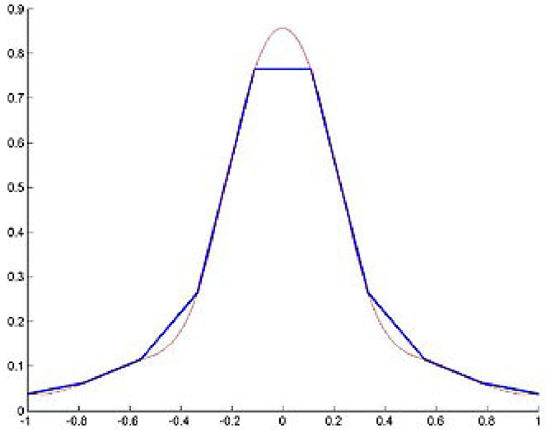

Рисунок 1 – Інтерполяція сплайнами

Висновок

У роботі досліджено швидкодію алгоритму обробки зображення, шляхом застосування інтерполяції, проведено синтез багато масштабних часових рядів.

Список використаних джерел

1. Шелевицький І.В. Адаптивні сплайн фільтри в обробці сигналів складної форми. - Дніпродзержинськ: ДДТУ. - 2004. – с.26-27.
2. Новікова О.Б. Фрактальний сплайн – модель широкосмугового сигналу. – Львів. ЛПНУ. – 2012. – с.28-33.
3. Загорулько А.В. Чисельні методи у механіці: Навчальний посібник. - Суми: Видавництво СумДУ, 2008. - 186 с.
4. Новікова О.Б. Lazy Computations як механізм підвищення ефективності фрактальної інтерполяції. – Київ. Наукові праці ДонНТУ. Серія «Інорматика, кібернетика та обчислювальна техніка», випуск 15 (203). – 2012. с.170 – 174.
5. Завьялов Ю. С., Квасов Б. И., Мирошниченко В. Л. Методы сплайн-функций. Наука. Новосибирск. – 2011. с.353.

УДК 621.391:519.22

МЕТОД НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ВІБРАЦІЙНИХ СИГНАЛІВ

Дзерин О.Ю.[1)], Юзефович Р.М.[2)], Яворський І.М.[3)], Мацько І.Й.[4)]

Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України

[1)] аспірант; [2)] к.т.н., доцент; [3)] д.ф.-м.н., професор; [4)] к.т.н., н.с.

[3)] Технологічний-природничий університет, Бидгощ, Польща

Періодично корельовані випадкові процеси (ПКВП), що описують як повторюваність так і стохастичність часової змінності, є математичною моделлю широкого кола фізичних явищ [1, 2]. Врахування властивостей періодичної корельованості сигналів, що використовуються в телекомунікації, телеметрії дозволяє більш ефективно вирішити задачі їх аналізу, перетворення, обробки. Аналіз на основі моделі в вигляді ПКВП сигналів вібрації дозволяє покращити ефективність діагностики, в тому числі виявляти дефекти механізмів на ранніх стадіях їх розвитку. Математичне сподівання ПКВП $m(t) = E\xi(t)$, E – оператор усереднення по розподілу, а також кореляційна функція, $b(t,u) = E\overset{\circ}{\xi}(t)\overset{\circ}{\xi}(t+u)$, $\overset{\circ}{\xi}(t) = \xi(t) - m(t)$, є періодичними функціями часу і тому можуть бути представлені рядами Фур'є:

$$m(t) = \sum_{k\in\mathbb{Z}} m_k e^{ik\omega_0 t} ,$$

$$b(t,u) = \sum_{k\in\mathbb{Z}} B_k(u) e^{ik\omega_0 t} ,$$

де $\omega_0 = \dfrac{2\pi}{T}$, T – період. Метою кореляційного статистичного аналізу є визначення на основі експериментальних даних функцій $m(t)$ і $b(t,u)$ (як функції двох змінних – часу t і зсуву u), а також їх коефіцієнтів Фур'є m_k і $B_k(u)$ (останні називаються кореляційними компонентами). Для такого визначення можуть бути використані як когерентний [3] так і компонентний [4] методи. Перший з них заснований на усередненні відліків реалізації процесу через період T:

$$\hat{m}(t) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} m(t+nT),$$

$$\hat{b}(t,u) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\left[\xi(t+nT)-\hat{m}(t+nT)\right]\left[\xi(t+u+nT)-\hat{m}(t+u+nT)\right],$$

тут N – число періодів, які усереднюються, а другий – на використанні тригонометричної інтерполяції

$$\hat{m}(t) = \frac{1}{N}\sum_{k=-N_1}^{N_1} \hat{m}_k e^{ik\omega_0 t},$$

$$\hat{b}(t,u) = \frac{1}{N}\sum_{k=-N_2}^{N_2} \hat{B}_k(u) e^{ik\omega_0 t},$$

при цьому,

$$\hat{m}_k = \frac{1}{\theta}\int_0^\theta \xi(t) e^{-ik\omega_0 t}dt,$$

$$\hat{B}_k(u) = \frac{1}{\theta}\int_0^\theta \left[\xi(t)-\hat{m}(t)\right]\left[\xi(t+u)-\hat{m}(t+u)\right]e^{-ik\omega_0 t}dt,$$

а числа N_1 і N_2 визначають номери найвищих гармонічних складових математичного сподівання і кореляційної функції. При $N_1 \to \infty$ і $N_2 \to \infty$ методи співпадають, а при скінченних N_1 і N_2 компонентний метод більш ефективний, особливо при швидкому затуханні кореляційної функції по зсуву u. Компонентні оцінки визначаються через оцінки коефіцієнтів Фур'є відповідних характеристик. Тому, для визначення останніх більш доцільно використовувати метод найменших квадратів, який розглянемо нижче.

Цей метод заснований на визначенні таких значень цих величин, при яких мінімальними стають середньоквадратичні відхилення

$$F_1\left(\hat{m}_0, \hat{m}_1^c, \ldots, \hat{m}_{N_1}^c, \hat{m}_1^s, \ldots, \hat{m}_{N_2}^s\right) = \int_0^\theta \left[\xi(t)-\hat{m}(t)\right]^2 dt, \quad (1)$$

$$F_2\left[\hat{B}_0(u), \hat{B}_1^c(u), \ldots, \hat{B}_{N_1}^c(u), \hat{B}_1^s(u), \ldots, \hat{B}_{N_2}^s(u)\right] = \int_0^\theta \left[\eta(t,u)-\hat{b}(t,u)\right]^2 dt,$$

при цьому

$$\eta(t,u) = \left[\xi(t)-\hat{m}(t)\right]\left[\xi(t+u)-\hat{m}(t+u)\right],$$

$$\hat{m}(t) = \hat{m}_0 + \sum_{k=1}^{N_1}\left(\hat{m}_k^c \cos k\omega_0 t + \hat{m}_k^s \sin k\omega_0 t\right), \quad (2)$$

$$\hat{b}(t,u) = \hat{B}_0(u) + \sum_{k=1}^{N_2}\left(\hat{B}_k^c(u)\cos k\omega_0 t + \hat{B}_k^s(u)\sin k\omega_0 t\right). \quad (3)$$

Оскільки квадратичні форми побудовані на основі других частинних похідних функціоналів F_1 і F_2 є позитивно визначеними, то точки екстремумів, які знаходяться як вирішення системи лінійних рівнянь

$$\frac{\partial F_1}{\partial \hat{m}_0} = 0, \ \frac{\partial F_1}{\partial \hat{m}_k^c} = 0, \ \frac{\partial F_1}{\partial \hat{m}_k^s} = 0, \ k = \overline{1, N_1}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial \hat{B}_0(u)} = 0, \ \frac{\partial F_2}{\partial \hat{B}_2^{\tilde{n}}(u)} = 0, \ \frac{\partial F_2}{\partial \hat{B}_2^s(u)} = 0, \ l = \overline{1, N_2}, \quad (5)$$

є точками мінімумів.

Розв'язки системи рівнянь (4, 5) легко знаходяться на основі формул Крамера. Приймаючи до уваги властивості відповідних матриць можна довести, що оцінки математичного сподівання є незміщеними, а оцінки кореляційної функції – асимптотично незміщеними, при цьому в обох випадках відсутні похибки просочування незалежно від віддалі між частотами гармонічних складових. Ефекти просочування не впливають також на дисперсії оцінок. Оцінки як математичного сподівання, так і кореляційної функції для гаусових ПКВП є незміщеними, якщо виконується гранична рівність

$$\lim_{|u|\to\infty} b(t,u) = 0 .$$

Слід підкреслити, що дисперсії оцінок найменших квадратів в залежності від довжини θ і типу сигнала можуть бути як меншими, так і більшими від дисперсії компонентної оцінки. Конкретні їх значення можуть бути обчислені на основі формул [6] для заданих апроксимацій кореляційної функції ПКВП.

Список використаних джерел

1. Яворський І.М. Математичні моделі та аналіз стохастичних коливань. / Під заг. ред. акад. НАН України З.Т. Назарчука. – Львів: ФМІ НАНУ, 2013. – 804 с.
2. Cyclostationarity in Communications and Signal Processing // Ed. by Gardner W. A. – New York: IEEE Press, 1994. – 504 p.
3. Javors'kyj I., Isayev I., Zakrzewski Z., Brooks S.P. Coherent covariance analysis of periodically correlated random process // Signal Processing. – 2007. – 87. – P. 13-32.
4. Javorskyj I., Isayev I., Majewski J., Yuzefovych R. Component covariance analysis for periodically correlated random process // Signal Processing. – 2010. – 90. – P. 1083-1102.
5. Jaworski I., Juzefowycz R., Kraweć I, Zakrzewski Z. Metoda najmniejszych kwadratów w statystycznej analizie okresowo niestacionarnych sygnałów losowych // Przegląd Telekomunikacyjny. – 2010. – № 8–9. – S. 1451–1460.
6. Javorskyy I., Yuzefovych R., Krawets I., Zakrzewski Z. Least squares method in the statistic analysis of periodically correlated random processes // Radioelectronics and Communications Systems. – 2011. – Vol. 54, № 1. – P. 45–59.

УДК 519.711:616-089-06

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СПОЖИВАННЯ КИСНЮ ОРГАНІЗМОМ ПРИ ОПЕРАЦІЯХ НА СЕРЦІ В УМОВАХ ШТУЧНОГО КРОВООБІГУ

Зибіна Т.І.

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», аспірант

Вступ

В даний час в Україні виконується значна кількість кардіохірургічних втручань в умовах штучного кровообігу (ШК). Розвиток технологій і приладів ШК передбачає їх тестування без участі пацієнта. Тому актуальною є задача побудови моделі, яка генерує реакції пацієнта у відповідь на зміни характеристик ШК. Аналіз масиву спостережень, який представляє собою набір параметрів перфузії може показати, що на визначення деяких параметрів тим чи іншим чином впливає транспорт кисню в організмі.

Регуляція кровообігу може здійснюватись з різною ступіню участі підсистем, які до неї входять, тому масиви можуть вміщати підмножини багатовимірних регуляторних характеристик, які відрізняються один від одного як структурно, так і функціонально. Це суттєва відмінність масивів спостережень біологічної природи. Задача розділення таких сумішей залежностей є далекою від кінцевого рішення.

Мета роботи

Метою даної роботи є дослідження та моделювання функціональних кисневих характеристик пацієнтів та їх функціональних залежностей.

Для досягнення даної мети була поставлена задача розбиття масиву спостережень на сімейство функціональних залежностей з ціллю визначення параметрів, які мають вплив на кисневі характеристики пацієнтів.