Математична психологія

МОДЕЛЮВАННЯ СТАНУ ТВОРЧОЇ ОСОБИСТОСТІ

Володимир ПРІСНЯКОВ, Людмила ПРІСНЯКОВА Copyright © 2004

Математичне моделювання різноманітних явищ і процесів, що відбуваються у світі, засновано на "тонкій грі безперервного і дискретного". Особливості, біфуркації і катастрофи саме характерні для опису процесів виникнення дискретних структур із безперервних **[1]**. Методи теорії катастроф, на відміну від математичного аналізу Ньютона, дають змогу досліджувати стрибкоподібні переходи, раптові якісні зміни – те, що важко піддається з допомогою відомих класичних методів. Можливість описати і спрогнозувати з опертям на універсальний метод теорії катастроф технічні аварії, природні і соціальні катаклізми, що потрясали світ наприкінці 20-го століття, створило ілюзію про всемогутність цієї теорії, привело до появи, поряд з новими важливими для практики досягненнями, досить спірних її застосувань. Складність відкриття математичних моделей, видима легкість обійти ці труднощі шляхом знаходження прообразу, який цікавить дослідника, іноді приводять до сумнівних ситуацій, що незаслужено кидають тінь на саму теорію катастроф.

У літературі **[1]** приводиться приналежний англійському математикові Е.К. Зіману (E.C. Zeeman) приклад таких "спекулятивних", за його висловом, "додатків" теорії особливостей діяльності творчої особистості, зокрема переходу від "генія" до "маніяка". Передбачалося, що вчений характеризується трьома змінними – "*досягнення, захопленість, техніка*"[1], між якими існує визначена залежність, а катастрофа як "збірка" (cusp) задовільно описує зазначений зв'язок. Але якісне тлумачення можливих стрибків без розгляду навіть найпростіших математичних моделей справді приводить до спекулятивних висновків. Простота суто якісного характеру використання результатів теорії катастроф для всіляких додатків приховує у собі небезпеку спекуляцій. Крім того, незримі труднощі теорії катастроф закладені в необхідності складання математичних моделей, причому таких, які б відповідали якій-небудь катастрофі. Особливо це важко для гуманітарних наук. Наше завдання дещо полегшувалося тією обставиною, що у сфері психології вже досягнуті визнані успіхи у створенні різних математичних моделей психологічних процесів **[3–5]**.

Покажемо можливості теорії катастроф на моделі стану творчої особистості в напрямку подальшого розвитку концептуальних завдань Е. К. Зімана. За змінні приймемо наведені вище характеристики, але з деякими уточненнями. Так під "технікою вченого" **[1]** будемо розуміти його *професіоналізм*, зумовлений множиною, що утворюється зі

[1] Це близько до уявлень В.Л. Гінзбурга **[2]**, який головними інгредієнтами оцінки "класу" вченого визначає наукові досягнення, універсальність його знань, наявність наукової школи.

знань, навичок і вмінь, тобто всього того, що визначає науковий рівень ученого (універсальність його знань за визначенням В.Л. Гінзбурга [2]).

Нехай у пам'яті вченого до розглянутого моменту утримується множина з I_s одиниць отриманої ззовні інформації, що призначена і використовується в інтересах розв'язання певного кола професійних завдань і задач. Його досягнення будемо характеризувати створенням з допомогою пам'яті нової інформації обсягом θ_Σ одиниць. Відповідно до цього введемо певний *коефіцієнт розмноження інформації*

$$\eta = \theta_\Sigma / I_s \quad (1)$$

Інформація θ_Σ складається з двох частин: а) *підмножини* θ, що містить елементи з оригінальної і важливої для теорії і практики корисної інформації (що власне і визначає досягнення вченого), і б) *підмножини* θ_i з деяких розв'язків, вигаданих нереальних конструкцій, фантазій, "інформаційних шумів". Останні супроводжують процес переробки інформації у пам'яті, що не мають практичної і теоретичної цінності і можуть характеризувати більше ступінь "сюрреалізму" вченого. Друга частина повно залежить від обсягу отриманої ззовні "професійної" інформації I_s. Тому, за аналогією з закономірностями в неживій природі, приймемо її пропорційною квадратові I_s, тобто

$$\theta_i = a_i I_s^2 \quad (2)$$

де a_i – деякий емпіричний коефіцієнт.

Отже, сумарна кількість виробленої пам'яттю суб'єкта інформації буде дорівнювати

$$\theta\Sigma = \theta + a_i I_s^2 \quad (3)$$

З іншого боку, ця кількість нової, створеної пам'яттю людини, інформації визначається обсягом "професійної" інформації I_s з урахуванням коефіцієнта її розмноження η і деякого *коефіцієнта "захопленості"* або, точніше, *коефіцієнта наукової «одержимості»* ε

$$\theta\Sigma = \eta\varepsilon I_s \quad (4)$$

"*Захопленість*" ученого як змінна відноситься до емоційного чинника і може бути записана за аналогією з визначенням коефіцієнта почуттів [3] у такий спосіб:

$$\varepsilon = 1/(1 - \bar{I}_s) \quad (5)$$

де $\bar{I}_\sigma = I_\sigma / I'$.

В аналізованому випадку щодо почуття захопленості (одержимості) стандарт інформації I' конкретного індивіда визначає деякий ідеал знань і досягнень ученого. *Коефіцієнт "захопленості"* приймемо як зворотно пропорційний величині різниці $\Delta I = I' - I_s$ [3].*

Очевидно, що захопленість впливає прямо пропорційно на кількість відтвореної пам'яттю індивіда інформації.** Тому з урахуванням усього сказаного можемо підсумково записати формулу (4), ввівши додатково за аналогією з [5] деякий *коефіцієнт індивідуальних якостей індивіда* (темпераменту, рухливості нервової системи тощо) $\Re$:

$$\theta\Sigma = \Re\,\eta\, I_\sigma / (1 - \bar{I}_\sigma) \quad (6)$$

Порівнюючи (3) і (6), після деяких елементарних перетворень одержуємо:

---

*У цьому зв'язку залишається до кінця невизначеним вплив досягнень ученого на коефіцієнт захопленості: якщо отримані знання вимагають їхньої реалізації і, безсумнівно, є стимулом захопленості, то отримані результати можуть як сприяти інтенсивності наукової праці, так й уповільнювати їх.

** Ми не виключаємо можливості більш складного нелінійного зв'язку зазначеної залежності, але на заданому рівні досліджень обмежимося лінійністю.

$$(\bar{\theta} + \alpha\bar{I}_\sigma^2)(1/\bar{I}_\sigma - 1) = \Re\,\eta \equiv \gamma \qquad (7)$$

де $\alpha = \alpha\iota'$, $\bar{\theta} = \theta / I'$ – безрозмірна змінна, що характеризує ступінь досягнень ученого, тобто коефіцієнт наукової ефективності (або простіше, *ефективність* ученого). Коефіцієнт "$\bar{I}_\sigma = I_\sigma / I'$ назвемо відносною інформаційною густиною професіоналізму вченого, або просто *професіоналізмом*. Параметр $\gamma = \Re\eta$ становить *коефіцієнт індивідуальної творчої активності* вченого, який інтегрує його "захопленість", "одержимість", "рухливість", компетентність, зацікавленість, темперамент і т. ін.

Рівність (7) є *рівнянням творчого стану людини*. До його параметричних станів належать: "$\bar{\theta}$ – наукова ефективність ученого, "$\bar{\theta} \le 1$; інформаційна густина професіоналізму вченого "$\bar{I}_s$ (<1), коефіцієнт індивідуальної творчої активності γ (>0). У такий спосіб одержуємо 3 координати творчого стану вченого – "θ, $\bar{I}_\sigma$, γ. Будемо розглядати параметри емоційного стану як декартові координати точок тривимірного простору"$\bar{\theta}$, $\bar{I}_\sigma \ge \gamma$. Умовимося називати стан, зумовлений безліччю значень $\bar{\theta}$, $\bar{I}_\sigma \ge \gamma$, станом $(\bar{\theta}, \bar{I}_\sigma, \gamma\ (\equiv \Re\eta))$. Перехід стану індивіда $(\bar{\theta}, \bar{I}_\sigma, \gamma\ (\equiv \Re\eta))$ у стан $(\bar{\theta} + d\bar{\theta}, \bar{I}_\sigma + d\bar{I}_\sigma, \gamma + d\gamma)$ будемо називати елементарним процесом. Кінцевий процес відповідає переходові зі стану $(\bar{\theta}', \bar{I}_\sigma', \gamma')$ у стан $(\bar{\theta}'', \bar{I}_\sigma'', \gamma'')$. Будь-який кінцевий процес може бути поданий як послідовна безліч елементарних процесів. Диференціали $d\bar{\theta}$, $d\bar{I}_s$, $d\gamma$ є незалежними між собою. Вибором приросту визначається вид елементарного процесу, яким суб'єкт переводиться з даного стану в суміжний.

Окремі з диференціалів можуть бути рівними нулеві. Тривимірний простір у площині параметрів $\bar{\theta}$, $\bar{I}_s$, γ являє собою C-простір. Очевидно, що кожному станові індивіда відповідає визначена точка C-простору. Якщо позначити точки, що відповідають граничним реалізованим значенням параметрів, то побудоване у такий спосіб геометричне місце є межею ділянок фактично здійсненних станів ученого. Між безліччю точок, що утворять цю обмежену просторову ділянку, і безліччю реально можливих станів суб'єкта існує взаємно однозначна відповідність. Тому треба говорити про точки, що відображають творчий стан ученого (фігуративні точки). Отже, за аналогією з технічними дисциплінами, можемо розглядати *простір творчих станів,* у якому стан відображається точками, а квазистатичні процеси – лініями. Загалом лінія процесу може проходити через будь-які точки просторової ділянки фізично здійсненних творчих станів індивіда.

Отримане рівняння (5) з допомогою відомих і досить простих перетворень може бути приведене до вигляду

$$X^3 + AX + B = 0, \qquad (8)$$

що описує в точності поверхню *катастрофи збірки* $(X = \bar{I}_{s^*}/\bar{I}_s - 1)$ ***(див. рис. 1).***

Інформаційна густина професіоналізму вченого I_s

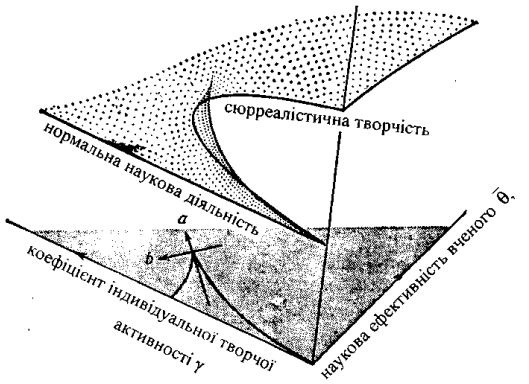


Рис. 1.
Катастрофа "збірка" в координатах наукова ефективність ученого $\bar{\theta}$, інформаційна густина професіоналізму вченого $\bar{I}_s$, коефіцієнт індивідуальної творчої активності γ. .

Збірка – найпростіша "цікава" катастрофа – усюдисуща, вона виявляється в незліченних сферах. Відзначимо, що порівняно молодий напрямок в аналізі – теорія катастроф – уже дав змогу "точним" наукам – фізиці, хімії, їхнім технічним додаткам – отримати з неї велику практичну користь й, насамперед, через кількісні відповіді на поставлені запитання. У царині соціології математичні моделі, що відповідають катастрофам, – нечисленні.

Теорія катастроф теоретично дозволяє відокремлювати ділянки стійкості від ділянок нестійкості. Перевага створюваної у пам'яті нереальної інформації над корисною може з'являтися в режимі нестійкого стану людини, що характеризує саме катастрофу. За Зіманом, зв'язок між "генієм" і "маніяком" визначається рівними захопленістю і "технікою", а перехід зі стану "геній" у стан "маніяк" відбувається у вигляді стрибка їхніх досягнень. Ми розуміємо це як перехід від високої ефективності одержаних одним ученим наукових результатів до малоефективних, нереальних фантазій іншого дослідника, які можуть бути отримані за однакової в них одержимості і професіоналізму. "Класифікація" учених, їхнє порівняння між собою припускає наявність відхилень у їх визначальних інгредієнтах від деякого середнього. Дуже великі відхилення природно ставлять учених на різні полюси. Якщо з визначенням "геній" можна погодитися, то з типологізацією науковців на протилежному полюсі не так легко розібратися. Якщо назву "маніяк", як робить це Зіман, важко прийняти, то і "ненормальним" цих учених вважати не можна. Того, хто створює нереальні конструкції і знаходиться на протилежному від генія полюсі, доречно називати "сюрреалістом".

Одержання математичних моделей, що відповідають катастрофам, може слугувати підтвердженням істинності пропонованої тут моделі[1], а її реалізація відкриває шляхи керування творчим станом людини.

Рівняння (7) і дає змогу *кількісно* визначати взаємозв'язки між відносними величинами параметрів творчого стану людини – *ефективністю, професіоналізмом, індивідуальною творчою активністю*. Діапазон можливих змін ефективності становить: $\bar{\theta} = 0 \div < 1;$ професіоналізму $\bar{I}_s = 0 \div < 1;$ творчої активності $\gamma > 0.$ Використання в нашій моделі відносних величин виявляє можливість на першому етапі за допомогою експертних оцінок визначати кількісні значення різних вихідних величин, виміряти які ми поки що не вміємо. Але отримане рівняння дає змогу надалі переходити і до абсолютних значень психологічних змінних, а також може служити теоретичним обґрунтуванням експериментів, допомогти у пошуці способів виміру таких перемінних. Широкі перспективи конструктивного використання цього рівняння покажемо на прикладі його аналізу.

Спочатку перепишемо рівняння (5) у такому виді

$$\bar{I}_s^3 - \bar{I}_s^2 + (1 + \gamma/\theta)\,\theta \bar{I}_s/a - \theta/a = 0 \quad (9)$$

[1] Усі події в нашому фізичному світі описуються за допомогою 4 координат, тобто обмежуються чотиривимірним простором керувань. Для такого випадку Рене Том (R. Thom) довів дивовижну теорему: у динамічній системі з 4 зовнішніми змінними можуть зустрітися рівно 7 топологічно різних типів стрибка. При цьому будь-яке фізичне порушення безперервності відноситься до одного з 7 типів. У цьому міститься одне з найважливіших досягнень теорії катастроф, про яку мало говорять: будь-яка модель при визначеній кількості змінних повинна привести до однієї з відповідних катастроф. У іншому разі модель неповна або навіть невірна, тобто теорія катастроф може бути також критерієм істинності математичної моделі.

Корені цього кубічного рівняння щодо інформаційної густини *професіоналізму вченого* $\bar{I}_s$ при фіксованому a є функцією $\bar{\theta}$ і γ. Вигляд кривих $\bar{\theta}(\bar{I}_s,\gamma)$ демонструє ***рис. 2***. Як видно, виділяються три типи кривих, що відповідають таким випадкам:

1) нижня крива – трьом дійсним і різним кореням рівняння (9);

2) середня крива – трьом дійсним і рівним кореням;

3) верхня крива – одному кореню дійсному і двом уявним.

Перший випадок має місце при малих значеннях індивідуальної творчої активності вченого γ. Як видно з *рис. 1* і *2*, тоді маємо нестійкий ритм наукової діяльності, на якому, при визначеному рівні професіоналізму $\bar{I}_{smax}$, відбувається зрив нормальної роботи вченого і у його дослідженнях починають переважати далекі від реальності розв'язки (як правило, помилкові). За умов досягнення певного мінімуму ефективності наукової роботи – $\bar{I}_s = \bar{I}_{smin}$, вона знову може почати зростати залежно від його індивідуальної творчої активності γ.

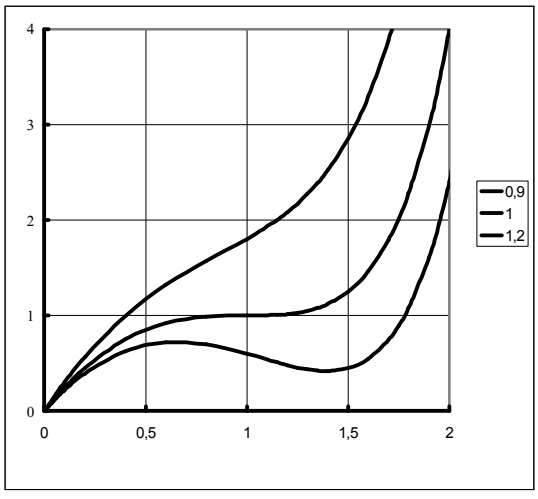


Рис. 2.
Залежність ефективності діяльності вченого $\bar{\theta}$ *(вісь ординат) від його професіоналізму* $\bar{I}_s$ *(вісь абсцис) при різних значеннях індивідуальної творчої активності g; нижня крива – нестійка динаміка з переходом від одержання реалістичних результатів до створення "сюрреалістичних" фантазій; середня – критичний стан, верхня – нормальне зростання ефективності діяльності вченого із зростанням його професіоналізму.*

Точки екстремумів знаходяться з наступних міркувань. Якщо рівняння (9) записати в такому виді:

$$\bar{\theta} = \gamma / (1/\bar{I}_s - 1) - a\bar{I}_s^2 \qquad (10),$$

то для визначення цих точок необхідно розглянути рівняння $\partial\bar{\theta}/\partial/\bar{I}_s\big\backslash_{\gamma}=0$, з якого випливає:

$$\bar{I}_{smm}(1 - \bar{I}_{smm})^2 = \Re\,\eta/2a \equiv \gamma/2a \qquad (11)$$

Функція, що знаходиться ліворуч, визначає точки мінімуму і максимуму на кривій залежно від параметра ефективності діяльності вченого θ і від густини професіоналізму $\bar{I}_{smm}$, яка відповідає екстремальним значенням ***(див. рис. 3)***.

Координати цих точок визначаються місцем перетинання графіка функції, що знаходиться у лівій частині рівняння (11), зі значеннями $\gamma/2a$. У точці максимуму цієї функції значення $\bar{I}_{smin}$, що відповідає мінімумові ефективності $\bar{\theta}$, збігається зі значенням $\bar{I}_{smax}$, – максимумові ефективності діяльності вченого $\bar{\theta}$. У цьому разі наша зиґзаґоподібна нижня крива деформується в деяку "критичну", тобто без максимуму і мінімуму (середня крива), що (точки екстремумів) стискуються до певної кри-

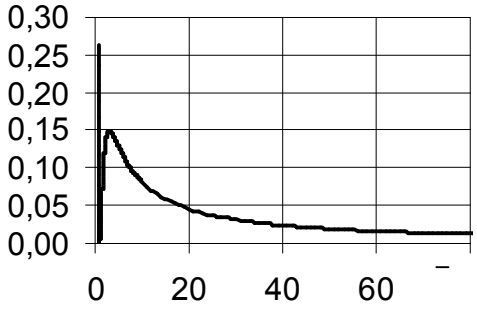


Рис. 3.
Графік залежності функції $\bar{I}_{smm}(1 - \bar{I}_{smm})^2$ *(вісь ординат) від* $\bar{I}_{smin/max}$ *(вісь абсцис), що відповідає мінімуму* $\bar{\theta}$ *– ліва висхідна крива, і максимуму* $\bar{\theta}$ *– права спадна крива.*

тичної точки з координатами $\bar{\theta}_з$; I_{sc} і γ_c. Цей *другий випадок* розв'язку рівняння (9) з трьома дійсними і рівними коренями відповідає наступним критичним значенням використаних нами незалежних змінних:

$$\bar{\theta}_c = a/27;\ \bar{I}_{sc} = 1/3;\ \gamma_з = \Re\eta = 8a/27 \quad (12)$$

Очевидно, що крива 2 відокремлює ділянку нестійкого процесу (крива 1) від стійкого (крива 3). З (12) видно, що критичне значення відносної інформаційної густини професіоналізму $\bar{I}_{sc} = 1/3$. Професіоналізм "генія" можна оцінити цією критичною точкою незалежної змінної $\bar{I}_{sc} = I_{sc}/I' = 1/3$, тобто максимальне "ідеальне" співвідношення між професійними знаннями й ідеалом наукових досягнень і знань дорівнює 1/3. Цей цікавий результат теоретично показує шлях підвищення успішності наукової діяльності: необхідно, щоб частка призначеної до використання в інтересах розв'язання професійних завдань інформації прагнула до 1/3 від "стандарту". На жаль, контролювати цю величину ми поки не маємо змоги, тому що не вміємо вимірювати кількість інформації у пам'яті людини. Проте вкотре підтверджується очевидна необхідність систематичного навчання, роль якого зростає з часом, тому що в пам"яті постійно збільшується загальна кількість ззовні впливової інформації неосвітнього характеру.

З *рис. 3* слідує, що зі зменшенням величини $\gamma/2a = \Re\eta/2a$ точка максимуму $\bar{\theta}$ зміщується у бік зменшення густини професіоналізму I_{smax}, а точка мінімуму $\bar{\theta}$ – у бік збільшення її значення, тобто чим менше творча активність ученого, тим більше потрібно "підвищення його кваліфікації" для повернення до точки початку нового зростання ефективності його діяльності.

Перевищення параметрів науково-дослідної роботи вченого над їхніми критичними значеннями (співвідношення (12))

$$\bar{\theta} > a/27;\ \bar{I}_{sc} > 1/3;\ \gamma_з = (\Re\eta)_з > 8a/27 \quad (13)$$

забезпечує стійке, а відтак без коливань, нормальне зростання ефективності його творчої діяльності.

Якщо визначити "генія" як людину, котра досягла рівня "стандарту" за критерієм своїх досягнень, то ми приходимо до граничної величини $\bar{\theta} = 1$. Ця умова обмежує величину коефіцієнта a співвідношенням $a < 27$, тобто геній характеризується мінімальним продукуванням нереальної інформації. Інші люди, як не парадоксально, відрізняються підвищеним генеруванням інформації, що не має практичної і теоретичної цінності.

Тепер щодо параметра творчої активності γ. Якщо прийняти для наближеної оцінки значення коефіцієнта пропорційності a рівним 27, то умова критичності дає таке відношення $\Re\eta > 8$. При будь-якому найменшому значенні $\Re \sim 1$ одержуємо $\eta > 8$, тобто коефіцієнт розмноження для "генія" повинен, як мінімум, бути більше 8.

Третій випадок процесу (стійкого) зростання ефективності діяльності вченого залежно від зростання професіоналізму реалізується при підвищених значеннях його творчої активності $\gamma = (\Re\eta) > \gamma_з = (\Re\eta)_з = 8a/27$. Очевидно, що великі значення параметра $\gamma = \Re\eta$ відповідають великим творчим здібностям, винятково стійким темпераментам і суб'єктам з найбільш стійкою рухливістю нервової системи. Для цього випадку характерно мале значення "інформаційних шумів", нереальних або швидше "ненормальних", "сюрреалістичних" розумових конструкцій ученого. Це дає підстави у рівнянні (7) зневажити членом $a\bar{I}_s^2$ і записати наступну формулу для ефективності науково-дослідної діяльності вченого у випадку підвищених значень параметра γ:

$$\bar{\theta} = \Re\eta\,(1/\bar{I}_s - 1) \quad (14)$$

або

$$\overline{\theta}(1/\overline{I}_s - 1) = \Re\eta \qquad (15)$$

Останнє рівняння показує, що при високих значеннях творчої активності γ криві $\overline{\theta} = f(\overline{I}_s, \gamma = const)$ є гіперболами, що мають з горизонтальною лінією одну точку перетинання і, як наслідок, один дійсний і два уявних корені.

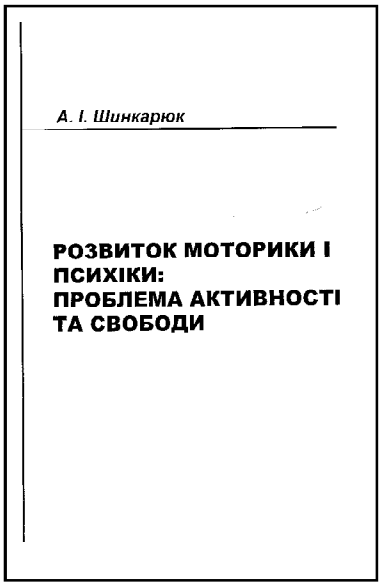
Таким чином, поданий теоретичний аналіз уперше дає змогу *кількісно керувати творчою діяльністю вченого* шляхом зміни його професіоналізму, компетентності та кількох найважливіших індивідуально-психологічних характеристик його особистості.

Подана модель є тільки першим наближенням, оскільки використання зазначених незалежних змінних вимагає подальшого їхнього спеціального вивчення, розробки методики їхнього кількісного визначення. Це завдання виходить за межі цієї роботи.

1. Арнольд В.И. Теорія катастроф. – М.: Наука, 1990. – 128 с.
2. Гінзбург В.Л. Про фізику й астрофізика: Статті і виступи. – М.: Наука, 1985. – С. 364–369.
3. Прісняков В.Ф., Прісняков Л. М. Нестаціонарні психологічні процеси. – Дніпропетровськ: Вид-во Дніпропетровського держуніверситету. – 1994. – 194 с.
4. Прісняков В.Ф., Прісняков Л.М. Математичне моделювання переробки інформації оператором людино-машинних систем. – М.: Машинобудування, 1990. – 248 с.
5. Прісняков Л.М., Прісняков В.Ф. Інформаційне рівняння емоційного стану *(у друці)*.
6. Poston T., Stewart I. Catastrophe theory and its applications. –PITMAN. L-SF-M, 1978. – 606 p.

Надійшла до редакції 5.01.2004.

КНИЖКОВА ПОЛИЦЯ



Шинкарюк А.І.
Розвиток моторики і психіки: Проблема активності та свободи. — Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський державний педагогічний університет, інформаційно-видавничий відділ, 2002. — 200 с.

У монографії висвітлені теоретико-методологічні та практичні питання моторики і психіки з позицій принципу розвитку. Докладно розглянуто взаємозв'язок між розвитком моторики і ступенями активності психіки та свободи у філогенезі тварин і людини, нормативному та потологічному онтогенезі дитини.

Для науковців, викладачів, практичних психологів, усіх, хто цікавиться проблемами психомоторики.

З питань придбання звертайтеся за телефоном у м. Кам'янці-Подільському: (0389) 4-10-36.