

Міністерство освіти і науки України  
Тернопільський національний економічний університет

*А.М. Алілуйко, Н.В. Дзюбановська, І.В. Домбровський,  
В.О. Єрьоменко, О.Ф. Лесик, В.М. Неміш,  
С.А. Пласконь, М.І. Шинкарик*

## **ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ**

Тернопіль  
Економічна думка  
2016

УДК 51 (072)  
ББК – 22.11я73  
М 54

Рецензенти: *Боднар Дмитро Ількович*, доктор фізико-математичних наук, професор кафедри економічної кібернетики та інформатики Тернопільського національного економічного університету  
*Мартинюк Сергій Володимирович*, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри інформатики та методики її викладання Тернопільського національного педагогічного університету ім. В. Гнатюка.

*Розглянуто і рекомендовано до друку на засіданні кафедри економіко-математичних методів (протокол № 6 від 14.03.2016 р.)*

**Алілуйко А.М.**

А 50 Тестові завдання з вищої математики / Алілуйко А.М., Дзюбановська Н.В., Домбровський І.В., Єрмоєнко В.О., Лесик О.Ф., Неміш В.М., Пласконь С.А., Шинкарик М.І. — Тернопіль: Економічна думка, 2016. — 65 с.

Методична розробка призначена для тестового контролю знань із курсу «Вища математика» студенті усіх спеціальностей ТНЕУ.

УДК 51 (072)  
ББК – 22.11 я73  
М 54

© Алілуйко А.М., Дзюбановська Н.В.,  
Домбровський І.В., Єрмоєнко В.О.,  
Лесик О.Ф., Неміш В.М., Пласконь С.А.,  
Шинкарик М.І., 2016  
© «Економічна думка», ТНЕУ 2016

## Вступ

Дисципліна «Вища математика» спрямована на формування у студентів теоретичних знань та вироблення практичних навичок застосування математичного апарату, який допомагає аналізувати, моделювати і вирішувати прикладні завдання. Одним із етапів підготовки студентів є здійснення контролю засвоєння навчального матеріалу, наприклад, за допомогою тестових завдань.

Запропонована методична розробка містить 600 тестових завдань з наступних розділів «Вищої математики»: лінійна та векторна алгебра; аналітична геометрія; математичний аналіз; функції багатьох змінних; інтегральне числення; диференціальні рівняння. Тести подані у вигляді варіантів по 10 завдань.

Методичну розробку можна використовувати в навчальному процесі для організації контролю знань студентів. Вона може бути використаною студентами усіх спеціальностей для самоконтролю при підготовці до практичних та лекційних занять.

## Лінійна та векторна алгебра

### Варіант 1

1. Знайти розв'язок для матричного рівняння  $AX = B$ .

а)  $X = AB^{-1}$ ; б)  $X = BA^{-1}$ ; в)  $X = A^{-1}B$ ; г)  $X = -AB$ .

2. Умова перпендикулярності двох векторів

а)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ ; б)  $\vec{a} + \vec{b} = 0$ ; в)  $\vec{a} - \vec{b} = 0$ ; г)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ .

3. Знайти алгебраїчне доповнення до елемента  $a_{13}$  матриці  $A$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 3 & 0 \\ -2 & 4 & 0 & -2 \\ 2 & -3 & -3 & 0 \\ 3 & 5 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

а) 40; б) -28; в) 0; г) -40.

4. Мережа магазинів здійснює гуртовий продаж костюмів пальт та плаття. Дані про денний продаж по магазинах записані в таблиці

		Костюм (400грн)	Пальто (800грн)	Плаття (600грн)
Продаж	Магазин №1	20шт	10шт	24шт
	Магазин №2	40шт	16шт	20шт
	Магазин №3	30шт	20шт	28шт

Обчислити денний прибуток від продажу по магазину №3.

а) 30400грн; б) 44800грн; в) 46800грн; г) 62400грн.

5. Розв'язати систему рівнянь і порахувати суму значень  $x_1, x_2, x_3$ , що є розв'язком системи

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1, \\ 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 1, \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 1. \end{cases}$$

а) 3; б) -1; в) 2; г) 1.

6. Обчислити косинус кута між векторами  $\vec{a}(2;2;1)$  і  $\vec{b}(0;4;0)$

а)  $1/3$ ; б)  $2/3$ ; в)  $-1/3$ ; г)  $1/2$ .

7. Обчислити довжину вектора  $\overline{M_1M_2}$  якщо  $M_1(1;3;-2)$  а  $M_2(4;-1;-2)$

а)  $\sqrt{29}$ ; б) 5; в)  $3\sqrt{2}$ ; г)  $5\sqrt{3}$ .

8. Розкласти вектор  $\vec{b}(3;-5)$  по базису  $\vec{a}_1(2;-1)$   $\vec{a}_2(3;2)$

а)  $\vec{b} = 2\vec{a}_1 + \vec{a}_2$ ; б)  $\vec{b} = 3\vec{a}_1 - \vec{a}_2$ ; в)  $\vec{b} = \vec{a}_1 - 3\vec{a}_2$ ; г) вектори  $\vec{a}_1$  і  $\vec{a}_2$  не утворюють базис.

9. Обчислити  $BA^{-1}$  якщо  $B = (4;8;-4)$  а матриця  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 4 & -2 & 0 \end{bmatrix}$

а)  $(-14;38;-11)$ ; б)  $(14;-38;11)$ ; в)  $(14;38;-11)$ ; г)  $(-14;-38;-11)$ .

10. Підприємство випустило продукцію першого сорту -20шт, другого -15шт, третього -10шт по ціні 16,14 і 12грн відповідно. Визначити вартість усієї продукції.

а) 1470грн; б) 650грн; в) 610 грн; г) 1890 грн

## Варіант 2

1. Обчислити алгебраїчне доповнення до елемента  $a_{33}$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

а)  $a_{12}a_{21} - a_{11}a_{22}$ ; б)  $(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})a_{33}$ ; в)  $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$ ; г)  $a_{11}a_{22}a_{12}a_{21}$ .

2. Сума двох векторів  $\vec{a}(x_1, y_1)$   $\vec{b}(x_2, y_2)$  називається вектор  $\vec{c}$  координатами

а)  $((x_1 + x_2)y_1, (x_1 + x_2)y_2)$ ; б)  $(x_1x_2, y_1y_2)$ ; в)  $(x_1y_1, x_2y_2)$ ; г)  $(x_1 + x_2, y_1 + y_2)$

3. Знайти мінор до елемента  $a_{24}$  матриці  $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -2 & 1 \\ 1 & 4 & 0 & -2 \\ 4 & 1 & -3 & -2 \\ 1 & 0 & 3 & 3 \end{bmatrix}$

а)-7; б)7; в)11; г)-40.

4. Мережа магазинів здійснює гуртовий продаж костюмів пальт та плаття. Дані про денний продаж по магазинах записані в таблиці

		Костюм(400грн)	Пальто(800грн)	Плаття(600грн)
Продаж	Магазин №1	20шт	10шт	24шт
	Магазин №2	40шт	16шт	20шт
	Магазин №3	30шт	20шт	28шт

Обчислити денний прибуток від продажу по магазину №2.

а) 40800грн; б)44600грн; в)42800грн; г)60400грн.

5. Розв'язати систему рівнянь і вказати найбільше зі значень  $x_1, x_2, x_3$ , що є розв'язком

$$\text{системи} \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 8, \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 = -11, \\ 3x_1 + 2x_3 = 2. \end{cases}$$

а) 3; б) Система не сумісна; в)1; г) 0.

6. Обчислити косинус кута між векторами  $\vec{a}(2; -2; 1)$  і  $\vec{b}(0; 4; 0)$

а) 1/3; б) -2/3; в) -1/3; г) 1/2.

7. Обчислити довжину вектора  $\overline{M_1M_2}$  якщо  $M_1(0; 4; 4)$  а  $M_2(3; 1; -2)$

а)  $\sqrt{22}$ ; б)24; в)  $3\sqrt{6}$ ; г)  $6\sqrt{3}$ .

8. Розкласти вектор  $\vec{b}(5; 1)$  по базису  $\vec{a}_1(3; 1)$ ,  $\vec{a}_2(2; 0)$

а)  $\vec{b} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2$ ; б)  $\vec{b} = 2\vec{a}_1 - 0.5\vec{a}_2$ ; в)  $\vec{b} = 3\vec{a}_1 - 4\vec{a}_2$ ; г) вектори  $\vec{a}_1$  і  $\vec{a}_2$  не утворюють базис.

9. Обчислити визначник оберненої матриці до

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

а) -1/9 б) 1/9 в) -9 г) обернена не існує

10. Підприємство випустило продукцію першого сорту -10шт, другого -16шт, третього -24шт по ціні 16,18 і 20грн відповідно. Визначити вартість усієї продукції.

а) 648грн; б)2700грн; в)928грн; г)828грн.

### Варіант 3

1. Ранг матриці дорівнює

- а) Значенню мінора найбільшого порядку ;
- б) Порядку мінора найбільшого порядку;
- в) Порядку найбільшого мінора відмінного від нуля;
- г) Порядку найбільшого додатного мінора .

2. Скалярний добуток двох векторів  $\vec{a}_1(x_1, y_1, z_1)$  і  $\vec{a}_2(x_2, y_2, z_2)$  рівний

- а)  $(x_1 + x_2)(y_1 + y_2)(z_1 + z_2)$  ;      б)  $x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$  4
- в)  $(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2$  ;      г)  $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$  .

3. Знайти алгебраїчне доповнення до елемента  $a_{21}$  матриці

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 4 & 2 \\ -5 & 4 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & -2 & 6 \\ 4 & 2 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

- а)-24 ;      б)24 ;      в)-28;      г)28.

4. Мережа магазинів здійснює гуртовий продаж костюмів пальт та плаття. Дані про денний продаж по магазинах записані в таблиці

		Костюм(150грн)	Пальто(240грн)	Плаття(200грн)
Продаж	Магазин №1	10	12	20
	Магазин №2	15	16	42
	Магазин №3	12	20	14

Обчислити денний прибуток від продажу по магазину №

- а)8400грн; б) 9400грн; в)7080грн; г)10200грн.

5. Розв'язати систему рівнянь і обчислити суму значень  $x_1, x_2, x_3$ , що є розв'язком системи

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 5, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 5. \end{cases}$$

- а) -1;      б) 3;      в) 1;      г) -3.

6. Обчислити косинус кута між векторами  $\vec{a}(-1;2;-2)$  і  $\vec{b}(0;0;3)$

- а) -1; б) 1;      в)2/3;      г) -2/3.

7. Обчислити довжину вектора  $\overline{M_1M_2}$  якщо  $M_1(4;1;3)$  а  $M_2(2;1;5)$

- а)  $2\sqrt{2}$  ;      б) 8 ;      в)4;      г)  $4\sqrt{2}$  .

8. Розкласти вектор  $\vec{b}(-3;8)$  по базису  $\vec{a}_1(1;-3), \vec{a}_2(2;1)$

- а)  $\vec{b} = 3\vec{a}_1 + 2\vec{a}_2$  ;      б)  $\vec{b} = -3\vec{a}_1 + 2\vec{a}_2$  ;
- в)  $\vec{b} = 3\vec{a}_1 - 2\vec{a}_2$  ;      г) вектори  $\vec{a}_1$  і  $\vec{a}_2$  не утворюють базис.

9. Обчислити  $BA^{-1}$  якщо  $B = (-1;1;-2)$  а матриця

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

- а)  $(25/18; 1/3; 1/18)$ ; б)  $(-25/18; -1/3; -1/18)$ ;      в)  $(-25/12; 1/2; 1/12)$ ; г)  $(25/12; -1/2; -1/12)$ .

10. Підприємство випустило продукцію першого сорту -12шт, другого - 14шт, третього - 20шт по ціні40, 30, 25грн відповідно. Визначити вартість усієї продукції.

- а) 1060;      б)1260грн;      в)1160грн;      г)4370грн.

### Варіант 4

1. Які матриці з А, В, С можна множити

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{bmatrix}, \quad C = [c_{11} \ c_{12} \ c_{13} \ c_{14}]$$

а) ВС; б) СВ; в) АВ; г) ВА.

2. Скалярним добутком векторів  $\vec{a}$  та  $\vec{b}$  які утворюють кут  $\alpha$  між собою, називається:

а)  $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin \alpha$ ; б)  $\sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sin \alpha$ ; в)  $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \alpha$ ; г)  $(|\vec{a}| + |\vec{b}|) \cdot \cos \alpha$ .

3. Знайти алгебраїчне доповнення до елемента  $a_{34}$  матриці А

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 3 & -4 \\ -2 & -6 & 1 & 3 \\ 4 & 7 & 1 & -3 \\ 4 & 0 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

а) 12; б) -12; в) -132; г) 132.

4. Мережа магазинів здійснює гуртовий продаж костюмів пальт та плаття. Дані про денний продаж по магазинах записані в таблиці

		Костюм(150грн)	Пальто(240грн)	Плаття(200грн)
Продаж	Магазин №1	12шт	10шт	14шт
	Магазин №2	14шт	20шт	18шт
	Магазин №3	8шт	15шт	20шт

Обчислити денний прибуток від продажу по магазину №1

а) 6200грн; б) 7000грн; в) 7200грн; г) 5100грн.

5. Розв'язати систему рівнянь і вказати рівні зі значень  $x_1, x_2, x_3$ , що є розв'язком системи

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 6, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 3. \end{cases}$$

а)  $x_2 = x_3$ ; б)  $x_1 = x_2$ ; в)  $x_1 = x_3$ ; г)  $x_1 = x_2 = x_3$ .

6. Обчислити косинус кута між векторами  $\vec{a}(1;2;-2)$  і  $\vec{b}(3;0;0)$

а)  $\frac{1}{2}$ ; б)  $-\frac{1}{2}$ ; в)  $\frac{1}{3}$ ; г)  $-\frac{1}{3}$ .

7. Обчислити довжину вектора  $\overline{M_1M_2}$  якщо  $M_1(1;2;5)$  а  $M_2(4;1;3)$

а) 14; б)  $\sqrt{14}$ ; в) 64; г) 8.

8. Розкласти вектор  $\vec{b}(10;7)$  по базису  $\vec{a}_1(-2;0)$   $\vec{a}_2(3;1)$

а)  $\vec{b} = 5\vec{a}_1 + 8\vec{a}_2$ ; б)  $\vec{b} = -5\vec{a}_1 + 8\vec{a}_2$ ; в)  $\vec{b} = 5\vec{a}_1 - 8\vec{a}_2$ ; г) вектори  $\vec{a}_1$  і  $\vec{a}_2$  не утворюють базис.

9. Обчислити визначник оберненої матриці до

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 4 & 2 & -4 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

а) 26; б) -26; в) 34; г) -34

10. Підприємство випустило продукцію першого сорту - 10шт, другого - 20шт, третього - 40шт по ціні 54, 36, 20грн відповідно. Визначити вартість усієї продукції.

а) 7700грн; б) 1960грн; в) 2060грн; г) 7160грн.

### Варіант 5

1. Якщо у визначнику порядку  $n$  до одного рядка додати інший помножений на  $m$  то визначник

- а) збільшиться в  $(m+1)$  разів ; б) не зміниться ;  
в) збільшиться в  $(m+1)n$  разів; г) збільшиться в  $mn$  разів.

2. Вектори  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$  називаються лінійно-незалежними, коли існують такі  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ , що з рівняння  $\lambda_1 \vec{a}_1 + \lambda_2 \vec{a}_2 + \lambda_3 \vec{a}_3 = 0$  випливає

- а) Хоч одне з  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  дорівнює 0; б)  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$  ;  
в)  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3$ ; г)  $\lambda_1 \neq 0; \lambda_2 \neq 0; \lambda_3 \neq 0$ .

3. Знайти алгебраїчне доповнення до елемента  $a_{14}$  матриці  $A = \begin{bmatrix} 7 & 2 & -5 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 2 \\ 5 & -2 & 0 & 4 \\ 4 & 7 & 3 & 0 \end{bmatrix}$

- а) -39; б) -51; в) 51; г) 39.

4. Мережа магазинів здійснює гуртовий продаж костюмів пальт та плаття. Дані про денний продаж по магазинах записані в таблиці

		Костюм(120грн)	Пальто(180грн)	Плаття(80грн)
Продаж	Магазин №1	68шт	34шт	10шт
	Магазин №2	42шт	22шт	20шт
	Магазин №3	20шт	28шт	16шт

Обчислити денний прибуток від продажу по магазину №2

- а) 10600грн; б) 9600грн ; в) 15600грн; г) 15120грн.

5. Розв'язати систему рівнянь і обчислити суму значень  $x_1, x_2, x_3$ , що є розв'язком системи

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 10, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 10. \end{cases}$$

- а) 4; б) -2; в) -4; г) 2.

6. Обчислити косинус кута між векторами  $\vec{a}(2;2;-1)$  і  $\vec{b}(0;0;-4)$

- а)  $-\frac{1}{3}$  ; б)  $\frac{4}{7}$  ; в)  $\frac{1}{3}$  ; г)  $\frac{1}{72}$ .

7. Обчислити довжину вектора  $\overline{M_1M_2}$  якщо  $M_1(3;1;3)$  а  $M_2(-2;0;1)$

- а) 6 ; б)  $\sqrt{6}$  ; в) 30; г)  $\sqrt{30}$ .

8. Знайти косинус кута  $\angle C$  трикутника  $\Delta ABC$  в якого  $A(4;2), B(1;5)$  і  $C(0;0)$

- а)  $-7/\sqrt{130}$  ; б)  $7/\sqrt{130}$  ; в)  $7/130$  г) 0.

9. Обчислити ранг матриці  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 & 1 \\ 5 & 7 & 2 & 4 \\ 3 & 7 & -1 & 2 \\ 7 & 7 & 5 & 5 \end{bmatrix}$

- а) 1; б) 2; в) 3; г) 4.

10. Підприємство випустило продукцію першого сорту - 20шт, другого -40шт, третього - 80шт по ціні 24, 16, 12грн відповідно. Визначити вартість усієї продукції.

- а) 7280грн; б) 1980грн; в) 2080грн; г) 7180грн.



### Варіант 6

1. При якій умові система рівнянь має єдиний розв'язок  $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = 0, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = 0 \end{cases}$ .

а)  $a_{11} = a_{21} = a_{12} = a_{22}$ ; б)  $a_{11}a_{22} = a_{12}a_{21}$ ; в)  $a_{11}a_{22} = a_{21}a_{12}$ ; г) має безліч розв'язків.

2. Вектори  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$  називаються лінійно-незалежні, якщо з умови  $\lambda_1 \vec{a}_1 + \lambda_2 \vec{a}_2 + \lambda_3 \vec{a}_3 = \vec{0}$  випливає

а)  $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0$ , б)  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$ , в)  $\lambda_1 \neq 0, \lambda_2 \neq 0, \lambda_3 \neq 0$ , г) хоч одне з значень  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  не дорівнює нулю.

3. Знайти алгебраїчне доповнення до елемента  $a_{32}$  матриці  $A = \begin{bmatrix} 4 & 5 & -2 & 0 \\ -3 & 2 & 7 & -2 \\ 4 & -2 & 0 & 6 \\ 5 & 7 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

а) 12; б) -28; в) 28; г) -12.

4. Мережа магазинів здійснює гуртовий продаж костюмів пальт та плаття. Дані про денний продаж по магазинах записані в таблиці

		Костюм( 180грн )	Пальто( 260грн)	Плаття(160 грн)
Продаж	Магазин №1	12 шт	10 шт	14 шт
	Магазин №2	16 шт	8 шт	12 шт
	Магазин №3	20 шт	14 шт	20 шт

Обчислити денний прибуток від продажу по магазину №2

а) 2880 грн; б) 2080 грн ; в) 6800 грн ; г) 6880 грн

5. Розв'язати систему рівнянь і обчислити добуток значень  $x_1, x_2, x_3$ , що є розв'язком

$$\text{системи} \quad \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 1 \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 9 \end{cases}$$

а) -3; б) 3; в) 1; г) 9.

6. Обчислити косинус кута між векторами  $\vec{a} ( 2 \vec{i} + \vec{j} + 2 \vec{k} )$  і  $\vec{b}(6\vec{j}$

а) 1/2; б) 1/3; в) -1/3; г) 0.

7. Обчислити довжину вектора  $\overline{M_1M_2}$  якщо  $M_1(-2;3;1)$  а  $M_2(0;1;5)$

а) 24; б)  $8\sqrt{3}$ ; в) 12; г)  $4\sqrt{6}$

8. Задано трикутник ABC, A(1;3), B(-2;5), C(-4;1). Обчислити  $\cos B$

а)  $\frac{1}{\sqrt{320}}$ ; б)  $\frac{1}{\sqrt{65}}$ ; в)  $\frac{1}{65}$ ; г)  $\frac{-5}{\sqrt{65}}$ .

9. Обчислити  $BA^{-1}$ , якщо  $B = [14; -14; -14]$  а  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 4 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 5 \end{bmatrix}$

а)  $[2,4; -4,2,8]$  ; б)  $[-2,4;4;-2,8]$ ; в)  $[-2;6;2,8]$ ; г)  $[2;-6;-2,8]$ .

10. Підприємство випустило продукцію першого сорту - 18 шт, другого - 16 шт, третього - 15 шт по ціні 20,16,10 грн відповідно. Визначити вартість усієї продукції.

а) 736 ; б) 2254; в) 766; г) 95

### Варіант 7

1. Якщо ранг основної матриці системи лінійних алгебраїчних рівнянь дорівнює рангу розширеної матриці, то це означає:

- а) система рівнянь має єдиний розв'язок; б) має безліч розв'язків;  
в) система сумісна; г) система не сумісна.

2. Швидкість корабля 8 м/с. Обчислити абсолютну швидкість пасажира, що рухається по палубі зі швидкістю 6 м/с відносно корабля в напрямку перпендикулярному до його руху

- а) 14 м/с; б) 2 м/с; в) 10 м/с; г) 8 м/с.

3. Знайти алгебраїчне доповнення до елемента  $a_{44}$  матриці  $A = \begin{bmatrix} 5 & 9 & -3 & -2 \\ -6 & 4 & 4 & 8 \\ 0 & -1 & 0 & 4 \\ 5 & 2 & -3 & 7 \end{bmatrix}$

- а) 38; б) -2; в) 2; г) -38.

4. Мережа магазинів здійснює гуртовий продаж костюмів пальт та плаття. Дані про денний продаж по магазинах записані в таблиці

		Костюм( 360 грн )	Пальто(480 грн)	Плаття(440 грн )
Продаж	Магазин №1	24 шт	12 шт	28 шт
	Магазин №2	28 шт	16 шт	40 шт
	Магазин №3	40 шт	18 шт	44 шт

Обчислити денний прибуток від продажу по магазину №3

- а) 51200 грн; б) 42400 грн; в) 130560 грн; г) 44200 грн.

5. Розв'язати систему рівнянь і вказати суму коренів  $x_1, x_2, x_3$ , що є розв'язком системи

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 4x_3 = 3 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 3 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = -7 \end{cases}$$

- а) 6; б) -4; в) 2; г) -2.

6. Обчислити косинус кута між векторами  $\vec{a}(0;3;0)$  і  $\vec{b}(4;4;-2)$

- а)  $1/27$ ; б)  $4/\sqrt{3}$ ; в)  $2/3$ ; г)  $-2/3$ .

7. Обчислити довжину вектора  $\overline{M_1M_2}$  якщо  $M_1(1;-4;5)$  а  $M_2(0;-2;7)$

- а) 9; б) 1; в)  $\sqrt{10}$ ; г) 3.

8. Розкласти вектор  $\vec{b}(3;-14)$  по базису  $\vec{a}_1(2;-3), \vec{a}_2(5;2)$

а)  $\vec{b} = 4\vec{a}_1 - \vec{a}_2$ ; б)  $\vec{b} = -\vec{a}_1 + \vec{a}_2$ ; в)  $\vec{b} = 4\vec{a}_1 - \vec{a}_2$ ; г) вектори  $\vec{a}_1$  і  $\vec{a}_2$  не утворюють базис.

9. Обчислити  $AB^{-1}$ , якщо  $A = [10; -2; 5]$ ,  $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 4 \\ -1 & -2 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

- а)  $(\frac{1}{2}; -1; -4)$ ; б)  $(1; -2; -8)$ ; в)  $(-\frac{1}{2}; 1; 4)$ ; г)  $(-10; 20; 80)$

10. Підприємство випустило продукцію першого сорту - 20 шт, другого - 26 шт, третього - 30 шт по ціні 40,60,80 грн відповідно. Визначити вартість усієї продукції.

- а) 13680 грн; б) 13860 грн; в) 4560 грн; г) 4760 грн.

### Варіант 8

1. Якщо для системи лінійних рівнянь ранг основної матриці рівний рангу розширеної матриці, то це означає

- а) система має єдиний розв'язок; б) система має безліч розв'язків;  
в) система сумісна; г) система несумісна

2. Нехай вектори  $\vec{a}_1, \vec{a}_2$  задовольняють рівняння  $\lambda_1 \vec{a}_1 + \lambda_2 \vec{a}_2 = \vec{0}$ , де  $\lambda_1, \lambda_2$  - дійсні числа. Для яких значень  $\lambda_1, \lambda_2$  можна стверджувати, що вектори  $\vec{a}_1, \vec{a}_2$  рівні

- а)                      б)                      в)                      г)

3. Знайти алгебраїчне доповнення до елемента  $a_{12}$  матриці  $A = \begin{bmatrix} 3 & 7 & -4 & 2 \\ 3 & 3 & 1 & 8 \\ 0 & -5 & 0 & 4 \\ 2 & 0 & 6 & -3 \end{bmatrix}$

- а) 45; б) -45; в) -75; г) 75

4. Мережа магазинів здійснює гуртовий продаж костюмів пальт та плаття. Дані про денний продаж по магазинах записані в таблиці

		Костюм(180грн)	Пальто(400грн)	Плаття(240грн)
Продаж	Магазин №1	46шт	60шт	54шт
	Магазин №2	24шт	44шт	42шт
	Магазин №3	32шт	16шт	18шт

Обчислити денний прибуток від продажу по магазину №1

- а) 18360 грн; б) 45140 грн; в) 3624 грн; г) 45240 грн

5. Розв'язати систему рівнянь і обчислити  $x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1$  де  $x_1, x_2, x_3$  розв'язок системи

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 = 10 \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 3 \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 19 \end{cases}$$

- а) -7; б) 3; в) 17; г) -13.

6. Обчислити косинус кута між векторами  $\vec{a} = 5\vec{i}$  і  $\vec{b} = -2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$

- а) -1; б) 3/4 ; в) -2/3; г) 2/3.

7. Обчислити довжину вектора  $\overline{M_1 M_2}$  якщо  $M_1(3;1;-1)$  а  $M_2(4;2;5)$

- а) 14; б)  $\sqrt{38}$ ; в) 33; г) 38.

8. Розкласти вектор  $\vec{b}(10;8)$  по базису  $\vec{a}_1(3;-6)$   $\vec{a}_2(1;2)$

- а)  $\vec{b} = -\vec{a}_1 + 3\vec{a}_2$ ; б)  $\vec{b} = \vec{a}_1 + 7\vec{a}_2$ ; в)  $\vec{b} = 3\vec{a}_1 + \vec{a}_2$ ; г) вектори  $\vec{a}_1$  і  $\vec{a}_2$  не утворюють

базис

9. Обчислити ранг матриці  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 \\ 4 & -6 & -2 & 1 \\ 5 & -4 & 1 & -1 \\ 5 & -4 & 1 & -2 \end{bmatrix}$

- а) 0; б) 2; в) 4; г) 3

10. Підприємство випустило продукцію першого сорту - 50 шт, другого - 60 шт, третього - 70 шт по ціні 16,12, 14 грн відповідно. Визначити вартість усієї продукції.

- а) 7560 грн; б) 2500 грн; в) 2600 грн; г) 5200 грн

### Варіант 9

1. Якщо відомо, що  $AB=BA=E$ , то це означає, що

а)  $A+B$ ; б)  $A=B=E$ ; в)  $A=B^{-1}$ ; г)  $|A|=|B|$

2. Якщо вектори  $\vec{a}(x_1, y_1, z_1)$  і  $\vec{b}(x_2, y_2, z_2)$  перпендикулярні, то це означає, що

а)  $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}$ ; б)  $\vec{b} = \lambda \vec{a}, \lambda \neq 0$ ; в)  $x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = 0$ ;

г)  $x_1x_2 = y_1y_2 = z_1z_2 = 1$

3. Знайти алгебраїчне доповнення до елемента  $a_{42}$  матриці  $A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & 3 & -2 & 0 \\ 7 & 8 & 2 & 4 \end{bmatrix}$

а) 14; б) -14; в) -22; г) 22.

4. Мережа магазинів здійснює гуртовий продаж костюмів пальт та плаття. Дані про денний продаж по магазинах записані в таблиці

		Костюм(180грн)	Пальто(400грн)	Плаття(240грн)
Продаж	Магазин №1	46 шт	60 шт	54 шт
	Магазин №2	24 шт	44 шт	42 шт
	Магазин №3	32 шт	16 шт	18 шт

Обчислити денний прибуток від продажу по магазину №2

а) 48000 грн; б) 31400 грн; в) 32000 грн; г) 32400 грн

5. Розв'язати систему рівнянь і обчислити  $x_1 - x_2 - x_3$ , де  $x_1, x_2, x_3$  розв'язок системи

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

а) 2; б) -2; в) 3; г) -4.

6. Обчислити косинус кута між векторами  $\vec{a}(6;0;0)$  і  $\vec{b}(1;-2;2)$

а)  $-1/3$ ; б)  $2/3$ ; в)  $-2/3$ ; г)  $1/3$ .

7. Обчислити довжину вектора  $\overline{M_1M_2}$  якщо  $M_1(-2;5;1)$  а  $M_2(1;2;-2)$

а) 27; б) 9; в)  $3\sqrt{3}$ ; г) 5.

8. Обчислити  $\cos B$  трикутника ABC, якщо  $A(2;-5)$ ,  $B(4;-8)$ ,  $C(3;-7)$

а)  $\frac{5}{26}$ ; б)  $\frac{1}{26}$ ; в)  $\frac{1}{\sqrt{26}}$ ; г)  $\frac{5}{\sqrt{26}}$ .

9. Обчислити визначник оберненої матриці

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -7 \\ 0 & 2 & 0 \\ -3 & 9 & 5 \end{bmatrix}$$

а)  $\frac{1}{12}$ ; б)  $-\frac{1}{12}$ ; в) 12; г) -12

10. Підприємство випустило продукцію першого сорту - 50 шт, другого - 45 шт, третього - 40 шт по ціні 70, 60, 50 грн відповідно. Визначити вартість усієї продукції.

а) 9200 грн; б) 7200 грн; в) 24300 грн; г) 8200 грн.

## Варіант 10

1. Якщо кожен елемент квадратної матриці порядку  $n$  домножити на число  $m$ , то її визначник:

а) збільшиться в  $m$  разів; б) збільшиться в  $m \cdot n$  разів; в) збільшиться в  $m^n$  разів; г) не зміниться.

2. Якщо система векторів  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \dots, \vec{a}_n$  утворює базис, то це означає, що :

а) кожен з векторів  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \dots, \vec{a}_n$  можна виразити через решта  $(n-1)$  векторів; б)

будь-який вектор можна розкласти по векторах  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \dots, \vec{a}_n$  ;

в) вектори  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \dots, \vec{a}_n$  - лінійно-залежні;

г) всі вектори  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \dots, \vec{a}_n$  взаємно-перпендикулярні

3. Знайти мінор до елемента  $a_{33}$  матриці

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -3 & 9 & 4 \\ 5 & 0 & 7 & 3 \\ 5 & 2 & 2 & -3 \\ 3 & 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

а) -3; б) 57; в) -57; г) 3

4. Мережа магазинів здійснює гуртовий продаж костюмів пальт та плаття. Дані про денний продаж по магазинах записані в таблиці

		Костюм(180грн )	Пальто(400 грн )	Плаття( 240 грн)
Продаж	Магазин №1	46 шт	60 шт	54 шт
	Магазин №2	24 шт	44 шт	42 шт
	Магазин №3	32 шт	16 шт	18 шт

Обчислити денний прибуток від продажу по магазину №3

а) 16840 грн; б) 14680 грн ; в) 18460 грн; г) 16480 грн.

5. Розв'язати систему рівнянь і обчислити  $x_1 + x_2 - x_3$ , де  $x_1, x_2, x_3$  розв'язок системи

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 7 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

а) 2; б) -4; в) -2; г) система несумісна

6. Обчислити косинус кута між векторами  $\vec{a} = 5\vec{k}$  і  $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ , де  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  - взаємоперпендикулярні одиничні вектори

а) 1; б)  $2/3$ ; в)  $-2/3$ ; г)  $5/9$ .

7. Обчислити довжину вектора  $\overline{M_1M_2}$  якщо  $M_1(2;-1;0)$  а  $M_2(3;2;-1)$

а) 11; б)  $\sqrt{11}$ ; в) 6; г) 26.

8. Розкласти вектор  $\vec{b}(6;4)$  по базису  $\vec{a}_1(2;1)$   $\vec{a}_2(-4;-2)$

а)  $\vec{b} = \vec{a}_1 - \vec{a}_2$ ; б)  $\vec{b} = 5\vec{a}_1 + \vec{a}_2$ ; в)  $\vec{b} = -\vec{a}_1 - \vec{a}_2$ ; г) вектори  $\vec{a}_1$  і  $\vec{a}_2$  не утворюють базис.

9. Обчислити  $BA^{-1}$ , де  $B = [7;14;-7]$ ,  $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & -2 \end{bmatrix}$

а)  $[14;11;51]$ ; б)  $[3;-3;2]$ ; в)  $[-3;3;-2]$ ; г)  $[3;3;-2]$ .

10. Підприємство випустило продукцію першого сорту - 8 шт, другого - 10 шт, третього - 16 шт по ціні 50, 42, 30 грн відповідно. Визначити вартість усієї продукції.

а) 4048 грн; б) 4148 грн; в) 11200 грн; г) 1300 грн.

## Аналітична геометрія

### Варіант 1

1. Яке рівняння називають рівнянням прямої з кутовим коефіцієнтом ?  
а)  $y = \frac{k}{x} + b$ ; б)  $y = kx + b$ ; в)  $y = k(x - x_0)$ ; г)  $1 = \frac{x}{a} + \frac{y}{b}$ .
2. За якою формулою обчислюють ексцентриситет гіперболи, якщо  $a$  і  $b$  її дійсна та уявна піввісь, а  $c$  - півфокусна віддаль?  
а)  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ; б)  $\varepsilon = \frac{c}{b}$ ; в)  $\varepsilon = \frac{a}{c}$ ; г)  $\varepsilon = \frac{b}{c}$ .
3. Попит ( $Q$ ) і пропозиція ( $S$ ) на товар залежить від ціни ( $P$ ) на ринку задаються такими формулами  $Q = 500 - 10p$ ;  $S = 50 + 5p$ . Знайти рівновагову ціну, тобто ціну, при якій попит і пропозиція зрівноважені.  
а) 90; б) 50; в) 30; г) 20.
4. Знайти рівняння висоти трикутника з вершинами  $A(-2; -2)$ ,  $B(0; 4)$ ,  $C(5; -1)$ , опущену з вершини  $A$ .  
а)  $y = x + 2$ ; б)  $y = 2x - 1$ ; в)  $y = -x$ ; г)  $y = x$ .
5. Знайти рівняння медіани трикутника з вершинами  $A(-2; -2)$ ,  $B(0; 4)$ ,  $C(4; 0)$ , опущену з вершини  $C$ .  
а)  $2x + 5y - 3 = 0$ ; б)  $2x - y + 4 = 0$ ; в)  $x + 5y - 4 = 0$ ; г)  $x + y - 2 = 0$ .
6. Знайти рівняння еліпса, що проходить через дві точки  $M_1(4; 0)$  і  $M_2(2; 3)$ .  
а)  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ ; б)  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ ; в)  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ ; г)  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ .
7. Знайти рівняння директриси параболи  $y^2 = 8x$ .  
а)  $x=4$ ; б)  $y=2$ ; в)  $x=-2$ ; г)  $y=-2$ .
8. Знайти точки рівноваги та області прибутків заводу, який щомісяця виробляє  $x$  виробів вартістю 50 грн. кожний, а сума загальних щомісячних витрат має наступну закономірність  $y_0 = 0,1x^2 + 38x + 320$ .  
а)  $x_1 = 50, x_2 = 80, 50 < x < 80$ ; б)  $x_1 = 40, x_2 = 80, 40 < x < 80$ ; в)  $x_1 = 50, x_2 = 80, x > 50, x > 80$ ;  
г)  $x_1 = 40, x_2 = 80, x > 40, x > 80$ .
9. Знайти кут між двома площинами  $x - 2y + 2z - 8 = 0$  і  $x + z - 6 = 0$ .  
а)  $30^\circ$ ; б)  $45^\circ$ ; в)  $60^\circ$ ; г)  $135^\circ$ .
10. Знайти рівняння площини, яка проходить через пряму  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{3}$  і точку  $M(3; 4; 0)$ .  
а)  $x - 2y + z + 5 = 0$ ; б)  $x + 2y - 3z + 4 = 0$ ; в)  $2x + 2y - z + 5 = 0$ ; г)  $x + 3y + z - 2 = 0$ .

## Варіант 2

1. Колом називається множина точок площини:

а) рівновіддалених від деякої точки і деякої прямої?

б) сума віддалей яких від двох даних точок є сталою величиною?

в) абсолютна величина різниці віддалей яких від двох даних точок є сталою величиною?

г) рівновіддалених від даної точки.

2. За якою формулою обчислюється кут між прямою та площиною в просторі, заданими відповідно канонічним і загальним рівнянням?

а)  $\cos \varphi = \frac{Am + Bn + Cp}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} + \sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}$ ; б)  $\sin \varphi = \frac{Am + Bn + Cp}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}$ ;

в)  $\cos \varphi = \frac{Am + Bn + Cp}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}$ ; г)  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{Am + Bn + Cp}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} + \sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}$ .

3. Попит ( $Q$ ) і пропозиція ( $S$ ) на товар залежить від ціни ( $P$ ) на ринку задаються такими формулами  $Q = 1000 - 20p$ ;  $S = 200 + 5p$ . Знайти рівновагову ціну, тобто ціну, при якій попит і пропозиція зрівноважені.

а) 40; б) 32; в) 30; г) 25.

4. Знайти рівняння висоти трикутника з вершинами  $A(-1; 1)$ ,  $B(0; 4)$ ,  $C(4; 0)$ , опущену з вершини  $A$ .

а)  $y = 2x - 4$ ; б)  $y = -x$ ; в)  $y = 4x + 1$ ; г)  $y = x$ .

5. Знайти рівняння медіани трикутника з вершинами  $A(-1; 1)$ ,  $B(0; 4)$ ,  $C(4; 0)$ , опущену з вершини  $A$ .

а)  $x - 3y + 4 = 0$ ; б)  $x + 2y - 4 = 0$ ; в)  $2x - 3y + 1 = 0$ ; г)  $4x + y + 2 = 0$ .

6. Знайти рівняння еліпса, що проходить через точку  $M(0; 5)$  і має велику піввісь  $a=8$ .

а)  $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{5} = 1$ ; б)  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{10} = 1$ ; в)  $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{25} = 1$ ; г)  $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{25} = 1$ .

7. Визначити ексцентриситет гіперболи  $9x^2 - 16y^2 = 144$ .

а)  $\varepsilon = \frac{4}{3}$ ; б)  $\varepsilon = \frac{5}{4}$ ; в)  $\varepsilon = \frac{5}{3}$ ; г)  $\varepsilon = \frac{3}{5}$ .

8. Знайти точки рівноваги та області прибутків заводу, який щомісяця виробляє  $x$  виробів вартістю 40 грн. кожний, а сума загальних щомісячних витрат має наступну закономірність  $y_0 = 0,1x^2 + 30x + 240$ .

а)  $x_1 = 40$ ,  $x_2 = 60$ ,  $40 < x < 60$ ; б)  $x_1 = 40$ ,  $x_2 = 60$ ,  $40 < x$ ,  $x > 60$ ; в)  $x_1 = 50$ ,  $x_2 = 60$ ,  $60 > x > 50$ ;

г)  $x_1 = 50$ ,  $x_2 = 60$ ,  $x > 50$ ,  $x > 0$ .

9. Знайти рівняння прямої, що проходить через дві точки  $A(-1; 2; 3)$  і  $B(2; 6; -2)$ .

а)  $\frac{x+2}{3} = \frac{y+6}{4} = \frac{z-2}{1}$ ; б)  $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{-5}$ ; в)  $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{8} = \frac{z-3}{1}$ ; г)

$\frac{x-2}{1} = \frac{y-6}{8} = \frac{z+3}{1}$ .

10. Знайти кут між двома площинами  $x - 2y + 2z - 5 = 0$  і  $2x + 2y + z - 3 = 0$ .

а)  $30^\circ$ ; б)  $45^\circ$ ; в)  $60^\circ$ ; г)  $90^\circ$ .

### Варіант 3.

1. Еліпсом називається множина точок площини:

а) рівновіддалених від деякої точки і деякої прямої?

б) сума віддалей яких від двох даних точок є сталою величиною?

в) абсолютна величина різниці віддалей яких від двох даних точок є сталою величиною?

г) рівновіддалених від даної точки.

2. За якою формулою обчислюється кут між двома прямими в просторі, заданими канонічними рівняннями?

а)  $\cos \varphi = \frac{m_1 m_2 + n_1 n_2 + p_1 p_2}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2 + p_1^2} + \sqrt{m_2^2 + n_2^2 + p_2^2}}$ ; б)  $\cos \varphi = \frac{m_1 m_2 + n_1 n_2 + p_1 p_2}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2 + p_1^2} \cdot \sqrt{m_2^2 + n_2^2 + p_2^2}}$ ;

в)  $\sin \varphi = \frac{\sqrt{m_1^2 + n_1^2 + p_1^2} \cdot \sqrt{m_2^2 + n_2^2 + p_2^2}}{m_1 m_2 + n_1 n_2 + p_1 p_2}$ ; г)  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{m_1 m_2 + n_1 n_2 + p_1 p_2}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2 + p_1^2} + \sqrt{m_2^2 + n_2^2 + p_2^2}}$ .

3. Транспортні витрати на перевезення одиниці вантажу залізничним і автомобільним транспортом на віддаль  $x$  шукають за наступними формулами  $y = 0,5x + 10$ ;  $y = x + 5$ , де  $y$  – витрати;  $x$  – десятки кілометрів. Визначити коли витрати на перевезення автомобільним транспортом будуть меншими від витрат на перевезення залізничним транспортом.

а)  $x > 10$ ; б)  $x < 10$ ; в)  $x < 5$ ; г)  $x > 5$ .

4. Знайти рівняння медіани трикутника з вершинами  $A(-2; 0)$ ,  $B(0; 6)$ ,  $C(5; 1)$ , опущену з вершини  $A$ .

а)  $3x - y + 6 = 0$ ; б)  $x + 3y - 8 = 0$ ; в)  $2x + y - 6 = 0$ ; г)  $x - 3y + 2 = 0$ .

5. Знайти довжину висоти трикутника з вершинами  $A(2; -5)$ ,  $B(3; 8)$ ,  $C(-3; 0)$ , опущену з вершини  $A$ .

а) 5; б) 8; в) 6; г) 7.

6. Знайти рівняння параболи, що проходить через точку  $A(1; 2)$ , симетричної відносно осі  $Oy$ , і вершина якої знаходиться на початку координат.

а)  $y^2 = 4x$ ; б)  $x^2 = \frac{1}{2}y$ ; в)  $x^2 = 2y$ ; г)  $y^2 = \frac{1}{2}x$ .

7. Знайти рівняння асимптот гіперболи  $x^2 - 4y = 16$ .

а)  $y = \pm \frac{1}{4}x$ ; б)  $y = \pm 4x$ ; в)  $y = \pm \frac{1}{2}x$ ; г)  $y = \pm 2x$ .

8. Попит ( $Q$ ) і пропозиція ( $S$ ) на товар залежить від ціни ( $P$ ) на ринку задаються такими формулами  $Q = \frac{4}{p}$ ;  $S = p + 3$ . Знайти рівновагову ціну, тобто ціну, при

якій попит і пропозиція зрівноважені.

а)  $p = 2$ ; б)  $p = 1,5$ ; в)  $p = 3$ ; г)  $p = 1$ .

9. Знайти кут між прямою  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+1}{-1}$  і площиною  $2x + 2y - z - 3 = 0$ .

а)  $30^\circ$ ; б)  $45^\circ$ ; в)  $60^\circ$ ; г)  $\arcsin 3/5$ .

10. Знайти рівняння площини, що проходить через дві точки  $M_1(-1; -2; 0)$  і  $M_2(1; 1; 2)$  і перпендикулярна до площини  $x + 2y - 2z - 4 = 0$ .

а)  $2x + 3y - z + 1 = 0$ ; б)  $x - 2y - 2z + 2 = 0$ ; в)  $3x - y + z - 3 = 0$ ; г)  $2x - 2y + z - 2 = 0$ .



### Варіант 4

1. Кут між двома прямими на площині, заданими рівняннями з кутовими коефіцієнтами  $k_1$  і  $k_2$  обчислюється за формулою:

а)  $\cos \varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 - k_1 k_2}$ ; б)  $\cos \varphi = \frac{k_2 + k_1}{1 + k_1 k_2}$ ; в)  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{k_2 + k_1}{1 - k_1 k_2}$ ; г)  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}$ .

2. За якою формулою обчислюється ексцентриситет еліпса, якщо його півосі  $a$  і  $b$ , а  $c$  пів фокусна віддаль?

а)  $\varepsilon = \frac{a}{b}$ ; б)  $\varepsilon = \frac{a}{c}$ ; в)  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ; г)  $\varepsilon = \frac{c}{b}$ .

3. Попит ( $Q$ ) та пропозиція ( $S$ ) залежно від ціни ( $p$ ) на ринку задають формулами:  $Q = 400 - 8p$ ;  $S = 40 + 2p$ .

Знайти рівноважну ціну, тобто ціну, при якій попит і пропозиція врівноважуються.

а) 30; б) 40; в) 36; г) 44.

4. Знайти рівняння медіани трикутника з вершинами  $A(-2;2), B(0;7), C(4;5)$ , проведеної з вершини  $A$ .

а)  $y = 2x + 3$ ; б)  $y = x + 2$ ; в)  $y = -x + 5$ ; г)  $y = x + 4$ .

5. Знайти довжину висоти трикутника з вершинами  $A(-1;1), B(3;4), C(3;-1)$ , опущеної з вершини  $C$ .

а) 5; б) 3; в) 4; г) 4,5.

6. Записати нормальне рівняння кола  $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 26 = 0$ .

а)  $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 16$ ; б)  $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 25$ ; в)  $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 25$ ; г)  $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 16$ .

7. Знайти асимптоти гіперболи  $9x^2 - y^2 = 36$

а)  $y = \pm \frac{1}{9}x$ ; б)  $y = \pm 3x$ ; в)  $y = \pm 2x$ ; г)  $y = \pm 9x$ .

8. Знайти точки рівноваги та області прибутків заводу, що виготовляє щомісяця  $x$  виробів вартістю 10 гривень кожний, а сума загальних щомісячних витрат  $y_x = 80 + 4x + 0,1x^2$ .

а)  $x_1 = 10; x_2 = 40; 10 < x < 40$ ; б)  $x_1 = 10; x_2 = 40; x < 10; x > 40$ .

в)  $x_1 = 20; x_2 = 40; 20 < x < 40$ ; г)  $x_1 = 20; x_2 = 40; x < 20; x > 40$ .

9. Знайти точку перетину прямої

$\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$  з площиною  $x + 2y + 3z - 29 = 0$

а)  $(4;5;2)$ ; б)  $(6;4;5)$ ; в)  $(1;6;-2)$ ; г)  $(5;2;6)$ .

10. Знайти рівняння площини, що проходить через точку  $(1;2;-3)$  паралельно площині  $x - 2y + 3z - 2 = 0$ .

а)  $x - 2y + 3z - 10 = 0$ ; б)  $x + 2y - 3z + 4 = 0$ ;

в)  $x - 2y + 3z + 12 = 0$ ; г)  $3x - 2y + z - 2 = 0$ .

## Варіант 5

1. Канонічне рівняння параболи має вигляд

а)  $y^2 = 2px$ ; б)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ; в)  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ; г)  $y = \frac{k}{x}$ .

2. Яке з рівнянь є рівнянням в'язки прямих

а)  $y = kx + b$ ; б)  $y = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} - \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$ ; в)  $y = k(x - x_0)$ ; г)  $y^2 = 2px$ .

3. Попит ( $Q$ ) та пропозиція ( $S$ ) на товар залежно від ціни ( $p$ ) на ринку задають формулами:  $Q = 1200 - 20p$ ;  $S = 200 + 5p$ .

Знайти рівноважну ціну, тобто ціну, при якій попит і пропозиція врівноважуються.

а) 40; б) 50; в) 60; г) 100.

4. Знайти рівняння висоти трикутника з вершинами  $A(-2;0)$ ,  $B(0;6)$ ,  $C(5;1)$ , опущену з вершини  $A$ .

а)  $x + y + 2 = 0$ ; б)  $x - 2y + 4 = 0$ ; в)  $x - y + 2 = 0$ ; г)  $2x - y - 4 = 0$ .

5. Знайти кут  $A$  трикутника з вершинами  $A(4;2)$ ,  $B(-1;-3)$ ,  $C(-2;2)$

а)  $30^\circ$ ; б)  $45^\circ$ ; в)  $\arctg 2$ ; г)  $\arctg 1,5$ .

6. Знайти рівняння гіперболи, що проходить через дві точки  $M_1(4;0)$ ,  $M_2(5;3)$ .

а)  $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$ ; б)  $x^2 - y^2 = 16$ ; в)  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ ; г)  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1$ .

7. Знайти ексцентриситет еліпса  $5x^2 + 9y^2 = 45$

а)  $\varepsilon = \frac{5}{9}$ ; б)  $\varepsilon = \frac{\sqrt{5}}{3}$ ; в)  $\varepsilon = \frac{2}{3}$ ; г)  $\varepsilon = \frac{3}{2}$ ;

8. Знайти точки рівноваги та області прибутків заводу, що виготовляє щомісяця  $x$  виробів вартістю 20 гривень кожний, а сума загальних щомісячних витрат  $y_6$  має таку закономірність  $y_6 = 0,1x^2 + 13x + 100$ .

а)  $x_1 = 20$ ;  $x_2 = 40$ ;  $20 < x < 40$ ; б)  $x_1 = 20$ ;  $x_2 = 50$ ;  $20 < x < 50$ ;

в)  $x_1 = 30$ ;  $x_2 = 50$ ;  $x < 30$ ;  $x > 50$ . г)  $x_1 = 20$ ;  $x_2 = 50$ ;  $x < 20$ ;  $x > 50$ .

9. Знайти точку перетину прямої  $x = 3t + 1$ ,  $y = -t - 1$ ,  $z = 5t + 2$

з площиною  $x + y - 2z - 4 = 0$

а)  $(2;1;0)$ ; б)  $(-2;4;3)$ ; в)  $(1;0;4)$ ; г)  $(-2;0;3)$ .

10. Знайти рівняння прямої, що проходить через точку  $A(4;3;0)$  і паралельної вектору  $\vec{l}(-1;1;1)$

а)  $\frac{x+1}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{0}$ ;

б)  $\frac{x-4}{-1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{1}$ ;

в)  $\frac{x-4}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z}{1}$ ;

г)  $\frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{1}$ .

## Варіант 6

1. Канонічне рівняння гіперболи має вигляд

а)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ; б)  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ ; в)  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ; г)  $y^2 = 2px$ .

2. Яка умова перпендикулярності двох площин заданих загальними рівняннями

а)  $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$ ; б)  $A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$ ;

в)  $A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 + D_1D_2 = 0$ ; г)  $A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 1$ .

3. Попит ( $Q$ ) та пропозиція ( $S$ ) на товар залежно від ціни ( $P$ ) на ринку задають формулами:  $Q = 800 - 15p$ ;  $S = 200 + 10p$ .

Знайти рівноважну ціну, тобто ціну, при якій попит і пропозиція врівноважуються.

а) 25; б) 24; в) 30; г) 32.

4. Знайти кут  $A$  трикутника з вершинами  $A(2;1), B(-2;5), C(5;4)$

а)  $90^\circ$ ; б)  $60^\circ$ ; в)  $45^\circ$ ; д)  $30^\circ$ .

5. Знайти рівняння висоти трикутника з вершинами  $A(1;4), B(6;4), C(-3;0)$ , опущену з вершини  $B$ .

а)  $x + 2y - 6 = 0$ ; б)  $x - y + 4 = 0$ ; в)  $2x - y - 3 = 0$ ; г)  $x + y - 10 = 0$ .

6. Знайти рівняння еліпса, яке проходить через дві точки  $M_1(2;0), M_2(0;1)$ .

а)  $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{1} = 1$ ; б)  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$ ; в)  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 1$ ; г)  $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 1$ .

7. Знайти фокус параболи  $x^2 = 4y$ .

а)  $F(0;4)$ ; б)  $F(1;0)$ ; в)  $F(0;2)$ ; г)  $F(0;1)$ .

8. Знайти точки рівноваги та області прибутків заводу, що виготовляє щомісяця  $x$  виробів вартістю 20 гривень кожний, а сума загальних щомісячних витрат  $y_в$  має таку закономірність  $y_в = 0,1x^2 + 12x + 150$ .

а)  $x_1 = 20; x_2 = 40; 20 < x < 40$ ; б)  $x_1 = 20; x_2 = 40; x < 20; x > 40$ .

в)  $x_1 = 30; x_2 = 50; 30 < x < 50$ ; г)  $x_1 = 30; x_2 = 50; x < 30; x > 50$ .

9. Знайти рівняння прямої, що проходить через дві точки  $A(3;-1;4)$  і  $B(1;1;2)$

а)  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{2}$ ; б)  $\frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{0} = \frac{z-4}{6}$ ;

в)  $\frac{x-1}{4} = \frac{y-1}{0} = \frac{z-2}{6}$ ; г)  $\frac{x-3}{-2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-4}{-2}$ .

10. Знайти кут між площинами:  $x + z - 6 = 0$ ,  $x - y + 4 = 0$

а)  $30^\circ$ ; б)  $60^\circ$ ; в)  $45^\circ$ ; д)  $90^\circ$ .

## Варіант 7

1. Нормальне рівняння кола має вигляд

а)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ; б)  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ ; в)  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ; г)  $x^2 = 2py$ .

2. Кут між двома площинами, заданими загальними рівняннями знаходиться за формулою

а)  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$ ; б)  $\sin \varphi = \frac{\sqrt{A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2}}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$ ;

в)  $\cos \varphi = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2}{\sqrt{A_1^2 + A_2^2} \sqrt{B_1^2 + B_2^2} \sqrt{C_1^2 + C_2^2}}$ ; г)  $\cos \varphi = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$ ;

3. Транспортні витрати на перевезення одиниці вантажу залізничним і автомобільним транспортом на відстань  $x$  знаходять відповідно за формулами  $y = 350 + 25x$  і  $y = 150 + 50x$ , де  $x$  вимірюється десятками кілометрів. Визначити, коли транспортні витрати на перевезення автотранспортом менші від перевезення залізничним транспортом

а)  $x < 10$ ; б)  $x > 10$ ; в)  $x < 8$ ; г)  $x > 12$ .

4. Знайти рівняння медіани трикутника з вершинами  $A(-1; -1), B(0; 4), C(4; 0)$ , опущену з вершини  $A$ .

а)  $y = x$ ; б)  $y = 2x + 1$ ; в)  $y = x + 4$ ; г)  $y = -x$ .

5. Знайти кут  $C$  трикутника з вершинами  $A(-1; -3), B(0; 3), C(5; 3)$

а)  $30^\circ$ ; б)  $45^\circ$ ; в)  $60^\circ$ ; д)  $\operatorname{arctg} 2$ .

6. Знайти рівняння гіперболи, що проходить через точку  $M(10; 4)$  і має уявну піввісь 3.

а)  $\frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{9} = 1$ ; б)  $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$ ; в)  $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{9} = 1$ ; г)  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ .

7. Знайти ексцентриситет еліпса  $9x^2 + 25y^2 = 225$

а)  $\frac{3}{5}$ ; б)  $\frac{4}{5}$ ; в)  $\frac{3}{4}$ ; г)  $\frac{5}{4}$ .

8. Знайти рівноважну ціну ( $p$ ), тобто ціну при якій попит і пропозиція

рівноважуються, якщо попит  $Q = \frac{27}{p}$ , а пропозиція  $S = 2p + 3$

а)  $p = 2$ ; б)  $p = 3$ ; в)  $p = 2,7$ ; г)  $p = 5$ ;

9. Знайти площину, що проходить через точку  $M(1; -1; -2)$  паралельно до площини  $x + 2y - z + 5$

а)  $x + 2y - z - 5 = 0$  б)  $x + 3y - z + 4 = 0$  в)  $x + 2y - z + 3 = 0$  г)  $-x + 2y + z + 5 = 0$

10. Знайти точку перетину прямої  $\frac{x}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{2}$  з площиною  $x - 2y + 3z - 1 = 0$ ,

$x - y + 4 = 0$

а)  $(2; 5; 1)$ ; б)  $(4; 6; 3)$ ; в)  $(-2; 3; -3)$ ; д)  $(0; 4; -1)$ .

## Варіант 8

1. Канонічне рівняння еліпса має вигляд

а)  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ ; б)  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ; в)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ; г)  $x^2 = 2py$ .

2. Яка з умов є умовою перпендикулярності прямих, заданих рівняннями з кутовими коефіцієнтами на площині

а)  $k_1 k_2 = 1$ ; б)  $k_1 = k_2$ ; в)  $k_1 k_2 = -1$ ; г)  $k_2 = \frac{1}{k_1}$ .

3. Транспортні витрати на перевезення одиниці вантажу залізничним і автомобільним транспортом на відстань  $x$  знаходять відповідно за формулами  $y = 250 + 25x$  і  $y = 150 + 50x$ , де  $x$  вимірюється десятками кілометрів. Визначити, коли транспортні витрати на перевезення автотранспортом менші від перевезення залізничним транспортом

а)  $x < 5$ ; б)  $x > 5$ ; в)  $x < 4$ ; г)  $x > 4$ .

4. Знайти кут  $A$  трикутника з вершинами  $A(1;5), B(6;5), C(4;2)$

а)  $30^\circ$ ; б)  $45^\circ$ ; в)  $60^\circ$ ; г)  $90^\circ$ .

5. Знайти рівняння медіани трикутника з вершинами  $A(3;4), B(0;1), C(7;0)$ , проведеної з вершини  $B$ .

а)  $x - 5y + 5 = 0$ ; б)  $x + 5y - 5 = 0$ ; в)  $5x - 2y + 4 = 0$ ; г)  $2x - 5y + 3 = 0$ .

6. Парабола, вершина якої у початку координат проходить через точку  $A(1;-2)$  і симетрична відносно осі  $Ox$ . Знайти її рівняння

а)  $y = -2x^2$ ; б)  $y = 4x^2$ ; в)  $y^2 = 4x$ ; г)  $y^2 = 2x$ .

7. Знайти ексцентриситет гіперболи  $9x^2 - 16y^2 = 576$

а)  $\frac{4}{5}$ ; б)  $\frac{3}{5}$ ; в)  $\frac{4}{3}$ ; г)  $\frac{5}{4}$ .

8. Знайти рівноважну ціну ( $p$ ), тобто ціну при якій попит і пропозиція

рівноважуються, якщо попит  $Q = \frac{20}{2p+1}$ , а пропозиція  $S = p + 2$

а)  $p = 2$ ; б)  $p = 4$ ; в)  $p = 5$ ; г)  $p = 1$ ;

9. Знайти рівняння площини, що проходить через точку  $M(2;2;-2)$  паралельно до площини  $x - 2y - 3z = 0$

а)  $3x + 2y - z + 2 = 0$ ; б)  $x - 2y - 3z + 3 = 0$ ; в)  $x - 2y - 3z - 4 = 0$ ; г)  $x + 2y + 3z = 0$

10. Знайти рівняння прямої, що проходить через дві точки  $A(-1;2;3)$  і  $B(2;5;-3)$

а)  $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{0}$ ; б)  $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{7} = \frac{z+3}{-6}$ ;

в)  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+3}{-6}$ ; г)  $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-6}$ .

## Варіант 9

- Параболою називається множина точок площини,
  - рівновіддалених від деякої точки і деякої прямої;
  - сума віддалей яких від двох даних точок є величина стала;
  - абсолютна величина різниці віддалей яких від двох даних точок є величина стала;
  - рівновіддалених від даної точки.
- Назвати умову паралельності двох прямих, заданих на площині рівняннями з кутовими коефіцієнтами  $k_1$  і  $k_2$ 
  - $k_1 = -k_2$ ; б)  $k_1 = k_2$ ; в)  $k_1 k_2 = 1$ ; г)  $k_1 k_2 = -1$ .
- Транспортні витрати на перевезення одиниці вантажу залізничним і автомобільним транспортом на відстань  $x$  знаходять відповідно за формулами  $y = 2x + 15$  і  $y = 4x + 5$ , де  $x$  вимірюється десятками кілометрів. Визначити, коли транспортні витрати на перевезення автотранспортом менші від перевезення залізничним транспортом
  - $x < 8$ ; б)  $x < 5$ ; в)  $x > 5$ ; г)  $x > 10$ .
- Знайти рівняння медіани трикутника з вершинами  $A(2;5), B(6;5), C(3;0)$ , проведеної з вершини  $C$ .
  - $3x + y - 10 = 0$ ; б)  $y = 5(x - 3)$ ; в)  $2x + 5y - 15 = 0$ ; г)  $y = 5x$ .
- Знайти кут  $A$  трикутника з вершинами  $A(3;4), B(0;1), C(7;0)$ 
  - $90^\circ$ ; б)  $60^\circ$ ; в)  $45^\circ$ ; г)  $\arctg 5$ .
- Знайти нормальне рівняння кола  $x^2 + y^2 + 4x - 8y - 29 = 0$ 
  - $(x + 4)^2 + (y - 8)^2 = 25$ ; б)  $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 9$ ;
  - $(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 9$ ; г)  $(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 25$ .
- Визначити рівняння асимптот гіперболи  $4x^2 - 9y^2 = 36$ 
  - $y = \pm \frac{2}{3}x$ ; б)  $y = \pm \frac{3}{2}x$ ; в)  $y = \pm \frac{4}{9}x$ ; г)  $y = \pm \frac{9}{4}x$ .
- Знайти рівноважну ціну ( $p$ ), тобто ціну при якій попит і пропозиція врівноважуються, якщо попит  $Q = \frac{40}{p+1}$ , а пропозиція  $S = p + 4$ 
  - $p = 10$ ; б)  $p = 5$ ; в)  $p = 4$ ; г)  $p = 8$ .
- Знайти кут між двома прямими
$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{0}, \quad \frac{x+5}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-2}$$
  - $30^\circ$ ; б)  $45^\circ$ ; в)  $60^\circ$ ; г)  $120^\circ$ .
- Знайти рівняння площини, що проходить через точку  $M(1;-1;-2)$  паралельно до площини  $x - 2y - 3z = 0$ 
  - $3x + 2y - z + 2 = 0$  б)  $x - 2y - 3z + 3 = 0$  в)  $x - 2y - 3z - 9 = 0$  г)  $x + 2y + 3z = 0$

## Варіант 10

1. Гіперболою називається множина точок площини,  
а) рівновіддалених від деякої точки і деякої прямої;  
б) сума віддалей яких від двох даних точок є величина стала;  
в) абсолютна величина різниці віддалей яких від двох даних точок є величина стала;  
г) рівновіддалених від даної точки.
2. Котрі з рівнянь називають канонічними рівняннями прямої в просторі

$$\text{а) } \frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p}; \text{ б) } \begin{cases} x = x_0 + mt \\ y = y_0 + nt \\ z = z_0 + pt \end{cases}, \text{ в) } \begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$$

$$\text{д) } \frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1}.$$

3. Транспортні витрати на перевезення одиниці вантажу залізничним і автомобільним транспортом на відстань  $x$  знаходять відповідно за формулами  $y = \frac{3}{4}x + 3$  і  $y = \frac{1}{2}x + 5$ , де  $x$  вимірюється десятками кілометрів. Визначити, коли транспортні витрати на перевезення автотранспортом менші від перевезення залізничним транспортом

а)  $x < 10$ ; б)  $x > 10$ ; в)  $x < 8$ ; г)  $x > 12$ .

4. Знайти рівняння медіани трикутника з вершинами  $A(2;1), B(-2;5), C(5;4)$ , проведеної з вершини  $C$ .

а)  $5x + y - 10 = 0$ ; б)  $3x - 2y + 25 = 0$ ; в)  $x + 5y - 25 = 0$ ; г)  $x - 5y + 10 = 0$ .

5. Знайти кут  $A$  трикутника з вершинами  $A(1;4), B(6;4), C(-3;0)$

а)  $90^\circ$ ; б)  $60^\circ$ ; в)  $45^\circ$ ; г)  $135^\circ$ .

6. Знайти нормальне рівняння кола  $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 30 = 0$

а)  $(x+4)^2 + (y+2)^2 = 25$ ; б)  $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 16$ ;

в)  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 25$ ; г)  $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 16$ .

7. Знайти ексцентриситет еліпса  $3x^2 + 4y^2 = 48$

а) 2; б)  $\frac{1}{2}$ ; в)  $\frac{1}{3}$ ; г)  $\frac{3}{4}$ .

8. Знайти рівноважну ціну ( $p$ ), тобто ціну при якій попит і пропозиція врівноважуються, якщо попит  $Q = \frac{15}{p}$ , а пропозиція  $S = p + 2$

а)  $p = 5$ ; б)  $p = 4$ ; в)  $p = 2,5$ ; г)  $p = 3$ .

9. Знайти кут між двома площинами

$x + y - 5 = 0$  і  $2x + y - 2z + 3 = 0$

а)  $30^\circ$ ; б)  $45^\circ$ ; в)  $60^\circ$ ; г)  $135^\circ$ .

10. Знайти точку перетину прямої  $x = 2t - 1, y = t + 2, z = 1 - t$  з площиною  $3x - 2y + z = 3, x - y + 4 = 0$

а)  $(5; 2; -2)$ ; б)  $(2; 5; 5)$ ; в)  $(5; 5; -2)$ ; г)  $(3; -1; 2)$ .

# Математичний аналіз

## Варіант 1

1. Вказати другу визначну границю

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^x$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1+x)^x$ .

2. Еластичність функції  $y = f(x)$  це

а)  $y \frac{dy}{dx}$ ; б)  $\frac{y}{x} \frac{dy}{dx}$ ; в)  $\frac{\Delta y}{\Delta x} \frac{dy}{dx}$ ; г)  $\frac{x}{y} \frac{dy}{dx}$ .

3. Знайти границю  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 1}$

а) 1; б) -2; в) 2; г) 2,5.

4. Знайти похідну функції  $y = x^3 \cos 3x$

а)  $-3x^2 \sin 3x$ ; б)  $3x^2 \cos 3x - x^3 \sin 3x$ ; в)  $3x^2 - 3 \sin 3x$ ; г)  $3x^2 (\cos 3x - x \sin 3x)$ .

5. Вказати проміжки спадання функції  $y = \frac{x^3}{3} - 4x$

а)  $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$ ; б)  $(-\infty, 4)$ ; в)  $(-2, -2)$ ; г)  $(2, \infty)$ .

6. Підприємство за місяць виготовляє  $x$  одиниць продукції. Сумарні витрати

виробництва описуються функцією  $V = \frac{1}{30}x^2 + 15x + 200$ , а кількість продукції  $x$ , яку

можна продати по ціні  $p$  визначається формулою  $x = 250 - 5p$ . За яких умов прибуток буде максимальним?

а)  $x=100$ ; б)  $x=75$ ; в)  $x=50$ ; г)  $x=150$ .

7. Функція пропозиції деякого товару  $S = \frac{7 + 2p^2}{3p + 1}$ . Визначити еластичність

пропозиції відносно ціни  $p=3$ .

а) 0,25; б) 0,4; в) 0,18; г) 0,21.

8. Вкладник надає банку 10000 грн. під складні відсотки з умовою їх неперервного зростання на 10% річних. Обчислити нагромаджену суму через три роки.

а) 13000; б) 13360; в) 19000; г) 13310.

9. Знайти проміжки опуклості графіка функції  $y = e^{-\frac{x^2}{2}}$

а)  $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ ; б)  $(-1; 1)$ ; в)  $(-\infty; -1) \cup (1; \infty)$ ; г)  $(-2; 2)$ .

10. Знайти асимптоти графіка функції  $y = \frac{x^3}{x^2 + 1}$

а)  $y = x$ ; б)  $y = \pm 1$ ; в)  $y = x + 1$ ; г)  $y = 2x$ .



## Варіант 2

1. Похідною функції  $y = f(x)$  в точці  $x$  називається

а)  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ ; б)  $\frac{\Delta x}{\Delta y}$ ; в)  $\lim_{\Delta x \rightarrow \infty} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ ; г)  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ .

2. Якщо функція  $f(x)$  в точці  $x_0$  має екстремум, то похідна в цій точці

а)  $f'(x_0) > 0$ ; б)  $f'(x_0) = 0$ ; в)  $f'(x_0)$  - не існує; г)  $f'(x_0) = 0$  або не існує.

3. Знайти границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 - 3n + 2}{n^2 + 2n + 5}$

а) 3; б) 4; в) 2; г)  $\infty$ .

4. Знайти похідну функції  $y = \frac{\cos^2 5x}{x^3}$

а)  $-\frac{10 \sin 5x}{3x^2}$ ; б)  $-\frac{5x \sin 10x + 3 \cos^2 5x}{x^4}$ ; в)  $\frac{10x \sin 5x - 3 \cos^2 5x}{x^4}$ ; г)  $\frac{2x \cos 5x - 3 \cos^2 5x}{x^4}$ .

5. Знайти найбільше значення функції  $y = x - \ln(1+x)$  на відрізку  $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$

а) 0; б)  $\frac{1}{2} - \ln 2$ ; в)  $1 - \ln 2$ ; г)  $\frac{1}{2}$ .

6. Підприємство за місяць виготовляє  $x$  одиниць продукції. Сумарні витрати

виробництва описуються функцією  $V = \frac{1}{12}x^2 + 5x + 300$ , а кількість продукції  $x$ , яку

можна продати по ціні  $p$  виражається формулою  $x = 380 - 10p$ . Розрахувати за яких умов прибуток буде максимальним?

а)  $x=90$ ; б)  $x=100$ ; в)  $x=80$ ; г)  $x=120$ .

7. Знайти еластичність попиту  $Q = 10 - p$  для ціни  $p = 5$

а) 2; б) -1; в) 0,25; г) -0,5.

8. Вкладник надає банку 10000 грн. під складні відсотки на 12 % річних з умовою щомісячного нарахування відсотків на 2 роки. Яка сума буде нагромаджена за цей час?

а) 12400; б) 12544; в) 12697,35; г) 13506,60.

9. Знайти проміжки вгнутості функції  $y = \frac{6}{x} - \frac{1}{x^3}$

а)  $(-\infty; -2) \cup (0; 2)$ ; б)  $(-\infty; 1) \cup (1; \infty)$ ; в)  $(-1; 0) \cup (0; 1)$ ; г)  $(-1; 0) \cup (1; \infty)$ .

10. Знайти асимптоти графіка функції  $y = x + \frac{4}{x+2}$

а)  $y=-2$ ; б)  $x=-2, y=x$ ; в)  $x=2, y=-x$ ; г)  $y=4x$ .

### Варіант 3

1. Яка похідна функції  $y = \operatorname{tg} x$  ?

а)  $\operatorname{ctg} x$ ; б)  $y = \frac{1}{\sin^2 x}$ ; в)  $y = \frac{1}{\cos^2 x}$ ; г)  $y = -\frac{1}{\sin^2 x}$ .

2. Вказати достатні умови екстремуму функції  $y = f(x)$

а)  $y' = 0, y'' = 0$ ; б)  $y' = 0, y'' \neq 0$ ; в)  $y' > a, y''$  - не існує; г)  $y' = 0, y''$  - не існує.

3. Знайти похідну функції  $y = \ln^3(x+1)$

а)  $\frac{3}{x+1}$ ; б)  $3 \ln^2(x+1)$ ; в)  $\frac{3 \ln(x+1)}{x+1}$ ; г)  $\frac{3 \ln^2(x+1)}{x+1}$ .

4. Знайти границю функції  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}$

а)  $3\sqrt{2}$ ; б)  $6\sqrt{2}$ ; в) 3; г) 0.

5. Знайти проміжки зростання функції  $y = \frac{3}{4}x^4 - x^3 - 9x^2 + 7$

а)  $(-\infty; -2) \cup (3; \infty)$  б)  $(-2; 0) \cup (3; \infty)$  в)  $(-\infty - 3) \cup (0; 3)$ ; г)  $(-2; 3)$ .

6. Підприємство за місяць виготовляє  $x$  одиниць продукції. Сумарні витрати

виробництва описуються функцією  $V = \frac{1}{12}x^2 + 12x + 200$ , а кількість продукції  $x$ , яку

можна продати по ціні  $p$  виражається формулою  $x = 256 - 8p$ . Розрахувати за яких умов прибуток буде максимальним?

а)  $x=50$ ; б)  $x=120$ ; в)  $x=48$ ; г)  $x=25$ .

7. Знайти еластичність пропозиції при рівноважній ціні  $p$ , якщо попит  $Q = 9 - p$ , а пропозиція  $S = 3 + \sqrt{p}$ .

а) 0,2; б) 0,4; в) 1,2; г)  $\sqrt{3}$ .

8. Вкладник надає банку 10000 грн. під складні відсотки на 10 % річних з умовою неперервного зростання протягом 4 років. Обчислити нагромаджену суму за цей час.

а) 1500,2; б) 1464,1; в) 1452,1; г) 1721,1.

9. Знайти точки перегину графіка функції  $y = 3x^5 - 5x^4 + 4$

а) 1; б) 0; в) 0 і 1; г)  $\frac{4}{3}$ .

10. Знайти диференціал функції  $y = x \cos^2 2x$

а)  $dy = 2 \sin 2x dx$ ; б)  $(\cos^2 2x + 2x \cos 2x) dx$ ; в)  $(\cos^2 2x - 2x \sin 4x) dx$ ; г)  $(\cos^2 2x + 2x \sin 2x) dx$ .

## Варіант 4

1. Похідна від добутку двох диференційованих функцій  $u$  і  $v$  обчислюється за формулою

а)  $u'v'$ ; б)  $u'v + uv'$  в)  $u'v - uv'$  г)  $\frac{u'v + uv'}{v^2}$ .

2. Якщо диференційована функція  $f(x)$  зростає на проміжку  $(a, b)$ , то в цьому проміжку

а)  $f'(x) \geq 0$  б)  $f'(x) \leq 0$  в)  $f'(x) > 0$ ; г)  $f'(x) < 0$ .

3. Знайти границю функції  $\lim_{n \rightarrow 0} \left( \frac{n+2}{n} \right)^{n+2}$

а)  $1$ ; б)  $e$ ; в)  $e^2$ ; г)  $e^{-4}$ .

4. Знайти похідну функції  $y = \frac{x^4}{\operatorname{tg} 2x}$

а)  $2x^3 x \cos^2 2x$  б)  $\frac{2x^3 (\sin 4x - x)}{\sin^2 2x}$ ; в)  $\frac{4x^3 \operatorname{tg} 2x - x^4 \operatorname{ctg} 2x}{\operatorname{tg}^2 2x}$ ; г)  $4x^3 \operatorname{tg} 2x \cos^2 2x - x^4$ .

5. Знайти кут нахилу дотичної до кривої  $y = x^2 - x + 3$  з додатнім напрямом осі  $Ox$  в точці  $x = 0$ .

а)  $135^\circ$ ; б)  $30^\circ$ ; в)  $45^\circ$ ; г)  $120^\circ$ ;

6. Підприємство за місяць виготовляє  $x$  одиниць продукції. Сумарні витрати виробництва описуються функцією  $V = \frac{1}{14}x^2 + 9x + 600$ , а кількість продукції  $x$ , яку можна продати по ціні  $p$  виражається формулою  $x = 468 - 13p$ . Розрахувати за яких умов прибуток буде максимальним?

а)  $x=80$ ; б)  $x=91$ ; в)  $x=101$ ; г)  $x=121$ .

7. Знайти еластичність попиту  $Q = 200\sqrt{9-p}$  при ціні  $p = 5$ .

а)  $-1$ ; б)  $-0,25$ ; в)  $1,5$ ; г)  $-1,25$ .

8. Вкладник надає банку 5000 грн. під складні відсотки з умовою їх неперервного зростання на 12% річних. Обчислити нагромаджену суму через 3 роки.

а)  $7000,24$ ; б)  $7024,64$ ; в)  $8041,56$ ; г)  $6826336$ .

9. Знайти проміжки вгнутості графіка функції  $y = xe^{-\frac{x^2}{2}}$

а)  $(-2; 0) \cup (2; \infty)$ ; б)  $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup (0; \sqrt{3})$ ; в)  $(-\sqrt{3}; \sqrt{3}) \cup (0; 1)$ ; г)  $(-\sqrt{3}; 0) \cup (\sqrt{3}; \infty)$ .

10. Знайти асимптоти графіка функції  $y = \frac{x^4}{x^3 - 1}$

а)  $x = 1$ ; б)  $y = x - 1, x = 1$ ; в)  $y = x$ ; г)  $y = x, x = 1$ .

## Варіант 5

1. Похідна від частки двох диференційованих функцій  $u$  і  $v$ , коли дільник  $v \neq 0$  обчислюється за формулою  
а)  $\frac{u'}{v'}$ ; б)  $\frac{u'v + v'u}{v^2}$ ; в)  $\frac{u'v - v'u}{v^2}$ ; г)  $\frac{u'v - v'u}{v}$ .
2. Якщо диференційована функція  $f(x)$  на проміжку  $(a, b)$ , то в цьому проміжку  
а)  $f'(x) \geq 0$ ; б)  $f'(x) \leq 0$ ; в)  $f'(x) > 0$ ; г)  $f'(x) < 0$ .
3. Знайти границю функції  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x^2}$   
а) 0; б) 2; в) 4; г) 8.
4. Знайти похідну функції  $y = x^3 e^{3x}$   
а)  $9x^2 e^{3x}$ ; б)  $9x^2 e^{3x-1}$ ; в)  $3x^2(x+1)e^{3x}$ ; г)  $3x^2 e^{3x} + 3e^{3x-1}$ .
5. Визначити маржинальний прибуток підприємства, якщо місячні витрати на виготовлення і реалізацію  $x$  одиниць продукції  $V = 5000 + 20x$ , а кількість реалізованих виробів  $x$  в залежності від ціни  $p$  визначаються формулою  $x = 800 - 10p$  при виготовленні і продажу 150 виробів.  
а) 30; б) 80; в) 40; г) 300.
6. Сіткою довжиною 200м потрібно обгородити прилягаючу до будинку прямокутну ділянку найбільшої площі. Знайти розміри прямокутної ділянки.  
а) 150x25; б) 100x50; в) 75x50; г) 120x40.
7. Знайти еластичність попиту  $G$  відносно ціни  $p=25$ , якщо кількість виготовлених і проданих виробів  $G$  з вартістю  $p$  виражається рівнянням  $G = 50(10 - \sqrt{p})$   
а) 0,5; б) 1,5; в) 2; г) 0,625.
8. Вкладник надає банку 15000грн. під складні відсотки з умовою їх неперервного зростання на 16 % річних. Обчислити нагромаджену суму через три роки.  
А) 23413,44; б) 22200; в) 24145,84; г) 25146,16.
9. Знайти проміжки опуклості графіка функції  $y = 2x^2 + \ln x$   
а)  $(0; 2)$ ; б)  $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ ; в)  $\left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$ ; г)  $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ .
10. Знайти асимптоти графіка функції  $y = \frac{x^2}{2(1-x)}$   
а) б)  $x = 1, y = -\frac{1}{2}x$ ; б)  $x = 2, y = \frac{1}{2}x$ ; в)  $x = 1, y = -\frac{1}{2}(x+1)$ ; г)  
 $x = 1, y = -\frac{1}{2}(x-1)$ .

## Варіант 6

1. Похідна від функції  $y = \arcsin x$  дорівнює

а)  $\frac{1}{1-x^2}$ ; б)  $\frac{1}{1+x^2}$ ; в)  $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ ; г)  $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ .

2. Еластичність добутку функцій  $u$  і  $v$  в точці  $x$  дорівнює

а)  $E_x(u) \cdot E_x(v)$ ; б)  $E_x(u) - E_x(v)$ ; в)  $E_x(u) + E_x(v)$ ; г)  $\frac{E_x(u)}{E_x(v)}$ .

3. Знайти границю функції  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 10x + 16}{x^2 - 4}$

а) 0; б) -1,5; в) 2; г) -4.

4. Знайти похідну функції  $y = \ln \sin 3x$

а)  $\frac{3}{\sin 3x}$ ; б)  $3 \operatorname{ctg} 3x$ ; в)  $3 \operatorname{tg} x$ ; г)  $\frac{3}{\cos 3x}$ .

5. Знайти найбільше і найменше значення функції  $y = \frac{3-x^2}{x+2}$  на проміжку  $[-1,5; 2]$

а) (1,5; -0,25); б) (2; 1,5); в) (2; -0,25); г) (3; -1).

6. Підприємство за місяць виготовляє  $x$  одиниць продукції. Сумарні витрати

виробництва описуються функцією  $V = \frac{1}{14}x^2 + 5x + 300$ , а кількість продукції  $x$ , яку

можна продати по ціні  $p$  виражається формулою  $x = 330 - 11p$ . Розрахувати за яких умов прибуток буде максимальним?

а)  $x=85$ ; б)  $x=77$ ; в)  $x=101$ ; г)  $x=121$ .

7. Знайти еластичність пропозиції  $S$  відносно ціни  $p = 5$ , якщо  $S = 20 + \sqrt{p}$

а) 1,5; б) 0,5; в) 0,1; г) 1.

8. Вкладник надає банку 4000 грн. на 3 роки під 15% річних складних відсотків. Яка сума буде нагромаджена по закінченні вказаного терміну?

а) 6083,50; б) 5800; в) 7025,30; г) 6242,50.

9. Знайти проміжки зростання функції  $y = x^3 + \frac{x^4}{4}$

а)  $(-\infty; -3) \cup (0; \infty)$ ; б)  $(-\infty; -3)$ ; в)  $(-3; 0)$ ; г)  $(-3; 0) \cup (0; \infty)$ .

10. Знайти асимптоти функції  $y = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 1}$

а)  $x = \pm 1$ ; б)  $y = x + 1$ ; в)  $y = x$ ; г)  $y = x, x = 1$ .

## Варіант 7

1. Похідна від функції  $y = \arcsin x$  дорівнює

а)  $\frac{1}{1-x^2}$ ; б)  $\frac{1}{1+x^2}$ ; в)  $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ ; г)  $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ .

2. Еластичність добутку функцій  $u$  і  $v$  в точці  $x$  дорівнює

а)  $\frac{E_x(u)}{E_x(v)}$ ; б)  $E_x(u) \cdot E_x(v)$ ; в)  $E_x(u) - E_x(v)$ ; г)  $E_x(u) + E_x(v)$ .

3. Знайти границю функції  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{e^{2x}}$

а)  $\frac{3}{2}$ ; б) 3; в) 0; г)  $\infty$ .

4. Знайти похідну функції  $y = \ln \sin x - \frac{1}{2} \sin^2 x$

а)  $\operatorname{ctgx} - \cos x \sin x$ ; б)  $\operatorname{ctgx} \cdot \cos^2 x$ ; в)  $\frac{1}{\sin x} - \sin x \cos x$ ; г)  $\operatorname{tgx} + \cos x$ ;

5. Знайти найменше значення функції  $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$  на відрізку  $[-1; 5]$

а) -10; б) -6; в) 1; г) 3.

6. Підприємство за місяць виготовляє  $x$  одиниць продукції. Сумарні витрати

виробництва описуються функцією  $V = \frac{1}{12}x^2 + 5x + 300$ , а кількість продукції  $x$ , яку

можна продати по ціні  $p$  виражається формулою  $x = 416 - 16p$ . Розрахувати за яких умов прибуток буде максимальним?

а)  $x=84$ ; б)  $x=80$ ; в)  $x=72$ ; г)  $x=92$ .

7. Знайти еластичність попиту  $Q$  відносно ціни  $p = 16$ , якщо  $Q = 50 + (\sqrt{20 - p})$ .

а) -4; б) -2; в) 1; г) 0.

8. Вкладник вносить в банк 20000 грн. на 2 роки під 15% річних складних відсотків. Яка сума буде нагромаджена по закінченні цього терміну?

а) 26000; б) 28500; в) 26450; г) 27550.

9. Знайти проміжки спадання функції  $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$

а)  $(-\infty; 0) \cup (2; \infty)$ ; б)  $(-2; 0)$ ; в)  $(0; 1)$ ; г)  $(3; \infty)$ .

10. Знайти асимптоти графіка функції  $y = \frac{x}{x^2 - 2x + 1}$

а)  $x = 0$ ; б)  $y = 0$ ; в)  $x = 1$ ; г)  $x = 1, y = 0$ .

## Варіант 8

1. Диференціал добутку функцій  $u$  і  $v$   $d(uv)$  дорівнює

а)  $du + dv$ ; б)  $du \cdot dv$ ; в)  $\frac{vdu}{udv}$ ; г)  $udv + vdu$ .

2. Похідна від функції  $y = \operatorname{arctg}x$  дорівнює

а)  $-\operatorname{tg}x$ ; б)  $\frac{1}{1-x^2}$ ; в)  $-\frac{1}{1+x^2}$ ; г)  $-\frac{1}{\sin^2 x}$ .

3. Знайти границю функції  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 4x + 3}{1 - 4x^3}$

а)  $-\frac{3}{4}$ ; б)  $\infty$ ; в)  $1$ ; г)  $-\frac{1}{2}$

4. Знайти похідну функції  $y = x \operatorname{arctg} 2x$

а)  $\frac{2}{1+x^2}$  б)  $\operatorname{arctg}x + \frac{2x}{1+4x^2}$  в)  $\frac{2}{1+4x^2}$ ; г)  $\frac{2x}{1-4x^2}$ .

5. Знайти проміжки зростання функції  $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2$

а)  $(-\infty; -2) \cup (2; \infty)$ ; б)  $(-2; 0) \cup (2; \infty)$ ; в)  $(-2; 0) \cup (0; 2)$ ; г)  $(4; \infty)$ .

6. Підприємство за місяць виготовляє  $x$  одиниць продукції. Сумарні витрати

виробництва описуються функцією  $V = \frac{1}{12}x^2 + 6x + 300$ , а кількість продукції  $x$ , яку

можна продати по ціні  $p$  виражається формулою  $x = 504 - 12p$ . Розрахувати за яких умов прибуток буде максимальним?

а)  $x=90$ ; б)  $x=96$ ; в)  $x=100$ ; г)  $x=108$ .

7. Знайти еластичність пропозиції  $S$  при ціні  $p = 16$ , якщо  $S = \frac{9 + 4p^2}{2p + 1}$ .

а)  $0,3$ ; б)  $0,48$ ; в)  $0,84$ ; г)  $1,2$ .

8. Вкладник вносить в банк 10000 грн. на 3 роки під 15% річних складних відсотків. Яка сума буде нагромаджена по закінченні цього терміну?

А)  $14500$ ; б)  $15208,75$ ; в)  $15008,5$ ; г)  $16242,25$ .

9. Знайти точки перегину графіка функції  $y = e^{-x^2}$

а)  $x = \pm 2$ ; б)  $x = \pm 1$ ; в)  $x = \pm \sqrt{2}$ ; г)  $x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

10. Знайти асимптоти графіка функції  $y = \frac{x^2 - x - 1}{x}$

а)  $x = 0$ ; б)  $y = x; x = 0$  в)  $y = x + 1$ ; г)  $y = x - 1, x = 0$ .

## Варіант 9

1. Похідна складної функції  $y = f(u)$ , де  $u = \varphi(x)$ , якщо  $f(u)$  і  $\varphi(x)$ -диференційовані функції, дорівнює

а)  $y'_x = f'_u \cdot u'_x$ ; б)  $y'_x = \frac{f'_x}{u'_x}$ ; в)  $f'_u + u'_x$ ; г)  $f'_u - u'_x$ .

2. Якщо функція  $y = f(x)$  опукла на проміжку  $(a, b)$ , то на цьому проміжку

а)  $f'(x) > 0$ ; б)  $f'(x) < 0$ ; в)  $f''(x) > 0$ ; г)  $f''(x) < 0$ .

3. Знайти границю функції  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin 3x}$

а) 0; б)  $\infty$ ; в)  $\frac{1}{3}$ ; г) 3.

4. Знайти похідну другого порядку функції  $y = x^3 e^x$

а)  $6x e^x$ ; б)  $(x^3 + 6x^2 + 6x)e^x$ ; в)  $(3x^2 + 6x)e^x$ ; г)  $(x^3 + 3x^2)e^x$ .

5. Знайти проміжки зростання функції  $y = \frac{x^2 - 6x + 13}{x - 3}$

а)  $(-\infty; 1) \cup (5; \infty)$ ; б)  $(-\infty; 1) \cup (3; 5)$ ; в)  $(1; 3) \cup (3; 5)$ ; г)  $(1; 3) \cup (5; \infty)$ .

6. Підприємство за місяць виготовляє  $x$  одиниць продукції. Сумарні витрати

виробництва описуються функцією  $V = \frac{1}{16}x^2 + 12x + 150$ , а кількість продукції  $x$ , яку

можна продати по ціні  $p$  виражається формулою  $x = 645 - 15p$ . Розрахувати за яких умов прибуток буде максимальним?

А)  $x=100$ ; б)  $x=120$ ; в)  $x=150$ ; г)  $x=200$ .

7. Знайти еластичність попиту  $Q = 100\sqrt{20 - p}$  при ціні  $p = 16$

а) -4; б) -2; в) -1; г)  $-\frac{1}{2}$ .

8. Вкладник вносить в банк 15000 грн. під складні відсотки з умовою їх неперервного зростання на 14% річних. Обчислити нагромаджену суму через 4 роки..

Яка сума буде нагромаджена по закінченні цього терміну?

А) 23400; б) 25334,40; в) 26228,60; г) 24642,80.

9. Знайти диференціал функції  $y = \frac{\sin^2 2x}{x}$

а)  $dy = \frac{2x \sin 4x - \sin^2 2x}{x^2}$ ; б)  $\frac{4x \sin 2x - \sin^2 2x}{x} dx$ ; в)  $\frac{4x \cos 2x - \sin^2 2x}{x} dx$ ; г)  $\frac{2x \sin 4x - \sin^2 2x}{x^2} dx$ .

10. Знайти асимптоти графіка функції  $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$

а)  $x = 1$ ; б)  $y = x$ ; в)  $y = x + 1$ ; г)  $y = 1$ .



## Варіант 10

1. Похідна від функції  $y = \arccos x$  дорівнює

а)  $\frac{1}{1-x^2}$ ; б)  $-\frac{1}{1+x^2}$ ; в)  $-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ ; г)  $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ .

2. Якщо функція  $v(x)$  визначає сумарні витрати на випуск  $x$  одиниць продукції, то маржинальні витрати дорівнюють

а)  $\frac{v(x)}{x}$ ; б)  $v'(x)$ ; в)  $\frac{v'(x)}{x}$ ; г)  $\frac{v'(x)}{vx}$ ;

3. Знайти границю функції  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 4x - 3}{1 - x - 2x^2}$ .

а) 5; б)  $\infty$ ; в) -2,5; г) -3.

4. Знайти похідну функції  $y = x^4 \sin 4x$

а)  $4x^3 \cos 4x$ ; б)  $4x^3 (\sin 4x + x \cos 4x)$ ; в)  $4x^3 \sin 4x + x^4 \cos 4x$ ; г)  $4x^3 \sin 4x + 4 \cos 4x$ .

5. Знайти проміжки спадання функції  $y = \frac{x^2}{x-2}$

а)  $(-\infty; 0) \cup (2; 4)$ ; б)  $(0; 2) \cup (4; \infty)$ ; в)  $(-\infty; 0) \cup (4; \infty)$ ; г)  $(0; 2) \cup (2; 4)$ .

6. Підприємство за місяць виготовляє  $x$  одиниць продукції. Сумарні витрати

виробництва описуються функцією  $V = \frac{1}{12}x^2 + 24x + 300$ , а кількість продукції  $x$ , яку можна продати по ціні  $p$  виражається формулою  $x = 1152 - 24p$ . Розрахувати за яких умов прибуток буде максимальним?

А)  $x=96$ ; б)  $x=104$ ; в)  $x=152$ ; г)  $x=208$ .

7. Знайти еластичність пропозиції  $S = 20(\sqrt{p} + 5)$  відносно ціни  $p$ , якщо  $p = 25$

а) 4; б) 2,5; в) 1; г) 0,25.

8. Вкладник вносить в банк 5000 грн. під складні відсотки з умовою їх неперервного зростання на 14% річних. Обчислити нагромаджену суму через 3 роки.

А) 7100; б) 7147,80; в) 7542,40; г) 8102,50.

9. Знайти найбільше значення функції  $y = e^{-x^2}$  на відрізку  $[-1; 1]$

а)  $e$ ; б)  $e^{-1}$ ; в) 1; г)  $2e^{-1}$ .

10. Знайти асимптоти графіка функції  $y = \frac{3-x^2}{x+2}$

а)  $x = -2$ ;  $y = x$ ; б)  $y = -x + 2$ ;  $x = -2$  в)  $y = x - 2$ ; г)  $y = -x + 2$ ,  $x = 2$ .

## Функції багатьох змінних

### Варіант 1

1. Записати функцію Кобба-Дугласа:

а)  $y = AK^\alpha L^{\beta+1}$ ; б)  $y = AK^\alpha L^\beta$ ; в)  $y = BKL^\beta$ ; г)  $y = AK^{\alpha-1} B^{\beta+1}$

2. Повні диференціали функції обчислюються за формулою:

а)  $dz = \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} f(x, y)$ ; б)  $dz = \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}$ ; в)  $dz = \Delta z_x dx + \Delta z_y dy$ ; г)  $dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$

3. Знайти область визначення функції  $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ :

а)  $x^2 + y^2 \leq 1$ ; б)  $x - y > 0$ ; в)  $x^2 + y^2 \leq 4$ ; г)  $x^2 + y^2 \geq 4$

4. Знайти частинні похідні 1-го порядку функції  $z = 4x^2 - 5xy - 7y^2 - x + 2y + 1$

а)  $\begin{cases} z'_x = -5x - 14y - 1 \\ z'_y = 8x - 5y + 2 \end{cases}$ ; б)  $\begin{cases} z'_x = 8x - 5y - 1 \\ z'_y = -5x - 14y + 2 \end{cases}$ ; в)  $\begin{cases} z'_x = 5x - 14y - 1 \\ z'_y = 8x + 5y + 2 \end{cases}$ ; г)  $\begin{cases} z'_x = -5x - 14y + 2 \\ z'_y = 8x - 5y - 1 \end{cases}$

5. Знайти мішану похідну II порядку  $z''_{xy}$  функції  $z = \frac{x+y}{x-y}$ :

а)  $\frac{-4y}{(x-y)^3}$ ; б)  $\frac{2x}{(x-y)^2}$ ; в)  $\frac{-2y}{(x-y)^3}$ ; г)  $\frac{-xy}{(x-y)^2}$ .

6. Знайти еластичність функції  $q$  ( $E_{p_1}(q)$ ;  $E_{p_2}(q)$ ) при заданих  $p_1$  і  $p_2$

$q = p_1^2 + 2p_1p_2 + p_2^2$ ,  $p_1=1$ ;  $p_2=3$

а)  $(\frac{3}{2}; \frac{1}{2})$ ; б)  $(\frac{4}{3}; \frac{1}{2})$ ; в)  $(\frac{1}{2}; \frac{3}{2})$ ; г)  $(\frac{1}{5}; \frac{2}{3})$

7. Знайти величину найбільшої швидкості зміни (градієнт) функції

$z = 3x^2 - 4xy + 2y^2 - 10x + 8y + 7$  в точці  $M_0(1;1)$

а)  $-8$ ; б)  $8$ ; в)  $\sqrt{128}$ ; г)  $\sqrt{63}$ .

8. Мале підприємство виробляє товари А і В. Загальні щоденні витрати  $V$  (у гривнях) на виробництво  $x$  одиниць товару А та  $y$  одиниць товару В відомі:

$V = 1500 - 7,5x - 15y - 0,3xy + 0,3x^2 + 0,2y^2$ .

Визначити кількість одиниць товарів А і В, яку потрібно виробляти, щоб загальні витрати підприємства були мінімальними

а)  $x = 40$ ;  $y = 60$ ; б)  $x = 50$ ;  $y = 75$ ; в)  $x = 50$ ;  $y = 45$ ; г)  $x = 40$ ;  $y = 65$

9. Знайти оптимальне значення виробничої функції  $z = 3x^2 - 2xy + 2y^2 - 4x - 2y + 3$

а)  $z_{max} = 4$ ; б)  $z_{min} = 0$ ; в)  $z_{min} = -1$ ; г)  $z_{max} = 0$

10. За даною емпіричною таблицею знайти лінійну залежність між  $x$  і  $y$  ( $k$  і  $b$  до сотих заокруглити)

$x$	1	3	3	4	6
$y$	3	2	4	6	7

а)  $y = x + 2,7$ ; б)  $y = 0,92x + 1,272$ ; в)  $y = 3x + 1$ ; г)  $y = 2x + 1,27$

## Варіант 2

1. Частинною похідною I-го порядку функції  $z = f(x, y)$  по  $x$  називають:

а)  $z'_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta_x z}{\Delta x}$ ; б)  $z'_x = \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y = 0}} \frac{\Delta_y z - \Delta_x z}{\Delta x}$ ; в)  $z'_x = \lim_{\Delta x \rightarrow a} \frac{\Delta_y z - \Delta_x z}{\Delta x}$ ; г)  $z'_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta_y z}{\Delta x}$ .

2. Відшукування умовного екстремуму можна звести до дослідження на звичайний екстремум:

а) функції Кобба-Дугласа  $y = AK^\alpha B^\beta$ ; б) функції Лагранжа  $u = f(x, y) + \lambda \varphi(x, y)$ ;  
в) функції Гаусса; г) функції Лапласа.

3. Знайти область визначення функції  $y = \arcsin \frac{x}{y}$ :

а)  $-y \leq x \leq y$ ; б)  $-1 \leq x \leq 1$ ; в)  $-1 \leq \frac{y}{x} \leq 1$ ; г)  $0 < \frac{x}{y} < 1$

4. Знайти частинні похідні I-го порядку функції  $z = e^{3x^2y+y^2}$ :

а)  $\begin{cases} z'_x = 6xye^{3x^2y+y^2} \\ z'_y = (3x^2 + 2y)e^{3x^2y+y^2} \end{cases}$ ; б)  $\begin{cases} z'_x = xye^{3x^2y+y^2} \\ z'_y = (3x^2 + 2y)e^{3x^2y+y^2} \end{cases}$ ; в)  $\begin{cases} z'_x = xe^{3x^2y+y^2} \\ z'_y = ye^{3x^2y+y^2} \end{cases}$ ; г)  $\begin{cases} z'_x = (3x^2 + 2y)e^{3x^2y+y^2} \\ z'_y = 6xye^{3x^2y+y^2} \end{cases}$

5. Знайти мішану похідну II порядку  $z''_{xy}$  функції  $z = \sin xy$ :

а)  $\cos xy - xy \sin xy$ ; б)  $\sin xy - y \cos xy$ ; в)  $\cos xy - \sin xy$ ; г)  $xy \cos xy$ .

6. Знайти еластичність функції  $q(E_{p_1}(q); E_{p_2}(q))$  при заданих  $p_1$  і  $p_2$   $q = 3p_1^2 p_2 + p_2$ ,  $p_1 = 1$ ;  $p_2 = 1$

а)  $(1; 1)$ ; б)  $(\frac{3}{2}; 1)$ ; в)  $(\frac{1}{2}; \frac{3}{2})$ ; г)  $(\frac{3}{4}; \frac{1}{4})$

7. Знайти величину найбільшої швидкості зміни (градієнт) функції  $y = \ln(-2x + y^2)$  в точці  $M_0(8; 5)$ .

а)  $-\frac{2}{9}$ ; б)  $\frac{10}{9}$ ; в)  $\frac{4}{81}$ ; г)  $\frac{2}{9}\sqrt{26}$

8. Мале підприємство виробляє товари А і В. Загальні щоденні витрати  $V$  на виробництво  $x$  одиниць товару А та  $y$  одиниць товару В відомі:

$V = 657 - 16x - 7y + 0,4x^2 + 0,1y^2$ . Визначити кількість одиниць товарів А і В, яку потрібно виробляти, щоб загальні витрати підприємства були мінімальними

а)  $x = 20; y = 35$ ; б)  $x = 15; y = 80$ ; в)  $x = 10; y = 15$ ; г)  $x = 5; y = 25$

9. Знайти оптимальне значення виробничої функції  $z = -\frac{x^2}{2} - 2xy - \frac{y^2}{2} + 4x + 5y - 2$

а)  $z_{max} = 4,5$ ; б)  $z_{min} = 0$ ; в)  $z_{max} = 4$ ; г)  $z_{min} = 3,5$

10. За даною емпіричною таблицею знайти лінійну залежність між  $x$  і  $y$  ( $k$  і  $b$  до сотих заокруглити)

$x$	-1	-2	-3	-4	-5
$y$	3	1	3	6	5

а)  $y = 0,1x + 3$ ; б)  $y = -0,8x + 0,6$ ; в)  $y = -0,9x + 0,9$ ; г)  $y = -x + 1$

### Варіант 3

1. Функція  $z = f(x, y)$  називається неперервною в т.  $M_0(x, y)$ , якщо :

а) вона в цій точці невизначена і  $\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} f(x, y) = f(x, y_0)$ ;

б) вона задана в цій точці та деякому її околі і виконується умова

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} f(x, y) = f(x_0, y_0)$$

в) в цій точці  $f'(x, y) = g(x, y)$ ;

г) в цій точці виконується умова  $\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} f(x, y) = b$ .

2. Якщо в т.  $M_0(x_0, y_0)$  функція  $z = f(x, y)$  досягає екстремуму, то:

а) існує  $D = AB - C^2$ ,  $D > 0$ ; б)  $z'_x(x_0, y_0) = 0$  і  $z'_y(x_0, y_0) = 0$ ;

в) вона диференційована і існують  $z''_{xx}, z''_{yy}, z''_{xy}$ ; г)  $z'_x(x_0, y_0) = c$  і  $z'_y(x, y) = c$ .

3. Знайти область визначення функції  $z = \frac{1}{\sqrt{1-x^2-y^2}}$ :

а)  $x^2 + y^2 > 0$ ; б)  $x^2 - y^2 > 1$ ; в)  $x^2 + y^2 < 1$ ; г)  $x^2 - y^2 > -1$ .

4. Знайти частинні похідні I-го порядку функції  $z = e^{\frac{x}{y}}$ :

$$\text{а) } \begin{cases} z'_x = -\frac{x}{y} e^{\frac{x}{y}} \\ z'_y = \frac{1}{y} e^{\frac{x}{y}} \end{cases}; \text{ б) } \begin{cases} z'_x = \frac{1}{y} e^{\frac{x}{y}} \\ z'_y = -\frac{x}{y^2} e^{\frac{x}{y}} \end{cases}; \text{ в) } \begin{cases} z'_x = y e^{\frac{x}{y}} \\ z'_y = x e^{\frac{x}{y}} \end{cases}; \text{ г) } \begin{cases} z'_x = \frac{1}{x} e^{\frac{x}{y}} \\ z'_y = \frac{1}{y} e^{\frac{x}{y}} \end{cases}.$$

5. Знайти мішану похідну II порядку  $z''_{xy}$  функції  $z = x^y$ :

а)  $1 + \ln x$ ; б)  $x^{y-1}(1 + y \ln x)$ ; в)  $x^y y \ln x$ ; г)  $y^x(1 + x \ln y)$ .

6. Знайти еластичність функції  $q$  ( $E_{p_1}(q)$ ;  $E_{p_2}(q)$ ) при заданих  $p_1$  і  $p_2$

$$q = p_1^3 + 3p_1^2 p_2, \quad p_1 = 2; \quad p_2 = 1$$

а)  $(\frac{12}{5}; \frac{3}{5})$ ; б)  $(\frac{4}{5}; \frac{7}{5})$ ; в)  $(\frac{1}{4}; \frac{2}{4})$ ; г)  $(\frac{2}{5}; \frac{12}{5})$

7. Знайти величину найбільшої швидкості зміни (градієнт) функції

$$z = x^2 - xy + 2y^2 - 3x + 5y + 8 \text{ в точці } M_0(4; 1)$$

а)  $\sqrt{41}$ ; б)  $\sqrt{5}$ ; в) 4; г)  $\sqrt{40}$ .

8. Мале підприємство виробляє товари А і В. Загальні щоденні витрати V(у гривнях) на виробництво x одиниць товару А та y одиниць товару В відомі:

$$V = 250 - 4x - 7y + 0,2x^2 + 0,1y^2. \text{ Визначити кількість одиниць товарів А і В, яку}$$

потрібно виробляти, щоб загальні витрати підприємства були мінімальними.

а)  $x = 10; y = 35$ ; б)  $x = 5; y = 30$ ; в)  $x = 15; y = 40$ ; г)  $x = 0; y = 15$

9. Знайти оптимальне значення виробничої функції  $z = x^2 - 3xy + y^2 - 6x + 5y + 3$

а)  $z_{min} = -4$ ; б)  $z_{max} = 3$ ; в)  $z_{min} = 0$ ; г)  $z_{max} = -2$

10. За даною емпіричною таблицею знайти лінійну залежність між x і y (k і b до сотих заокруглити)

x	5	5	7	9	10
y	1	3	4	5	7

а)  $y = x - 3$ ; б)  $y = 0,91x - 2,55$ ; в)  $y = 9x - 2$ ; г)  $y = 0,5x - 2,5$

### Варіант 4

1. Градієнтом функції  $z = f(x; y)$  називають:

а) функцію  $z = z'_x + z'_y y$ ; б) вектор  $grad z = \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} = z(x, y)$ ;

в) вектор  $grad z = z'_x \vec{i} + z'_y \vec{j}$ ; г)  $grad z = \frac{\partial z}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial z}{\partial y} \Delta y$ .

2. Необхідна умова екстремуму для функції Лагранжа має вигляд:

$$а) \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x} + h \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial y} + h \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0 \\ \varphi(x; y) = 0 \end{cases}; б) \begin{cases} u'_x = 0 \\ u'_y = 0 \end{cases}; в) \begin{cases} \varphi(x; y) \leq c \\ \frac{\partial u}{\partial x} \leq 0 \\ \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \end{cases}; г) \begin{cases} \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0 \\ \varphi(x; y) \leq 0 \end{cases}$$

3. Знайти область визначення функції  $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 1}$ :

а)  $x^2 + y^2 > 0$ ; б)  $x^2 + y^2 \geq 1$ ; в)  $x^2 + y^2 < 1$ ; г)  $x^2 + y^2 < 2$

4. Знайти частинні похідні 1-го порядку функцій  $z = 3y^5 \sqrt{x}$ :

$$а) \begin{cases} z'_x = 3y^5 \frac{1}{2\sqrt{x}} \\ z'_y = 15y^4 \sqrt{x} \end{cases}; б) \begin{cases} z'_x = 15y^4 \sqrt{x} \\ z'_y = \frac{3y^5}{\sqrt{x}} \end{cases}; в) \begin{cases} z'_x = 3x^{\frac{1}{2}} y^5 \\ z'_y = \frac{3}{5} y^4 \frac{1}{2\sqrt{x}} \end{cases}; г) \begin{cases} z'_x = 3\sqrt{xy} \\ z'_y = 15y^4 \sqrt{x} \end{cases}$$

5. Знайти мішану похідну II порядку  $z''_{xy}$  функції  $z = \ln(x^2 + y^3)$ :

$$а) \frac{2x}{(x^2 + y^2)^2}; б) \frac{xy}{x^2 + y^3}; в) \frac{-6xy^2}{(x^2 + y^3)^2}; г) \frac{6x^2 y}{(x^2 + y^3)^2}$$

6. Знайти еластичність функції  $q$  ( $E_{p_1}(q)$ ;  $E_{p_2}(q)$ ) при заданих  $p_1$  і  $p_2$

$$q = 5p_1 p_2^2 + p_2^3, p_1 = 1; p_2 = 5$$

а)  $(\frac{5}{2}; \frac{1}{3})$ ; б)  $(\frac{5}{3}; \frac{1}{2})$ ; в)  $(\frac{1}{2}; \frac{7}{2})$ ; г)  $(\frac{1}{2}; \frac{5}{2})$

7. Знайти величину найбільшої швидкості зміни (градієнт) функції  $z = x^2 - 3xy - 4y^2 - x + 2y + 1$  в точці  $M_0(-3; 1)$

а)  $\sqrt{103}$ ; б) 3; в)  $\sqrt{109}$ ; г) -10.

8. Мале підприємство виробляє товари А і В. Загальні щоденні витрати V (у гривнях) на виробництво x одиниць товару А та y одиниць товару В відомі:

$$V = 971 - 7x - 5y + 0,5x^2 + 0,1y^2$$

Визначити кількість одиниць товарів А і В, яку потрібно виробляти, щоб загальні витрати підприємства були мінімальними

а)  $x = 17; y = 20$ ; б)  $x = 7; y = 25$ ; в)  $x = 10; y = 25$ ; г)  $x = 25; y = 7$

9. Знайти оптимальне значення виробничої функції

$$z = 3x^2 - 2xy + 2y^2 - 4x - 2y + 3$$

а)  $z_{\min} = 0$ ; б)  $z_{\max} = 0$ ; в)  $z_{\min} = 1$ ; г)  $z_{\max} = -4$

10. За даною емпіричною таблицею знайти лінійну залежність між x і y (k і b до сотих заокруглити)

x	-2	-3	-3	-4	-5
y	3	2	4	3	5

а)  $y = -0,62x + 1,292$ ; б)  $y = -0,3x - 2$ ; в)  $y = -0,9x + 2$ ; г)  $y = -0,5x + 1,3$

## Варіант 5

1. Повним диференціалом функції  $z = f(x, y)$  називають :

а)  $dz = \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}$ ; б)  $dz = f(x; y) - f(x_0; y_0)$ ; в)  $dz = z'_x dx + z'_y dy$ ; г)

$dz = f(x_0 + \Delta x; y_0 + \Delta y) - f(x_0; y_0)$

2. Умовним екстремумом функції  $z = f(x, y)$  називають:

а) функцію зв'язку  $\varphi(x; y) = 0$ ;

б) екстремум функції, досягнутий при умові, що змінні  $x$  та  $y$  зв'язані рівнянням  $\varphi(x; y) = 0$ ;

в) функцію  $u = f(x; y) + \alpha\varphi(x; y)$ ;

г) екстремум функції  $z = f(x, y)$ .

3. Знайти область визначення функції  $z = \arcsin(y + x)$ :

а)  $x + y \geq 0$ ; б)  $x + y \leq -1$ ; в)  $-1 \leq x + y \leq 1$ ; г)  $y + x \geq 0$ .

4. Знайти частинні похідні I-го порядку функції  $z = e^{x^3 + y^2 x}$ :

а)  $\begin{cases} z'_x = (3x^2 + y^2)e^{x^3 + y^2 x} \\ z'_y = 2xye^{x^3 + y^2 x} \end{cases}$ ; б)  $\begin{cases} z'_x = 3x^2 e^{x^3 + y^2 x} \\ z'_y = 2ye^{x^3 + y^2 x} \end{cases}$ ; в)  $\begin{cases} z'_x = 2yxe^{x^3 + y^2 x} \\ z'_y = (3x^2 + y^2)e^{x^3 + y^2 x} \end{cases}$ ; г)  $\begin{cases} z'_x = x^3 e^{x^3 + y^2 x} \\ z'_y = y^2 x e^{x^3 + y^2 x} \end{cases}$ .

5. Знайти мішану похідну II порядку  $z''_{xy}$  функції  $z = \sin(x^2 - 7y)$ :

а)  $2x \cos(x^2 - 7y)$ ; б)  $14x \sin(x^2 - 7y)$ ; в)  $7 \sin(x^2 - 7y)$ ; г)  $14x \cos(x^2 - 7y)$ .

6. Знайти еластичність функції  $q$  ( $E_{p_1}(q)$ ;  $E_{p_2}(q)$ ) при заданих  $p_1$  і  $p_2$

$q = p_1 + 7p_1^2 p_2$ ,  $p_1 = 1$ ;  $p_2 = \frac{1}{7}$

а)  $(\frac{7}{2}; \frac{1}{2})$ ; б)  $(\frac{3}{2}; \frac{1}{2})$ ; в)  $(\frac{4}{3}; \frac{1}{3})$ ; г)  $(\frac{1}{2}; \frac{3}{2})$ .

7. Знайти величину найбільшої швидкості зміни (градієнт) функції  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  в точці  $M_0(3; 4)$

а)  $\frac{16}{25}$ ; б)  $1$ ; в)  $\frac{3}{5}$ ; г)  $\frac{4}{5}$ .

8. Мале підприємство виробляє товари А і В. Загальні щоденні витрати  $V$  (у гривнях) на виробництво  $x$  одиниць товару А та  $y$  одиниць товару В відомі:

$V = 547 - 3x - 13y + 0,1x^2 + 0,5y^2$ .

Визначити кількість одиниць товарів А і В, яку потрібно виробляти, щоб загальні витрати підприємства були мінімальними

а)  $x = 10; y = 12$ ; б)  $x = 15; y = 13$ ; в)  $x = 5; y = 3$ ; г)  $x = 45; y = 50$

9. Знайти оптимальне значення виробничої функції  $z = 4x^2 - xy + y^2 - 9x + 3y - 5$

а)  $z_{\min} = -1$ ; б)  $z_{\max} = -2$ ; в)  $z_{\min} = -11$ ; г)  $z_{\max} = 0$

10. За даною емпіричною таблицею знайти лінійну залежність між  $x$  і  $y$  ( $k$  і  $b$  до сотих заокруглити)

$x$	4	6	6	8	9
$y$	1	1	3	3	5

а)  $y = 0,74x - 2,284$ ; б)  $y = 0,6x - 3$ ; в)  $y = 0,7x - 5$ ; г)  $y = 0,5x - 2,28$

## Варіант 6

1. Необхідна умова укрестуму функції:

- а) якщо  $D = AC - B^2 > 0$ , то в т.  $M_0(x_0, y_0)$  функція  $z = f(x, y)$  має екстремум;  
 б) якщо в т.  $M_0(x_0, y_0)$  функція  $z = f(x, y)$  досягає екстремуму, то її частинні похідні I-го порядку в цій точці дорівнюють 0;  
 в) якщо  $\begin{cases} z'_x(x_0; y_0) \leq 0 \\ z'_y(x_0; y_0) = 0 \end{cases}$ , то функція в т.  $M_0(x_0, y_0)$  досягає екстремуму;

г) функція  $z = f(x, y)$  в т.  $M_0(x_0, y_0)$  досягає екстремуму, якщо  $D = AC - B^2 > 0$ ,  $D > 0$  і  $A > 0$ , то досягає максимуму,  $D > 0$  і  $A < 0$  досягає мінімуму.

2. Граничною фондвіддачею називають функцію:

- а)  $y'_k = AK^\alpha L^\beta$ ; б)  $y'_k = \beta AK^\alpha L^{\beta-1}$ ; в)  $y'_k = \alpha AK^{\alpha-1} L^\beta$ ; г)  $y'_k = \alpha K^{\alpha-1} B^{\beta-1}$ .

3. Знайти область визначення функції  $z = \ln(y - x)$ :

- а)  $y > 0$ ; б)  $x > 0$ ; в)  $x > y$ ; г)  $y > x$ .

4. Знайти частинні похідні I-го порядку функції  $z = \sin(x^2 y)$ :

- а)  $\begin{cases} z'_x = 2xy \cos x^2 y \\ z'_y = x^2 \cos x^2 y \end{cases}$ ; б)  $\begin{cases} z'_x = x^2 \cos x^2 y \\ z'_y = y \cos x^2 y \end{cases}$ ; в)  $\begin{cases} z'_x = x^2 \cos x^2 y \\ z'_y = 2xy \cos x^2 y \end{cases}$ ; г)  $\begin{cases} z'_x = 2xy \sin xy \\ z'_y = x^2 \sin x^2 y \end{cases}$ .

5. Знайти мішану похідну II порядку  $z''_{xy}$  функції  $z = \frac{y}{\sqrt[3]{x}}$ :

- а)  $-\frac{1}{3} \frac{y}{x^{\frac{4}{3}}}$ ; б)  $\frac{x^{\frac{4}{3}}}{3y}$ ; в)  $-\frac{1}{4} \frac{y}{3x^{\frac{4}{3}}}$ ; г)  $\frac{y}{8x^{\frac{4}{3}}}$ .

6. Знайти еластичність функції  $q$  ( $E_{p_1}(q)$ ;  $E_{p_2}(q)$ ) при заданих  $p_1$  і  $p_2$

$$q = p_1^4 + 2p_1 p_2, \quad p_1 = 1; \quad p_2 = \frac{1}{2}$$

- а)  $(\frac{1}{2}; \frac{5}{2})$ ; б)  $(\frac{1}{5}; \frac{3}{5})$ ; в)  $(\frac{5}{2}; \frac{1}{2})$ ; г)  $(\frac{7}{2}; \frac{3}{2})$

7. Знайти величину найбільшої швидкості зміни(градієнт) функції  $z = 2x^3 + x^2 y + xy^2$  в точці  $M_0(-2; 1)$

- а) 21; б)  $\sqrt{450}$ ; в)  $\sqrt{500}$ ; г) -3.

8. Мале підприємство виробляє товари А і В. Загальні щоденні витрати V(у гривнях) на виробництво x одиниць товару А та y одиниць товару В відомі:

$$V = 732 - 18x - 5y + 0,3x^2 + 0,1y^2.$$

Визначити кількість одиниць товарів А і В, яку потрібно виробляти, щоб загальні витрати підприємства були мінімальними

- а)  $x = 30; y = 25$ ; б)  $x = 35; y = 30$ ; в)  $x = 25; y = 20$ ; г)  $x = 15; y = 20$

9. Знайти оптимальне значення виробничої функції  $z = -2x^2 + 2xy - 3y^2 - 2x + 16y - 3$

- а)  $z_{max} = 0$ ; б)  $z_{min} = 10$ ; в)  $z_{max} = 20$ ; г)  $z_{min} = -5$ .

10. За даною емпіричною таблицею знайти лінійну залежність між x і y (k і b до сотих заокруглити)

x	-1	1	2	2	3
y	2	1	3	6	5

- а)  $y = 0,8x + 3$ ; б)  $y = 0,81x + 2$ ; в)  $y = 0,89x + 2,15$ ; г)  $y = 0,5x + 4$

## Варіант 7

1. Змінна величина  $z$  називається однозначною функцією двох змінних  $x$  і  $y$ , якщо:
- кожному значенню  $x$  із множини  $X$  поставити у відповідність  $y$  із множини  $Y$ ;
  - кожній парі чисел  $(x, y)$  поставити за певним законом відповідну кількість чисел змінної величини  $z$ ;
  - кожній парі дійсних чисел  $(x, y) \in D$  відповідає одне визначене дійсне значення змінної величини  $z$ ;
  - кожному значенню  $z$  поставити у відповідність пару чисел  $(x, y)$ .

2. Граничною продуктивністю праці називають функцію:

а)  $y'_k = \alpha AK^{\alpha-1} L^\beta$ ; б)  $y'_k = \beta AK^\alpha L^{\beta-1}$ ; в)  $y'_k = \beta AK^\alpha L^\beta$ ; г)  $y_k = (\alpha - \beta) AK^{\alpha+\beta} B^{\alpha-\beta}$ .

3. Знайти область визначення функції  $z = \ln(4x^2 + 9y^2 - 36)$ :

а)  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} > 1$ ; б)  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} > 1$ ; в)  $x^2 + y^2 > 1$ ; г)  $3x^2 + 2y^2 > 1$ .

4. Знайти частинні похідні I-го порядку функції  $z = \ln(x^2 + 3xy^7)$ :

а)  $\begin{cases} z'_x = \frac{2x+3y}{x^2+3xy^7} \\ z'_y = \frac{3y^7}{x^2+3xy^7} \end{cases}$ ; б)  $\begin{cases} z'_x = \frac{2x+3y^7}{x^2+3xy^7} \\ z'_y = \frac{21xy^6}{x^2+3xy^7} \end{cases}$ ; в)  $\begin{cases} z'_x = \frac{x^2+3xy^7}{2x+3y} \\ z'_y = \frac{x^2+3xy^7}{21xy^6} \end{cases}$ ; г)  $\begin{cases} z'_x = \frac{3y^7}{x^2+3xy^7} \\ z'_y = \frac{21x}{x^2+3xy^7} \end{cases}$ .

5. Знайти мішану похідну II порядку  $z''_{xy}$  функції  $z = \arctg(x\sqrt{y})$ :

а)  $\frac{\sqrt{y}}{1+x^2y}$ ; б)  $\frac{2x^2y}{(1+x^2y)^2}$ ; в)  $\frac{1+x^2y}{2\sqrt{y}}$ ; г)  $\frac{1-x^2y}{2\sqrt{y}(1+x^2y)^2}$ .

6. Знайти еластичність функції  $q(E_{p_1}(q); E_{p_2}(q))$  при заданих  $p_1$  і  $p_2$

$q = 6p_1 p_2^2 + p_2^3, p_1 = \frac{1}{2}; p_2 = 2$

а)  $(\frac{3}{5}; \frac{12}{5})$ ; б)  $(\frac{5}{3}; \frac{5}{12})$ ; в)  $(\frac{12}{5}; \frac{3}{5})$ ; г)  $(\frac{1}{4}; \frac{3}{4})$

7. Знайти величину найбільшої швидкості зміни(градієнт) функції  $z = x^4 + 3x^2y^2 + y^4$  в точці  $M_0(1;1)$

а)  $\sqrt{2}$ ; б) 10; в) 200; г)  $10\sqrt{2}$ .

8. Мале підприємство виробляє товари А і В. Загальні щоденні витрати  $V$  (у гривнях) на виробництво  $x$  одиниць товару А та  $y$  одиниць товару В відомі:

$V = 699 - 5x - 14y + 0,1x^2 + 0,7y^2$ .

Визначити кількість одиниць товарів А і В, яку потрібно виробляти, щоб загальні витрати підприємства були мінімальними

а)  $x = 5; y = 10$ ; б)  $x = 25; y = 10$ ; в)  $x = 25; y = 15$ ; г)  $x = 4; y = 10$

9. Знайти оптимальне значення виробничої функції  $z = 4x^2 - xy + y^2 - 9x + 3y - 5$

а)  $z_{min} = -1$ ; б)  $z_{max} = -2$ ; в)  $z_{min} = -11$ ; г)  $z_{max} = 0$ .

10. За даною емпіричною таблицею знайти лінійну залежність між  $x$  і  $y$  ( $k$  і  $b$  до сотих заокруглити)

$x$	3	3	4	5	6
$y$	4	6	1	3	2

а)  $y = -0,7x + 6$ ; б)  $y = -x + 7$ ; в)  $y = -0,91x + 7,02$ ; г)  $y = -0,6x + 7$ .



## Варіант 8

1. Лінією рівня функції  $z = f(x, y)$  називають:

а) лінію  $f(x, y) = C$  на площині  $XOY$ , в точках яких функція зберігає постійне значення  $z = C$ ;

б) певний графік кривої на площині  $XOY$ ;

в) область визначення функції  $z = f(x, y)$ ; г) лінію  $f(x, y) = f(x_0 + \Delta x; y_0 + \Delta y)$ .

2. Запишіть нормальну систему рівнянь методу найменших квадратів у випадку лінійної залежності:

$$\text{а) } \begin{cases} k \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ \sum_{i=1}^n x_i + nb = \sum_{i=1}^n y_i \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} k \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ k \sum_{i=1}^n x_i + nb = \sum_{i=1}^n y_i \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} \sum_{i=1}^n x_i^2 + nb = \sum_{i=1}^n y_i \\ k \sum_{i=1}^n x_i + b = \sum_{i=1}^n x_i y_i \end{cases}$$

а)  $dz = Adx + Bdy$ ; б)  $dz = \partial x dx + \partial y dy$ ; в)  $dz = z''_{xx} dx + z''_{yy} dy$ ; г)  $dz = (A - B)dx + (A + B)dy$ .

3. Знайти область визначення функції  $z = \sqrt{16 - x^2 - y^2}$ :

а)  $x^2 - y^2 \geq 16$ ; б)  $x^2 - y^2 \leq 16$ ; в)  $x^2 - y^2 \geq 1$ ; г)  $x^2 + y^2 \leq 16$ .

4. Знайти частинні похідні I-го порядку функції  $z = 4x^3 + 5x^2y + 3xy^2 - y^3$ :

$$\text{а) } \begin{cases} z'_x = 5x^2 + 6xy - 3y^2 \\ z'_y = 12x^2 + 10xy + 3y^2 \end{cases}; \text{ б) } \begin{cases} z'_x = 6xy - 3y^2 \\ z'_y = 10xy + 3y^2 \end{cases}; \text{ в) } \begin{cases} z'_x = 12x^2 + 10xy + 3y^2 \\ z'_y = 5x^2 + 6xy - 3y^2 \end{cases}; \text{ г) } \begin{cases} z'_x = 4x^3 - 3y^2 - y^3 \\ z'_y = 5x^2 + 3y^2 - 3 \end{cases}$$

5. Знайти мішану похідну II порядку  $z''_{xy}$  функції  $z = x^2 \ln y$ :

$$\text{а) } 2x \ln y; \text{ б) } -\frac{2x}{y}; \text{ в) } \frac{\ln y}{x}; \text{ г) } -\frac{2y}{x}$$

6. Знайти еластичність функції  $q$  ( $E_{p_1}(q)$ ;  $E_{p_2}(q)$ ) при заданих  $p_1$  і  $p_2$

$$q = p_1 + 4p_1 p_2 + p_2^2, \quad p_1 = 2; \quad p_2 = 1.$$

$$\text{а) } \left(\frac{11}{10}; \frac{10}{11}\right); \text{ б) } \left(\frac{10}{11}; \frac{10}{11}\right); \text{ в) } \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right); \text{ г) } \left(\frac{11}{5}; \frac{11}{10}\right)$$

7. Знайти градієнт функції  $z = x^3 + 2xy + y^3$  в точці  $M_0(1; 2)$

$$\text{а) } \sqrt{14}; \text{ б) } \sqrt{7}; \text{ в) } \sqrt{245}; \text{ г) } \sqrt{200}.$$

8. Мале підприємство виробляє товари А і В. Загальні щоденні витрати  $V$  на виробництво  $x$  одиниць товару А та  $y$  одиниць товару В відомі  $V = 475 - 4x - 14y + 0,1x^2 + 0,7y^2$ . Визначити кількість одиниць товарів А і В, яку потрібно виробляти, щоб загальні витрати підприємства були мінімальними.

а)  $x = 30; y = 20$ ; б)  $x = 20; y = 10$ ; в)  $x = 15; y = 5$ ; г)  $x = 40; y = 50$ .

9. Знайти оптимальне значення виробничої функції  $z = -2x^2 + xy - \frac{y^2}{2} + 7x - y + 3$

а)  $z_{max} = 9,5$ ; б)  $z_{min} = 0$ ; в)  $z_{max} = 9$ ; г)  $z_{min} = -2$ .

10. За даною емпіричною таблицею знайти лінійну залежність між  $x$  і  $y$  ( $k$  і  $b$  до сотих заокруглити)

$x$	-3	-1	1	1	3
$y$	2	3	4	6	7

а)  $y = 0,4x + 4,2$ ; б)  $y = 0,53x + 4,294$ ; в)  $y = 0,6x + 5$ ; г)  $y = 0,6x + 4,29$ .

## Варіант 9

1. Повним приростом функції  $z = f(x, y)$  в т.  $M(x; y)$  називають :

а) різницю  $\Delta z = f(x + \Delta x; y + \Delta y) - f(x; y)$ ;    б)  $\Delta z = \Delta_y z - \Delta_x z$ ;

в)  $\Delta z = f(x + x_0; y + y_0) - f(x; y)$ ;    г)  $\Delta z = dy - dx$ .

2. Що називають похідною функції по напрямку:

а) повний приріст функції  $\Delta z = f(x_0 + \Delta x; y + \Delta y) - f(x; y)$ ;

б) повний диференціал функції  $dz = z'_x dx + z'_y dy$ ;

в)  $\frac{dz}{dl} = \frac{\partial z}{\partial x} \cos \varphi + \frac{\partial z}{\partial y} \sin \varphi$ ;    г)  $\vec{g} = \frac{\partial z}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial z}{\partial y} \vec{j}$ .

3. Знайти область визначення функції  $z = \sqrt{1 - \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4}}$ :

а)  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1$ ; б)  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 1$ ; в)  $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} \geq 1$ ; г)  $x^2 + y^2 \leq 1$ .

4. Знайти градієнт функції  $y = \ln(x^2 + y^2)$  в точці  $M_0(3;4)$

а)  $\frac{2}{5}$ ; б)  $\frac{4}{25}$ ; в)  $\frac{6}{25} \vec{i} + \frac{8}{25} \vec{j}$ ; г)  $\frac{9}{25}$ .

5. Знайти мішану похідну II порядку  $z''_{xy}$  функції  $z = e^{x^2 y}$ :

а)  $2e^{x^2 y}$ ; б)  $2xe^{x^2 y}(1 + yx^2)$ ; в)  $ye^{x^2 y}(1 + xy^2)$ ; г)  $1 + yx^2$ .

6. Знайти еластичність функції  $q$  ( $E_{p_1}(q)$ ;  $E_{p_2}(q)$ ) при заданих  $p_1$  і  $p_2$

$q = 2p_1^3 p_2 + p_2^2$ ,  $p_1 = 1$ ;  $p_2 = 1$

а)  $(2; \frac{4}{3})$ ; б)  $(\frac{3}{4}; 2)$ ; в)  $(\frac{7}{3}; 1)$ ; г)  $(\frac{2}{3}; \frac{3}{4})$

7. Знайти частинні похідні I-го порядку функції  $z = \cos(2xy^3)$ :

а)  $\begin{cases} z'_x = -6xy^2 \sin(2xy^3) \\ z'_y = -2y^3 \sin(2xy^3) \end{cases}$ ; б)  $\begin{cases} z'_x = -2y^3 \sin(2xy^3) \\ z'_y = -6xy^2 \sin(2xy^3) \end{cases}$ ; в)  $\begin{cases} z'_x = -y^3 \sin(2xy^3) \\ z'_y = -xy^2 \sin(2xy^3) \end{cases}$ ; г)

$\begin{cases} z'_x = 2x \sin(2xy^3) \\ z'_y = y^3 \sin(2xy^3) \end{cases}$ .

8. Мале підприємство виробляє товари А і В. Загальні щоденні витрати  $V$  (у гривнях) на виробництво  $x$  одиниць товару А та  $y$  одиниць товару В відомі:

$$V = 591 - 15x - 6y + 0,5x^2 + 0,3y^2.$$

Визначити кількість одиниць товарів А і В, яку потрібно виробляти, щоб загальні витрати підприємства були мінімальними

а)  $x = 7; y = 14$ ; б)  $x = 5; y = 10$ ; в)  $x = 10; y = 15$ ; г)  $x = 15; y = 10$ .

9. Знайти оптимальне значення виробничої функції  $z = -2x^2 + 3xy - 3y^2 + x + 3y + 6$

а)  $z_{min} = 15$ ; б)  $z_{max} = 8$ ; в)  $z_{min} = 4$ ; г)  $z_{max} = 4$ .

10. За даною емпіричною таблицею знайти лінійну залежність між  $x$  і  $y$  ( $k$  і  $b$  до сотих заокруглити)

$x$	-2	-1	1	2	3
$y$	5	7	4	2	4

а)  $y = -0,69x + 5,75$ ; б)  $y = -0,59x + 4,75$ ; в)  $y = -0,42x + 5$ ; г)  $y = -0,6x + 7$ .

## Варіант 10

1. Достатня умова екстремуму функції:

а) якщо в т.  $M_0(x_0; y_0)$   $z = f(x, y)$  досягає екстремуму, то  $\begin{cases} z'_x = 0 \\ z'_y = 0 \end{cases}$  і  $D = AC - B^2 > 0$ ;

б)  $z = f(x, y)$  досягає екстремуму, якщо існують частинні похідні II-го порядку і вони не дорівнюють 0;

в) якщо  $z'_x(x_0; y_0) = 0; z'_y(x_0; y_0) = 0$ , то функція в т.  $M_0$  досягає екстремуму;

г) якщо  $D > 0$ , то в т.  $M_0(x_0; y_0)$  функція  $z = f(x, y)$  має екстремум, якщо  $D < 0$ , то екстремуму немає. Якщо  $D > 0$  і  $A > 0$ , то досягає мінімуму,  $D > 0$  і  $A < 0$  - максимуму.

2. Повним диференціалом функції називається головна лінійна частина приросту функції відносно  $\Delta x$  і  $\Delta y$   $dz = Adx + Bdy$ :

а)  $dz = Adx + Bdy$ ; б)  $dz = \partial x dx + \partial y dy$ ; в)  $dz = z''_{xx} dx + z''_{yy} dy$ ; г)  $dz = (A - B)dx + (A + B)dy$ .

3. Знайти область визначення функції  $z = \ln(x^2 + y^2 - 16)$ :

а)  $x^2 + y^2 > 16$ ; б)  $x^2 + y^2 < 16$ ; в)  $x^2 + y^2 < 4$ ; г)  $x^2 + y^2 > -4$ .

4. Знайти частинні похідні I-го порядку функції  $z = \operatorname{tg}(x^2 y^3)$ :

$$\text{а) } \begin{cases} z'_x = \frac{2xy^3}{\operatorname{ctg} x^2 y^3} \\ z'_y = \frac{x^2 y^3}{\operatorname{tg} x^2 y^3} \end{cases}; \quad \text{б) } \begin{cases} z'_x = \frac{-2xy^3}{\sin^2 x^2 y^3} \\ z'_y = -\frac{3x^2 y^2}{\sin^2 x^2 y^3} \end{cases}; \quad \text{в) } \begin{cases} z'_x = \frac{2xy^3}{\cos^2 x^2 y^3} \\ z'_y = \frac{3x^2 y^2}{\cos^2 x^2 y^3} \end{cases}; \quad \text{г) } \begin{cases} z'_x = \frac{\sin x^2 y^3}{\cos^2 x^2 y^3} \\ z'_y = \frac{\cos x^2 y^3}{\sin^2 x^2 y^3} \end{cases}.$$

5. Знайти мішану похідну II порядку  $z''_{xy}$  функції  $z = \frac{y}{x}$ :

а)  $-\frac{1}{x^2}$ ; б)  $-\frac{y}{x^2}$ ; в)  $\frac{x}{y^2}$ ; г)  $-\frac{x^2}{y^3}$ .

6. Знайти еластичність функції  $q$  ( $E_{p_1}(q)$ ;  $E_{p_2}(q)$ ) при заданих  $p_1$  і  $p_2$

$q = p_1^2 + 5p_1 p_2^2$ ,  $p_1 = 2$ ;  $p_2 = 1$

а)  $(\frac{7}{9}; \frac{7}{10})$ ; б)  $(\frac{1}{7}; \frac{9}{7})$ ; в)  $(\frac{4}{7}; \frac{10}{7})$ ; г)  $(\frac{9}{7}; \frac{10}{7})$

7. Знайти градієнт функції  $z = x^2 - xy + y^2$  в точці  $M_0(1; 1)$

а)  $\sqrt{1}$ ; б)  $\sqrt{2}$ ; в)  $\sqrt{3}$ ; г)  $\sqrt{5}$ .

8. Мале підприємство виробляє товари А і В. Загальні щоденні витрати  $V$  (у гривнях) на виробництво  $x$  одиниць товару А та  $y$  одиниць товару В відомі:

$$V = 567 - 9x - 6y + 0,3x^2 + 0,3y^2.$$

Визначити кількість одиниць товарів А і В, яку потрібно виробляти, щоб загальні витрати підприємства були мінімальними

а)  $x = 20; y = 10$ ; б)  $x = 15; y = 20$ ; в)  $x = 15; y = 10$ ; г)  $x = 10; y = 10$ .

9. Знайти оптимальне значення виробничої функції  $z = -2x^2 + xy - 2y^2 + 9x - 6y + 5$

а)  $z_{\max} = 17$ ; б)  $z_{\min} = 15$ ; в)  $z_{\max} = 10$ ; г)  $z_{\min} = 0$ .

10. За даною емпіричною таблицею знайти лінійну залежність між  $x$  і  $y$  ( $k$  і  $b$  до сотих заокруглити)

$x$	3	3	5	5	7
$y$	1	3	3	5	7

а)  $y = x - 2$ ; б)  $y = 1,6x - 4$ ; в)  $y = 1,21x - 1,778$ ; г)  $y = 2x - 1,76$ .

## Інтегральне числення

### Варіант 1

1. Чому дорівнює інтеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + \alpha}}$  ?

а)  $\ln|x^2 + \sqrt{x^2 + \alpha}| + C$ ; б)  $\ln|x - \sqrt{x^2 + \alpha}| + C$ ; в)  $\ln|x + \sqrt{x^2 + \alpha}| + C$ ; г)  $\arcsin \frac{x}{\sqrt{\alpha}} + 1$ .

2. Записати формулу Ньютона-Лейбніца для визначеного інтегралу

а)  $\int_a^b f(x)dx = F(a) + F(b)$ ; б)  $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ ; в)  $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$ ;

г)  $\int_a^b f(x)dx = F(x) \Big|_a^b$ .

3. Граничний дохід  $D'(x) = x^3 + 3\sqrt{x} + 5$ . Знайти дохід  $D(x)$ , якщо  $D(0) = 0$ .

а)  $3x^2 + \frac{1}{\sqrt{x}}$ ; б)  $x^4 + 3x^{3/2} + 5$ ; в)  $\frac{x^4}{4} + 2x\sqrt{x} + 5x$ ; г)  $\frac{x^4}{4} + 2x^2 + 5$ .

4. Обчислити  $\int \frac{xdx}{\sqrt{1+4x^2}}$

а)  $\sqrt{1+4x^2} + C$ ; б)  $\frac{1}{\sqrt{1+4x^2}}x$ ; в)  $\frac{2}{\sqrt{1+4x^2}} + C$ ; г)  $\frac{1}{4}\sqrt{1+4x^2} + C$ .

5. Обчислити  $\int xe^{2x} dx$

а)  $e^{2x}(x - \frac{1}{2}) + C$ ; б)  $\frac{1}{4}e^{2x}(x - \frac{1}{2}) + C$ ; в)  $\frac{1}{2}e^{2x}(x - \frac{1}{4}) + C$ ; г)  $\frac{1}{2}e^{2x}(x - \frac{1}{2}) + C$ .

6. Обчислити  $\int \sin^3 x dx$

а)  $-\sin x + \frac{\cos^3 x}{3} + C$ ; б)  $-\cos x + \frac{\cos^3 x}{3} + C$ ; в)  $-\sin x + \frac{\sin^3 x}{3} + C$ ; г)  $-\sin x + \frac{\cos^3 x}{2} + C$ ;

7. Обчислити визначений інтеграл  $\int_0^2 \frac{3x+2}{x^2+4} dx$

а)  $\frac{1}{2} \ln 2 + \frac{\pi}{3}$ ; б)  $\frac{3}{2} \ln 2 + \frac{\pi}{4}$ ; в)  $\frac{1}{2} \ln 4 + \frac{\pi}{4}$ ; г)  $\ln 2 + \frac{\pi}{4}$ .

8. Обчислити невластний інтеграл  $\int_0^{\infty} e^{-2x} dx$

а)  $\frac{1}{4}$ ; б)  $\frac{2}{3}$ ; в)  $\frac{1}{2}$ ; г)  $-\frac{1}{2}$ .

9. Знайти площу плоскої фігури, обмеженої лініями:  $y = -x^2 + 2$ ;  $y = x^2$

а)  $\frac{4}{3}$  кв.од.; б)  $\frac{2}{3}$  кв.од.; в)  $\frac{7}{3}$  кв.од.; г)  $\frac{8}{3}$  кв.од..

10. Швидкості зміни витрат і доходу підприємства після початку його діяльності визначались формулами:  $V'(t) = 6 + 2\sqrt{t}$ ,  $D'(t) = 21 - 3\sqrt{t}$ . Тут  $V$  і  $D$  вимірювались у мільйонах гривень, а  $t$  - у роках. Визначити тривалість прибуткового існування підприємства і знайти загальний прибуток, що одержали за це час.

а)  $t = 8$ ; 35; б)  $t = 9$ ; 45; в)  $t = 7$ ; 46; г)  $t = 8$ ; 50.

## Варіант 2

1. Яка підстановка для інтегралу  $\int R(x, \sqrt{a^2 - x^2}) dx$ ?
- а)  $x = \sin t$ ; б)  $x = \cos t$ ; в)  $x = a \cos t$ ; г)  $x = atgt$ .
2. Чому дорівнює похідна від інтегралу із змінною верхньою межею  $\left[ \int_a^x f(t) dt \right]_x'$ ?
- а)  $f(x)dx$ ; б)  $f(a)$ ; в)  $f(t)$ ; г)  $f(x)$ .
3. Задано граничний дохід, який дорівнює  $D'(x) = x^2 + \frac{2}{\sqrt{x}} + 4$ . Знайти дохід  $D(x)$ , якщо  $D(9) = 100$ .
- а)  $D(x) = \frac{1}{3}x^3 + 4\sqrt{x} + 4x + 200$ ; б)  $D(x) = \frac{1}{3}x^3 + 4\sqrt{x} + 4x - 191$ ;  
в)  $D(x) = \frac{1}{3}x^3 + 4\sqrt{x} + 4x - 180$ ; г)  $D(x) = \frac{1}{3}x^3 + 4\sqrt{x} + 4x - 200$ .
4. Обчислити інтеграл  $\int \sqrt{x} \ln x dx$
- а)  $x\sqrt{x}(\ln x - 2) + C$ ; б)  $\frac{2}{3}x\sqrt{x}(\ln x - \frac{2}{3}) + C$ ; в)  $2x\sqrt{x}(\ln x - 3) + C$ ;  
г)  $\frac{2}{3}x\sqrt{x}(\ln x + 1) + C$ .
5. Обчислити інтеграл  $\int \frac{3x+5}{x^2+9} dx$
- а)  $\frac{1}{2} \ln(x^2+9) + \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{3} + C$ ; б)  $\frac{1}{3} \ln(x^2+9) + \frac{5}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{3} + C$ ;  
в)  $1,5 \ln(x^2+9) + \frac{5}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{3} + C$ ; г)  $0,5 \ln(x^2+9) + \operatorname{arctg} \frac{x}{3} + C$ .
6. Обчислити інтеграл  $\int \cos^3 x dx$
- а)  $\cos x - \frac{1}{3} \cos^3 x + C$ ; б)  $\cos x - \frac{1}{3} \sin^3 x + C$ ; в)  $\sin x + \frac{1}{3} \cos^3 x + C$ ; г)  $\sin x - \frac{1}{3} \sin^3 x + C$ .
7. Обчислити визначений інтеграл  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{5x+4}}$
- а)  $\frac{2}{5}$ ; б)  $\frac{3}{5}$ ; в)  $\frac{1}{5}$ ; г)  $\frac{4}{5}$ .
8. Обчислити невластний інтеграл  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^3}$ . а) 2; б)  $\frac{1}{2}$ ; в)  $\frac{1}{3}$ ; г)  $\frac{2}{3}$ .
9. Знайти площу плоскої фігури, обмеженої лініями:  $y = \frac{2}{x}$  і  $y = 3 - x$ .
- а)  $2,5 + 2 \ln 2$ ; б)  $1,5 - \ln 2$ ; в)  $1,5 + \ln 2$ ; г)  $1,5 - 2 \ln 2$ .
10. Виробник реактивних двигунів оцінює рівень затрат на обслуговування двигунів функцією від годин роботи двигуна  $R(x) = 40 - 0,3x^2$ ,  $x$  - кількість годин і  $R(x)$  - затрати на ремонт (у гривнях). Які затрати очікуються протягом перших 10 год. роботи?
- а) 200грн.; б) 300грн.; в) 400грн.; г) 250грн.

### Варіант 3

1. Яка заміна для інтегралу  $\int R(x, \sqrt{x^2 + a^2}) dx$  ?  
а)  $a \sin t$ ; б)  $a \cos t$ ; в)  $tgt$ ; г)  $actgt$ .
2. Як записується формула Ньютона-Лейбніца?  
а)  $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$ ; б)  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ ;  
в)  $\int_a^b f(x) dx = F(a) + F(b)$ ; г)  $\int_a^b f(x) dx = F(x)|_a^b$ .
3. Нехай гранична ціна за продану продукцію описується функцією  $p'(x) = x + 100$ , де  $x$  кількість проданої продукції. Якою буде загальна функція ціни за продану продукцію, якщо ціна 100 одиниць продукції дорівнює 40000?  
а)  $p(x) = x^2 + 100x + 34000$ ; б)  $p(x) = x^2 + 50x + 30000$ ;  
в)  $p(x) = \frac{x^2}{2} + 50x + 34000$ ; г)  $p(x) = \frac{x^2}{2} + 100x + 26000$ .
4. Обчислити інтеграл  $\int x \sin 2x dx$   
а)  $-\frac{1}{2}x \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$ ; б)  $\frac{1}{2}x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + C$ ;  
в)  $-\frac{1}{2}x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + C$ ; г)  $-\frac{1}{2}x \sin 2x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$ .
5. Обчислити інтеграл  $\int \frac{2x+3}{x^2-3x+2} dx$   
а)  $5 \ln|x+1| + 7 \ln|x+2| + C$ ; б)  $-5 \ln|x-1| + 7 \ln|x-2| + C$ ;  
в)  $5 \ln|x+1| - 7 \ln|x+2| + C$ ; г)  $-5 \ln|x-2| + 7 \ln|x-1| + C$ .
6. Обчислити інтеграл  $\int \sin^2 x dx$   
а)  $\frac{1}{2}(x + \frac{1}{2} \cos 2x) + C$ ; б)  $\frac{1}{2}(x - \frac{1}{2} \cos 2x) + C$ ; в)  $\frac{1}{2}(x - \frac{1}{2} \sin 2x) + C$ ; г)  $x - \frac{1}{2} \sin 2x + C$ .
7. Обчислити визначений інтеграл  $\int_0^1 x \sqrt{5x^2 + 4} dx$ . а)  $\frac{19}{25}$ ; в)  $\frac{19}{15}$ ; б)  $\frac{18}{15}$ ; г)  $\frac{20}{15}$ .
8. Обчислити невластний інтеграл  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{4+x^2}$   
а)  $\frac{\pi}{4}$ ; б)  $-\frac{\pi}{4}$ ; в)  $\frac{\pi}{2}$ ; г)  $\pi$ .
9. Знайти об'єм тіла, утвореного обертанням плоскої фігури, обмеженої лініями:  
 $y = \frac{4}{x}$ ;  $y = 0$ ;  $x = 2$ ;  $x = 4$  навколо осі  $Ox$ .  
а)  $2\pi$  куб.од.; б)  $3\pi$  куб.од.; в)  $5\pi$  куб.од.; г)  $4\pi$  куб.од..
10. Функція граничного доходу задається формулою  $D'(x) = -0,02x + 10$ , де  $x$  - кількість проданих одиниць товару. Визначити загальний дохід від продажу 100 одиниць товару.  
а) 900; б) 88; в) 99; г) 98.

### Варіант 4

1. Чому дорівнює  $\int \frac{du}{\sqrt{u^2 + \alpha}}$  ?

а)  $\ln(\sqrt{u^2 + \alpha}) + C$ ; б)  $\arcsin \frac{u}{\sqrt{\alpha}} + C$ ; в)  $\ln|u + \sqrt{u^2 + \alpha}| + C$ ; г)  $\ln(\sqrt{u^2 + \alpha}) + C$ .

2. Нехай  $V(x)$  - функція загальних видатків на виробництво  $x$  - одиниць продукції;  $V'(x)$  - функція маржинальних видатків. За якою формулою знаходиться зміна загальних видатків при зростанні кількості одиниць продукції від  $a$  до  $b$  ?

а)  $V'(b) - V'(a)$ ; б)  $\int_a^b V'(x) dx$ ; в)  $V(a) - V(b)$ ; г)  $V'(a) - V'(b)$ .

3. Граничний дохід фірми описується функцією  $D'(x) = 50000 - x$ , де  $x$  - кількість виробленої продукції. Якою буде функція сумарного доходу фірми, якщо нульовий випуск продукції дає нульовий дохід?

а)  $5000 - \frac{x^2}{2}$ ; б)  $50000x - \frac{x^2}{2}$ ; в)  $5000x - x$ ; г)  $25000 - \frac{x^2}{2}$ .

4. Обчислити інтеграл  $\int x \ln x dx$

а)  $\frac{x^2}{2} (\ln x - \frac{1}{2}) + C$ ; б)  $\frac{x}{2} (\ln x - \frac{1}{2}) + C$ ; в)  $\frac{x^2}{2} (\ln x + \frac{1}{2}) + C$ ; г)  $\frac{x^2}{2} (\ln x + \frac{x}{2}) + C$ .

5. Обчислити інтеграл  $\int \frac{2x+3}{x^2-4} dx$

а)  $\frac{1}{4} \ln|x-2| + \frac{1}{7} \ln|x+2| + C$ ; б)  $\frac{7}{4} \ln|x+2| - \frac{1}{4} \ln|x-2| + C$ ;  
в)  $\frac{7}{4} \ln|x-2| + \frac{1}{4} \ln|x+2| + C$ ; г)  $\frac{1}{4} \ln|x-2| + \frac{7}{7} \ln|x+2| + C$ .

6. Обчислити інтеграл  $\int \sin 2x \cos 3x dx$

а)  $\frac{1}{10} \sin 5x + \frac{1}{2} \cos x + C$ ; б)  $-\frac{1}{10} \sin 5x + \frac{1}{2} \sin x + C$ ;  
в)  $\frac{1}{2} \cos 5x + \cos x + C$ ; г)  $-\frac{1}{10} \cos 5x + \frac{1}{2} \cos x + C$ .

7. Обчислити визначений інтеграл  $\int_0^1 \frac{xdx}{\sqrt{3x^2+1}}$

а)  $\frac{1}{2}$ ; б)  $\frac{1}{3}$ ; в)  $\frac{1}{5}$ ; г)  $\frac{1}{4}$ .

8. Обчислити невластний інтеграл  $\int_0^{\infty} e^{-3x} dx$ . а) 1; б)  $\frac{1}{2}$ ; в)  $\frac{1}{3}$ ; г) -3.

9. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями  $y = x^2$  і  $y = 4x - 3$

а)  $\frac{2}{3}$  кв.од.; б)  $\frac{1}{3}$  кв.од.; в)  $\frac{5}{3}$  кв.од.; г)  $\frac{4}{3}$  кв.од

10. Функція граничного доходу задається формулою  $D'(x) = -0,02x + 10$ , де  $x$  - кількість проданих одиниць товару. Яким буде додатковий дохід, пов'язаний із зростанням продажу від 200 до 300 одиниць.

а) 400; б) 200; в) 300; г) 500.

## Варіант 5

1. Яка підстановка для  $\int R(\sin x, \cos x) dx$   
а)  $t = \sin x$ ; б)  $t = \operatorname{tg} x$ ; в)  $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$ ; г)  $t = \operatorname{ctg} x$ .
2. Нехай  $D(x)$  - функція загальних доходів на виробництво  $x$  одиниць продукції;  $D'(x)$  - функція маржинальних доходів. За якою формулою знаходиться зміна загальних доходів при зростанні кількості одиниць продукції від  $a$  до  $b$ ?  
а)  $D'(b) - D'(a)$ ; б)  $D'(a) - D'(b)$ ; в)  $\int_a^b D'(x) dx$ ; г)  $D(a) - D(b)$ .
3. Граничні витрати фірми описуються функцією  $V'(x) = 0,02x + 5$ , де  $x$  - кількість виробленої продукції. Якою буде функція сумарних витрат, якщо нульовий випуск продукції дає нульові витрати?  
а)  $0,2x^2 + 5x$ ; б)  $0,01x^2 + 5x$ ; в)  $x^2 + 5x$ ; г)  $0,01x^2 + x$ .
4. Обчислити інтеграл  $\int x^2 \ln x dx$   
а)  $\frac{x^2}{2} (\ln x - \frac{1}{2}) + C$ ; б)  $\frac{x}{2} (\ln x - \frac{1}{2}) + C$ ; в)  $\frac{x^3}{2} (\ln x - \frac{1}{3}) + C$ ; г)  $\frac{x^3}{3} (\ln x - \frac{1}{3}) + C$ .
5. Обчислити інтеграл  $\int \frac{dx}{x^2 - 4}$   
а)  $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C$ ; б)  $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{x+2}{x-2} \right| + C$ ; в)  $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x+2}{x-2} \right| + C$ ; г)  $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C$ .
6. Обчислити інтеграл  $\int \operatorname{tg}^2 x dx$   
а)  $\operatorname{ctg} x - x + C$ ; б)  $\operatorname{tg} x - x + C$ ; в)  $\operatorname{tg} x + x + C$ ; г)  $\operatorname{ctg} x + x + C$ .
7. Обчислити визначений інтеграл  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{5x+4}}$   
а)  $\frac{4}{5}$ ; б)  $\frac{3}{5}$ ; в)  $\frac{1}{5}$ ; г)  $\frac{2}{5}$ .
8. Обчислити невластний інтеграл  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$   
а)  $\frac{\pi}{4}$ ; б)  $\frac{\pi}{2}$ ; в)  $\frac{\pi}{3}$ ; г)  $\pi$ .
9. Знайти площу фігури, обмеженої лініями  $y = -x^2 + 2$ ;  $y = x^2$   
а)  $\frac{5}{3}$  кв.од.; б)  $\frac{7}{3}$  кв.од.; в)  $2$  кв.од.; г)  $\frac{8}{3}$  кв.од..
10. Швидкості зміни витрат і доходу підприємства після початку його діяльності визначались формулами  $V'(t) = 4 + 2\sqrt[4]{t^3}$ ,  $D'(t) = 8 - 2\sqrt[4]{t^3}$ ,  $V$  і  $D$  вимірювались в мільйонах грн., а  $t$  - у роках. Знайти загальний прибуток, за час прибуткового існування.  
а)  $3$ ; б)  $2$ ; в)  $\frac{12}{7}$ ; г)  $\frac{12}{5}$ .



## Варіант 6

1. Яка підстановка для інтеграла  $\int R(x, \sqrt[n]{ax+b}) dx$ ?  
а)  $t = \sqrt{ax+b}$ ; б)  $t = \sqrt[n]{ax+b}$ ; в)  $t = \sqrt[3]{ax+b}$ ; г)  $t^2 = ax+b$ .
2. Нехай  $P(x)$  – функція загальних прибутків на виробництво  $x$  одиниць продукції;  $P'(x)$  – функція маржинальних прибутків. За якою формулою знаходиться зміна загальних прибутків при зростанні кількості одиниць продукції від  $a$  до  $b$ ?  
а)  $P'(b) - P'(a)$ ; б)  $P'(a) - P'(b)$ ; в)  $\int_a^b P'(x) dx$ ; г)  $\int_a^b P(x) dx$ .
3. Граничні витрати фірми описуються функцією  $V'(x) = 0,04x^2 + 4\sqrt{x}$ , де  $x$  – кількість виробленої продукції. Якою буде функція сумарних витрат, якщо нульовий випуск продукції дає нульові витрати?  
а)  $0,4x^3 + \sqrt{x}$ ; б)  $0,08x + \frac{2}{\sqrt{x}}$ ; в)  $0,03x^3 + \frac{8}{3}x\sqrt{x}$ ; г)  $\frac{0,04x^3}{3} + \frac{8}{3}x\sqrt{x}$ .
4. Обчислити інтеграл  $\int xe^{3x} dx$ .  
а)  $xe^{3x} - e^{3x} + C$ ; б)  $\frac{1}{3}e^{3x}\left(x - \frac{1}{3}\right) + C$ ; в)  $e^{3x}\left(x - \frac{1}{3}\right) + C$ ; г)  $e^{3x}\left(\frac{1}{9}x - \frac{1}{3}\right) + C$ .
5. Обчислити інтеграл  $\int \frac{2x+3}{x^2-9} dx$ .  
а)  $\frac{1}{2}\ln|x-3| + \frac{1}{3}\ln|x+3| + C$ ; б)  $\frac{3}{4}\ln|x-3| + \frac{1}{2}\ln|x+3| + C$ ; в)  $1,5\ln|x-3| + 0,5\ln|x+3| + C$ ; г)  $2\ln|x-3| + \ln|x+3| + C$ .
6. Обчислити інтеграл  $\int \frac{dx}{\sin x}$ .  
а)  $\ln\left|\operatorname{ctg} \frac{x}{2}\right| + C$ ; б)  $\ln|\operatorname{tg} x| + C$ ; в)  $\ln|\operatorname{ctg} x| + C$ ; г)  $\ln\left|\operatorname{tg} \frac{x}{2}\right| + C$ .
7. Обчислити визначений інтеграл  $\int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{5x^2+4}}$ .  
а)  $\frac{1}{5}$ ; б)  $\frac{1}{4}$ ; в)  $\frac{1}{3}$ ; г)  $\frac{1}{2}$ .
8. Обчислити невластний інтеграл  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x}}$ . а) 1; б) 2; в) 2,5; г) 1,5.
9. Обчислити об'єм тіла, утвореного обертанням плоскої фігури, обмеженої лініями  $y = \frac{3}{x+2}$ ;  $x = 1$ ;  $x = 4$  навколо осі  $OX$ .  
а) 3  $\pi$  куб. од.; б) 23  $\pi$  куб. од.; в) 2,5  $\pi$  куб. од.; г) 1,5  $\pi$  куб. од.
10. Швидкість зміни витрат і доходу підприємства від початку його діяльності визначаються формулами  $V'(t) = 7 + \sqrt{t}$ ,  $D'(t) = 27 - 3\sqrt{t}$ . Тут  $V$  і  $D$  вимірювалися в мільйонах грн., а  $t$  – у роках. Визначити загальний прибуток за час прибуткового функціонування підприємства.  
а)  $168\frac{1}{3}$ ; б) 168; в)  $166\frac{2}{3}$ ; г) 169.

### Варіант 7

1. Чому дорівнює диференціал від невизначеного інтеграла  $d \int f(x) dx$  ?

а)  $f(x)$ ; б)  $f'(x)dx$ ; в)  $\int f(x)dx$ ; г)  $f(x)dx$ .

2. Яка площа фігури обмеженої лініями

$$y = f_1(x), y = f_2(x), x = a, x = b, f_2(x) \geq f_1(x), a < b.$$

а)  $\int_a^b [f_1(x) - f_2(x)] dx$ ; б)  $\int_a^b [f_1(x) + f_2(x)] dx$ ; в)  $\int_b^a [f_2(x) - f_1(x)] dx$ ; г)  $\int_a^b [f_2(x) - f_1(x)] dx$ .

3. Гранична ціна від продажу продукції виражена  $P'(x) = 2x + 40$ , де  $x$  – кількість проданої продукції. Знайти загальну функцію ціни від продажу продукції. Якщо ціна 10 одиниць продукції становить 1000 грн.

а)  $x^2 + 40x + 200$ ; б)  $x^2 + 40x + 300$ ; в)  $x^2 + 40x + 400$ ; г)  $x^2 + 40x + 500$ .

4. Обчислити інтеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{4x - x^2}}$ .

а)  $\arccos \frac{x-2}{2} + C$ ; б)  $\arctg \frac{x-2}{2} + C$ ; в)  $\arcsin \frac{x-2}{2} + C$ ; г)  $\arcsin \frac{x-2}{\sqrt{2}} + C$ .

5. Обчислити інтеграл  $\int \arctg x dx$ .

а)  $x \cdot \arctg x - \frac{1}{2} \ln(1 + x^2) + C$ ; б)  $\arctg x - \frac{1}{2} \ln(1 + x^2) + C$ ; в)  $x \cdot \arctg x + \ln(1 + x^2) + C$ ;

г)  $x \cdot \arctg x - \ln(1 + x^2) + C$ .

6. Обчислити інтеграл  $\int \frac{2x+1}{x^2-3x+2} dx$ .

а)  $-3 \ln|x-1| + 4 \ln|x-2| + C$ ; б)  $-3 \ln|x-1| + 5 \ln|x-2| + C$ ; в)  $2 \ln|x-1| + 5 \ln|x-2| + C$ ; г)  $-3 \ln|x-1| + \ln|x-2| + C$ .

7. Обчислити інтеграл  $\int_0^1 x \sqrt{4+5x^2} dx$ .

а)  $\frac{17}{15}$ ; б)  $\frac{19}{25}$ ; в)  $\frac{19}{15}$ ; г)  $\frac{18}{15}$ .

8. Обчислити невластний інтеграл  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{(3x+2)^2}$ .

а)  $\frac{1}{15}$ ; б)  $\frac{2}{25}$ ; в)  $\frac{3}{5}$ ; г)  $\frac{1}{16}$ .

9. Знайти площу фігури, обмеженої лініями  $y = x^2$ ,  $y = 3x - 2$ .

а)  $\frac{1}{3}$  кв. од.; б)  $\frac{1}{2}$  кв. од.; в)  $\frac{2}{3}$  кв. од.; г)  $\frac{1}{6}$  кв. од.

10. Надходження товару на склад виражається функцією  $y_1 = 0,005t^2 - 0,2t + 70$ , а реалізація цього товару – функцією  $y_2 = 0,002t^2 - 0,2t + 50$ , де  $t$  – кількість днів.

Визначити запас товару в умовних одиницях по закінченню 50 робочих днів.

а) 1120; б) 1130; в) 1135; г) 1125.

## Варіант 8

1. Яку потрібно зробити підстановку для інтегралу  $\int \sin^m x \cos^n x dx$ , якщо  $n$  - додатне ціле непарне число?  
а)  $t = \sin x$ ; б)  $t = \cos x$ ; в)  $t = \operatorname{tg} x$ ; г)  $t = \operatorname{ctg} x$ .
2. Чому дорівнює інтеграл  $\int_a^b [k_1 f_1(x) \pm k_2 f_2(x)] dx$ ?  
а)  $\int_a^b f_1(x) dx \pm \int_a^b f_2(x) dx$ ; б)  $k_1 \int_a^b f_1(x) dx \pm k_2 \int_a^b f_2(x) dx$ ;  
в)  $k_1 \int_b^a f_1(x) dx \pm k_2 \int_b^a f_2(x) dx$ ; г)  $\int_b^a k_1 f_1(x) dx \pm \int_b^a k_2 f_2(x) dx$ .
3. Нехай гранична ціна за продану продукцію описується функцією  $P'(x) = 2x + 200$ , де  $x$  - кількість проданої продукції. Якою буде загальна функція ціни за продану продукцію, якщо ціна 10 одиниць продукції дорівнює 5000 грн.?  
а)  $x^2 + 200x + 3000$ ; б)  $x^2 + 200x + 3100$ ; в)  $x^2 + 200x + 3200$ ; г)  $x^2 + 200x + 2900$ .
4. Обчислити інтеграл  $\int \frac{x dx}{\cos^2 x}$   
а)  $x \operatorname{tg} x + \ln|\cos x| + C$ ; б)  $x \operatorname{tg} x - \ln|\cos x| + C$ ; в)  $x \operatorname{tg} x + \ln|\sin x| + C$ ; г)  $x \operatorname{tg} x - \ln|\sin x| + C$ .
5. Обчислити інтеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 4x}}$   
а)  $\arcsin \frac{x+2}{2} + C$ ; б)  $\arccos \frac{x+2}{2} + C$ ; в)  $\ln|x+2 + \sqrt{x^2 + 4x}| + C$ ; г)  $2\sqrt{x^2 + 4x} + C$ .
6. Обчислити інтеграл  $\int \frac{dx}{(3x+2)^4}$   
а)  $\frac{1}{9(3x+2)^2} + C$ ; б)  $-\frac{1}{9(3x+2)^3} + C$ ; в)  $\frac{1}{9(3x+2)^3} + C$ ; г)  $-\frac{1}{4(3x+2)^3} + C$ .
7. Обчислити інтеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx$ .      а)  $\frac{1}{2}$ ; б)  $\frac{1}{4}$ ; в)  $\frac{1}{3}$ ; г)  $\frac{1}{5}$ .
8. Обчислити невластний інтеграл  $\int_0^{\infty} e^{-4x} dx$ .      а)  $\frac{1}{4}$ ; б) 1; в)  $-\frac{1}{2}$ ; г) -1.
9. Обчислити об'єм тіла, утвореного обертанням плоскої фігури, обмеженої лініями  $y^2 = 4x$ ,  $x = 2$ , навколо осі  $Ox$   
а)  $6\pi$  куб.од.; б)  $4\pi$  куб.од.; в)  $2\pi$  куб.од.; г)  $8\pi$  куб.од.
10. Виробник реактивних двигунів оцінює рівень затрат на обслуговування двигунів функцією від годин роботи двигуна  $V(x) = 20 - 0,3x^2$ , де  $x$  - кількість годин, і  $V(x)$  - затрати на ремонт (у гривнях). Які затрати очікуються протягом перших десяти годин роботи?  
а) 100; б) 150; в) 200; г) 300.

## Варіант 9

1. Яку заміну змінної необхідно зробити для обчислення інтеграла  $\int R(x, \sqrt{x^2 + a^2}) dx$ ?

а)  $x = a \sin t$ ; б)  $x = a \cdot \cos t$ ; в)  $x = a \cdot \operatorname{tg} t$ ; г)  $x = \operatorname{tg} t$ .

2. Чому дорівнює похідна від інтеграла  $\left[ \int_a^x f(t) dt \right]'$ ?

а)  $f(a)$ ; б)  $f(t)$ ; в)  $f'(x)$ ; г)  $f(x)$ .

3. Граничний дохід фірми описується функцією  $D'(x) = 4000 - 2x$ , де  $x$  – кількість виробленої продукції. Якою буде функція сумарного доходу фірми, якщо нульовий випуск продукції дає нульовий дохід?

а)  $4000x - 2x^2$ ; б)  $4000x - x^2$ ; в)  $4000x - 2x^2/3$ ; г)  $4000x - 3x^2$ .

4. Обчислити інтеграл  $\int x \sin 2x dx$ .

а)  $\frac{1}{2} x \cos 2x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$ ; б)  $-\frac{1}{2} x \cos 2x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$ ; в)  $-\frac{1}{2} x \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$ ; г)  $-x \cos 2x + \frac{1}{2} \sin 2x + C$ .

5. Обчислити інтеграл  $\int \sqrt{1 + 2 \sin x} \cdot \cos x dx$ .

а)  $(1 + 2 \sin x)^{\frac{3}{2}} + C$ ; б)  $\sqrt{1 + 2 \sin x} + C$ ; в)  $2\sqrt{(1 + 2 \sin x)^3} + C$ ; г)  $\frac{1}{3}\sqrt{(1 + 2 \sin x)^3} + C$ .

6. Обчислити інтеграл  $\int \cos^2 3x dx$ .

а)  $\frac{1}{2} x + \frac{1}{12} \sin 6x + C$ ; б)  $\frac{1}{2} x + \frac{1}{12} \cos 6x + C$ ; в)  $\frac{1}{2} x + \frac{1}{6} \sin 3x + C$ ; г)  $\frac{1}{2} x - \frac{1}{12} \sin 6x + C$ .

7. Обчислити визначений інтеграл  $\int_0^1 \frac{e^x dx}{1 + e^{2x}}$ .

а)  $\operatorname{arctg}(e) + \frac{\pi}{4}$ ; б)  $\operatorname{arctg}(e) - \frac{\pi}{4}$ ; в)  $\operatorname{arctg}(e) - \frac{\pi}{2}$ ; г)  $\operatorname{arctg}(e) - \frac{\pi}{3}$ .

8. Обчислити невластний інтеграл  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2}$ .

а) 2; б) -1; в) -2; г) 1.

9. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями  $y = \frac{2}{x}$  і  $y = 3 - x$ .

а)  $1,5 + 2 \ln 2$ ; б)  $2,5 - 2 \ln 2$ ; в)  $1,5 - 2 \ln 2$ ; г)  $2 + 2 \ln 2$ .

### Варіант 10

1. Яку заміну змінної необхідно зробити для обчислення інтеграла  $\int R(\sin x, \cos x) dx$ ?

а)  $t = \sin x$ ; б)  $t = \cos x$ ; в)  $t = \operatorname{tg} x$ ; г)  $t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ .

2. Нехай  $V(x)$  – функція загальних видатків на виробництво  $x$  одиниць продукції;  $V'(x)$  – функція маржинальних видатків. За якою формулою знаходиться зміна загальних видатків при зростанні кількості одиниць продукції від  $a$  до  $b$ ?

а)  $\int_a^b V(x) dx$ ; б)  $\int_a^b V'(x) dx$ ; в)  $V'(b) - V'(a)$ ; г)  $V(b) - V(a)$ .

3. Гранична ціна від продажу продукції виражена  $P'(x) = 3x + 60$ , де  $x$  – кількість проданої продукції. Знайти загальну функцію ціни від продажу продукції, якщо ціна 10 одиниць продукції становить 2000 грн.

а)  $x^2 + 60x + 1250$ ; б)  $1,5x^2 + 60x + 1200$ ; в)  $1,5x^2 + 60x + 1250$ ; г)  $1,5x^2 + 60x + 1350$ .

4. Обчислити інтеграл  $\int \sqrt{x} \ln(x) dx$ .

а)  $\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \left( \ln|x| - \frac{2}{3} \right) + C$ ; б)  $x\sqrt{x} \left( \ln(x) - \frac{1}{2} \right) + C$ ; в)  $\frac{2}{3} x^{\frac{2}{3}} \left( \ln(x) + \frac{2}{3} \right) + C$ ; г)  $\frac{2}{3} x\sqrt{x} (\ln(x) + 2) + C$ .

5. Обчислити інтеграл  $\int \frac{2x+1}{x^2-1} dx$ .

а)  $\frac{1}{3} \ln|x-1| + \frac{1}{2} \ln|x+1| + C$ ; б)  $\frac{3}{2} \ln|x-1| + \frac{1}{2} \ln|x+1| + C$ ; в)  $\frac{2}{3} \ln|x-1| - \frac{1}{3} \ln|x+1| + C$ ; г)  $\frac{1}{3} \ln|x-1| + \frac{1}{2} \ln|x+1| + C$ .

6. Обчислити інтеграл  $\int \sin 3x \sin 2x dx$ .

а)  $\frac{1}{2} \cos x + \frac{1}{10} \cos 5x + C$ ; б)  $\frac{1}{2} \sin x + \frac{1}{10} \cos 5x + C$ ; в)  $\frac{1}{2} \cos x + \frac{1}{10} \sin 5x + C$ ; г)  $\frac{1}{2} \sin x - \frac{1}{10} \sin 5x + C$ .

7. Обчислити визначений інтеграл  $\int_0^5 \frac{dx}{\sqrt{x+4}}$ . а) 1; б) 3; в) 2; г) 4.

8. Обчислити невластний інтеграл  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^5}$ .

а) 0,25; б) 0,5; в) 1/3; г) 1.

9. Обчислити об'єм тіла, утвореного обертанням фігури, обмеженої лініями  $y = 1 - x^2$ ,  $y = 0$  навколо осі  $OX$ .

а)  $\frac{14}{15} \pi$  куб. од.; б)  $\frac{16}{15} \pi$  куб. од.; в)  $\frac{13}{15} \pi$  куб. од.; г)  $\frac{12}{15} \pi$  куб. од.

10. Надходження товару на склад виражається функцією  $y_1 = 0,006t^2 - 0,4t + 80$ , а реалізація цього товару – функцією  $y_2 = 0,003t^2 - 0,4t + 60$ , де  $t$  – кількість днів. Визначити обсяг запасу товару в умовних одиницях по закінченню 20 робочих днів.

а) 408; б) 202; в) 203; г) 201.

## Диференціальні рівняння

### Варіант 1

1. Записати загальний розв'язок лінійного диференціального рівняння другого порядку з постійними коефіцієнтами, якщо корені характеристичного рівняння  $k_1$  і  $k_2$  дійсні і різні.

а)  $y_{з.о.} = c_1 e^{k_1 x} + c_2 x e^{k_2 x} + c$ ; б)  $y_{з.о.} = c_1 e^{k_1 x} + c_2 e^{k_2 x}$ ; в)

$y_{з.о.} = c_1 x e^{k_1 x} + c_2 e^{k_2 x} + c$ ; д)  $y_{з.о.} = (c_1 e^{k_1 x} + c_2 e^{k_2 x})x + c$ .

2. Яку ознаку необхідно застосувати для дослідження збіжності знакозмінного ряду?

а) ознаку Даламбера; б) ознаку порівняння рядів; в) ознаку Лейбніца; д) інтегральну ознаку Коші.

3. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння  $y'x = x + y$ .

а)  $y = (x + c) \ln x$ ; б)  $y = \ln cx$ ; в)  $y = x \ln cx$ ; г)  $y = x \ln x + c$ .

4. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння  $y' - \frac{y}{x} = x$ .

а)  $y = x^2 + c$ ; б)  $y = x^2 + x + c$ ; в)  $y = x + c$ ; г)  $y = x^2 + cx$ .

5. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння  $y'' + 4y' = 0$ .

а)  $y_{з.о.} = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-2x}$ ; б)  $y_{з.о.} = c_1 \sin 2x + c_2 \cos 2x$ ; в)  $y_{з.о.} = (c_1 + c_2 x) e^{2x}$ ; г)

$y_{з.о.} = c_1 + c_2 e^{-4x}$

6. Знайти частковий розв'язок рівняння  $y'' + 2y' + y = 2x + 1$ .

а)  $y_{ч.н.} = 2x + 3$ ; б)  $y_{ч.н.} = x$ ; в)  $y_{ч.н.} = x + 1$ ; г)  $y_{ч.н.} = 2x - 3$ .

7. Знайти функцію попиту відносно ціни  $q = f(p)$ , якщо еластичність попиту

відносно ціни  $E_p(q) = -\frac{1}{2}$ ;  $p = 1$ ;  $q = 2$ .

а)  $q = \frac{1}{\sqrt{p}}$ ; б)  $q = \sqrt{2p}$ ; в)  $q = \sqrt{p}$ ; г)  $q = \frac{2}{\sqrt{p}}$ .

8. Повні затрати  $K$  є функцією об'єму виробництва  $x$ . Знайти функцію затрат  $K(x)$ , якщо відомо, що швидкість росту затрат для всіх значень  $x$  дорівнює середнім затратам.

а)  $K(x) = \frac{c}{x}$ ; б)  $K(x) = \frac{c}{\sqrt{x}}$ ; в)  $K(x) = cx$ ; г)  $K(x) = cx^2$ .

9. Знайти область збіжності степеневого ряду  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{\sqrt{k+1}}$ .

а)  $x \in (-1; 1)$ ; б)  $x \in [-1; 1]$ ; в)  $x \in [-1; 1]$ ; г)  $x \in (-1; 1]$ .

10. Розкласти функцію  $f(x) = \sin 2x$  по степенях  $x$ .

а)  $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^{2n-1}}{(2n-1)!}$ ; б)  $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$ ; в)  $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n x^{2n-1}}{(2n-1)!}$ ;

г)  $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} 2^{2n-1} x^{2n-1}}{(2n-1)!}$ .

## Варіант2

1. Як записується загальний розв'язок лінійного диференціального рівняння другого порядку з постійними коефіцієнтами  $y'' + py' + qy = 0$ , якщо корені характеристичного рівняння  $k^2 + pk + q = 0$ , комплексно-спряжені  $k_1 = \alpha + i\beta$ ,  $k_2 = \alpha - i\beta$ .

- а)  $y_{з.о.} = c_1 e^{\alpha x} + c_2 e^{\beta x}$ ; б)  $y_{з.о.} = e^{\alpha x} (c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x)$ ; в)  $y_{з.о.} = e^{\alpha x} x (c_1 \sin \beta x + c_2 \cos \beta x)$ ; д) г)  $y_{з.о.} = c_1 \sin \alpha x + c_2 \cos \beta x$ .

2. Розкласти функцію  $f(x) = e^x$  по степенях  $x$ .

- а)  $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k}$ ; б)  $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{k-1}}{k!}$ ; в)  $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$ ; г)  $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{k+1}}{(k+1)!}$ ;

3. Знайти загальний розв'язок рівняння  $y'x = 2x + y$ .

- а)  $y = x \ln cx^2$ ; б)  $y = (x+1) \ln cx$ ; в)  $y = x \ln cx^3$ ; г)  $y = (x+2) \ln cx^2$ .

4. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння  $y' - y = 2e^x$ .

- а)  $y = e^x (x + c)$ ; б)  $y = e^x (3x + c)$ ; в)  $y = e^x (2x + c)$ ; г)  $y = e^x x + c$ .

5. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння  $y'' - 3y' + 2y = 0$ .

- а)  $y_{з.о.} = c_1 e^{-x} + c_2 e^{-2x}$ ; б)  $y_{з.о.} = c_1 e^x + c_2 e^{2x}$ ; в)  $y_{з.о.} = c_1 e^{-x} + c_2 e^{2x}$ ; г)  $y_{з.о.} = c_1 e^x + c_2 e^{-2x}$ ;

6. Знайти частковий розв'язок рівняння  $y'' + 2y' = 2e^{2x}$ .

- а)  $y_{ч.н.} = \frac{1}{2} e^{2x}$ ; б)  $y_{ч.н.} = \frac{1}{3} e^{3x}$ ; в)  $y_{ч.н.} = \frac{1}{3} e^{2x}$ ; г)  $y_{ч.н.} = \frac{1}{4} e^{2x}$ .

7. Знайти функцію попиту відносно ціни  $q = f(p)$ , якщо еластичність попиту відносно ціни  $E_p(q) = \frac{1}{2}$ ;  $p = 1$ ;  $q = 3$ .

- а)  $q = \frac{3}{\sqrt{p}}$ ; б)  $q = 2\sqrt{p}$ ; в)  $q = \sqrt{p}$ ; г)  $q = 3\sqrt{p}$ .

8. Кількість населення  $y$  є функцією часу  $t$ , тобто з часом кількість населення змінюється. Швидкість зміни приросту населення пропорційна кількості населення ( $k$  - коефіцієнт пропорційності). Знайти формулу для визначення кількості населення у будь-який момент часу  $t$ , якщо при  $t = 0$ ;  $y = 10000$  чол..

- а)  $y = 1000e^{kt}$ ; б)  $y = 10000e^{kt}$ ; в)  $y = 10000 \ln kt$ ; г)  $y = 1000 \ln kt$ .

9. Знайти область збіжності степеневого ряду  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{\sqrt{k}}$

- а)  $x \in (-1; 1)$ ; б)  $x \in (-1; 1]$ ; в)  $x \in [-1; 1]$ ; г)  $x \in [-1; 1)$ .

10. Розкласти функцію  $f(x) = \cos 2x$  по степенях  $x$ .

- а)  $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!}$ ; б)  $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^{2n} x^{2n}}{(2n)!}$ ; в)  $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{2n} 2^n x^{2n}}{(2n)!}$ ;  
г)  $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} 2^n x^{2n}}{(2n)!}$ .

### Варіант 3

1. Як представити загальний розв'язок лінійного диференціального рівняння другого порядку з постійними коефіцієнтами  $y'' + py' + qy = 0$ , якщо корені характеристичного рівняння  $k^2 + pk + q = 0$  дійсні і рівні?

- а)  $y_{з.о.} = c_1 e^{k_1 x} + c_2 e^{k_2 x}$ ; б)  $y_{з.о.} = (c_1 e^{k_1 x} + c_2 e^{k_2 x})x$ ; в)  $y_{з.о.} = c_1 e^{k_1 x} + c_2 x e^{k_2 x}$ ; г)  $y_{з.о.} = (c_1 + c_2)x e^{k_1 x}$ .

2. Записати розклад функції  $f(x) = \sin x$  по степенях  $x$ .

- а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n-1}}{(2n)!}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{2n-1} x^n}{(2n-1)!}$ ; в)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n x^{2n}}{(2n)!}$ ; г)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^{2n-1}}{(2n-1)!}$ .

3. Знайти розв'язок диференціального рівняння  $y' = \frac{3x+y}{x}$ , який задовольняє умові  $y(1) = 1$ .

- а)  $y = x \ln cx^3$ ; б)  $y = 3x \ln(x+1)$ ; в)  $y = x \ln ex^3$ ; г)  $y = x^2 \ln ex^3$ .

4. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння  $y' - \frac{y}{x} = 2x$ .

- а)  $y = x^2 + cx$ ; б)  $y = 2x^2 + cx$ ; в)  $y = 2x^2 + 4cx$ ; г)  $y = x^2 + 2cx$ .

5. Знайти загальний розв'язок рівняння  $y'' + 4y' + 4y = 0$ .

- а)  $y_{з.о.} = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-2x}$ ; б)  $y_{з.о.} = (c_1 + c_2 x)e^{-2x}$ ; в)  $y_{з.о.} = (c_1 + c_2 x)e^{2x}$ ; г)  $y_{з.о.} = (c_1 e^{2x} + c_2 e^{-2x})x$ .

6. Знайти частковий розв'язок диференціального рівняння  $y'' - 3y' + 2y = 2e^{3x}$ .

- а)  $y_{ч.н.} = \frac{1}{5} e^{3x}$ ; б)  $y_{ч.н.} = \frac{1}{3} x e^{3x}$ ; в)  $y_{ч.н.} = \frac{1}{3} e^{3x}$ ; г)  $y_{ч.н.} = e^{3x}$ .

7. Знайти функцію попиту відносно ціни  $q = f(p)$ , якщо еластичність попиту відносно ціни  $E_p(q) = -1$ ;  $p = 1$ ;  $q = 2$ .

- а)  $q = \frac{1}{p}$ ; б)  $q = \frac{2}{p}$ ; в)  $q = 2p$ ; г)  $q = p$ .

8. Нехай в момент часу  $t$  величина вкладу в банк  $y = y(t)$ . Зміна вкладу пропорційна

його величині  $\frac{dy}{dt} = ky$ . Знайти формулу, яка дає можливість визначити величину

вкладу в будь-який момент часу, якщо в момент  $t = 0$  початковий вклад в банк був 10000 грн.

- а)  $y = 1000e^{kt}$ ; б)  $y = 10e^{kt}$ ; в)  $y = 10000e^{kt}$ ; г)  $y = 10000 \ln kt$ .

9. Знайти область збіжності степеневого ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{\sqrt{n}}$

- а)  $x \in (-1; 1)$ ; б)  $x \in [-1; 1)$ ; в)  $x \in [-1; 1]$ ; г)  $x \in (-1; 1]$ .

10. Розкласти функцію  $f(x) = x^3 - 3x$  по степенях  $(x-2)$ .

а)

$$f(x) = 1 + \frac{2}{1!}(x-2) + \frac{5}{2!}(x-2)^2 + \frac{6}{3!}(x-3)^3;$$

$$\text{б) } f(x) = 2 + 9(x-2) + 6(x-2)^2 + (x-3)^3;$$

$$\text{в) } f(x) = 2 + 6(x-2) + 12(x-2)^2 + 4(x-3)^3;$$

$$\text{г) } f(x) = 1 + 3(x-2) + 4(x-2)^2 + 6(x-3)^3.$$



### Варіант 4

1. Нехай права частина лінійного диференціального рівняння II порядку з постійними коефіцієнтами  $y'' + py' + qy = f(x)$ ,  $f(x) = P_n(\lambda)e^{\alpha x}$ , де  $P_n(x)$  – многочлен  $n$ -го степеня. Яким чином представити частинний розв'язок рівняння, якщо  $\alpha$  не є коренем характеристичного рівняння  $k^2 + pk + q = 0$ ?

а)  $y_{2H} = Ae^{\alpha x}$ ; б)  $y_{2H} = Q_n(x)$ ; в)  $y_{2H} = Q_n(x)e^x$ ; г)  $y_{2H} = Q_n(x)e^{\alpha x}$ ,  $Q_n(x)$  – многочлен  $n$ -го степеня.

2. Записати розклад функції  $f(x) = \cos x$  по степенях  $x$ .

а)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n!}$ ; б)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!}$ ; в)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n-1}}{(2n-1)!}$ ; г)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{n!}$ .

3. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння  $xu' = 4x + u$ .

а)  $y = x \ln cx^2$ ; б)  $y = x \ln cx^3$ ; в)  $y = x \ln cx^4$ ; г)  $y = \ln cx^3$ .

4. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння  $y' - 2y = 4e^{2x}$ .

а)  $y_{3.0} = e^{2x}(2x + C)$ ; б)  $y_{3.0} = e^{2x}(3x + C)$ ; в)  $y_{3.0} = e^{2x}(4x + C)$ ; г)  $y_{3.0} = e^{2x}(x + C)$ .

5. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння  $y'' + 9y = 0$ .

а)  $y_{3.0} = c_1 e^{3x} + c_2 e^{-3x}$ ; б)  $y_{3.0} = (c_1 + c_2)e^{-3x}$ ; в)  $y_{3.0} = c_1 \cos 3x - c_2 \sin 3x$ ; г)

$y_{3.0} = c_1 \sin 3x + c_2 \cos 3x$

6. Знайти частковий розв'язок диференціального рівняння  $y'' - 3y' + 2y = x + 1$ .

а)  $y_4 = 0,5x + 1,25$ ; б)  $y_4 = 2x + 2,5$ ; в)  $y_4 = 2,5x + 0,5$ ; г)  $y_4 = 2x + 3$ .

7. Еластичність попиту на деякий товар постійна й становить  $E_p(q) = -2$ . Визначити функцію попиту  $q = f(p)$ , якщо  $f(1) = 3$ .

а)  $q = \frac{2}{p}$ ; б)  $q = \frac{3}{p^2}$ ; в)  $q = \frac{2}{p^2}$ ; г)  $q = \frac{3}{p}$ .

8. Повні затрати  $K$  є функцією обсягу виробництва. Швидкість росту затрат для всіх значень  $x$  дорівнює середнім затратам. Визначити повні затрати  $K(x)$ , якщо  $K(2) = 4$ .

а)  $K(x) = x$ ; б)  $K(x) = \frac{1}{2}x$ ; в)  $K(x) = 2x$ ; г)  $K(x) = 3x$ .

9. За допомогою степеневого ряду наближено обрахувати  $\sqrt[3]{130}$ , обмежившись двома членами ряду.

а) 5,2; б)  $5\frac{1}{3}$ ; в)  $5\frac{1}{5}$ ; г)  $5\frac{1}{15}$ .

10. Знайти суму такого ряду  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$ .

а)  $\frac{1}{2}$ ; б) 1; в) 2; г)  $\frac{3}{2}$ .

## Варіант 5

1. Як представити частинний розв'язок диференціального рівняння  $y'' + py' + qy = f(x)$ , якщо права частина  $f(x) = P_n(x)e^{\alpha x}$ , де  $P_n(x)$  - многочлен  $n$ -ої степені і  $\alpha$  є коренем характеристичного рівняння  $k^2 + pk + q = 0$  кратності 1?  $Q_n(x)$  - многочлен  $n$ -ої степені.

а)  $y_{ч.н.} = Q_n(x)e^{\alpha x}$ ; б)  $y_{ч.н.} = Ae^{\alpha x}$ ; в)  $y_{ч.н.} = Q_n(x)$ ; г)  $y_{ч.н.} = e^{\alpha x}Q_n(x)x$ .

2. Розкласти функцію  $f(x) = (1+x)^m$  по степенях  $x$ .

а)  $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{n+1}$ ; б)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{m(m-1)\dots(m-n+1)}{n!} x^n$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(m-n+1)}{n!}$ ;

г)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{m(m-1)\dots(m-n)}{n!} x^n$ .

3. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння  $y'x = 5x + y$ .

а)  $y = x \ln cx^3$ ; б)  $y = x \ln cx^2$ ; в)  $y = x \ln cx^5$ ; г)  $y = x \ln cx^4$ .

4. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння  $y' + \frac{2y}{x} = x^3$ .

а)  $y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{c}{x^2}$ ; б)  $y = \frac{1}{4}x^4 + \frac{c}{x^2}$ ; в)  $y = \frac{1}{3}x^4 + \frac{c}{x^3}$ ; г)  $y = \frac{1}{6}x^5 + \frac{c}{x^3}$ .

5. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння  $y'' + 3y' + 2y = 0$ .

а)  $y_{з.о.} = c_1e^{2x} + c_2e^x$ ; б)  $y_{з.о.} = c_1e^{-2x} + c_2e^{-x}$ ; в)  $y_{з.о.} = (c_1e^{-2x} + c_2e^{-x})x$ ; г)  $y_{з.о.} = (c_1e^{2x} + c_2e^x)x$ .

6. Знайти частковий розв'язок диференціального рівняння  $y'' + y = 2e^{2x}$ .

а)  $y_{ч.н.} = 0,2e^{2x}$ ; б)  $y_{ч.н.} = 0,5e^{2x}$ ; в)  $y_{ч.н.} = 0,4e^{2x}$ ; г)  $y_{ч.н.} = 0,6e^{2x}$ ;

7. Знайти функцію попиту відносно ціни  $q = f(p)$ , якщо еластичність попиту відносно ціни  $E_p(q) = \frac{1}{3}$ ;  $f(1) = 5$ .

а)  $q = 3\sqrt[3]{p}$ ; б)  $q = 5\sqrt[3]{p}$ ; в)  $q = \frac{3}{\sqrt[3]{p}}$ ; г)  $q = \frac{5}{\sqrt[3]{p}}$ .

8. Кількість населення  $y$  є функцією часу  $t$ . Швидкість зміни приросту населення пропорційна кількості населення.  $k = 2$ . Знайти формулу для визначення кількості населення  $y$  будь-який момент часу  $t$ , якщо при  $t = 0$ ;  $y = 5000$  чол.

а)  $y(t) = 1000e^{2t}$ ; б)  $y(t) = 5000e^{2t}$ ; в)  $y(t) = 500e^{2t}$ ; г)  $y(t) = 100e^{2t}$ ;

9. Знайти область збіжності степеневого ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n!}$ .

а)  $x \in (-1; 1)$ ; б)  $x \in (0; \infty)$ ; в)  $x \in (-\infty; \infty)$ ; г)  $x \in (-\infty; 0]$ .

10. Обчислити  $\sqrt[3]{1,1}$  з точністю до 0,001

а) 1,201; б) 1,019; в) 1,031; г) 1,121.

## Варіант 6

1. Нехай права частина лінійного диференціального рівняння II порядку з постійними коефіцієнтами  $y'' + py' + qy = f(x)$ ,  $f(x) = e^{\alpha x} (P_n(x) \cos \beta x + R_m \sin \beta x)$ . Яким чином представити частинний розв'язок рівняння, якщо  $\alpha + \beta i$  не є коренем характеристичного рівняння  $k^2 + pk + q = 0$ ?

а)  $y_{2H} = P_n^*(x) \cos \beta x + P_n^*(x) \sin \beta x$ ; б)  $y_{2H} = e^{\alpha x} (\cos \beta x + \sin \beta x)$ ;

в)  $y_{2H} = e^{\alpha x} (P_n^*(x) \cos \beta x + P_n^*(x) \sin \beta x) \cdot x$ ; г)  $y_{2H} = e^{\alpha x} (P_n^*(x) \cos \beta x + P_n^*(x) \sin \beta x)$ ,

де  $P_n^*(x), R_m^*(x)$  – многочлени  $n$ -го та  $m$ -го степеня.

2. Розкласти функцію  $f(x) = \ln(1+x)$  по степенях  $x$ .

а)  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n$ ; б)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{n+1}}{n+1}$ ; в)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n+1}$ ; г)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n!}$ .

3. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння  $xy \cdot y' = x^2 + y^2$ .

а)  $2x \ln cx + y^2 = 0$ ; б)  $2x^2 \ln cx - y^2 = 0$ ; в)  $3x^2 \ln cx + y^2 = 0$ ; г)  $2x^2 \ln cx + y^2 = 0$ .

4. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння  $y' - 3y = 4e^{3x}$ .

а)  $y = e^{2x} (4x + C)$ ; б)  $y = e^{3x} (-2x + C)$ ; в)  $y = e^{3x} (4x + C)$ ; г)  $y = -e^{3x} (4x + C)$ .

5. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння  $y'' - 4y' + 4y = 0$ .

а)  $y_{3.0} = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x}$  б)  $y_{3.0} = (C_1 + C_2 x) e^{-2x}$ ; в)  $y_{3.0} = e^{2x} (C_1 + C_2 x)$ ; г)  $y_{3.0} = (C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-2x}) x$ .

6. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння  $y'' + y' = 5e^{2x}$ .

а)  $y_4 = \frac{5}{4} e^{2x}$ ; б)  $y_4 = \frac{3}{2} e^{2x}$ ; в)  $y_4 = \frac{5}{6} e^{2x}$ ; г)  $y_4 = 2e^{2x}$ .

7. Знайти криві, які мають постійну еластичність рівну  $a$ .

а)  $y = ca^x$ ; б)  $y = c \ln ax$ ; в)  $y = cx^a$ ; г)  $y = ce^{ax}$ .

8. Чисельність населення  $y$  є функцією часу  $t$ . Швидкість зміни приросту населення пропорційна кількості населення. Знайти формулу для визначення чисельності населення в будь-який момент часу  $t$ . ( $K$  - коефіцієнт пропорційності).

а)  $y = C \ln Kt$ ; б)  $y = \frac{C}{Kt}$ ; в)  $y = Ce^{Kt}$ ; г)  $y = Ce^{-Kt}$ .

9. Знайти область збіжності степеневого ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{\sqrt{n+1}}$ .

а)  $x \in [-1; 1]$ ; б)  $x \in (-1; 1]$ ; в)  $x \in (-1; 1)$ ; г)  $x \in [-1; 1)$ .

10. Обчислити  $\cos 5^\circ$ , обмежившись двома членами розкладу.

а) 1,011; б) 0,955; в) 0,961; г) 0,996.

## Варіант 7

1. Яка заміна приводить однорідне диференціальне рівняння I порядку до рівняння з відокремленими змінними?

а)  $y = u(x)v(x)$ ; б)  $y = u + v$ ; в)  $y = \frac{u}{x}$ ; г)  $y = u \cdot x$ .

2. Розкласти функцію  $f(x) = \arctg x$  по степенях  $x$ .

а)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{2n}$ ; б)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1}$ ; в)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ ; г)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$ .

3. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння  $x^2 y' = xy + 2y^2$ .

а)  $y = \frac{x}{C+2x}$ ; б)  $y = \frac{x}{C-2x^2}$ ; в)  $y = \frac{x}{C-2x}$ ; г)  $y = -\frac{x}{\ln cx^2}$ .

4. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння  $xy' + 2y = \frac{4}{x}$ .

а)  $y = \frac{2}{x} + \frac{C}{x^2}$ ; б)  $y = \frac{4}{x} + \frac{C}{x^2}$ ; в)  $y = \frac{1}{x} + \frac{C}{x^3}$ ; г)  $y = \frac{3}{x} + \frac{C}{x^2}$ .

5. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння  $y'' + 2y' = 0$ .

а)  $y_{3,0} = C_1 + C_2 e^{-2x}$ ; б)  $y_{3,0} = C_1 + C_2 e^{2x}$ ; в)  $y_{3,0} = (C_1 + C_2 x) e^{-2x}$ ; г)  $y_{3,0} = (C_1 + C_2 x) e^{2x}$ .

6. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння  $y'' + 4y = 2e^{2x}$ .

а)  $y_c = \frac{1}{2} e^{2x}$ ; б)  $y_c = \frac{1}{4} e^{2x}$ ; в)  $y_c = \frac{1}{3} e^{2x}$ ; г)  $y_c = 2e^{2x}$ .

7. Еластичність попиту на певний товар постійна й дорівнює  $-\frac{1}{4}$ . Визначити функцію попиту  $q = f(p)$ , якщо  $f(1) = 3$ .

а)  $q = \frac{2}{\sqrt{p}}$ ; б)  $q = \frac{3}{\sqrt{p}}$ ; в)  $q = \frac{3}{\sqrt[4]{p}}$ ; г)  $q = \frac{4}{\sqrt[4]{p}}$ .

8. Нехай у момент часу  $t$  величина вкладу в банк становить  $y = y(t)$ . Зміна вкладу пропорційна його величині, тобто  $\frac{dy}{dt} = ky$ . Знайти формулу, яка дає можливість визначити величину вкладу в будь-який момент часу, якщо в момент  $t=t_0$ , вклад у банк становив  $y = y_0$  грн.

а)  $y = y_0 e^{kt}$ ; б)  $y = y_0 e^{k(t+t_0)}$ ; в)  $y = y_0 e^{k(t_0-t)}$ ; г)  $y = y_0 e^{k(t-t_0)}$ .

9. Знайти суму ряду  $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$ .

а) 1; б)  $\frac{2}{3}$ ; в) 1,5; г) 0,5.

10. Розкласти функцію  $f(x) = e^{-2x}$  по степенях  $x$ .

а)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n x^n}{n!}$ ; б)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n!}$ ; в)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n x^n}{n}$ ; г)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n x^n}{(2n)!}$ .

## Варіант 8

1. Яка заміна приводить лінійне диференціальне рівняння I порядку до диференціальних рівнянь з відокремленими змінними?

а)  $y = xu$ ; б)  $y = x + u$ ; в)  $y = u + v$ ; г)  $y = u \cdot v$ .

2. Розкласти функцію  $f(x) = \frac{1}{1-x}$  по степенях  $x$ .

а)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ ; б)  $\sum_{n=0}^{\infty} x^n$ ; в)  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n$ ; г)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n}$ .

3. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння  $(x - y)dx + xdy = 0$ .

а)  $y = x \ln cx$ ; б)  $y = x \ln \frac{c}{x}$ ; в)  $y = \frac{1}{x} \ln cx$ ; г)  $y = \frac{c}{x} \ln x$ .

4. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння  $xy' - y = 2x^3$ .

а)  $y = x^3 + cx^2$ ; б)  $y = x^3 + cx$ ; в)  $y = 2x^3 + cx^2$ ; г)  $y = x^2 + cx^3$ .

5. Знайти розв'язок рівняння  $y'' - 4y = 0$ , який задовольняє умови  $y(0) = 1; y'(0) = 0$ .

а)  $y = e^{2x} + e^{-2x}$ ; б)  $y = \frac{1}{2}(e^{2x} + e^{-2x})$ ; в)  $y = \frac{1}{3}(e^{2x} + e^{-2x})$ ; г)  $y = \frac{1}{2}(e^{2x} - e^{-2x})$ .

6. Знайти частковий розв'язок диференціального рівняння  $y'' + 4y' + 5y = 2x$ .

а)  $y_c = \frac{2}{5}x - \frac{6}{25}$ ; б)  $y_c = \frac{2}{5}x + \frac{4}{5}$ ; в)  $y_c = \frac{2}{5}x - \frac{8}{25}$ ; г)  $y_c = \frac{2}{5}x + \frac{6}{25}$ .

7. Знайти функцію попиту відносно ціни  $q = f(p)$ , якщо еластичність

$$E_p(q) = -\frac{1}{2}; f(1) = 4.$$

а)  $q = \frac{2}{\sqrt{p}}$ ; б)  $q = \frac{3}{\sqrt{p}}$ ; в)  $q = 4\sqrt{p}$ ; г)  $q = \frac{4}{\sqrt{p}}$ .

8. Швидкість зростання інвестованого капіталу в будь-який момент часу пропорційна величині капіталу з коефіцієнтом пропорційності  $r = \frac{R}{100}$ , де  $R$  – відсоток неперервного капіталу. Знайти закон зростання інвестованого капіталу, якщо  $K(t_0) = K_0$ .

а)  $K(t) = K_0 e^{rt}$ ; б)  $K(t) = K_0 e^{-rt}$ ; в)  $K(t) = K_0 e^{r(t-t_0)}$ ; г)  $K(t) = K_0 e^{r(t_0-t)}$ .

9. Знайти область збіжності степеневого ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n}$ .

а)  $x \in [-2; 2]$ ; б)  $x \in (-2; 2)$ ; в)  $x \in [-2; 2)$ ; г)  $x \in (-2; 2]$ .

10. Розкласти функцію  $f(x) = x^3 + 2x$  по степенях  $(x-1)$ .

а)  $f(x) = 2 + 3(x-1) + 3(x-1)^2 + 2(x-1)^3$ ; б)  $f(x) = 3 + 4(x-1) + 3(x-1)^2 + (x-1)^3$ ;

в)  $f(x) = 3 + 5(x-1) + 3(x-1)^2 + (x-1)^3$ ; г)  $f(x) = 1 + 4(x-1) + 2(x-1)^2 + (x-1)^3$ .

### Варіант 9

1. Як представити загальний розв'язок лінійного диференціального рівняння II порядку  $y'' + py' + qy = 0$  з постійними коефіцієнтами, якщо корені характеристичного рівняння  $k^2 + pk + q = 0$  дійсні та рівні. ( $k_1 = k_2$ )?

а)  $y_{3,0} = c_1 e^{k_1 x} + c_2 e^{k_2 x}$ ; б)  $y_{3,0} = (c_1 + c_2) \cdot e^{k_1 x}$ ; в)  $y_{3,0} = (c_1 + c_2 x) \cdot e^{k_1 x}$ ; г)  $y_{3,0} = c_1 \cdot e^{k_1 x}$ .

2. Нехай всі члени ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} u_n$  додатні і  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = l$ . При якому  $l$  ряд збіжний?

а)  $l > 1$ ; б)  $l = 1$ ; в)  $l \leq 1$ ; г)  $l < 1$ .

3. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння  $xy' = y - 4x$ .

а)  $y = x \ln \frac{c}{x^2}$ ; б)  $y = x \ln \frac{c}{x^3}$ ; в)  $y = x \ln \frac{c}{x^4}$ ; г)  $y = x \ln cx^4$ .

4. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння  $xy' - y = 2x^3$ .

а)  $y = x^2 + cx$ ; б)  $y = x^3 + cx$ ; в)  $y = x^3 + cx^2$ ; г)  $y = x^2 + cx^3$ .

5. Знайти розв'язок диференціального рівняння  $y'' + 2y' = 0$ , який задовольняє умови  $y(0) = 0$ ;  $y'(0) = 1$ .

а)  $y = \frac{1}{2}(1 + e^{-2x})$ ; б)  $y = \frac{1}{2}(1 - e^{-2x})$ ; в)  $y = \frac{1}{2}(1 - e^{-2x})$ ; г)  $y = \frac{1}{3}(1 - e^{-2x})$ .

6. Знайти частковий розв'язок диференціального рівняння  $y'' - y = 4e^{2x}$ .

а)  $y_c = \frac{4}{3}e^{2x}$ ; б)  $y_c = \frac{2}{3}e^{2x}$ ; в)  $y_c = \frac{1}{3}e^{2x}$ ; г)  $y_c = \frac{5}{3}e^{2x}$ .

7. Знайти функцію попиту відносно ціни  $q = f(p)$ , якщо еластичність попиту відносно ціни дорівнює -1 а  $f(1) = 4$ .

а)  $q = \frac{2}{p}$ ; б)  $q = 2p$ ; в)  $q = 2\sqrt{p}$ ; г)  $q = \frac{4}{p}$ .

8. Швидкість зростання інвестованого капіталу в будь-який момент часу пропорційна величині капіталу з коефіцієнтом пропорційності  $r = \frac{R}{100}$ , де  $R = 10\%$  – відсоток неперервного капіталу. Знайти закон зростання інвестованого капіталу, якщо  $K(0) = 10^6$  грн.

а)  $K(t) = 10^6 e^t$ ; б)  $K(t) = 10^6 e^{-0,1t}$ ; в)  $K(t) = 10^6 e^{0,1t}$ ; г)  $K(t) = 10^6 e^{-t}$ .

9. Знайти область збіжності степеневого ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n \sqrt{n}}$ .

а)  $x \in (-2; 2)$ ; б)  $x \in (-2; 2]$ ; в)  $x \in [-2; 2]$ ; г)  $x \in [-2; 2)$ .

10. Обчислити  $\ln 1,25$ , обмежившись трьома членами ряду.

а) 0, 211; б) 0,219; в) 0,233; г) 0.321.

### Варіант 10

1. Яким чином записується загальний розв'язок лінійного диференціального рівняння II порядку з постійними коефіцієнтами  $y'' + py' + qy = 0$ , якщо корені характеристичного рівняння  $k^2 + pk + q = 0$  комплексно спряжені. ( $k_1 = \alpha + i\beta, k_2 = \alpha - i\beta$ )?

- а)  $y_{3,0} = c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x$ ; б)  $y_{3,0} = e^x (c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x)$ ; в)  $y_{3,0} = e^{\alpha x} (c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x)$ ; г)  $y_{3,0} = e^{\alpha x} (c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x) \cdot x$ .

2. Чому дорівнює  $S_n$ -частина суми ряду нескінченної геометричної прогресії  $a + aq + aq^2 + \dots + aq^n +$ , де  $q$  – знаменник прогресії?

- а)  $S_n = \frac{aq^n}{1-q}$ ; б)  $S_n = \frac{q^n - 1}{q - 1}$ ; в)  $S_n = \frac{1 - q^n}{q - 1}$ ; г)  $S_n = a \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$ .

3. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння  $x^2 y' = xy + 4y^2$ .

- а)  $y = \frac{x}{\ln cx^3}$ ; б)  $y = -\frac{x}{\ln cx^4}$ ; в)  $y = \frac{x}{\ln cx^2}$ ; г)  $y = -\frac{x}{\ln cx^3}$ .

4. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння  $y' - \frac{2}{x}y = 2x^3$ .

- а)  $y = x^3 + cx^2$ ; б)  $y = x^4 + cx$ ; в)  $y' = x^4 + cx^2$ ; г)  $y' = 2x^4 + cx$ .

5. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння  $y'' + y = 0$ , який задовольняє умови  $y(0) = 0; y'(0) = 1$ .

- а)  $y = \sin x - \cos x$ ; б)  $y = \frac{1}{2}(\sin x - \cos x)$ ; в)  $y = \frac{1}{2}(\sin x + \cos x)$ ; г)  $y = \sin x + \cos x$ .

6. Знайти частковий розв'язок диференціального рівняння  $y'' + 4y' = 5e^{2x}$ .

- а)  $y = \frac{1}{2}e^{2x}$ ; б)  $y = \frac{1}{6}e^{2x}$ ; в)  $y = \frac{5}{12}e^{2x}$ ; г)  $y = \frac{7}{12}e^{2x}$ .

7. Знайти функцію доходу відносно ціни  $D = f(p)$ , якщо еластичність доходу відносно ціни становить 0.5 і  $f(1) = 4$ .

- а)  $D = 2\sqrt{p}$ ; б)  $D = 3\sqrt{p}$ ; в)  $D = \frac{4}{\sqrt{p}}$ ; г)  $D = 4\sqrt{p}$ .

8. Нехай у момент часу  $t$  величина вкладу в банк становить  $y = y(t)$ . Зміна вкладу пропорційна величині  $k = 1,5$ , тобто  $\frac{dy}{dt} = 1,5y$ . Знайти формулу, яка дає можливість визначити величину вкладу в будь-який момент часу, якщо в момент  $t=0$ , вклад становив  $10^6$  грн.

- а)  $y = 10^6 e^{1,5t}$ ; б)  $y = 10^6 e^{-1,5t}$ ; в)  $y = 10^6 e^t$ ; г)  $y = 10^6 e^{-t}$ .

9. Знайти область збіжності степеневого ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{2^n \sqrt{n}}$ .

- а)  $x \in [-2; 2]$ ; б)  $x \in [-2; 2)$ ; в)  $x \in (-2; 2)$ ; г)  $x \in (-2; 2]$ .

10. Розкласти функцію  $f(x) = \sqrt{1+x}$  по степенях  $x$ .

- а)  $f(x) = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 + \dots$ ; б)  $f(x) = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{8}x^3 + \dots$ ;

- в)  $f(x) = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{8}x^3 + \dots$ ; г)  $f(x) = 1 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{6}x^3 + \dots$ .

## Література

1. Алілуйко А.М., Неміш В.М., Шинкарик М.І. Вища математика: комплексні практичні індивідуальні завдання: Навчальний посібник. – Тернопіль: ТНЕУ, 2013. – 158 с.
2. Барковський В. В., Барковська Н. В. Математика для економістів: Вища математика. – К.: Національна академія управління, 1997. – 397 с.
3. Бугір М. К. Математика для економістів: Навчальний посібник. – Тернопіль: Підручники і посібники, 1998. – 192 с.
4. Валєєв К. Г., Джалладова І. А. Вища математика: Навчальний посібник: У 2-х ч. – К.: КНЕУ, 2001. – Ч.1. – 546 с.; – К.: КНЕУ, 2002. – Ч.2. – 451с.
5. Вища математика. Підручник / Домбровський В. А., Крижанівський І. М., Мацьків Р. С. та ін.; за редакцією Шинкарика М. І. – Тернопіль: Вид-во Карп'юка, 2003. – 480 с.
6. Вища математика: Навч.-метод. посібник для самостійного вивчення дисципліни / К. Г. Валєєв, І. А. Джалладова, О. І. Лютий та ін. – К.: КНЕУ, 1999. – 396 с.
7. Економіко-математичне моделювання: Навч. посібник / За ред.. О.Т. Івашук. – Тернопіль: ТНЕУ «Економічна думка», 2008. – 704 с.
8. Ключева Л. А., Тальский Д. А. Практикум по математике для заочных техникумов: Учеб. пособие. – М.: Высш. шк., 1970.– 446 с.
9. Крыньский Х. Э. Математика для экономистов: Пер. с польск. Меникера В. Д. Под ред. Баренгольца М. И. – М.: Статистика, 1970. – 584 с.
10. Минорский В. П. Сборник задач по высшей математике: Учеб. пособие. – М.: Наука, 1971. – 352 с.
11. Неміш В. М., Процик А. І., Березька К. М. Практикум з вищої математики: Навч. посібник., 3-тє видання. – Тернопіль: ТНЕУ в-во «Економічна думка» 2010. – 304 с.
12. Сборник задач по курсу высшей математики: Учеб. пособие для втузов. / Кручкович Г. И., Гутарина Н. И., Дюбюк П. Е. и др. / Под ред. Кручковича Г. И. – Изд. 3-е, перераб. – М.: Высш. шк., 1973. – 576 с.
13. Типові індивідуальні розрахункові завдання з вищої математики: Навчальний посібник / Домбровський І.В., Лесик О.Ф., Мигович Ф.М. та ін.; за редакцією Шинкарика М.І. – Тернопіль: в-во “Підручники і посібники”, 2008.-208с.
14. Фишер С., Дорнбуш Р., Шмалензи Р. Экономика: Пер. с англ. со 2-го изд. – М.: “Дело ЛТД”, 1993. – 864 с.



## Зміст

Вступ.....	3
1. Лінійна та векторна алгебра.....	4
2. Аналітична геометрія.....	14
3. Математичний аналіз.....	24
4. Функції багатьох змінних.....	34
5. Інтегральне числення.....	44
6. Диференціальні рівняння .....	54
Література.....	64