ЖУРНАЛ
ЕВРОПЕЙСКОЙ ЭКОНОМИКИ
Том 11 (№ 4). Декабрь 2012
Издание Тернопольского национального экономического университета

Экономическая теория

Юрий ТАДЕЕВ

ОДНОСЕКТОРНАЯ МОДЕЛЬ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА С УЧЕТОМ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО КАПИТАЛА

Резюме

Предложена и исследована новая модель оптимального роста, которая учитывает инвестиции в физический капитал и человеческий капитал с адитивной его частью, представляющей интеллектуальный капитал. Доказано существование магистральной траектории и изучена переходная динамика.

Ключевые слова

Модель экономического роста, инвестиции в физический капитал, инвестиции в интеллектуальный капитал, магистральная траектория, переходная динамика.

Классификация по JEL: O41.

Тадеев Юрий, канд. экон. наук, Киевский национальный университет имени Тараса Шевченка, Украина.

Вступление. Теория макроэкономических производственных функций успешно применяется для построения и исследования целого ряда актуальных моделей экономического роста [1]. В последнее время много внимания уделяется моделям оптимального управления, которые учитывают инвестиции как в физический, так и в человеческий капитал, в частности, в ту его часть, которая называется интеллектуальным капиталом [2].

Производственная функция $Y = F(K, L)$, где $K(t)$ – физический капитал, $L(t)$ – труд (человеческий капитал), называется неоклассической, если она владеет следующими свойствами:

1. Устойчивая эффективность при смене масштаба производства:

$$F(\lambda K, \lambda L) = \lambda F(K, L) \text{ для всех } \lambda > 0 \text{ ;}$$

2. Положительная и уменьшающая отдача ресурсов:

а) для всех $K > 0$ та $L > 0$ будет $F(K, L) > 0$,

б) $\dfrac{\partial F}{\partial K} > 0,\ \dfrac{\partial^2 F}{\partial K^2} < 0;\ \dfrac{\partial F}{\partial L} > 0,\ \dfrac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0;$

3. Условия Инади [3]:

$$\lim_{K \to 0} \frac{\partial F}{\partial K} = \lim_{L \to 0} \frac{\partial F}{\partial L} = \infty;\ \lim_{K \to \infty} \frac{\partial F}{\partial K} = \lim_{L \to \infty} \frac{\partial F}{\partial L} = 0;$$

4. Существенность:

$$F(0, L) = F(K, 0) = 0 \text{ .}$$

Постановка задачи. Предположим, что ресурсами в производственной функции является физический и человеческий капиталы, последний из которых адитивно включает интеллектуальный капитал, увеличивающий этот ресурс:

$$Y = F(K, \hat{L}),\ \hat{L} = L + H \text{ ,} \tag{1}$$

где $F(\cdot)$ – неоклассическая производственная функция, K – физический капитал, $\hat{L} = L + H$ – человеческий капитал, L – труд, H – интеллектуальный капитал, что в данном случае измеряется положительными единицами рабочей силы. Такой подход в представлении производственной функции является новым и не встречается в общеизвестных классических работах [2].

Выпуск может быть использован для потребления или инвестирования в физический и интеллектуальный капиталы. Предположим, что объемы физического и интеллектуального капиталов амортизируются и выбывают с темпами δ_K и δ_L соответственно.

Ресурсное ограничение экономики имеет вид:

$$Y = C + I_K + I_H , \quad (2)$$

где I_K и I_H – валовое инвестирование в физический и интеллектуальный капиталы соответственно. Изменения в двух видах капиталов описываются дифференциальными уравнениями:

$$\begin{aligned} \dot{K} &= I_K - \delta_K K,\ K(0) = K_0, \\ \dot{H} &= I_H - \delta_H H,\ H(0) = H_0. \end{aligned} \quad (3)$$

Труд L растет с известным темпом:

$$L(t) = L_0 e^{nt},\ n > 0 . \quad (4)$$

Пусть для производственной функции (1) выполняются все условия неоклассической производственной функции, в частности и условия Инади, которые в нашем случае приобретут следующий вид:

$$\lim_{K\to 0}\frac{\partial F}{\partial K} = \lim_{\hat{L}\to 0}\frac{\partial F}{\partial \hat{L}} = \infty;\ \lim_{K\to \infty}\frac{\partial F}{\partial K} = \lim_{\hat{L}\to \infty}\frac{\partial F}{\partial \hat{L}} = 0. \quad (5)$$

Считаем, что домохозяйства максимизируют интегральную функцию полезности

$$U = \int_0^\infty u(c(t))e^{-\rho t}dt,\ \rho > 0 , \quad (6)$$

где

$$u(c) = \frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta},\ \theta > 0 , \quad (7)$$

– функция полезности с устойчивой межвременной эластичностью замещения [2]

$$\sigma = -\frac{u'(c)}{u''(c)c} = \frac{1}{\theta}. \quad (8)$$

Результаты исследования. Данную задачу оптимального управления (1)–(8) будем решать используя принцип максимума Понтригина [4]. Для этого сложим гамильтониан

$$J = u(c)e^{-\rho t} + \mu(I_K - \delta_K K) + \nu(I_H - \delta_H H) + \\ + \omega\left(F\left(K, \hat{L}\right) - C - I_K - I_H\right), \tag{9}$$

где μ и ν – теневые цены, связанные с K и H соответственно, а ω – множитель Лагранжа, связанный с уравнением (2). Отметим при этом, что ограничение неотъемлемость валовых инвестиций $I_K \geq 0$, $I_H \geq 0$ мы, пока-что, не учитываем.

Необходимые условия оптимальности первого порядка имеют вид:

$$\frac{\partial J}{\partial c} = 0 \quad \Rightarrow \quad u'(c)e^{-\rho t} = \omega,$$

$$\frac{\partial J}{\partial I_K} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mu = \omega,$$

$$\frac{\partial J}{\partial I_H} = 0 \quad \Rightarrow \quad \nu = \omega,$$

$$\dot{\mu} = -\frac{\partial J}{\partial K} = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{\mu} = \mu\delta_K - \omega\frac{\partial F}{\partial K},$$

$$\dot{\nu} = -\frac{\partial J}{\partial H} = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{\nu} = \nu\delta_H - \omega\frac{\partial F}{\partial H}.$$

Отсюда получаем $\mu = \nu = \omega$, откуда

$$\frac{\partial F}{\partial K} - \frac{\partial F}{\partial H} = \delta_K - \delta_H. \tag{10}$$

Из соотношения (7) и выражения для переменной ω получаем

$$\frac{\dot{\omega}}{\omega} = -\theta\frac{\dot{c}}{c} - \rho, \tag{11}$$

откуда имеем соотношение для темпа прироста потребления

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta}\left(-\frac{\dot{\omega}}{\omega} - \rho\right) = \frac{1}{\theta}\left(\frac{\partial F}{\partial K} - \delta_K - \rho\right) = \frac{1}{\theta}\left(\frac{\partial F}{\partial H} - \delta_H - \rho\right). \tag{12}$$

Приведем вспомогательную переменную

$$z := \frac{\hat{L}}{K} = \frac{L + H}{K} \tag{13}$$

и рассмотрим соотношение (10) как уравнение относительно переменной z.

Из линейной однородности производственной функции $F(K,\hat{L})$ вытекает, что величины $\frac{\partial F}{\partial K}$ та $\frac{\partial F}{\partial \hat{L}}$ являются однородными функциями степени 0, то есть можно записать

$$\frac{\partial F}{\partial K}=\phi(z)>0,\ \frac{\partial F}{\partial \hat{L}}=\frac{\partial F}{\partial H}=\psi(z).$$

Вместе с тем,

$$\frac{\partial^2 F}{\partial K^2}=\phi'(z)\left(-\frac{\hat{L}}{K^2}\right)<0 \quad \Rightarrow \quad \phi'(z)>0\,,$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial \hat{L}^2}=\psi'(z)\frac{1}{K}<0 \quad \Rightarrow \quad \psi'(z)<0\,.$$

Используя условия Инади (5), получаем

$$\lim_{z\to 0}\phi(z)=\lim_{K\to\infty}\frac{\partial F}{\partial K}=0,\ \lim_{z\to 0}\psi(z)=\lim_{\hat{L}\to 0}\frac{\partial F}{\partial \hat{L}}=\infty,$$
$$\lim_{z\to\infty}\phi(z)=\lim_{K\to 0}\frac{\partial F}{\partial K}=\infty,\ \lim_{z\to\infty}\psi(z)=\lim_{\hat{L}\to\infty}\frac{\partial F}{\partial \hat{L}}=0.$$

Перепишем тогда уравнение (10) в виде

$$\phi(z)-\psi(z)=\delta_K-\delta_L\,. \tag{14}$$

В уравнении (14) слева имеем монотонно возрастающую функцию, что при росте аргументе z на интервале $(0,\infty)$ будет возрастать от $-\infty$ до ∞. В таком случае очевидно, что уравнение (14) имеет единственное положительное решение $z^* \geq 0$.

Равенство $z=z^*$ представляет условие равенства чистого граничного продукта физического капитала и чистого граничного продукта интеллектуального капитала

$$\frac{\partial F^*}{\partial K}-\delta_K=\frac{\partial F^*}{\partial H}-\delta_H\,.$$

Из этого вытекает, что при $z=z^*$ чистая норма доходности физического и интеллектуального капиталов равна

$$r^*=\frac{\partial F^*}{\partial K}-\delta_K=\frac{\partial F^*}{\partial H}-\delta_H\,. \tag{15}$$

Если соотношение $\frac{\hat{L}}{K}$ является устойчивым, то из уравнения (10) вытекает, что соотношение $\frac{\dot{c}}{c}$ также устойчиво и после подстановки $z = z^*$ в (12) находим, что

$$\frac{\dot{c}}{c} = \gamma^* = \frac{1}{\theta}\left(\frac{\partial F^*}{\partial K} - \delta_K - \rho\right) = \frac{1}{\theta}\left(\frac{\partial F^*}{\partial H} - \delta_H - \rho\right). \tag{16}$$

При этом предполагается, что параметры модели таковы, что величина $\gamma^* > 0$.

Для того чтобы продемонстрировать, как наша модель соответствует общим представлениям, подставим выражение $\frac{L+H}{K} = z^*$ в производственную функцию (1) и получим

$$Y = F(1, z^*)K = AK,\ \ A > 0. \tag{17}$$

Мы видим, что наша модель в конечном счете эквивалентна классической AK-модели [2], в которой отсутствует четкое разделение разных капиталов. Поэтому для нашей модели можем применить методы анализа относительно AK-модели и показать, что если условие трансверсальности [2] выполнено, то темпы прироста Y, K и $\hat{L}$ должны быть равны темпу прироста c. Отметим, что условием трансверсальности является $r^* > \gamma^*$ [2]. Имеем $\gamma^* = \frac{1}{\theta}(r^* - \rho) > 0$.

Рассмотрим теперь вопрос об учете в рассмотренной модели (1)–(8) еще положительного ограничения неотъемлемости валового инвестирования. Предположим, что экономика стартует с двумя объемами капиталов $K(0)$ и $H(0)$. Если соотношение $\frac{L(0)+H(0)}{K(0)}$ отклоняется от значения z^*, найденного из уравнения (14), то оптимальное решение диктует необходимость дискретного прыжка в этих двух объемах так, чтобы мгновенно было достигнуто значение z^*. Это значит, мы должны предположить, что инвестиции мгновенно взаимозаменяются. Это нереалистично. Инвесторы могут выбирать, куда инвестировать: в интеллектуальный капитал или в физический. Однако если решение реализовано, то оно необратимо. Математически эти условия необратимости приобретают вид ограничений-неравенств $I_K \geq 0$ и $I_H \geq 0$.

Если $\frac{L(0)+H(0)}{K(0)} < z^*$, то есть когда H в начале часа является малым относительно K, то наше решение диктует увеличение H и уменьшение K в нулевой момент времени. Желание уменьшить K на дискретную величину приводит к тому, что неравенство $I_K \geq 0$ является связывающим в начальный момент времени. Тогда домохозяйство выбирает $I_K = 0$, темп прироста K и задается уравнением $\frac{\dot{K}}{K} = -\delta_K$, так, что траектория K определяется уравнением

$$K(t) = K(0)e^{-\delta_K t}, \ \ t > 0 \ . \tag{18}$$

Ключевым моментом здесь является то, что $\frac{L+H}{K}$ возрастает и достигает оптимального значения z^* за конечное время. В этой точке граничные продукты человеческого и физического капиталов становятся равными и ограничение неотъемлемости валового инвестирования в физический капитал перестает быть связующим. Тогда оба вида капиталов (физический и человеческий) возрастают с одним и тем же темпом γ^*, который определяется равенствами (16). Мы предварительно уже предполагали, что параметры модели такие, что $\gamma^* > 0$.

До прихода в стационарное состояние $\frac{L(0)+H(0)}{K(0)} < z^*$ и $I_K = 0$. Если $I_K = 0$, то оптимизационная задача домохозяйства может быть записана в виде упрощенного гамильтониана

$$J = u(c)e^{-\rho t} + \omega\left(F\left(K, \hat{L}\right) - C - \delta_H H\right). \tag{19}$$

Следовательно, данная модель эквивалентна стандартной неоклассической модели роста, в которой домохозяйства выбирают между потреблением и инвестированием в один вид капитала H при наличии экзогенного технологического прогресса, который увеличивает интенсивность использования второго ресурса, в данном случае, K. В стандартной модели этот второй ресурс, физический капитал, возрастает с устойчивым темпом в то время, как в данной модели второй ресурс K возрастает с отрицательным темпом $-\delta_K$.

Следовательно, динамика $\hat{L}$ и Y согласуется с неоклассической моделью роста. Как вытекает из анализа раздела 2 монографии [2], решение имеет свойство сходимости в том смысле, что темпы прироста

$$\gamma_{\hat{L}} = \frac{\dot{\hat{L}}}{\hat{L}} \text{ и } \gamma_Y = \frac{\dot{Y}}{Y}$$

монотонно уменьшаются со временем. Поскольку эти два темпа прироста монотонно уменьшаются до значения $\gamma^* > 0$, то они должны быть положительными. Таким образом, $\frac{L+H}{K}$ монотонно растет со временем, частично в связи со снижением K (с темпом δ_K), а частично в связи с ростом $\hat{L}$ (с темпом, который уменьшается к γ^*). Из роста $\frac{\hat{L}}{K}$ вытекает, что чистый граничный продукт человеческого капитала, а следовательно, и норма доходности, монотонно снижается. Эта снижающаяся траектория нормы доходности соответствует, как обычно, снижающейся траектории γ_c.

Из данного анализа вытекает, что зависимость темпа прироста выпуска γ_Y от величины соотношения $\frac{\hat{L}}{K}$ обратна до того времени, пока $\frac{\hat{L}}{K}$ меньше стационарного значения z^*. Зависимость γ_Y от $\frac{\hat{L}}{K}$ в [2] названа эффектом дисбаланса.

Аналогичные результаты получаются в случае, когда экономика начинает развиваться в условиях относительного избытка человеческого капитала

$$\frac{L(0)+H(0)}{K(0)} > z^*.$$

Выводы. Таким образом, в данной работе предложена новая модель экономического роста, которая учитывает физический (K) и интеллектуальный (H) капиталы. Здесь интеллектуальный капитал рассматривается как адитивная часть человеческого капитала ($\hat{L} = L + H$). Показано существование магистральной траектории. Проанализирована переходная динамика для выхода из начального состояния на магистральную траекторию.

Литература

1. Пономаренко О. І. Сучасний економічний аналіз: У 2 ч. – Ч. 2. Макроекономіка: [навч. посібник] / О. І. Пономаренко, М. О. Перестюк, В. М. Бурим. – К.: Вища школа, 2004. – 207 с.

2. Барро Дж. Экономический рост / Р. Дж. Барро, Х. Сала-и-Мартин: [пер. с англ.] – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010. – 824 с.
3. Inada K. On a Two-Sector Model of Economic Growth: Comments and a Generalization // Review of Economic Studies. – 1963. – Vol. 30. – № 2. – P. 119–127.
4. Григорків В. С. Оптимальне керування в економіці: [навч. посібник] / В. С. Григорків. – Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2011. – 200 с.

Статья поступила в редакцию 10 октября 2012 г.