначимо останні $T \langle f \rangle_{j=1, \overline{D}}$. Ці величини визначають чисті стратегії гравця. Декларація $T \langle f \rangle$ може бути пред'явлена платником i , зобов'язання котрого дорівнюють одній із величин $T^* \langle j \rangle, T^* \langle j-1 \rangle, \dots, T^* \langle I \rangle$. Позначимо через повну ймовірність того, що чесний або нечесний платник $T^* \langle j \rangle$ декларує $T \langle j \rangle$, а $p \langle j, l \rangle$ – ймовірність того, що вони декларують $T \langle l \rangle_{j > j}$. Очевидно, що $p \langle j, l \rangle \geq p$. В подальшому, якщо це не оговорено, припускаємо, що серед платників чесні зустрічаються з ненульовою ймовірністю, тобто $p > 0$. Змішана стратегія гравця задається вектором $p \langle j \rangle = \langle p \langle j, I \rangle_{l=i, k} \rangle$.

Інспекція отримує n декларацій. Їх випадковий набір позначимо $r = \langle 1, l \rangle, \dots, \langle n, l \rangle$. Вона перевіряє вибірково, оскільки не може перевірити всі. Якщо можлива перевірка D ($D < l$) декларацій, то чиста стратегія інспекції вказує кожному r список довжиною не більше D акцій для перевірки. Все можливі списки створюють множину чистих стратегій. Такий спосіб дій інспекції є надто жорстким. Він представляє стандартну скінченну гру, в якій побудова платіжної матриці, рішення та аналіз є дуже громіздкими. Практичної цінності цей підхід не має.

Розглянемо дві більш близькі до реальності моделі, в яких можливості перевірки обмежені. В першій припускаємо, що кожному будь-як заданому набору декларацій для кожного платника відповідає ймовірність включення в контрольний набір. Для кожного r величина D обмежує можливості перевірки в середньому, тобто набір $q \langle r \rangle \forall i, r$ допустимий, якщо $\sum q \langle r \rangle \geq 0$. Набір $q \langle r \rangle \forall i, r$ будемо вважати r -стратегією. Якщо $q \langle r \rangle$ вибрані, інспекція

розглядає кожну декларацію, незалежно від інших, не оперуючи списками. В моделі № 2 припускаємо, що інспекція безпосередньо вибирає ймовірності $Q(j)$ перевірки кожної декларації (j) . Це означає, що декларація (j) перевіряється з цією ймовірністю при кожному пред'явленні, незалежно від цілого набору, припускається, що можливості перевірки обмежені в середньому по кількості все можливих пред'явлених наборів. Набір $Q(j) \forall i, j$ будемо називати стратегією перевірки. Розглядаючи одночасно r -стратегію та стратегію перевірки, будемо вважати їх стратегіями інспекції.

Гра проходить за $n+2$ кроки. На першому кроці природа вибирає податкові зобов'язання кожного платника й визначає його чесність. На наступних n кроках кожний платник знає свої зобов'язання, тобто вибір природи його, але не знає які зобов'язання вибрані для інших. Послідовно, в порядку номерів вони вибирають свої стратегії – які декларації з множини можливих задекларувати в інспекцію. На останньому кроці, знаючи ці декларації, але не знаючи вибраних природою зобов'язань гравців, інспекція вирішує, чиї декларації перевірити. Всім учасникам відомі можливі вибори природи та їх ймовірності, і також можливі стратегії та відповідні їм плати. Кожний учасник є раціональною особою і припускає раціональність інших. За таких умов рішенням даної гри буде рішення по Нешу.

Оплати та завдання гравців: Інспекція вибирає свою стратегію, максимізуючи при цьому свій чистий дохід (різницю між очікуваним доходом від збору податків і витрати на перевірку). Якщо інспекція не перевіряє декларацію, податкові платежі дорівнюють їх пред'явленій сумі. Якщо декларація перевіряється, дохід дорівнює сумі податкових зобов'язань і штрафу. Витрати на перевірку припускаються пропорційними задекларованій сумі. Нехай f і c – відповідні коефіцієнти пропорційності, $r = (r_1, r_2, \dots, r_n)$ – пред'явлений набір декларацій. Обираючи r -стратегію q , інспекція отримує середній чистий дохід

$$U(j) = \sum_i \left\{ T(i, j) - q(r) - (f + c) T(i, j) - \sum_{s=1}^l \frac{(f + c) T^*(s) p(s, l)}{P(i, p')} \right\}, \quad (6.15)$$

де

$$P(j, p') = \sum_{i=1}^j p(s, j), \quad (6.16)$$

тобто $\frac{p(s, j)}{P(j, p')}$ – апостерорна ймовірність того, що декларація $T(i, j)$ подана гравцем із зобов'язаннями $T^*(s)$. Очевидно, що ймовірність представлення набору r дорівнює $P(j) = \prod_{i=1}^n \frac{P(i, p')}{k}$. Середній дохід інспекції при цьому:

$$U = \sum_r U(j, p'). \quad (6.17)$$

Максимізація (6.17) буде метою податкової інспекції. Оскільки $P(j)$ залежить тільки від стратегії платника податків, а ми розглядаємо підхід до рішення по Нешу, то для інспекції величини $p(j, l), P(j)$ є фіксованими і максимізація (3) при виконанні умов:

$$\sum_i q(r) \geq D, \quad (6.18)$$

складає завдання інспекції в моделі поведінки №1, еквівалентна максимізації (6.15) за умови (6.18) для кожного r .

Для аналізу моделі № 2 представимо чистий дохід в еквівалентній формі. Якщо $Q(j)$ – ймовірність перевірки декларації $T(j)$ за умови, що вона представлена, то при цьому чистий дохід інспекції буде:

$$U(j) = T(j) - Q(j) \left[(f + c) T(j) - \sum_{s=1}^l \frac{(f + c) T^*(s) p(s, j)}{P(j, p')} \right]. \quad (6.19)$$

Тут в квадратних дужках показано перевищення очікуваних зобов'язань над величиною представлених декларацій з урахуванням штрафів і витрат на перевірку. Вибір інспекції максимізувати очікуваний чистий дохід

$$U = \sum_i \sum_j U \langle j \rangle P \langle j \rangle \quad (6.20)$$

і задовольняти наступні умови:

$$\sum_i \sum_j Q \langle j \rangle P \langle j \rangle \geq D, \quad (6.21)$$

де $P \langle j \rangle$ – імовірність представлення декларації $T \langle j \rangle$; $R \langle j \rangle$ – множина всіх r , в яких є декларація $T \langle j \rangle$. Очевидно, що $P \langle j \rangle = \frac{P \langle j, p' \rangle}{k}$.

У моделі № 1 на відміну від № 2, ймовірності перевірки кожної декларації залежать від того, в якому наборі вона представлена. Але платник податків, обираючи стратегію, реагує на повну перевірку декларацій за умови, що вона пред'являється. Зберігаючи для цієї ймовірності таке ж позначення як і в моделі № 2, отримуємо, що при заданих $p \langle j \rangle, q \langle j \rangle$ декларація $T \langle j \rangle$, якщо вона

представлена, буде перевірятися з імовірністю $Q \langle j \rangle = \frac{\sum_{R \langle j \rangle} q \langle j \rangle P \langle j \rangle}{\sum_{R \langle j \rangle} P \langle j \rangle}$.

$$\text{Тут } P \langle j \rangle = P \langle j, p' \rangle \prod_{s=i} \frac{P \langle j, r \rangle p'}{k^n}, \quad \text{тобто при } P \langle j, p' \rangle \geq p > 0$$

чисельник і знаменник можна буде скоротити на $P \langle j, p' \rangle$. Тоді

$$Q \langle j \rangle = \sum_{R \langle j \rangle} q \langle r \rangle \prod_{s \neq i} \frac{P \langle j, r \rangle p'}{k}. \quad (6.22)$$

При заданих $q \langle r \rangle$ вона не залежить від вибору гравця i .

Платник податків із зобов'язаннями $T^*(i, j)$ має в своєму розпорядженні стратегії $l = \overline{j, k}$. Якщо вибір схеми ухилення l пов'язаний із прямими витратами на її підготовку $a \langle j \rangle T \langle l \rangle$, то загальні витрати платника податків приймають одне з двох значень: $T \langle l \rangle a \langle j \rangle T \langle j \rangle$ – якщо декларація не перевіряється і $T \langle l \rangle \langle 1 + f \rangle a \langle j \rangle T \langle j \rangle$ – якщо вона перевіряється.

Оскільки вірогідність перевірки декларації $T(i, l)$ рівна $Q(i, l)$, то нейтральний до ризику платник податків вибирає стратегію, яка мінімізує математичне сподівання платежу

$$F(j) = aT(j) + \sum_{l=j}^k p(j, l) [-aT(l) + fQ(l)X^*(j) - T(l)]. \quad (6.23)$$

Тут застосована тотожність $\sum_l p(j, l) = 1$. Представимо (6.23) наступним чином

$$F(j) = \sum_{l=j}^k p(j, l) [-aT(l) + fQ(l)X^*(j) - T(l)] \quad j = \overline{1, k} \quad (6.24)$$

Оскільки $Q(j)$ не залежить від вибору платника податків, то вираз (6.24) – буде лінійною функцією від $p(j, l)$. Цілком очевидно, що стратегії гравця i будуть вибиратися з множини:

$$\sum_{l=j}^k p(j, l) = 1, p(j, j) \geq p, p(j, l) \geq 0, j = \overline{1, k}. \quad (6.25)$$

Розділ 7. Методи статистичної оцінки тіньової економіки

7.1 Тіньова економіка: методи аналізу та оцінки

Останнім часом в нашій країні зріс інтерес до так званої «тіньової» економіки, тобто до тієї частини економіки, яка не знаходить відображення в офіційній статистиці, вислизає від оподаткування тощо.

Тіньова економіка – явище не нове. Проте до недавнього часу економісти не приділяли їй належної уваги. Однією з перших робіт у цій галузі є стаття американського економіста П. Гутманом «Підпільна економіка» [1], в якій стверджується, що необлікованої економічною діяльністю більше не можна нехтувати.

Слід зазначити, що серед фахівців поки немає одноголосності щодо багатьох питань, в тому числі і таких основних, як визначення тіньової економіки (тобто тих сфер економічної діяльності, які включаються в це поняття), вибір адекватних методів оцінки її розмірів, вплив різних факторів на її розвиток і вплив самої тіньової економіки на загальний економічний стан. Серед багатьох причин існування тіньової економіки, як правило, виділяють зростання податків, посилення державного регулювання і контролю над економікою.

Дуже важливим є та обставина, що при будь-якій спробі кількісної оцінки тіньової економіки, та вибору методу оцінки доводиться обмежуватися вельми неповними даними про економічну діяльність, не врахованими офіційною статистикою. Методи оцінки розмірів тіньової економіки можна умовно розбити на дві групи: мікрометоди (прямі) і макрометоди (непрямі).

До перших зазвичай відносяться опитування населення та експертів, вибіркові обстеження, аналіз записів податкових книг. До других: 1) метод, заснований на аналізі розбіжностей різних статистичних даних: а) доходів, вимірених різними способами; б) зареєстрованих доходів і витрат; 2) метод, заснований на аналізі зайнятості населення; 3) монетарні (грошові) методи: а)

аналіз попиту на готівку; б) вивчення обсягу грошових операцій, угод; 4) нові методи: а) структурний; б) м'якого моделювання; в) прихованих змінних.

Жоден з методів не дає достовірних результатів. Крім того, специфіка окремих країн, недолік статистичного матеріалу вимагають в кожному конкретному випадку вибирати найбільш адекватний для даної ситуації метод або комбінувати кілька методів, оскільки різні методи дають різні оцінки розмірів тіньової економіки.

Макрометоди дають зазвичай завищену оцінку, а мікрометоди – занижену. Взагалі ж мікрометоди, особливо вибіркові обстеження, опитування, мають тенденцію недооцінювати розміри тіньової економіки, за що вони часто зазнають критики. Це в основному пояснюється неповнотою інформації, що використовується, викликаної відмовою населення брати участь в обстеженнях, навмисним перекручуванням даних по ряду показників (наприклад, приховування частини доходів з метою уникнення оподаткування) тощо.

Мікрометод – дає добрі результати в країнах, де система фінансового контролю та обліку сплати податків добре і чітко організована.

Опитування населення, особливо експертів, дають найбільш надійні результати по окремих галузях економіки і вважаються досить ефективними для оцінки розмірів тіньової економіки.

Одне з істотних переваг мікрометодів полягає в тому, що вони дозволяють уникнути ускладнень, пов'язаних з агрегованими показниками. Їх основним недоліком є складність збору інформації. У тих випадках, коли використовується інформація, отримана для інших цілей, можуть бути втрачені важливі моменти. Великі обстеження періодичні і не відображають даних за тривалий період часу. Нарешті, суттєвим недоліком є навмисне спотворення інформації населенням під час опитувань.

Макрометод, метод розбіжностей – заснований на припущенні, що перевищення витрат над незалежно визначеними доходами або різниця доходів,

оцінених різними способами, є досить адекватними індикаторами тіньової економіки. Цей метод широко використовується в Англії.

Один з його варіантів дає можливість вивчити різницю між сукупним доходом від виробничої діяльності та загальними витратами. Очевидно, що для даного періоду часу ці величини повинні «рівнятися один одному». При цьому відомості про сукупні доходи отримують, як правило, з інформації про податки, а про витрати-в результаті спеціально організованих обстежень як промислових підприємств, так і окремих родин. Розмір витрат вважається більш точним, так як опитувані зазвичай не зацікавлені в спотворенні цієї інформації (за винятком, може бути, витрат, наприклад, на алкогольні напої). Інше становище з обчисленням доходів: їх багато приховують, особливо додаткові до основного заробітку.

Якщо розбіжність між двома величинами викликано приховуванням частини доходів, то очевидно, що витрати будуть перевершувати доходи. І хоча відповідна різниця в повному обсязі відбиває всі недовраховані доходи, проте вони в певній мірі служать індикатором тіньової економіки.

В іншому варіанті методу розбіжностей підраховується дохід за даними національної звітності та відомостям, заявленим при сплаті податків. Проте різниця між ними може бути викликана не тільки існуванням тіньової економіки, а й іншими факторами. Наприклад, ряд статей доходів, що враховуються в національній звітності, що не піддається оподаткуванню.

При оцінці неофіційних доходів порівнюють доходи з сумою витрат і заощаджень, однак обсяг останніх часто визначається в свою чергу як різниця між доходами та витратами. Існують й інші проблеми, що утрудняють застосування цього методу.

Метод, заснований на аналізі показника зайнятості населення, виходить з припущення, що падіння офіційного рівня зайнятості викликано переходом робочої сили з офіційного сектора в неофіційний.

Основний недолік даного методу полягає в тому, що на зайнятість впливає безліч різних чинників, які не мають ніякого відношення до тіньової економіки. Значні труднощі виникають при вимірюванні трудової активності зайнятих в неофіційному секторі. Зазвичай організуються спеціальні опитування населення, в результаті яких визначається «реальний» рівень зайнятості. Для того щоб отримати оцінку розмірів тіньової економіки з даних про зайнятість у неофіційному секторі, необхідно знати продуктивність праці в ньому. При цьому виникають складності: одні фахівці стверджують, що вона нижча, ніж в офіційному секторі, інші – що вище. В цілому метод, заснований на аналізі зміни показника зайнятості, не отримав розвитку.

Монетарні методи мають найбільш широке розповсюдження при оцінках розміру тіньової економіки: аналіз попиту на готівкові гроші – робиться припущення, що неофіційні операції і угоди відбуваються головним чином за допомогою готівкових грошей. Тоді збільшення обсягу грошового обігу в порівнянні з деякими «нормальним» рівнем може служити індикатором тіньової економіки. Під «нормальним» рівнем зазвичай розуміється рівень обігу готівкових грошей в такий період, коли розміри тіньової економіки були набагато нижчі, ніж у розглянутий період, і їх, можна вважати нульовими. Припущення, що неофіційні операції здійснюються в основному за рахунок готівкових грошей, було підтверджено низкою спеціальних досліджень.

Існує два варіанти методу, оснований на аналізі попиту на готівкові гроші. Перший передбачає, що ставлення попиту на готівкові гроші до загального обсягу вкладів або загального обсягу вкладів і грошей (іноді розглядається загальний обсяг вкладів, іноді - різні вила вкладів: безстрокові, короткострокові і т. п., іноді - загальний обсяг грошового обігу: готівкові гроші плюс вклади) є для офіційної економіки фіксованою величиною. Тому зростання цього співвідношення може служити індикатором зростання тіньової економіки.

Однак є багато інших факторів, що впливають на це співвідношення, наприклад таких, як зміна загального обсягу вкладів в даний період часу, зміна реального доходу на душу населення, обсяг роздрібної торгівлі, ступінь урбанізації, розмір прибуткового податку, зміна цін, розвиток різних систем безгрошових розрахунків і т.д. У зв'язку з цим ряд економістів проаналізувавши вплив різного роду факторів на потребу в готівці. Необхідно було виділити саме ті чинники, які безпосередньо пов'язані з тіньовою економікою. В цьому полягає другий варіант. Метод, заснований на вивченні обсягу грошових операцій є хорошим заходом економічної активності. В основі лежить припущення, що будь-яке збільшення співвідношення обсягу грошових операцій і ВВП викликано ростом тіньової економіки. Цей метод дає явно завищені результати.

Недостатньо коректно припущення про сталість співвідношення попиту на готівкові гроші і розміру вкладів протягом тривалого періоду часу. Нарешті, результати сильно залежать від вибору базового року. Якщо, наприклад, неправильно вибрати базовий рік, то можна отримати і негативну оцінку розмірів тіньової економіки. Крім того, у всіх випадках, коли обсяг тіньової економіки оцінюється як різниця між двома досить великими величинами, будь-які навіть порівняно малі помилки в обчисленні цих величин дуже сильно позначаються на кінцевих результатах.

Зазначені недоліки більшості монетарних методів, зокрема облік лише деяких з великого числа визначальних чинників тіньової економіки, стимулювали розвиток нових, в яких основна увага приділяється аналізу відносної ролі великого числа різних визначальних чинників та індикаторів, а також виявленню тенденції розвитку тіньової економіки в одній країні за порівняно тривалий період часу і оцінками відносної величини розмірів тіньової економіки в різних країнах. До таких методів належать структурний, «м'якого моделювання» і «прихованих змінних».

Структурний метод заснований на використанні інформації про розміри тіньової економіки в різних сферах виробництва. Виходячи з цієї інформації, можна оцінити розміри всієї тіньової економіки шляхом зважування її розмірів в окремих секторах з частками цих секторів в національному продукті. Безсумнівно, що оцінки розмірів тіньової економіки по окремих галузях господарства більш надійні, ніж для всієї економіки в цілому.

У методі «м'якого моделювання» зазвичай виділяють наступні чинники: рівень оподаткування; етика відносно до сплати податків; рівень державного регулювання; рівень зайнятості; тривалість робочого тижня; кількість іноземних робітників, у відсотках до загального числа зайнятих.

При цьому використовується звичайна економетрична процедура – регресія різних детермінантів на залежну змінну x (розмір тіньової економіки).

Ідея методу «прихованих змінних» полягає в побудові моделі, що враховує відносно велике число як детермінантів, так і індикаторів тіньової економіки. У цій моделі тіньова економіка розглядається в якості «прихованої» змінної, тобто величини, яка безпосередньо не може бути виміряна. Передбачається, що вона залежить від деякого набору визначальних її детермінантів, які можуть бути розраховані або задані без помилок. Є також інший набір величин – індикаторів тіньової економіки, тобто величин, які залежать від тіньової економіки та визначаються її об'ємом.

Перераховані методи і підходи не вичерпують усього переліку застосовуваних методів оцінки розмірів тіньової економіки, однак вони дають достатньо повне уявлення як про самі методи, так і про ті труднощі і обмеження, які виникають при отриманні кількісних оцінок тіньової економіки.

7.2 Методи оцінки та прогнозу тіньової економічної діяльності

Швидкі темпи та специфіка розвитку економіки України вимагає розробки механізмів запобігання прояву тіньових операцій. Доцільність розробки зазначених механізмів зумовлена такими чинниками:

- фінансово-кредитні та фінансово-грошові відносини притаманні всім суб'єктам ринкової економіки, тому рівень їх тінізації є визначальним для прояву тіньових економічних операцій у сфері виробництва та обігу;
- тіньовим операціям у сфері фінансових відносин притаманна чітка тенденція до зростання з темпами, що випереджають темпи зростання світових фінансових оборотів;
- досягнення у сфері сучасних інформаційних технологій та обчислювальної техніки, поряд із відставанням розвитку механізмів запобігання виникненню тіньових фінансових операцій, сприяють появі нових схем відмивання “брудних” грошових потоків;
- процеси глобалізації посилюють взаємопроникнення фінансових шахрайств у національній економіці.

Розробка та запровадження у практику механізмів запобігання тіньовим процесам у сфері грошового обігу передбачає активізацію досліджень у таких напрямках:

- аналіз та оцінка тіньових процесів у фінансовій діяльності у сфері фінансово-кредитних, фінансово-грошових операцій у зарубіжних державах та виявлення основних тенденцій розвитку тіньових операцій міжнародного масштабу;
- аналіз та оцінка видів тіньових фінансових операцій у національній економіці та виявлення основних тенденцій їх розвитку в різних галузях економіки;
- виявлення зв'язків вітчизняної економіки із економіками зарубіжних країн та прогнозування можливих форм тіньових фінансово-кредитних і фінансово-грошових операцій в Україні;
- аналіз та оцінка видів тіньових фінансових операцій за регіонами України і виявлення найпроблемніших із них;
- прогнозування розвитку нових фінансових інструментів, банківських продуктів і послуг в Україні та оцінка їх захисту від тіньових шахрайських

оборудок;

- розробка мотиваційних механізмів, що спонукають підприємців функціонувати в легальній економіці;
- удосконалення чинної юридичної бази з метою захисту населення, суб'єктів господарювання від тиску і негативного впливу тіньових злочинних структур та ухвалення нових законодавчих актів, які б стимулювали діяльність суб'єктів легальної економіки.

Оснoву розробки механізмів запобігання розвитку тіньової економічної діяльності становлять результати аналізу та прогностичні оцінки можливості виникнення нових форм тіньових операцій, тенденцій розвитку вже відомих форм тіньової економічної діяльності у сфері фінансово-кредитних відносин.

Економічна теорія використовує для прогнозування економічних процесів різні методи, більшість із яких придатні також для прогнозування нових форм і способів тіньової діяльності, у тому числі й у сфері фінансово-грошових відносин.

Для дослідження розвитку тіньової економічної діяльності можна скористатися трьома групами методів прогнозування (рис. 7.1).

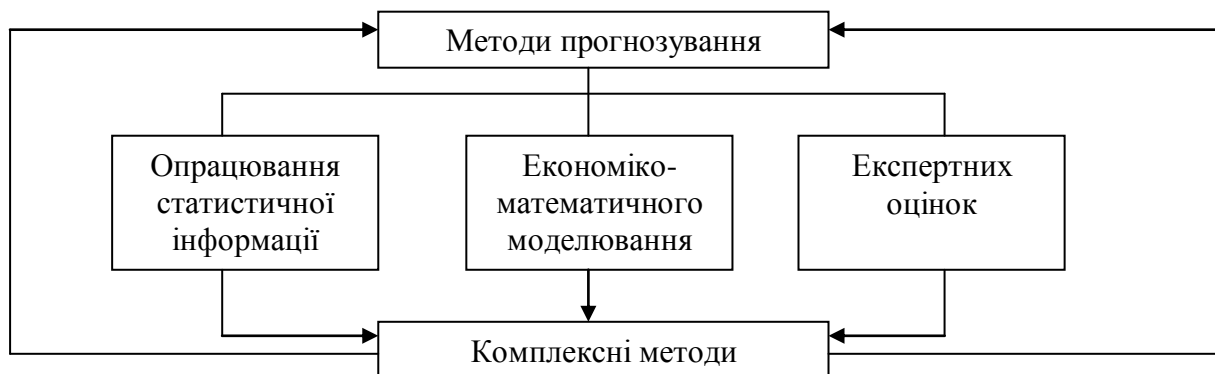


Рис. 7.1 Методи прогнозування розвитку тіньової економіки

На практиці при визначенні прогностичних величин часто використовують комплексні методи або сукупність методів перелічених груп. Це дає змогу

підвищити достовірність прогнозів та повністю або частково уникнути недоліків, притаманних кожному з методів окремо (таблиця 7.1).

Щоб розв'язати проблеми, пов'язані з активізацією тіньової економічної діяльності, важливо не лише розробити прогнози, а й використати їх у системі управління економічними процесами, зокрема — при плануванні заходів і розробці програм детінізації економіки на державному та регіональному рівнях.

З огляду на зазначені вище позиції пропонуємо певну послідовність у реалізації заходів, спрямованих на запобігання розвитку тіньової економічної діяльності (рис. 7.2) на базі використання прогнозних оцінок.

Таблиця 7.1

Методи прогнозування тіньової економічної діяльності

Різновиди групових методів	Економічна сутність	Сфера використання
1. Група методів опрацювання статистичної інформації		
Проста екстраполяція	Перенесення визначених залежностей досліджуваних показників на перспективу	Розробка короткострокових прогнозів за умови, що у прогнозованому періоді не відбудеться кардинальних змін
Метод найменших квадратів	Встановлення емпіричних залежностей між досліджуваними показниками та перенесення їх на перспективу	Розробка короткострокових прогнозів
Метод плавних середніх; метод експотенціального вирівнювання	Встановлення емпіричних залежностей досліджуваних показників від часового фактора	Розробка короткострокових і середньострокових прогнозів з урахуванням змін, що відбулися в ретроспективному періоді
Методи дисперсійного, регресійного, кореляційного аналізу	Визначення кількісних залежностей між головним критерієм та показниками, що впливають на його величину	Результати двофакторного або багатфакторного аналізу переносяться на прогнозний період. Розробка короткострокових і середньострокових прогнозів
2. Група методів прогнозування, побудована на економіко-математичних моделях		
Структурні, функціональні моделі	Врахування характеру відображення співвідношень між зовнішніми умовами і внутрішніми параметрами досліджуваних явищ	Розробка середньотермінових прогнозів. Прогнози мають імовірнісний характер, відповідають типові змінних,

		закладених у моделях
Оптимізаційні моделі	Визначення максимальної або мінімальної величини прогнозного показника при заданих обмежених складових	Програмно-цільові прогнози
3. Група методів прогнозування, побудована на основі використання експертних оцінок		
Індивідуальні експертні оцінки (інтерв'ю, аналітичні узагальнення, соціологічні опитування)	З'ясування думки окремих респондентів стосовно зміни виділених показників або економічних явищ у перспективі	Суб'єктивні методи прогнозування. Доцільно використовувати за відсутності об'єктивніших джерел інформації
Колективні експертні оцінки (метод "мозкової атаки", метод комісій, метод "Дельфі", матричний метод та інші)	Проведення соціологічних досліджень на базі анкетування, опитування певних груп населення або фахівців стосовно перспектив розвитку досліджуваних явищ та опрацювання анкетних даних на основі певних математичних формул, які дають змогу визначити достовірність прогнозів, з'ясувати пріоритетність факторів, що впливатимуть на розвиток подій у перспективі	Суб'єктивність методів дещо знижується внаслідок узагальнення думок великої кількості респондентів. Рекомендується використовувати при розробці середньострокових і довгострокових прогнозів
4. Комплексні методи прогнозування		
Поєднання методів прогнозування, побудованих на основі використання статистичного опрацювання інформації, експертних оцінок тощо	Одночасне використання різних методів прогнозування дає змогу підвищити достовірність результатів дослідження, але збільшує витрати на їх здійснення	Для підвищення достовірності прогнозних показників. Пропонується використовувати для прогнозування важливих показників за наявності коштів, необхідних для дослідження

Можна констатувати, що банківські та інші фінансово-кредитні установи дедалі частіше стають об'єктом тіньових шахрайських операцій, що негативно впливає на їхні доходи, знижує стабільність фінансового стану та загрожує збереженню ресурсів клієнтів. Останній аспект набуває особливої актуальності з огляду на зростання кількості фіктивних фінансових операцій, шахрайств із

пластиковими картками і потребує розробки спеціальної стратегії запобіжного характеру та механізмів її реалізації.

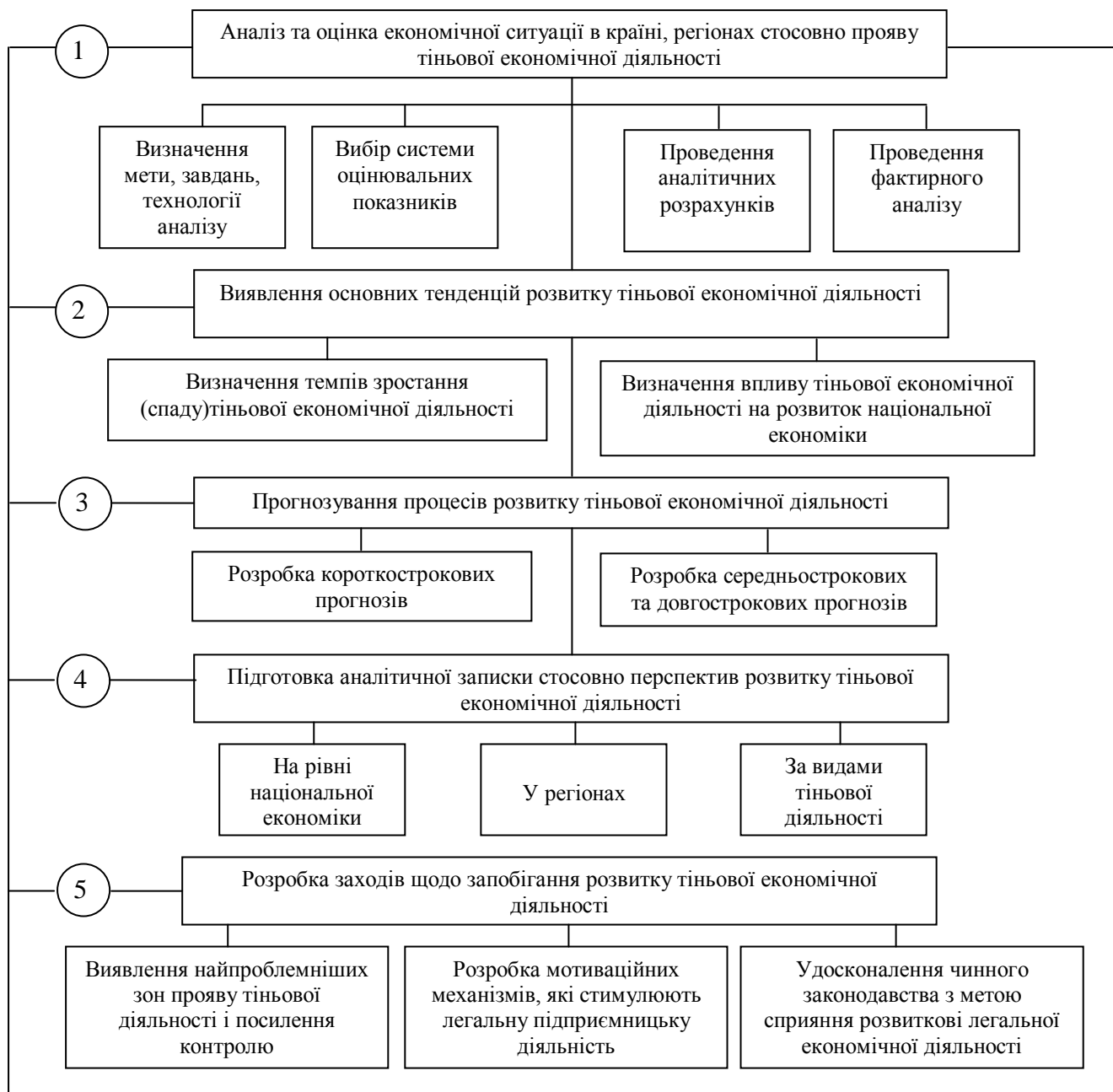


Рис. 7.2 Схема використання прогнозів у розробці заходів щодо запобігання розвитку тіньової економічної діяльності

В Україні поширюються такі нові види злочинної діяльності, як телефонне шахрайство, комп'ютерне піратство, фальсифікація та пошкодження інформаційних засобів, несанкціонований доступ до комп'ютерних систем, незаконне маніпулювання даними та програмами, комп'ютерна підробка тощо.

При цьому збитки від таких форм злочинності можуть бути значно більшими порівняно з традиційними видами тіньової економічної діяльності.

З огляду на те, що зазначені види злочинів становлять загрозу для фінансово-кредитних установ економічно розвинутих країн світу, а збитки від їх скоєння зростають швидшими темпами, ніж збитки від традиційних економічних злочинів, можна прогнозувати загострення ситуації у сфері фінансових злочинів і в Україні. Розглянемо комплекс заходів запобіжного характеру, спрямований на зниження рівня тіньової діяльності (таблиця 7.2).

Таблиця 7.2

Комплекс заходів запобіжного характеру, спрямованих на зниження рівня тіньової економічної діяльності

Заход	Економічна сутність та напрям використання в управлінні процесами зниження тіньової економічної діяльності
Аналіз форм і видів тіньової економічної діяльності в державі, регіонах, окремих сферах господарювання	Оцінка реального стану тіньової економічної діяльності в державі, регіонах, окремих сферах господарювання та обґрунтування висновків щодо побудови стратегії запобігання її розвитку
Аналітичний огляд зарубіжних досліджень із питань розвитку тіньової економічної діяльності в різних країнах світу	Виявлення нових для вітчизняної економіки видів тіньової діяльності та оцінка можливостей проникнення і поширення їх в економіці України
Виявлення тенденцій розвитку типових видів тіньової економічної діяльності	Прогнозування особливостей їх прояву в перспективі
Прогнозування розвитку тіньової економічної діяльності: – за видами; за формами прояву в різних галузях економіки	Розробка заходів протидії їх реальному прояву шляхом: – ухвалення нових законодавчих актів, що дають змогу уникнути розвитку прогнозованих форм тіньової економічної діяльності; – створення умов, які сприятимуть виходу підприємницьких структур із тіньової економіки; розробки мотиваційних механізмів, що сприяють розвитку легального бізнесу

У кожному конкретному випадку запропонований комплекс заходів можна уточнювати або доповнювати відповідно до завдань дослідження. Проте під час їх розробки завжди варто зважати на дві основні позиції:

- передбачення (прогнозування) нових видів тіньової діяльності у вітчизняній економіці та оцінку впливу на економічний розвиток держави, регіонів чи окремих сфер господарювання;
- завчасне вжиття запобіжних заходів, спрямованих на повну або часткову ліквідацію негативного впливу тіньової діяльності на розвиток легального сектору економіки.

У сфері фінансово-грошових відносин комплекс заходів протидії тіньовим фінансовим операціям та фінансовому шахрайству слід розробляти за такими напрямками:

- поширення інформації серед учасників вітчизняних фінансових ринків про відомі схеми й можливу появу нових схем шахрайства із цінними паперами;
- доведення до населення через ЗМІ інформації про можливі види фінансового шахрайства та форми економічної злочинності, з якими воно може стикатись у повсякденних стосунках;
- удосконалення чинного законодавства в напрямках посилення економічної та кримінальної відповідальності за підробку і фальсифікацію цінних паперів, грошових знаків, кредитних карток, електронних платіжних засобів;
- ухвалення законів і законодавчих актів про комерційну, банківську таємницю з урахуванням міжнародних вимог, корпоративних та особистих інтересів клієнтів і власників;
- оголошення конкурсів на кращі розробки у сфері детінізації вітчизняної економіки тощо.

Заходи, вживані відповідно до обґрунтованих напрямів запобігання розвитку тіньової економічної діяльності у сфері фінансово-грошових відносин, і механізми їх реалізації дадуть змогу знизити негативний вплив “тіньовиків” на розвиток національної економіки та фінансових ринків зокрема.

7.3 Моделювання аспектів ухилення від сплати податків

Серед різноманітних технологій ухилення від сплати податків найбільш поширеною, напевно, буде заниження фактично отриманих доходів при заповненні податкової декларації [28].

Припустимо, що деякий суб'єкт, отримавши дохід розміром Q , вирішує яку суму свого доходу x йому необхідно вказати у своїй декларації. Дане рішення він змушений приймати в умовах невизначеності, оскільки у випадку $x \neq Q$ податкові служби з деякою ймовірністю p можуть (її переважно прирівнюють до частки перевірених декларацій у відповідному регіоні) виявити факт відхилення. У такому випадку дохід суб'єкта після податку та штрафу складе $Q - F(x) - \Phi(Q - x)$, де $F(x)$ – податок на дохід x ; $\Phi(Q - x)$ - штраф при приховуванні доходу розміром $(Q - x)$. Якщо відхилення від сплати податку не виявлено, то дохід, залишений у розпорядженні суб'єкта, становить $Q - F(x)$.

Далі припустимо, що поведінка суб'єкта задовольняє аксіомам прийняття рішень в умовах невизначеності, а його функція корисності U залежить лише від залишеного доходу. Тоді “оптимальний” розмір вказаного в декларації доходу x^* визначатиметься з умови максимізації сподіваної корисності (математичне сподівання):

$$x^* = \max_{0 \leq x \leq Q} M(U), \quad (7.1)$$

$$\text{де } M(U) = (-p)U(Q - F(x)) + pU(Q - F(x) - \Phi(Q - x)). \quad (7.2)$$

Отже, маємо:

$$x^* = \max_{0 \leq x \leq Q} (-p)U(Q - F(x)) + pU(Q - F(x) - \Phi(Q - x)) \quad (7.3)$$

Якщо особа намагається збільшити очікувану величину залишеного в її розпорядженні доходу (після сплати податку та штрафу), регулюючи для цього частку прихованого доходу λ , то задача (за умови, що у випадку штрафу податок береться з усього доходу) прийме вид:

$$\max_{\lambda} (-p)U(Q - F(Q - \lambda Q)) + pU(Q - F(Q - \lambda Q) - \Phi(Q - \lambda Q)). \quad (7.4)$$

Для знаходження оптимальної стратегії необхідно розв'язати рівняння:

$$M'(Q) = 0, \quad (7.5)$$

тобто:

$$-p F'(Q-F) - p F'(Q-x) - \Phi Q - x U'(Q-F) - \Phi Q - x = 0. \quad (7.6)$$

Нехай r – ставка податку ($r > 0$), π – величина штрафу ($\pi > 0$). Тоді у випадку пропорційного податку $F = rx$ та пропорційних штрафів $\Pi = \pi x$ співвідношення (7.5) набуде виду:

$$-p U'(y) - p(-r) U'(z) = 0, \quad (7.7)$$

де $y = Q - rx$, $z = Q - rx - \pi x$.

Економічний зміст (7.7) полягає в тому, що при оптимальному виборі розміру вказаного доходу зважені граничні корисності в обох можливих станах (скриті та виявлені факти відхилення від сплати податку) будуть однаковими, так що будь-яке відхилення від цього вибору призводить до зменшення очікуваної корисності доходу. Якщо ваги вибираються рівними $r\pi = r$ (очікуваний штраф за приховання одиниці доходу співпадає з податковою ставкою), то платник податків веде себе абсолютно чесно в тому розумінні, що заявлений у його декларації дохід повністю співпадає з фактично отриманим.

Рівняння (7.7) визначає оптимальний розмір заявленого доходу x^* як функцію параметрів Q, π, h, r .

Розділ 8. Прикладні моделі системи оподаткування

8.1 Моделювання взаємозв'язку економічного росту і системи оподаткування

Перехід України до ринкових відносин означає відмову від методів адміністративного втручання в діяльність економічно самостійних суб'єктів господарювання та вибір форм економічного регулювання, заснованих на поєднанні бюджетної політики держави та кредитно-грошової політики Національного банку.

Величина перерозподілу через бюджет валового суспільного продукту по суті означає ступінь втручання держави в економічне життя. Об'єктом такого втручання в ринкових умовах стає процес формування і використання доходів суб'єктів економічної діяльності, і як наслідок, умов їх виробничо-господарської діяльності, рівень доходів і цін, розміри можливих інвестицій.

Бюджетні кошти дають можливість виплачувати заробітну плату працівникам бюджетних установ, здійснювати соціальні виплати та державні інвестиції, оплачувати державні потреби в матеріальних ресурсах, продукції, послугах.

Виходячи з вище згаданого, виникає задача, з однієї сторони – аналізу та вибору варіантів державної фіскальної політики (податкової та інвестиційної політики, умов кредитування державних видатків, регулювання заощаджень), а з другої – розв'язання проблеми бюджетного планування, доходів і видатків бюджету держави у взаємозв'язку з умовами створення та перерозподілу валового суспільного продукту.

У зв'язку з цим актуальною проблемою є розробка економіко-математичних моделей, придатних для отримання якісних оцінок результативності різних сценаріїв фінансової політики, планування доходів і видатків державного бюджету, покриття бюджетного дефіциту за рахунок різних джерел.

Існуючі макроекономічні моделі кількісного аналізу ефективності державного регулювання ринкової економіки відображають функціонування економічної системи в цілому, виключаючи виробничий і фінансовий аспекти, а також динаміку розподілу та споживання кінцевого продукту.

Виходячи із кейнсіанських ідей економічного регулювання, модель оцінки фіскальної політики повинна включати в себе наступні інструменти державного впливу на економіку: ставки податків, державні видатки, норми амортизації процентної ставки. Дані показники складають множину екзогенних змінних моделі. Оцінка альтернативних варіантів їх зміни дається в залежності від впливу на зміну величини сукупного попиту.

У більшості випадків існуючі моделі є моделями економетричного типу, тобто вони формуються на основі системи регресійних рівнянь економічних показників, а їх параметри оцінюються з допомогою ймовірносних методів. Ці моделі відображають усереднені тенденції та пропорції того періоду, інформацію якого використано для їх побудови, і, як наслідок, можуть служити ефективним інструментом аналізу економічних процесів.

Світова практика моделювання аспектів бюджетної політики показує, що напрямок розробок таких моделей визначається насамперед виходячи із економічних функцій держави та змісту аналізу допустимого типу економічного регулювання. Тому пряме використання існуючих моделей без урахування конкретних особливостей і умов національної економіки може привести до результатів, прямо протилежних модельним розрахункам.

У зв'язку з цим особливо хотілось би зупинитися на тих умовах, для яких були розроблені рекомендації Кейнса та його послідовників. Регулятори кейнсіанського типу використовуються до економічних суб'єктів, діяльність яких підпорядкована ринку, тобто визначається зміною цін і поведінкою споживачів. У даний час на Україні частка недержавного сектору економіки дуже мала, а стан багатьох державних підприємств такий, що багато з них є монополістами на ринку. А тому їх діяльність не тільки не піддається впливу

ринкових факторів, а навпаки – вони самі визначають рівень цін і рівень виробничих витрат, впливають на розподіл важливих матеріально-технічних ресурсів і поведінку споживачів. Друга група підприємств має можливість перекласти свої високі витрати на споживача чи інші підприємства (через систему перерозподілу прибутку), або банки (і як наслідок – на бюджет), або прямо на бюджет. Отже, використання ринкових регуляторів (як кредитної, так і бюджетної політики) до підприємств, що перебувають в таких умовах, може призвести до поглиблення кризових явищ економіки.

Ще в більшій мірі це стосується фінансування такого виду витрат за рахунок бюджетного дефіциту. Бюджетний дефіцит лише може відігравати позитивну роль, коли додаткові бюджетні витрати зв'язані з фінансуванням антикризових заходів. Виділення державних коштів суб'єктам, поведінка яких не визначається зміною цін і поведінкою споживачів, буде означати лише збереження існуючої деформованої та монополізованої структури народного господарства, посилення незбалансованості платіжоспроможності попиту, ріст інфляції (як інфляції попиту через ріст грошових виплат з бюджету, так і інфляції витрат галузей, формуючих динаміку витрат в народному господарстві), тобто результати використання в таких умовах регуляторів кейнсіанського типу нічим не будуть відрізнятися від добре відомого досвіду капітального будівництва в недалекому минулому нашої держави. Крім цього, створення додаткового попиту зі сторони держави шляхом державних інвестицій, передбачається, згідно Кейнса, при недостатності попиту, недовикористанні основних фондів та наявності вільних матеріальних ресурсів.

У зв'язку з цим модель перехідного періоду повинна містити жорсткі обмеження на ріст державних витрат. Це створить умови для проведення антиінфляційних заходів з однієї сторони, та умови розширення економічного простору для розвитку недержавного сектору економіки, формування середнього прошарку. У моделі необхідно так само по можливості розділити функціонування державних і приватних підприємств у виробничих галузях і

сфері послуг як при моделюванні їх виробничих можливостей і результатів господарської діяльності, так і при наданні субсидій.

Кількісний аналіз проблеми бюджетної політики та можливостей її моделювання показує, що з точки зору розв'язання такого типу задач важливе значення має фактор часу. Фінансовий аналіз альтернативних варіантів становлення державної фіскальної політики включає податкову політику та політику амортизаційних відрахувань, політику надання субсидій і інвестицій, політику запасів (резервування перерозподілених через бюджет коштів) і умов кредитування державних витрат, а також регулювання збережень вимагає виявлення закономірностей довготривалих тенденцій економічного розвитку. Такі задачі можуть розв'язуватися на основі макроекономічних моделей розвитку національної економіки, в які включені відповідні інструменти фінансової політики.

Для аналізу проекту бюджету необхідна модель, яка в достатній формі відображала би короткотермінові зміни основних параметрів економічного розвитку і взаємозв'язки як процесів формування, так і використання коштів бюджету.

Структура такої моделі відображає взаємозв'язки бюджетних доходів і умов суспільного виробництва, а також вплив бюджетних видатків на економічний розвиток.

8.2 Податки, бюджетний дефіцит і виробництво

Бюджетний дефіцит – перевищення видатків державного бюджету над його доходами. Більшість урядів як у розвинутих, так і країн що розвиваються, а за останній час і в країнах з перехідною економікою, не можуть покривати доходами свої видатки, приймаючи державний бюджет з дефіцитом. Тому виникає питання про допустимий розмір дефіциту, про його дію на економіку в короткотерміновому та довготерміновому періодах та способи його зниження.

Якщо ж доходи держави перевищують його видатки, то їх різниця складає додатне сальдо бюджету, або профіцит.

Безпосереднім підсумком бюджетних дефіцитів являється їх нагромаджена сума – державний борг. Обслуговування державного боргу – це виплата процентів по ньому та виплата основної суми боргу. Обслуговування боргу – одна із форм витрат державного бюджету, і тому вона суттєво впливає на розмір поточного дефіциту. Дефіцит бюджету без врахувань витрат на обслуговування державного боргу називається первинним дефіцитом.

Бюджетно-податкова (фіскальна) політика держави – це політика в галузі оподаткування (встановлення системи податків) та державних видатків.

Мета бюджетно-податкової політики – виконання економічних та соціальних функцій держави, а також стимулювання або утримання сукупного попиту у відповідності з ходом економічного циклу. Бюджетний дефіцит являється важливим узагальнюючим показником бюджетно-податкової політики в короткотерміновому періоді, а державний борг – в довготерміновому періоді.

Абсолютний розмір дефіциту та боргу зв'язаний із масштабом економіки країни, тому для опису бюджетно-податкової ситуації використовують відносні величини – відношення бюджетного дефіциту та державного боргу до обсягу внутрішнього валового прибутку (ВВП). Ці показники суттєво відрізняються в різні часові періоди.

Поточний розмір бюджетного дефіциту піддається сильному впливу циклічних факторів економічної кон'юнктури, збільшуючись при економічному спаді та зменшуючись при зростанні. Тому реальний фінансовий стан держави краще описується показником структурного дефіциту. Структурний дефіцит (або відповідне структурне сальдо бюджету) – дефіцит, який би мав місце при даній системі формування доходів та видатків держави в умовах повної зайнятості (або, іншими словами, при рівності фактичного ВВП потенціальному).

Величина структурного дефіциту (в % до ВВП) набагато стійкіша в часі, ніж величина фактичного дефіциту, при цьому середні їх рівні за достатньо тривалі періоди часу приблизно співпадають. Тому, якщо ставиться питання про допустимість даного рівня бюджетного дефіциту з точки зору довготривалої перспективи, необхідно оцінити структурний дефіцит та в'яснити його довготривалі ефекти.

Далі розглянемо деякі взаємозв'язки між рівнями бюджетного дефіциту та державного боргу в короткотерміновому та довготерміновому періодах. Як відомо, при аналізі бюджетної політики важливі відношення дефіциту та державного боргу до ВВП і, як наслідок, динаміка реального ВВП (ріст, стабілізація, падіння) має тут принципове значення. Тому нами буде розглянуто довготривалий взаємозв'язок трьох відносних показників: рівня бюджетного дефіциту, державного боргу та темпів росту ВВП.

Ріст ВВП приводить до відносного зниження (в % до ВВП) рівня державного боргу, зумовленого попереднім державним дефіцитом, і це дозволяє в певних умовах формувати бюджет з дефіцитом і в дальшому, не збільшуючи відношення державного боргу до ВВП. В зростаючій економіці можна мати стабільний бюджетний дефіцит (в % до ВВП) при стабільному рівні державного боргу (в % до ВВП). При цьому абсолютна величина державного боргу росте, проте відносна стабілізується або навіть знижується. В спадній економіці таке неможливе, і стабільні бюджетні дефіцити приводять в неї не тільки до абсолютного, але і до відносного збільшення державного боргу. Розглянемо кількісний аспект згаданих характеристик з допомогою наступних економіко-математичних моделей.

Насамперед розглянемо модель зв'язку бюджетного дефіциту, державного боргу та темпів економічного росту в динаміці [9, 25].

У даній моделі ми абстрагуємося від циклічних коливань економічної кон'юнктури, що впливають на бюджетно-податкову політику і відповідно розміри бюджетного дефіциту в короткотерміновому періоді. Розглянемо

зростаючу з постійними темпами економіку, фактичний ВВП якої співпадає з потенціальним, а фактичний бюджетний дефіцит – із структурним. Будемо вважати відношення бюджетного дефіциту до ВВП постійним в часі. Для початку ми розглянемо модель динаміки номінальних економічних показників, а після – реальних. При цьому в одних випадках відправною точкою буде відносна величина загального бюджетного дефіциту, а в інших – первинного. Безпосередній опис взаємозв'язку, боргу та росту в часі дає можливість погоджувати короткотермінові та довготермінові ефекти існуючої бюджетно-податкової політики.

Модель в номінальних показниках з постійним відносним рівнем загального бюджетного дефіциту включає в себе наступні передумови:

1. Обсяг номінального ВВП Y_t росте з постійним річним темпом P %.
2. Загальний дефіцит державного бюджету (включаючи виплату процентів за державний та основний борг) H_t складає q % від ВВП.

Таким чином,

$$h_t = \frac{H_t}{Y_t} = \frac{q}{100} = const, \quad (8.1)$$

де h_t – частина дефіциту державного бюджету від ВВП.

Якщо початковий рівень ВВП рівний Y_0 , то номінальний ВВП в році t складе:

$$Y_t = Y_0 \left(1 + \frac{P}{100}\right)^t. \quad (8.2)$$

Дефіцит бюджету H_t в році t буде рівний:

$$H_t = \frac{Y_t \cdot q}{100} = \frac{Y_0 \cdot q}{100} \left(1 + \frac{P}{100}\right)^t. \quad (8.3)$$

Державний борг D_t (в номінальному виразі) рівний акумульованій сумі бюджетних дефіцитів включно до року t . Якщо початковий обсяг державного боргу рівний D_0 , то

$$\begin{aligned}
D_t &= D_0 + \frac{Y_0 \cdot q}{100} \left(1 + \frac{P}{100}\right) + \frac{Y_0 \cdot q}{100} \left(1 + \frac{P}{100}\right)^2 + \dots + \frac{Y_0 \cdot q}{100} \left(1 + \frac{P}{100}\right)^t = \\
&= D_0 + \frac{Y_0 \cdot q}{100} \sum_{r=1}^t \left(1 + \frac{P}{100}\right)^r.
\end{aligned} \tag{8.4}$$

Просумувавши геометричну прогресію, отримаємо:

$$D_t = D_0 + \frac{Y_0 \cdot q \left(1 + \frac{P}{100}\right) \left[\left(1 + \frac{P}{100}\right)^t - 1 \right]}{P}. \tag{8.5}$$

Відношення державного боргу до ВВП (d_t) в році t відповідно рівне:

$$d_t = \frac{D_t}{Y_t} = \frac{D_0}{Y_0 \left(1 + \frac{P}{100}\right)^t} + \frac{q \left(1 + \frac{P}{100}\right) \left[\left(1 + \frac{P}{100}\right)^t - 1 \right]}{P \left(1 + \frac{P}{100}\right)^t}. \tag{8.6}$$

Із цієї формули випливає, що якщо $P < 0$ (стійке зниження номінального ВВП), то відношення державного боргу до дефіциту прямує до $+\infty$ і тим самим перевищить довільний наперед заданий рівень (в тому числі і деякий максимально сприятливий рівень, при якому держава ще може обслуговувати свій борг). Тому така система не може існувати як завгодно довго і або економіка почне з деякого моменту рости, або дефіцит бюджету повинен бути знижений або ліквідований (можливо, в результаті призупинення обслуговування державного боргу).

Якщо $P = 0$ (ВВП не росте, але і не знижується), то при збереженні інших передумов як сам державний борг, так і його частка в доході (як в попередньому випадку) необмежено зростають. Дійсно, при $P = 0$ відповідно маємо, що $Y_t = Y_0$ і далі має місце:

$$D_t = D_0 + t \frac{Y_0 \cdot q}{100} \text{ і } d_t = \frac{D_p}{Y_p} + t \frac{q}{100} - \text{лінійно зростаючі (у випадку } q > 0) \text{ функції.}$$

Результатом знову є неможливість з певного моменту виконання передумов моделі, і якщо економіка не почне рости, то доведеться ліквідувати бюджетний дефіцит.

Якщо номінальний ВВП росте ($P > 0$), то відношення державного боргу до моделі поступово наближається до визначеного стабільного рівня. При цьому вклад “початкового” боргу зменшиться, оскільки при $t \rightarrow \infty$:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{D_0}{Y_0 \left(1 + \frac{P}{100}\right)^t} = 0. \quad (8.7)$$

У даному випадку

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} d_t &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{D_t}{Y_t} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{D_0}{Y_0 \left(1 + \frac{P}{100}\right)^t} + \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{q \left(1 + \frac{P}{100}\right) \left[\left(1 + \frac{P}{100}\right)^t - 1 \right]}{P \left(1 + \frac{P}{100}\right)^t} = \\ &= 0 + \frac{q \left(1 + \frac{P}{100}\right)}{P} \cdot \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\left(1 + \frac{P}{100}\right)^t - 1}{\left(1 + \frac{P}{100}\right)^t} = \frac{q \left(1 + \frac{P}{100}\right)}{P}. \end{aligned} \quad (8.8)$$

Таким чином, у “зростаючій” економіці частка державного боргу у ВВП стабілізується навіть при стійких дефіцитах державного бюджету. Рівень стабілізації величини d_t визначається в першу чергу співвідношенням $\frac{q}{P}$, якщо рахувати, що темп приросту доходу P невеликий, то вираз $\left(1 + \frac{P}{100}\right)$ близький до одиниці.

В описаному випадку при стабілізації відношень державного боргу до доходу заданий рівень бюджетного дефіциту (в % до ВВП) може підтримуватися в довготривалому періоді. Проте, для цього необхідна наявність неінфляційних джерел фінансування дефіциту (що можна припустити в стійкій економіці, що розвивається), а знаходження в розумних межах частки видатків бюджету, що йдуть на обслуговування державного боргу. Останнє визначається рівнем процентної ставки в її співвідношеннях з темпами росту.

Розглянемо динаміку видатків на обслуговування державного боргу в нашій моделі бюджетного дефіциту. Нехай номінальна ставка відсотка по

державному боргу рівна $b\%$. Тоді на обслуговування боргу (тільки процентні виплати, не враховуючи виплати основного боргу) в році t направляється $\frac{bD_{t-1}}{100}$ грошових одиниць. Первинний бюджетний дефіцит H_t^1 рівний:

$$H_t^1 = H_t - \frac{bD_{t-1}}{100} = \frac{Yq}{100} - \frac{bD_{t-1}}{100}, \quad (8.9)$$

а частка первинного дефіциту у ВВП рівна:

$$h_t^1 = \frac{H_t^1}{Y_t^1} = \frac{q}{100} - \frac{bD_{t-1}}{100Y_t^1}. \quad (8.10)$$

Звідси видно, що якщо відношення $\frac{D_{t-1}}{Y_t}$ необмежено зростає (що відбувається, як показано вище, при $P \leq 0$), то величина h_t^1 спадає і стає від'ємною. В деякий момент часу вона досягає рівня (-1) , що відповідає збору всього ВВП у вигляді процентів по державному боргу. Очевидно, що вже задовго до цього обслуговування державного боргу виявиться економічно неможливим.

Якщо співвідношення $\frac{D_{t-1}}{Y_t} = \frac{D_{t-1}}{Y_{t-1}(1 + \frac{P}{100})}$ прямує до стабільного рівня, який

при $P > 0$ рівний у нашій моделі $\frac{q}{P}$, то й частка первинного дефіциту у ВВП h_t^1 виходить на стабільний рівень

$$\hat{h}^1 = \frac{q}{100} - \frac{bq}{100P} = \frac{q}{100} \left(1 - \frac{b}{P}\right). \quad (8.11)$$

Очевидно, що якщо номінальна ставка процента b достатньо велика, то \hat{h}^1 може виявитися від'ємною (це означає первинний профіцит, або додатне первинне сальдо бюджету). Це відбувається при $\frac{b}{P} > 1$, тобто при $b > P$. Можна стверджувати, що підтримання загальних бюджетних дефіцитів, які приводять у довготерміновому періоді до необхідності стабільних первинних профіцитів, економічно недоцільне, оскільки рано чи пізно можливі додаткові державні

видатки за рахунок дефіциту будуть з надлишком перекриті (з урахуванням співставлення в часі) видатками по обслуговуванню виниклого державного боргу. В порівнянні з такою стратегією кращою є стратегія збалансованого бюджету, оскільки вона не призводить до необхідності в таких великих довготермінових виплатах по державному боргу.

Якщо $b < P$, то первинний дефіцит, як і загальний, може як завгодно довго бути невід'ємним і складати стабільну частку ВВП. Якщо рахувати реальну процентну ставку r виплат по державному боргу невід'ємною ($r = b - i$, де i - рівень інфляції), то необхідною умовою стабільності системи являється перевищення номінальних темпів приросту доходу P над рівнем інфляції i , тобто реальний економічний ріст. Це впливає з умови $b \approx i + r < P$, звідки з урахуванням $r \geq 0$ впливає необхідність умови $i > P$.

Порівнюючи співвідношення номінальних і реальних величин, тут ми вважаємо інфляцію порівняно невеликою та стабільною. Інакше можуть проявитися її ефекти, які порушують стійкість всієї системи, в тому числі і негативна дія інфляції на економічний ріст.

Передумова стабільності темпів росту номінального ВВП P^r пов'язана з пропозицією про стабільний рівень інфляції i . В даному випадку темпи приросту реального ВВП P^r стабільні та рівні $P^r \approx P - i$. Якщо рівень інфляції міняється, то передумова постійного рівня P може порушуватися навіть при стабільності реальних темпів приросту ВВП P^r (які важливі в припущенні про стабільність реального темпу приросту ВВП P^r).

Припустимо, що реальний ВВП зростає з річним темпом P^r . Бюджетний дефіцит становить q % ВВП (уже в реальному вираженні), а вихідний рівень державного боргу розраховується за формулою (8.5):

$$D_t^r = D_0^r + \frac{Y_0^r \cdot q \left(1 + \frac{P^r}{100}\right) \left(1 + \frac{P^r}{100}\right)^t - 1}{P^r}. \quad (8.12)$$

Тоді відношення державного боргу до ВВП в році t (d_t^r) відповідно буде:

$$d_t^r = \frac{D_t^r}{Y_t^r} = \frac{D_0^r}{Y_0^r \left(1 + \frac{P^r}{100}\right)^t} + \frac{q \left(1 + \frac{P^r}{100}\right) \left(\left(1 + \frac{P^r}{100}\right)^t - 1\right)}{P^r \left(1 + \frac{P^r}{100}\right)^t}. \quad (8.13)$$

При відсутності реального росту або стійкому спаді виробництва, як і в номінальній моделі, величина d_t^r необмежено зростає, і в певний момент часу обслуговування державного боргу або неінфляційне фінансування бюджетного дефіциту стає неможливим. При наявності реального росту ($P^r > 0$) маємо:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} d_t^r = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{D_t^r}{Y_t^r} = \frac{q \left(1 + \frac{P^r}{100}\right)^t}{P^r}. \quad (8.14)$$

Наближення відношення державного боргу до ВВП до певного стабільного рівня дає можливість підтримки даного рівня бюджетних дефіцитів (до ВВП), але не гарантує його. У випадку якщо для неінфляційного фінансування дефіциту держава вимушена встановлювати дуже високу ставку реального проценту, видатки на обслуговування державного боргу можуть стати в певний момент занадто високими. Це призведе до зниження номінального проценту, або ж, якщо це неможливо, до інфляційного фінансування дефіциту та до зниження реальної процентної ставки в результаті інфляції.

Приведена модель дає можливість розв'язувати наступні задачі:

- знаходити допустимий рівень відношення бюджетного дефіциту до ВВП при сформованій вимозі до рівня державного боргу по відношенню до ВВП і даному прогнозованому значенню росту ВВП;

- визначити оптимальний рівень, за яким буде відношення бюджетного боргу по відношенню до ВВП, і за даним рівнем отримати значення відношень дефіциту до ВВП;

- знаходити потрібний темп росту для виходу на задане значення d_t^r при даному рівні h_t^r в довготривалому періоді;

- визначити період часу, що необхідний для досягнення розрахункових значень заданих параметрів.

Розглянемо модель з постійною часткою первинного дефіциту у ВВП. Тобто ми маємо частковий випадок моделі, в якій задається частка первинного бюджетного дефіциту у ВВП. Така модель дасть можливість поєднати прийнятність проведення бюджетно-податкової політики з рівнем процентної ставки за державними зобов'язаннями.

Спочатку розглянемо модель в номінальних показниках.

Припустимо, що нам задано фіксовану величину:

$$h_t^1 = \frac{H_t^1}{Y_t} = \frac{q^1}{100} = const. \quad (8.15)$$

Номінальну процентну ставку виплат по державному боргу ми так само вважаємо постійною та рівною $b\%$. Загальна величина бюджетного дефіциту в даному випадку складається із первинного дефіциту та виплат процентів, а величина державного боргу являє собою нагромаджену суму загальних дефіцитів. Номінальний ВВП розраховується за формулою (8.2).

Первинний бюджетний дефіцит у t -му році становитиме:

$$H_t^1 = \frac{Y_t q^1}{100} = \frac{Y_0 q^1}{100} \left(1 + \frac{P}{100}\right)^t. \quad (8.16)$$

Державний борг на кінець року t D_t є нагромадженою сумою первинних дефіцитів і процентів за борг:

$$D_t = D_0 \left(1 + \frac{b}{100}\right)^t + \frac{Y_0 q^1}{100} \left(1 + \frac{P}{100}\right) \left(1 + \frac{b}{100}\right)^{t-1} + \frac{Y_0 q^1}{100} \left(1 + \frac{P}{100}\right)^2 \left(1 + \frac{b}{100}\right)^{t-2} + \dots + \frac{Y_0 q^1}{100} \left(1 + \frac{P}{100}\right)^t = D_0 \left(1 + \frac{b}{100}\right)^t + \frac{Y_0 q^1}{100} \sum_{r=1}^t \left[\left(1 + \frac{P}{100}\right)^r \left(1 + \frac{b}{100}\right)^{t-r} \right]. \quad (8.17)$$

Просумувавши члени геометричної прогресії, отримаємо:

$$D_t = D_0 \left(1 + \frac{b}{100}\right)^t + \frac{Y_0 q^1}{P - b} \left(1 + \frac{P}{100}\right) \left[\left(1 + \frac{P}{100}\right)^t - \left(1 + \frac{b}{100}\right)^t \right]. \quad (8.18)$$

Відповідно відношення державного боргу до ВВП в році t складе:

$$\begin{aligned}
 d_t = \frac{D_t}{Y_t} &= \frac{D_0 \left(1 + \frac{b}{100}\right)^t}{Y_0 \left(1 + \frac{P}{100}\right)^t} + \frac{q^1 \left(1 + \frac{P}{100}\right) \left[\left(1 + \frac{P}{100}\right)^t - \left(1 + \frac{b}{100}\right)^t \right]}{\left(1 + \frac{P}{100}\right)^t (P - b)} = \\
 &= \frac{D_0 \left(1 + \frac{b}{100}\right)^t}{Y_0 \left(1 + \frac{P}{100}\right)^t} + \frac{q^1 \left(1 + \frac{P}{100}\right)}{P - b} \left[1 - \frac{\left(1 + \frac{b}{100}\right)^t}{\left(1 + \frac{P}{100}\right)^t} \right].
 \end{aligned} \tag{8.19}$$

Якщо ставка процента по державному боргу перевищує темп приросту ВВП (або рівна йому), тобто, якщо $b \geq P$, то відношення боргу до ВВП необмежено зростає, і через деякий час задана траєкторія економіки не зможе підтримуватися, зважаючи на неможливість обслуговувати державний борг. Якщо ж, навпаки, $b < P$, то має місце:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} d_t = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{D_t}{Y_t} = \frac{q^1 \left(1 + \frac{P}{100}\right)}{P - b}. \tag{8.20}$$

Таким чином, якщо номінальна процентна ставка по державному боргу менша за темпи приросту ВВП, то відношення боргу до доходу, як і в попередньому випадку, виходить на стабільний рівень. Звідси можна зробити висновок, що довготривала підтримка бюджетного дефіциту на постійному рівні по відношенню до ВВП являється надто складною задачею, оскільки вона можлива лише за умови перевищення темпів економічного росту над процентною ставкою по державному боргу. В дійсності така процентна ставка виявилася б в більшості випадків дуже низькою для того, щоб залучити необхідні фінансові ресурси для покриття дефіциту державного бюджету. Проте умова $P > b$ необхідна (хоча і недостатня) для підтримки стабільного рівня відносного первинного бюджетного дефіциту. І якщо вона порушується,

тоді проведена фіскальна політика не може розглядатися як цілком сприятлива з точки зору довготривалої перспективи.

Аналогічні міркування та викладки можуть бути проведені і для моделі в реальних показниках. Нехай розрахований у реальних грошових одиницях первинний бюджетний дефіцит складає $q^1\%$ реального ВВП, темп приросту реального ВВП постійний і рівний P^r , а реальна процентна ставка платежів по державному боргу рівна r .

Записавши формулу для динаміки реального державного боргу D_t^r , повністю аналогічну відповідному виразу моделі в номінальних показниках, і просумувавши члени геометричної прогресії отримаємо:

$$D_t^r = D_0^r = D_0^r \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t + \frac{Y_0^r q^1 \left(1 + \frac{P^r}{100}\right)}{P^r - r} \left[\left(1 + \frac{P^r}{100}\right)^t - \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \right]. \quad (8.21)$$

Тоді відношення державного боргу до ВВП в році t рівне:

$$d_t^r = \frac{D_t^r}{Y_t^r} = \frac{D_0^r \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t}{Y_0^r \left(1 + \frac{P^r}{100}\right)^t} + \frac{q^1 \left(1 + \frac{P^r}{100}\right) \left[\left(1 + \frac{P^r}{100}\right)^t - \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \right]}{\left(1 + \frac{P^r}{100}\right)^t (P^r - r)}. \quad (8.22)$$

При $r \geq P^r$ величина d_t^r необмежено зростає і через деякий час підтримання первинного дефіциту на даному рівні при своєчасному обслуговуванні державного боргу виявиться неможливим (як і в моделі з номінальними показниками). При $r < P^r$ величина d_t^r виходить на стабільний рівень:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} d_t^r = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{D_t^r}{Y_t^r} = \frac{q^1 \left(1 + \frac{P^r}{100}\right)}{P^r - r}. \quad (8.23)$$

Таким чином, для підтримки стабільного рівня первинного дефіциту державного бюджету (в % до ВВП) в довготерміновому періоді необхідною

(хоч і недостатньою) умовою є перевищення реальних темпів приросту ВВП над реальною процентною ставкою по державних зобов'язаннях. Необхідна умова недостатня, оскільки вимагається ще необхідний рівень попиту на державні зобов'язання при даному рівні процентної ставки; фактичний попит може виявитися нижчим від потрібного.

Якщо реальна процентна ставка додатна ($r > 0$), то довготривала стабілізація при наявності стійкого відносного первинного бюджетного дефіциту можлива лише у зростаючій економіці ($P^r > r > 0$). У незростаючій економіці ($P^r \leq 0$) реальна процентна ставка r повинна бути від'ємною ($P^r < r \leq 0$). Це можливо в умовах прискорення інфляції, тобто при перевищенні попередніх інфляційних сподівань. Так, в ряді країн з перехідною економікою суттєво менші нуля реальні процентні ставки в умовах незростаючої економіки спостерігалися під час інфляційного стрибка. Крім цього, якщо економіка не росте, то в такому випадку відсутня матеріальна основа для отримання позитивного реального процента, якою являється додатковий продукт.

Показники загального та первинного реального дефіциту державного бюджетного дефіциту (H_t^r та H_t^{1r}) зв'язані в нашій моделі співвідношенням:

$$H_t^r = H_t^{1r} + \frac{D_{t-1}^r \cdot r}{100} = \frac{H_t^r \cdot q^1}{100} + \frac{D_{t-1}^r \cdot r}{100}. \quad (8.24)$$

Звідси, відношення загального реального дефіциту до ВВП h_t^r рівне:

$$h_t^r = \frac{H_t^r}{Y_t^r} = \frac{q^1}{100} + \frac{D_{t-1}^r \cdot r}{Y_{t-1}^r \left(1 + \frac{P^r}{100}\right) 100}. \quad (8.25)$$

Якщо при заданому відносному рівні первинного дефіциту q^1

відношення державного боргу до ВВП $d_{t-1}^r = \frac{D_{t-1}^r}{Y_{t-1}^r}$ виходить на стабільний

рівень $\frac{q^1 \left(1 + \frac{P^r}{100}\right)}{P^r - r}$, величина h_t^r наближається до

$$\bar{K} = \frac{q^1}{100} + \frac{q^1 \cdot r}{(P^r - r)100} = \frac{q^1}{100} \cdot \frac{P^r}{P^r - r}. \quad (8.26)$$

Таким чином, ми отримали прості і зручні формули, що пов'язують між собою первинний і загальний дефіцит та державний борг (усі по відношенню до ВВП) в довготривалому періоді з урахуванням реальних процентних ставок по державному боргу та темпів росту ВВП. Аналіз бюджетно-податкової політики ряду розвинутих країн та країн з перехідною економікою показує, що для більшості з них бюджетно-податкова політика неприйнятна з точки зору довготривалої перспективи. Відносна величина бюджетного дефіциту дуже часто виявляється завищеною для прийнятих умов, і через деякий час відносна величина державного боргу та затрати на його обслуговування виявляються дуже високими. Тому в певний момент параметри бюджетно-податкової політики приходиться змінювати, а довготривалі витрати внаслідок наявних бюджетних дефіцитів набагато перевищують отримані вигоди.

Проведення кількісного аналізу дозволить в'яснити необхідні довготривалі взаємозв'язки між деякими важливими показниками бюджетно-податкової політики та економічного росту. Ці взаємозв'язки часто відкидаються з розгляду при визначенні розмірів поточного бюджетного дефіциту та способів його фінансування.

8.3. Фіскальний аспект динаміки боргу

Моделювання зовнішньої боргової стратегії України відбувається на фоні досить високого рівня боргів перед зовнішніми кредиторами та постійно зростаючих потреб у додаткових позиках, вектор яких спрямований на постійно зростаючу вартість. Беручи до уваги реальний рівень зовнішньої заборгованості, потенційні можливості традиційних джерел запозичень на зовнішніх ринках і сучасні тенденції розвитку економіки України, можна

сказати, що держава потрапила у класичну боргову пастку, вибратися з якої дуже важко.

З огляду на проблеми та недоліки у сфері зовнішніх запозичень вважаємо, що стратегію управління зовнішнім боргом слід будувати з урахуванням обов'язкового дотримання боргової безпеки держави. Для оцінки оптимальних варіантів стратегічного управління зовнішнім боргом, і прийняття вигідних фінансових рішень, урахування подальшої динаміки, структури та обсягів зовнішньої заборгованості необхідний відповідний математичний інструментарій.

Для аргументації гіпотези про існування кореляційного взаємозв'язку та виявлення ступеня залежності між дефіцитом бюджету і зовнішнім державним боргом України проведено дослідження динаміки відносних індикаторів зовнішнього боргу та бюджетного дефіциту ВВП. На основі ретроспективного аналізу статистичної вибірки (табл. 8.1) для виявлення форми залежності між даними показниками розглянуто чотири види регресійних моделей (табл. 8.2).

Таблиця 8.1.

Дефіцит консолідованого бюджету, капіталовкладення державного сектора та державний зовнішній борг України у 1992–2001 р. р. (у % до ВВП)

Показники	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Дефіцит консолідованого бюджету	13.5	5.1	10.4	6.5	4.9	6.6	2.2	1.5	0.7	0.3
Державні капіталовкладення	2.2	1.7	3.4	2.5	1.3	0.6	1.5	0.9	0.9	0.9
Зовнішній державний борг	5.1	30.9	41.8	26.3	20.5	19.4	38.4	51.0	37.0	26.8

Таблиця 8.2.

Вид	Модель	Розрахункова модель	Коефіцієнт кореляції
Лінійна	$y = a_0 - a_1x$	$y = 40.55 - 1.937x$	$R = 0.5945$
Логарифмічна	$y = a_0 + a_1 \ln x$	$y = 40.48 - 7.75 \ln x$	$R = 0.5436$
Поліноміальна	$y = a_0 + a_1x + \dots a_nx^n$	$y = 20.45 + 27.93x - 10.59x^2 + 1.299x^3 - 0.04989x^4$	$R = 0.9315$

Экспонента	$y = e^{a_0 + a_1 x}$	$y = e^{-3.879 - 0.1132x}$	$R = 0.6973$
де, y - зовнішній борг у ВВП, %; x - коефіцієнт бюджету у ВВП, %; a_0, a_1, \dots, a_n - параметри моделей.			

Для визначення оцінок параметрів моделі використовуємо стандартну процедуру “Регресійний аналіз” програмного продукту “STADIA”. Результати розрахунків і статистичні характеристики значущості оціночних параметрів моделі подані в табл. 8.3.

Таблица 8.3.

		Модель: линейная $Y = a_0 + a_1 * x$						
		Коэфф.		A0	a1			
		Значение		40.55	-1.937			
		Ст.ошиб.		60.876	0.9904			
		Значим.		0.0009	0.0893			
		Источник Сум. Квадр. Степ. Св. Средн. Квадр.						
		Регресс.		526.5	1 526.5			
Остаточн.	963.1	7	137.6					
		Вся		1490	8			
		Множеств R		R^2	R^2 прив. Ст. ошиб. F Значим			
		0.59451		0.35344	0.26107 11.73 3.826 0.0067			
Гипотеза 1: «Регрессионная модель адекватна экспериментальным данным								
		Модель: логарифмическая $Y = a_0 + a_1 * \ln(x)$						
		Коэфф.		A0	a1			
		Значение		40.48	-7.75			
		Ст. ошиб.		7.601	4.523			
		Значим.		0.0014	0.1283			
		Источник Сум.кв. Степ.св. Средн.кв.						
		Регресс.		440.1	1 440.1			
		Остаточн.		1049	7 149.9.			
		Вся		1490	8			
		Множеств R		R^2	R^2 прив. Ст. ошиб. F Значим			
		0.54355		0.29544	0.19479 12.224 2.935 0.0212			
Гипотеза 1: «Регрессионная модель адекватна экспериментальным данным								
		Модель: полином $Y = \text{сумма}\{a_i * x^i\}$						
		Коэфф.		a0	a1	a2	a3	a4
		Значение		20.45	27.93	-10.59	1.299	-0.04989
		Ст. ошиб.		14.37	15.52	4.433	0.456	0.01614
		Значим.		0.2272	0.1454	0.0748	0.0493	0.0369
		Источник Сум.кв. Степ.св. Средн.кв.						
		Регресс.		1292	4	323.1		
		Остаточн.		197.2	4	49.29		
		Вся		1490	8			
		Множеств R		R^2	R^2 прив. Ст. ошиб. F Значим			
		0.93147		0.86764	0.73527	7.0208	6.555	0.0497
Гипотеза 1: «Регрессионная модель адекватна экспериментальным данным								
		Модель: экспонента $Y = \text{EXP}(a_0 + a_1 * x)$						
		Коэфф.		a0	a1			
		Значение		3.879	-0.1132			
		Ст.ошиб.		0.3053	0.04397			
Значим. 0.	0.0356							
		Источник Сум.кв. Степ.св. Средн.кв.						
		Регресс.		1.796	1	1.796		
		Остаточн.		1.898	7	0.2712		

Вся 1490 8						
Множеств	R	R^2	R^2 прив.	Ст. ошиб.	F	Значим
	0.69725	0.48615	0.41275	0.52074	6.623	0.0005
Гипотеза 1: «Регрессионная модель адекватна экспериментальным данным»						

Враховуючи ступінь адекватності до експериментальних даних, найбільш прийнятною є поліноміальна модель (коефіцієнт кореляційного зв'язку $R=0.9315$).

Коефіцієнт детермінації $R^2 = 0.8676$ характеризує ступінь зв'язку і вказує на те, що варіація зовнішнього боргу на 86.76 % зумовлена варіацією дефіциту бюджету, на 13.24 % - іншими флуктуючими чинниками, серед яких об'єктивними є – ревальвація (девальвація) обмінного курсу національної грошової одиниці, коливання середньої реальної відсоткової ставки, динаміка індексу інфляції, темпи росту реального ВВП за період 2004 – 2013 р. р., а суб'єктивними – прийняття органами державного управління боргів підприємств (зобов'язань за кредитами, наданими під гарантії Уряду) та боргів органів грошово-кредитного регулювання (заборгованість перед МВФ), шляхом перекладання їхніх боргових зобов'язань (у т. ч. прострочених) на державний бюджет.

Зовнішній державний борг, % ВВП

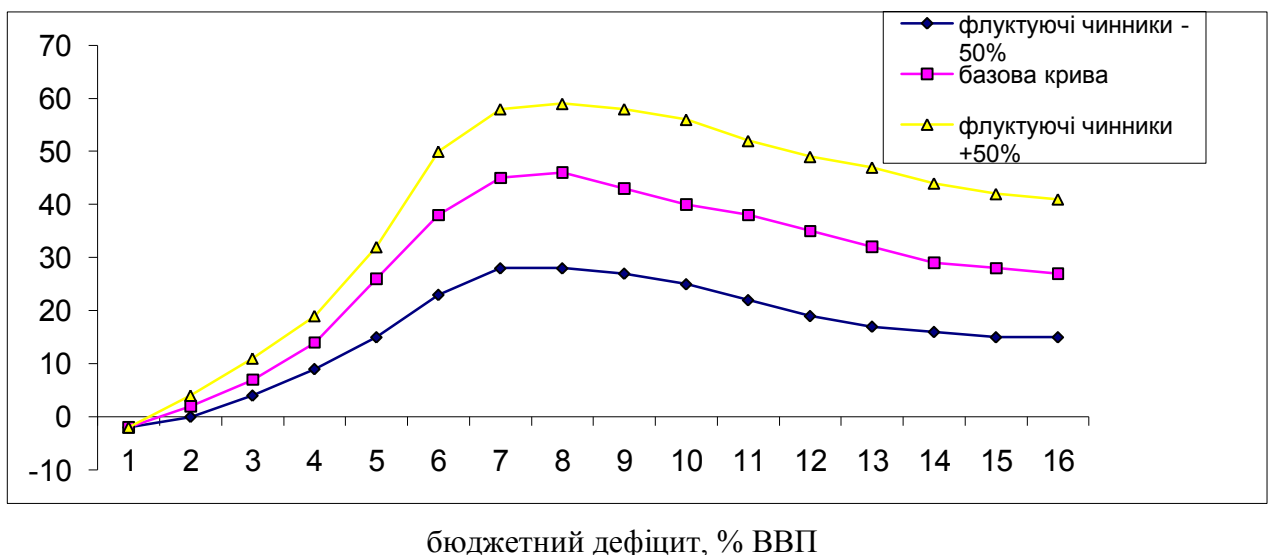


Рис. 8.2. Борговий коридор дії флуктуючих чинників.

З метою експериментального дослідження була послаблена та посилена дія флуктуючих чинників на 50%. Це дало можливість прослідкувати тенденцію посилення (послаблення) кореляційної взаємозалежності дослідних факторів і зробити висновок про те, що чим менша дія флуктуючих чинників, тим тісніший зв'язок зовнішнього державного боргу з дефіцитом бюджету та навпаки. Отримане положення вдало відображається графічно через побудову кривих кореляційної поліноміальної залежності (рис. 8.2).

Базова крива, що враховує тенденцію попереднього періоду, розміщена у так званому борговому коридорі (на зразок “змія в тунелі”) дії флуктуючих чинників.

Для дослідження граничнодопустимого рівня зовнішнього боргу у ВВП беремо похідну від поліноміальної функції

$$(y = 20.45 + 27.93x - 10.59x^2 + 1.299x^3 - 0.04989x^4)$$

$$\text{та розв'яжемо рівняння виду } y' = 0; \quad 27.93 - 21.18x + 3.897x^2 - 0.1995x^3 = 0.$$

Розв'язком цього рівняння є $x = 1.9461$. Це вказує на те, що значення дефіциту при якому зовнішній борг буде мати граничне значення рівне 43.56%. Іншими словами, бюджетний дефіцит на рівні 1.9461 є ціною додаткового боргового тягаря й одночасно передумовою загострення самої проблеми “боргового навісу”. При незначних обсягах запозичень очікуваний обсяг виплат за боргом співпадає з обсягом зобов'язань. Це є свідченням того, що борг буде повністю погашеним. Однак, з певного моменту величина боргу починає перевищувати обсяг очікуваних виплат за ним. У даному випадку, якщо зобов'язання країни перевищують її очікувану платоспроможність, зовнішній борг виступає пропорційним податком, а додаткові доходи держави спрямовуються не на власних громадян, а до кредиторів. Виходячи з вище сказаного, зростає ймовірність дефолту, що в свою чергу призводить до падіння вартості нагромадженого боргу та до скорочення валового притоку капіталу у формі нових кредитів (2004 – 2013р.р). Таке розгортання подій може служити катализатором боргової кризи, а подальший ріст обсягів запозичень (наприклад,

до точки R) призводить до того, що разом із ринковою ціною спадає сумарна вартість боргу (кінець 2009, початок 2013 року – період загострення кризи ліквідності). Дестимулюючий вплив, здійснюваний надлишковим борговим тягарем, стає настільки сильним, що крива зі зростаючої переходить у спадну. В такому випадку необхідне списання чи реструктуризація боргу, яка забезпечить відновлення платоспроможності боржника. Менеджмент зовнішнього боргу на цьому етапі доцільно зосередити на ранжуванні всіх потенційних варіантів між погашенням боргу та оголошенням дефолту, розрахунку та обґрунтуванні їхніх можливих наслідків і виборі найбільш оптимального з них (виплата боргу, реструктуризація, абсолютний дефолт).

Розвиток подій за таким сценарієм є малоімовірним і небажаним, оскільки списання боргових зобов'язань вкрай негативно відобразиться на репутації України як позичальника. У випадку реструктуризації боргу (що власне й було зроблено) важливе значення має вибір схеми подолання боргової кризи та подальший макроекономічний розвиток держави, відповідно до чого можливі два сценарії розгортання боргової динаміки: інерційний (суть реструктуризації у пролонгації термінів або залученні нових кредитів для оплати старих боргів; якщо в динаміці бюджетного дефіциту України не відбудеться суттєвих змін у напрямку його зменшення, то через деякий час відновлюється зростання зовнішнього боргу, яке має характер “снігової кулі” та реанімаційний у випадку реструктуризації боргу ринковими методами з одночасним пожвавленням економічної кон'юнктури та поступовим зниженням бюджетного дефіциту, що власне забезпечує погашення боргових зобов'язань у майбутньому (рис. 8.3).

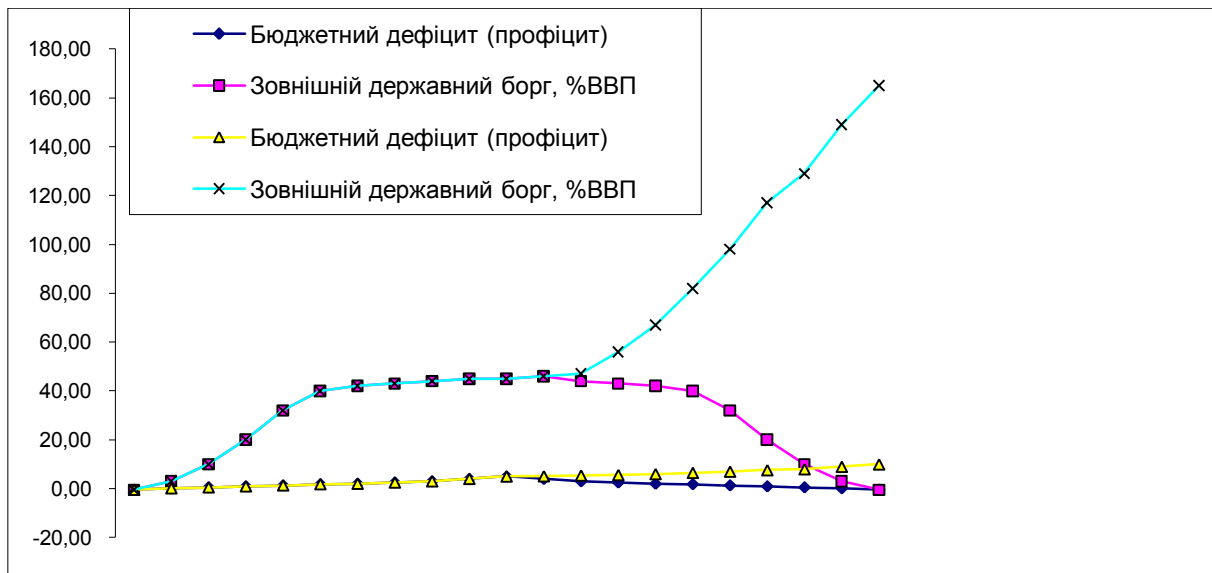


Рис. 8.3. Сценарії розвитку боргової моделі

Так або інакше, у випадку вдалої реструктуризації, відбувається свого роду “згладжування” боргової кривої, що демонструє відносну стабільність зовнішнього боргу на деякому часовому інтервалі (приблизно 2009- 2013 р. р.).

Проведене моделювання базується на ретроспективному аналізі статистичних даних залежності зовнішнього богу від дефіциту. При цьому ігнорується дія кожного флуктуючого чинника зокрема.

Теоретично такий підхід заслуговує уваги, оскільки передбачає прогнозування граничнодопустимого рівня зовнішнього державного боргу, дає можливість “прокрутити” сценарії розвитку боргової динаміки. Однак, із практичної точки зору, для нас не аби яке значення має модель мінімізації (на крайній випадок стабілізації) зовнішньої державної заборгованості, що була би достатньо агрегованою, враховувала існуючі тенденції та давала можливість розрахунку прогнозних траєкторій двох “боргових” величин:

- загальної маси зовнішнього державного боргу;
- витрат на його обслуговування, з урахуванням впливу кожного з основних флуктуючих чинників.

Література

1. Алексащенко С.В., Киселев Д.А., Теплухин П.М., Ясин Е.Г. Налоговые шкалы: функции, свойства, методы управления // Экономика и математические методы, М. Наука, 1989.- №3.
2. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Как управлять проектами.- М.: СИНТЕГ – ГЕО, 1997.- 188 с.
3. Введение в экономико-математические модели налогообложения: Учеб. пособие / Под. Ред. Д.Г. Черника.- М.: Фин. и статистика, 2000.- 256 с.
4. Вітлінський В.В. Моделювання економіки: Навч. посібник.- К.: КНЕУ, 2003.- 408 с.
5. Гальперин В.М., Гребенников П.М. и др. Макроэкономика: Учебник. – СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 1997. – 719 с.
6. Довгий С.О., Савенков О.У., Бідюк П.У. Математичне прогнозування процесів приватизації і інвестування. / За ред. Довгого С.О.-К.: Атіка, 2001.- 232 с.
7. Економічне прогнозування: Вступ / К. Холден, Д.А. Піл, Дж. Л. Томпсон.- К.: Інформтехніка – ЕМЦ, 1996. – 216 с.
8. Замков О. Бюджетный дефицит, государственный долг и экономический рост // Вестник МГУ. Сер. Экономика, 1997. №2.
9. Іващук О.Т. Методи дослідження операцій в економіці: Навч. посібник.- Т.: ТАНГ, “Економічна думка,” 2003. – 332 с.
10. Іващук О.Т. Економетричні методи та моделі: Навч. посібник.- Т.: ТАНГ, “Економічна думка,” 2003. – 348 с.
11. Костіна Н.І., Алексеев А.А., Василик О.Д. Фінанси: система моделей і прогнозів: Навч. посібник. – К: Четверта хвиля, 1998.- 304 с.
12. Костіна Н.И., Алексеев А.А. Финансовое прогнозирование в экономических системах: Учеб. пособие для вузов.- М.: ЮНИТИ – ДАНА, 2002.- 285 с.
13. Крушвиц Л. Финансирование и инвестиции. Неоклассические основы теории финансов / Пер. с нем. – СПб.: Изд-во ”Питер,” 2000 / - 400 с.
14. Крушвиц Л. Инвестиционные расчеты / Пер. с нем. под общей ред. В.В. Ковалева.- СПб: Питер, 2001.- 432 с.
15. Лондар С.Л. Моделі прийняття рішень з проблеми вдосконалення податкової політики в умовах ринкової трансформації економіки України. – Л.: Львівський національний університет, 2001.- 274 с.
16. Лопатников Л.И. Экономико-математический словарь: Словарь современной экономической науки.- М.: Дело, 2003.- 520 с.
17. Лук’яненко І.Г., Городніченко Ю.О., Краснікова Л.І. Економетричні підходи до аналізу фінансової програми місцевих органів влади України.- К.: Видавничий дім “КМ Academia,” 2000 - 121 с.
18. Олексюк О.С. Системи підтримки прийняття фінансових рішень на мікрорівні. – К.- Наукова думка, 1998. – 507 с.

19. Рабочая книга по прогнозированию / Редкол.: И.В. Бестужев-Лада (отв. ред). – М.: Мысль, 1982. – 430 с.
20. Равікович Є.У., Присенко Г.В. Макроекономічне прогнозування: Навч. посібник.- К.: КНЕУ, 2002.- 172 с.
21. Региональное управление. Методология и моделирование. / Под. ред. В.А. Забродского.-Х.: “Основа,” 1991.- 96 с.
22. Савченко А.Г. Макроекономічна політика: Навч. посібник.- К.: КНЕУ, 2001.- 166 с.
23. Секторіальні моделі прогнозування економіки України / За ред. Ак. НАН України В.М. Гейця.- К.-: Фенікс, 1999.- 304 с.
24. Смирнов А.Д. Лекции по макроэкономическому моделированию: Учебн. пособие.- М.: ГУ ВШЭ, 2000.-351 с.
25. Смирнов Р.О., Чистяков С.В. О ставках налогообложения как инструменте государственного регулирования // Экономика и мат. методы.- М.: Наука, 1993.- № 2.
26. Сморгонский А.В. Оптимизация налогов на прибыль предприятий // Экономика и мат. методы, М.: Наука, 1992.- № 2.
27. Соколовский Л.Е. Подоходный налог и экономическое поведение // Экономика и мат. методы.- М.: Наука, 1989.- № 4.
28. Соколовский Л.Е. Налог на добавленную стоимость и предприятие максимизирующее прибыль // Экономика и мат. методы.- М.: Наука, 1992.- № 4.
29. Теплова Т.В. Финансовое решение: стратегия и тактика: Учебн. пособие.- М.: ИЧП “Изд. Магистр,” 1998.- 264 с.
30. Тренев Н.Н. Управление финансами: Учебн. пособие.- М.: Финансы и статистика, 1999.- 496 с.
31. Уотшем Т. Дж., Паррамод К. Количественные методы в финансах: Учебн. пособие.- М.: Финансы, ЮНИТИ, 1999.- 527 с.
32. Чугунов І.Я., Лондар С.Л. Фінансово-бюджетні відносини: аналіз тенденцій розвитку в умовах трансформації економіки.- К.- Міністерство фінансів України, 2002.- 203 с.
33. Шелобаев С.И. Математические методы и модели в экономике, финансах, бизнесе: Учебн. пособие. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2000.- 367 с.

Зміст

Передмова	3
Розділ 1 Теоретичні основи методів економіко-статистичних досліджень	5
1.1 Економіко-статистичні методи в економічних дослідженнях	5
1.2 Системний підхід і моделювання фіскальних процесів	8
1.3 Теоретичні основи математичного моделювання та класифікація моделей	18
1.4 Податкова система як об'єкт моделювання та прогнозування. Методологічні особливості економіко-статистичного моделювання фіскальних відносин	22
Розділ 2 Кількісні методи прогнозування	34
2.1 Кому і для чого потрібні прогнози?	34
2.2 Основні функції прогнозування та їх етапи розвитку. Способи опису прогнозних моделей. Основні вимоги до прогнозних моделей	37
2.3 Класифікація методів прогнозування	46
2.4 Нейронні мережі як інструмент прогнозування. Використання програмних продуктів для розв'язування задач прогнозування	50
Розділ 3 Основні засади формалізації задач оподаткування	64
3.1 Концептуальна схема процесів формалізації задач оподаткування та керування	64
3.2 Формування моделі складного податкового об'єкта	69
3.3 Синтез системи управління складним податковим об'єктом	71
Розділ 4 Оптимізаційні моделі системи оподаткування	77
4.1 Модель оптимізації ставки податку на прибуток підприємств	77
4.2 Моделювання сценаріїв податкових шкал	83
4.3 Податок на додану вартість за умов максимізації прибутку підприємства	89

4.4	Модель оптимізації ставки податку як інструмента державного регулювання	97
4.5	Моделювання взаємозв'язку ставки оподаткування та податкових поступлень	105
Розділ 5	Економетричне моделювання податкових надходжень	112
5.1	Економетричне моделювання податкових надходжень від місцевих податків і зборів, податку на прибуток підприємств, прибуткового податку з громадян і інше	112
5.2	Моделювання та прогнозування рядів динаміки обсягів податкових надходжень. Формалізований аналіз факторів, які впливають на обсяг податкових надходжень	113
5.3	Адаптивні моделі для прогнозування надходжень до бюджету за основними видами податків	119
Розділ 6	Прийняття вигідних фіксальних рішень в умовах нестійкого економічного середовища	122
6.1	Основні кількісні критерії прийняття рішень в умовах ризику та невизначеності	122
6.2	Теорія ігор та моделі формування рішень з допомогою ігрових методів	129
6.3	Ігрова модель вибору стратегії податкової інспекції	135
Розділ 7	Методи статистичної оцінки тіньової економіки	143
7.1	Тіньова економіка: методи аналізу та оцінки	143
7.2	Методи оцінки та прогнозу тіньової економічної діяльності	148
7.3	Моделювання аспектів ухилення від сплати податків	155
Розділ 8	. Прикладні моделі системи оподаткування	158
8.1	Моделювання взаємозв'язку економічного росту і системи оподаткування	158
8.2	Податки, бюджетний дефіцит і виробництво	161
8.3	Фіскальний аспект динаміки боргу	174
Література		187