

Тернопільський національний економічний університет

На правах рукопису

ПУКАС АНДРІЙ ВАСИЛЬОВИЧ

УДК 519.24

**Методи планування експериментів
для оптимізації математичних моделей
на основі інтервальних даних**

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

Дисертація на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Науковий керівник Дивак Микола Петрович,
доктор технічних наук, професор

Тернопіль – 2007

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	5
ВСТУП.....	6
РОЗДІЛ 1 АНАЛІЗ МЕТОДІВ ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТІВ ДЛЯ ПОБУДОВИ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ У ЗАДАЧАХ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ	16
1.1. Особливості задач та методів побудови математичних моделей для прийняття рішень.....	16
1.1.1. Математичні моделі для задач прийняття рішень на основі експериментальних даних.....	16
1.1.2. Задача моделювання характеристик уніфікованого ряду технічних пристроїв.....	22
1.1.3. Задача контролю порогових рівнів параметрів систем	23
1.1.4. Задача вибору оптимальних параметрів статичної системи на основі критерію мінімуму або максимуму	25
1.2. Критерії планування регресійних експериментів.....	27
1.3. Критерії та методи планування інтервальних експериментів.....	30
1.4. Постановка задач дисертаційного дослідження	41
ВИСНОВКИ ДО ПЕРШОГО РОЗДІЛУ.....	43
РОЗДІЛ 2 МОДЕЛІ ДЛЯ ЗАДАЧ ПРИЙНЯТТЯ ОПТИМАЛЬНИХ РІШЕНЬ НА ОСНОВІ ІНТЕРВАЛЬНИХ ДАНИХ	44
2.1. Математичні моделі критеріїв на основі інтервальних даних	45
2.1.1. Математична модель критерію для задачі контролю порогових рівнів параметрів систем.....	45
2.1.2. Математична модель критерію для задачі вибору оптимальних параметрів статичної системи на основі критерію мінімуму або максимуму	48
2.2. Моделі критеріальних функцій на основі аналізу інтервальних	

даних	52
2.3. Оптимізація математичних моделей на основі інтервальних даних у задачах прийняття рішень.....	60
ВИСНОВКИ ДО ДРУГОГО РОЗДІЛУ	63

РОЗДІЛ 3 ПОСЛІДОВНЕ ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТІВ

ДЛЯ ОПТИМІЗАЦІЇ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ	64
3.1. Особливості синтезу спектрів послідовних планів для інтервальних моделей у задачах прийняття рішень	64
3.2. Послідовне планування I_G -оптимальних експериментів.....	74
3.3. Послідовне планування експерименту для задач контролю порогових рівнів параметрів систем	83
3.4. Метод послідовного планування експерименту для задач вибору оптимальних параметрів статичної системи на основі критерію мінімуму або максимуму	91
ВИСНОВКИ ДО ТРЕТЬОГО РОЗДІЛУ	97

РОЗДІЛ 4 ЗАСТОСУВАННЯ РОЗРОБЛЕНИХ МЕТОДІВ

ПЛАНУВАННЯ ОПТИМАЛЬНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ ДЛЯ ЗАДАЧ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ.....	99
4.1. Планування оптимального експерименту для побудови та оптимізації інтервальної моделі енергетичної характеристики високочастотних магнітних підсилювачів імпульсних джерел електроживлення	99
4.1.1. Особливості функціонування імпульсного регулятора напруги на ВМП.....	99
4.1.2. Методика експериментальних досліджень для побудови моделі енергетичної характеристики високочастотних магнітних підсилювачів	102
4.1.3. Оптимальне планування експерименту для побудови інтервальної моделі енергетичної характеристики	

високочастотних магнітних підсилювачів	104
4.2. Математична модель для задачі прийняття рішень в екологічному моніторингу	112
4.2.1. Особливості організації контролю рівня шкідливих забруднень атмосфери лабораторіями санітарно-епідеміологічної станції міста	112
4.2.2. Моделі для задач прийняття рішень про перевищення концентрації шкідливих викидів граничнодопустимих концентрацій.....	114
4.3. Програмний комплекс для реалізації та досліджень оптимальних послідовних планів для побудови та оптимізації моделей у задачах прийняття оптимальних рішень.....	123
ВИСНОВКИ ДО ЧЕТВЕРТОГО РОЗДІЛУ	127
ВИСНОВКИ	128
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	131
Додаток А Таблиці I_G -оптимальних насичених планів.....	145
Додаток Б Лістинги програм, виконаних в середовищі MATLAB, для синтезу I_G -оптимальних насичених планів.....	149
Додаток В Приклад програми в середовищі Mathcad для реалізації методу послідовного планування експерименту	152
Додаток Д Акти про впровадження результатів дисертаційної роботи.....	158

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

ВМП	високочастотний магнітний підсилювач
ГДК	граничнодопустима концентрація
ДВЕЖ	джерело вторинного електроживлення
е.р.с.	електрорушійна сила
к.к.д.	коефіцієнт корисної дії
МНК	метод найменших квадратів
ОПР	особа, що приймає рішення
ПР	прийняття рішення
СВЕЖ	система вторинного електроживлення
СЕС	санітарно-епідеміологічна станція
ШІМ	широтно-імпульсна модуляція

ВСТУП

Сучасний розвиток науки і техніки в Україні характеризується широким застосуванням математичних моделей для задач прийняття рішень в різних сферах, зокрема для задач синтезу та оптимізації характеристик уніфікованих рядів технічних пристроїв, для задач контролю порогових рівнів параметрів технічних систем, технологічних процесів, контролю забруднення навколишнього середовища та ін. Такі моделі переважно будуються за умов невизначеності, що призводить до отримання стохастичної, нечіткої чи інтервальної критеріальної функції і, як наслідок, отримання замість одного рішення множини рішень.

Побудова математичних моделей для вказаних задач вимагає проведення експериментальних досліджень, які, як правило, характеризуються високою вартістю. Так, для задач синтезу характеристик уніфікованого ряду технічних пристроїв, оптимізації параметрів пристроїв цього ряду, необхідним є створення окремих зразків пристроїв з різними параметрами з метою проведення експериментальних досліджень. Задача контролю порогових рівнів забруднення навколишнього природного середовища для побудови та оптимізації моделі статичних полів концентрацій шкідливих викидів передбачає проведення експериментальних досліджень, кожне з яких відзначається високою вартістю.

Таким чином, вказані задачі вимагають мінімізації витрат на побудову моделей для прийняття рішень, тобто оптимального планування експериментів.

Актуальність теми. Задачам планування оптимальних експериментів за умов невизначеності присвячено достатньо велику кількість праць вітчизняних і зарубіжних науковців. Зокрема, найбільш повно методи організації оптимальних експериментів для побудови стохастичних критеріальних функцій описано у працях вчених В.В. Федорова, В.В. Налімова, Ю.П. Адлера, К. Хартмана, Е.К. Лецького, В. Шефера та ін.

Методи планування оптимальних експериментів для задач аналізу інтервальних даних розроблені меншою мірою. Серед найбільш значущих праць в цьому напрямку слід виділити дослідження О.П.Воцініна, В.М.Кунцевича, М.П.Дивака, Л.Пронзато та ін. Існуючі критерії оптимального планування експериментів та методи синтезу оптимальних планів націлені на забезпечення певних властивостей стохастичних критеріальних функцій та критеріальних функцій, побудованих методами аналізу інтервальних даних. Такі методи є непридатними для розв'язування задач побудови моделей і процедур для ПР, оскільки оптимізують для стохастичних та інтервальних критеріальних функцій такі характеристики, як точність та адекватність, і не забезпечують мінімізації потужності множин рівнозначних рішень. Крім того, методи оптимального планування експериментів, побудовані на критеріях оптимізації властивостей стохастичних критеріальних функцій, вимагають значних експериментальних досліджень, що не завжди можливе за умов високої вартості кожного дослідження.

Таким чином, актуальною є науково-технічна задача створення методів планування експериментів з інтервальними даними, що оптимізують математичні моделі для задач прийняття рішень за критеріями мінімізації потужності множин рішень.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційне дослідження виконано відповідно до державної науково-технічної програми "Методи оптимізації, програмне забезпечення та інформаційні технології у складних системах", пов'язане з науково-дослідними темами "Розробка теоретичних засад, алгоритмічного та програмного забезпечення моделювання технічних, екологічних та економічних систем на основі аналізу інтервальних даних" (номер державної реєстрації 0102U002565), "Розробка теоретичних основ апаратного і програмного забезпечення для дослідження та моделювання широкого класу об'єктів методами аналізу інтервальних даних на базі дистрибутивної

вимірювально-керуючої мережі” (номер державної реєстрації 0103U005903), “Методи, апаратні та програмні засоби для дослідження та моделювання нестационарних розподілених об’єктів на основі інтервальних даних” (номер державної реєстрації 0106U000529), „Співпраця між Україною та Румунією в галузі розподілених систем” (номер державної реєстрації 0106U005307), що входять до тематичного плану наукових досліджень Тернопільського національного економічного університету і в яких здобувач був виконавцем.

Мета і задачі дослідження. Мета дослідження – розробити методи, алгоритми та програмне забезпечення для планування експериментів на основі аналізу інтервальних даних, що оптимізують математичні моделі у задачах прийняття рішень, і застосувати їх для розв’язування прикладних задач.

Для досягнення поставленої мети в дисертації необхідно вирішити такі основні задачі:

- провести аналіз задач та методів побудови математичних моделей для ПР;
- провести аналіз критеріїв планування оптимальних експериментів для задач побудови математичних моделей за умов невизначеності;
- побудувати математичні моделі критеріїв для задачі контролю порогових рівнів параметрів систем та задачі вибору оптимального рішення на основі критерію мінімуму або максимуму;
- обґрунтувати методи побудови моделей критеріальних функцій для задач ПР на основі аналізу інтервальних даних;
- систематизувати методи побудови спектрів I_G -оптимальних планів для інтервальних моделей;
- розробити метод послідовного планування I_G -оптимальних експериментів;
- розробити методи послідовного планування експериментів для задачі контролю порогових рівнів параметрів систем та задачі вибору оптимального рішення на основі критерію мінімуму або максимуму;

- застосувати розроблені методи послідовного планування експериментів для побудови інтервальної моделі енергетичної характеристики високочастотних магнітних підсилювачів імпульсних джерел електроживлення та для задачі екологічного моніторингу;

- розробити програмний комплекс для реалізації та досліджень оптимальних послідовних планів для побудови та оптимізації моделей у задачах ПР.

Об'єкт дослідження – процеси оптимізації математичних моделей у задачах ПР на основі інтервальних даних.

Предмет дослідження – планування експериментів для оптимізації математичних моделей у задачах ПР на основі інтервальних даних.

Методи дослідження. Для вирішення поставлених задач в дисертації застосовувались методи інтервального аналізу, теорія планування експерименту, теорія імовірностей та математична статистика, теорія матриць, чисельні методи.

Наукова новизна одержаних результатів полягає в тому, що:

- набули подальшого розвитку методи оптимізації інтервальних моделей для задач ПР на основі експериментальних даних, які, на відміну від існуючих, базуються на критеріях мінімізації розмірів множини рівнозначних рішень, забезпечують економію ресурсів на створення цих моделей;

- набули подальшого розвитку методи побудови послідовних IG-оптимальних експериментів, які, на відміну від існуючих, забезпечують неперервність інтервальних критеріальних функцій моделей для задач ПР, відзначаються низькою обчислювальною складністю і, порівняно з існуючими методами при однаковій кількості спостережень, забезпечують меншу максимальну ширину коридору критеріальних функцій;

- вперше розроблено метод оптимізації інтервальних моделей для задач контролю порогових рівнів параметрів систем на основі процедур оптимального планування експериментів, що дозволило мінімізувати

витрати на побудову цих моделей. Розроблений метод при однаковій кількості спостережень забезпечує, порівняно з існуючими методами, менший об'єм області рівнозначних рішень щонайменше на 3,22%, а в середньому виграш складає 23,6%;

– вперше розроблено метод оптимізації інтервальних моделей для задач вибору оптимальних параметрів статичної системи на основі процедур послідовного планування експерименту, який при однаковій кількості спостережень забезпечує, порівняно з існуючими методами, менший об'єм області рівнозначних рішень щонайменше на 12,10%, а в середньому виграш складає 25,69%.

Практичне значення одержаних результатів полягає в тому, що:

– розроблені методи дозволили створити програмне забезпечення, що забезпечило мінімізацію витрат на оптимізацію інтервальних моделей у задачах ПР для різних практичних застосувань, зокрема для встановлення фактів перевищення норм гранично допустимих концентрацій шкідливих викидів в атмосферу;

– застосування розроблених оптимальних планів експериментів для побудови та оптимізації інтервальних моделей енергетичних характеристик магнітних ключів імпульсних джерел живлення дозволило зменшити витрати на встановлення загальних характеристик уніфікованого ряду цих пристроїв.

Розроблені методи та алгоритми оптимального планування послідовних експериментів впроваджені у санітарно-епідеміологічній станції м. Тернополя для оптимізації інтервальних моделей контролю порогових рівнів шкідливих речовин, у ВАТ ТКБР "Стріла" для розробки та виробництва джерел вторинного електроживлення, для виконання держбюджетних науково-дослідних робіт на кафедрі комп'ютерних наук ТНЕУ, що підтверджено актами про впровадження.

На основі проведених досліджень здобувачем розроблено методичне та програмне забезпечення, яке використовують у навчальному процесі в

Тернопільському національному економічному університеті для викладання дисципліни “Моделювання систем”.

Особистий внесок здобувача. Усі положення, які становлять суть дисертаційної роботи, сформульовані та вирішені здобувачем самостійно. У друкованих працях, опублікованих у співавторстві, здобувачу належать:

1. Дивак М.П., Пукас А.В., Яськів В.І. Планування оптимального експерименту для побудови інтервальної моделі енергетичної характеристики високочастотних магнітних підсилювачів імпульсних джерел живлення // Вісник Тернопільського державного технічного університету.- Тернопіль, 2006.-Том 11, № 3. – С. 169 – 177 – послідовний I_G -оптимальний план для побудови інтервальної моделі енергетичної характеристики високочастотних магнітних підсилювачів імпульсних джерел електроживлення.

2. Дивак М.П., Пукас А.В., Сапожник Г.В. Оптимальна адаптивна процедура прийняття рішень на основі інтервальних моделей // Відбір і обробка інформації. – 2006.-№100.-С.15-21 – розроблений метод послідовного планування експериментів для задачі вибору оптимального рішення на основі критерію мінімуму або максимуму.

3. Дивак М.П., Пукас А.В., Шпінталь М.Я. Послідовне планування експериментів для побудови інтервальних моделей прийняття рішень // Вісник НУ «Львівська політехніка». Радіоелектроніка та телекомунікації. – 2005. –№534.-С.138-147 – розроблений метод послідовного планування експериментів для задач контролю порогових рівнів параметрів систем.

4. Дывак Н.П., Пукас А.В. Последовательное планирование I_G -оптимальных экспериментов для построения интервальных моделей статических систем // Проблемы управления и информатики. - 2004. - №5. - С.31-38 – розроблений метод послідовного I_G -оптимального планування експериментів.

5. Дивак М.П., Пукас А.В. Таблиці оптимальних планів експерименту у випадку локалізації області параметрів інтервальної моделі //

Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. - 2002.- №2. - С.181-190 – розроблені таблиці оптимальних планів експериментів.

6. Dyvak M., Pukas A. Interval Model in Task of Environmental Impact Assessment // The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics: Proceedings of the IX International Conference.-Lviv-Polyana, Ukraine: National University „Lviv Polytechnic”, 2007. - P.479-483 – план послідовного експерименту та побудована в результаті його реалізації інтервальна модель поля концентрацій окислів азоту на досліджуваній ділянці м.Тернополя.

7. Dyvak M., Pukas A., Yaskiv V., Gurnik O. Interval model of power characteristic of high-frequency magnetic amplifier of pulse power supplies // Computational problems of electrical engineering. Proceedings of the Vth international workshop. - Odessa, 2006, - P. 22-25 – інтервальна модель енергетичної характеристики високочастотних магнітних підсилювачів імпульсних джерел електроживлення.

8. Dyvak M., Pukas A. Estimation of efficiency of adaptive procedure of creation of interval models for decisions support // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science. Proceedings of the VII International Conference TCSET'2006.- Lviv-Slavsko: National University „Lviv Polytechnic”, 2006. - P. 173-175 – проведене оцінювання ефективності методу послідовного планування експериментів для задач вибору оптимальних параметрів систем на основі критерію мінімуму або максимуму.

9. Dyvak M., Pukas A. Criterion of design of experiments for tasks of decision support interval model creation // Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications: Proceedings of the III International Workshop.-Sofia, Bulgaria, 5-7 September 2005, P.495-497 – розроблений критерій мінімізації об'єму області рівнозначних рішень для оптимізації інтервальної моделі у задачі прийняття рішень.

10. Dyvak M., Pukas A. Optimum interactive procedure of decision support based on unimodal interval models of criterion // International Symposium

on Theoretical Electrical Engineering: Proceedings of the XIII International Symposium ISTET'05, Lviv, Ukraine: National University „Lviv Polytechnic”, 2005.- P.259-263 – досліджені властивості області рівнозначних рішень при побудові інтервальної моделі для задачі прийняття рішень на основі планування експерименту.

11. Dyvak M., Pukas A. Design of experiments for creation of interval model of decision support systems // The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics: Proceedings of the VIII International Conference.-Lviv-Polyana, Ukraine: National University „Lviv Polytechnic”, 2005. - P.318-321 – проведена оцінка ефективності методу послідовного планування експериментів для задач прийняття рішень екологічної експертизи.

12. Дивак М.П., Пукас А.В. Послідовне планування I_G -оптимальних експериментів для побудови інтервальних моделей статичних систем // Наукові космічні дослідження: Школа-семінар для молодих науковців: Матеріали виступів. – К.: ІВЦ "Видавництво "Політехніка", 2004.- С.50-51 – розроблений критерій вибору точок плану у послідовному експерименті.

13. Dyvak M., Pukas A. Design of experiment for tasks of the ecological monitoring systems // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science. Proceedings of the VI International Conference TCSET'2004.- Lviv-Slavsko: National University „Lviv Polytechnic”, 2004. - P.67-69 – запропонована процедура планування експерименту для задач екологічного моніторингу у два етапи: проведення насиченого I_G -оптимального експерименту та проведення послідовних вимірювань.

14. Dyvak M., Pukas A., Mangula V. Estimation efficiency of optimal localization designs for interval models synthesis // Computational problems of electrical engineering. Proceedings of the Vth international workshop. - Jazleevets, 2003, - P. 86-88 – дослідження точності інтервальної квадратичної критеріальної функції з двовимірним вектором рішень, побудованої на основі оптимального плану.

15. Дивак М.П., Пукас А.В., Манжула В.І. Оцінка ефективності застосування оптимальних локалізаційних планів при побудові інтервальних моделей статичних систем // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах: Тези ІХ науково-техн. конф. - Хмельницький: ТУП, 2003. - С.8 – дослідження ефективності інтервальної квадратичної критеріальної функції з двовимірним вектором рішень, побудованої на основі оптимального плану.

16. Dyvak M., Pukas A. Identification of the static system interval models by application of optimal localization experiment // The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics: Proceedings of the VII international conference.-Lviv-Slavske: National University „Lviv Polytechnic”, 2003. - P. 180-184 – алгоритм застосування оптимальних планів експериментів для ідентифікації інтервальних моделей.

Апробація результатів дисертації. Матеріали дисертації доповідалися та обговорювалися на 10 міжнародних, 6 національних конференціях та семінарах, а саме на VII International Conference „The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics” CADSM’2003 (Lviv-Slavske, 2003), ІХ науково-технічній конференції „Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах” (Хмельницький, 2003), V International Workshop „Computational Problems of Electrical Engineering” (Jazleevets, 2003), VI International Conference “Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science” TCSET’2004 (Lviv-Slavsko, 2004), школі-семінарі для молодих науковців „Наукові космічні дослідження” (Київ, 2004), VIII International Conference „The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics” CADSM’2005 (Lviv-Polyana, 2005), XIII International Symposium „International Symposium on Theoretical Electrical Engineering” ISTET’05 (Lviv, 2005), III International Workshop „Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications” IDAACS’2005 (Sofia, 2005), VII International Conference “Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and

Computer Science” TCSET’2006 (Lviv-Slavsko, 2006), школі-семінарі для молодих науковців «Індуктивне моделювання» (с. Жукін, Київська обл., 2006), V International Workshop “Computational problems of electrical engineering” (Odesa, 2006); 8th International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing SYNASC (Timisoara, Romania, 2006), IX International Conference „The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics” CADSM’2007 (Lviv-Polyana, 2007), на наукових семінарах кафедри автоматики Університету Цінхуа (Пекін, 2003), у науково-практичних конференціях професорсько-викладацького складу та семінарах кафедри комп’ютерних наук Тернопільського національного економічного університету (Тернопіль, 2003-2007).

Публікації. Результати дисертації опубліковано у 16 наукових працях загальним обсягом 88 сторінок, у тому числі в 5 статтях у фахових наукових виданнях, в 11 публікаціях у матеріалах конференцій та тезах доповідей.

РОЗДІЛ 1

АНАЛІЗ МЕТОДІВ ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТІВ ДЛЯ ПОБУДОВИ
МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ У ЗАДАЧАХ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

1.1. Особливості задач та методів побудови математичних моделей для прийняття рішень

1.1.1. Математичні моделі для задач прийняття рішень на основі експериментальних даних. У процесі виробничої діяльності, зокрема під час проектування та дослідження різних технічних систем чи їхніх компонент, для задач синтезу та оптимізації характеристик уніфікованих рядів технічних пристроїв, для задач контролю порогових рівнів параметрів технічних систем, технологічних процесів, контролю забруднення навколишнього середовища доводиться приймати рішення на основі неповної або нечіткої інформації.

Задачею прийняття рішення [18,22, 96, 102, 106, 112, 116] називають сукупність множини можливих варіантів рішень та критерію оптимальності рішень

$$M = \langle X, O \rangle, \quad (1.1)$$

де X – множина можливих варіантів рішень;

O – критерій оптимальності рішень.

Розв'язком цієї задачі є множина X_{OPT} , яка є підмножиною множини X ($X_{OPT} \subset X$) і отримана на основі критерію оптимальності.

Критерій оптимальності, як правило, задається критеріальною функцією $f(x)$. Прикладом критерію оптимальності може бути мінімізація критеріальної функції $f(x) \rightarrow \min$. Щоб розв'язати дану задачу мінімізації функції $f(x)$ на множині X , необхідно знайти такий вектор $x_0 \in X$ (а також

відповідне значення критеріальної функції), щоб нерівність $f(x_0) \leq f(x)$ виконувалась для всіх $x \in X$. При цьому x_0 називають оптимальним рішенням, а $f(x_0)$ – оптимумом.

Одним із засобів, що забезпечує підтримку прийняття рішень, є математична модель. У задачах ПР використовують різні види математичних моделей (табл. 1.1) [106, 118].

Таблиця 1.1 – Класифікація математичних моделей для прийняття рішень

Ознаки класифікації	Види математичних моделей
Належність до ієрархічного рівня	Моделі мікрорівня Моделі макрорівня Моделі метарівня
Характер відображуваних властивостей об'єкта	Структурні Функціональні
Спосіб представлення властивостей об'єкта	Аналітичні Алгоритмічні Імітаційні
Особливості поведінки об'єкта	Детерміновані Стохастичні
Спосіб вимірювання часу	Неперервні Дискретні
Спосіб отримання моделі	Теоретичні Емпіричні

Математичні моделі на мікрорівні виробничого процесу відображають фізичні процеси. Математичні моделі на макрорівні виробничого процесу описують технологічні процеси. Математичні моделі на метарівні виробничого процесу описують технологічні системи (дільниці, цехи, підприємство в цілому).

Структурні математичні моделі призначені для відображення структурних властивостей об'єктів. Функціональні математичні моделі призначені для відображення інформаційних, фізичних, часових процесів у працюючому обладнанні, під час виконання технологічних процесів і т.д.

Аналітичні математичні моделі представляють собою явні математичні вирази вихідних параметрів як функцій від параметрів вхідних і внутрішніх. Алгоритмічні математичні моделі виражають зв'язки між вихідними параметрами і параметрами вхідними і внутрішніми у вигляді алгоритму. Імітаційні математичні моделі – це алгоритмічні моделі, що відображають розвиток процесу (поведінку досліджуваного об'єкта) в часі при заданні зовнішніх впливів на процес (об'єкт).

Детерміновані математичні моделі описують поведінку об'єкта з позицій повної визначеності в теперішньому і майбутньому. Стохастичні математичні моделі враховують вплив випадкових факторів на поведінку об'єкта, тобто оцінюють його майбутнє з позицій ймовірності тих чи інших подій.

Теоретичні математичні моделі створюються в результаті дослідження об'єктів (процесів) на теоретичному рівні. Емпіричні математичні моделі створюються в результаті проведення експериментів (вивчення зовнішніх проявів властивостей об'єкта за допомогою вимірювання його параметрів на вході і виході) і обробки їх результатів методами математичної статистики.

Оскільки експериментальні дані містять похибки, то це призводить до неточності моделі і, відповідно, до невизначеності при прийнятті рішень.

На сьогодні існує два підходи до побудови математичних моделей об'єктів з врахуванням невизначеності – це стохастичний [22, 26, 42, 46] та теоретико-множинний–інтервальний [17, 30-34]. Обидва підходи дозволяють представляти моделі у вигляді коридорів: перший – довірчих, а другий – гарантованих. При цьому особа, що приймає рішення, отримує не одне значення характеристики об'єкта, а деяку їх множину. Традиційний стохастичний підхід передбачає імовірнісну інтерпретацію множини

рівнозначних рішень. За умов обмеженості за амплітудою похибок з невідомими статистичними характеристиками більш придатним є інтервальний підхід, що дозволяє знаходити гарантовану область множини рівнозначних рішень. При стохастичному підході множина є довірчою, а при теоретико-множинному – множиною гарантованих значень. А це, в свою чергу, призводить до появи множини рівнозначних рішень і унеможливорює прийняття єдиного рішення.

Розглянемо процес прийняття рішень на основі емпіричних моделей, побудованих за результатами експерименту (див. табл. 1.1).

Першим етапом є проведення експерименту з метою отримання певних значень характеристик досліджуваного об'єкта. Результати експерименту часто представляють у вигляді матриці значень вхідних та вектора значень вихідної змінної у всіх спостереженнях [31]:

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} \dots x_{1n} \\ \dots \\ x_{N1} \dots x_{Nn} \end{pmatrix}; \quad \vec{Y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_N \end{pmatrix}. \quad (1.2)$$

Рядкам матриці X відповідають вектори \vec{x}_i ($i = 1, \dots, N$) вхідних змінних, що при експериментуванні викликають відповідні значення вихідної змінної y_i . Комбінацію \vec{x}_i , y_i називатимемо спостереженням. Загальна кількість комбінацій N задає кількість спостережень експерименту.

На другому етапі необхідно побудувати первинні моделі критерію оптимальності рішень і критеріїв обмежень $f(\vec{x}, \vec{\beta})$. Для цього необхідно розв'язати задачу ідентифікації моделі [42, 103], що включає дві підзадачі: ідентифікацію структури моделі, коли потрібно знайти вид (структуру) функції $f(\vec{x}, \vec{\beta})$ [3, 107, 128] та ідентифікацію її параметрів $\vec{\beta}$ [1, 85, 86]. У випадку параметричної ідентифікації структуру функції вважають відомою. Тоді задача ідентифікації зводиться лише до оцінювання невідомих

параметрів. Вона розв'язується просто, якщо функція $f(\vec{x}, \vec{\beta})$ є лінійно-параметричною, тобто записується у такому вигляді [3]:

$$f(\vec{x}, \vec{\beta}) = \beta_1 \varphi_1(\vec{x}) + \dots + \beta_m \varphi_m(\vec{x}), \quad (1.3)$$

де $\varphi_1(\vec{x}), \dots, \varphi_m(\vec{x})$ – відомі базисні функції;

β_1, \dots, β_m – невідомі параметри.

Як правило, у формулі (1.3) функцію $f(\vec{x}, \vec{\beta})$ найчастіше задають поліноміальними функціями не вище другого порядку, як от:

- лінійні за входами з постійною складовою:

$$f(\vec{x}, \vec{\beta}) = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i \cdot x_i; \quad (1.4)$$

- лінійні за входами без постійної складової:

$$f(\vec{x}, \vec{\beta}) = \sum_{i=1}^n \beta_i \cdot x_i; \quad (1.5)$$

- неповні квадратичні двох типів:

$$f(\vec{x}, \vec{\beta}) = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i \cdot x_i + \sum_{i<j} \beta_{ij} \cdot x_i \cdot x_j \quad (1.6)$$

та

$$f(\vec{x}, \vec{\beta}) = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i \cdot x_i + \sum_{i=1}^n \beta_{ii} \cdot x_i^2; \quad (1.7)$$

- повна квадратична:

$$f(\vec{x}, \vec{\beta}) = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i \cdot x_i + \sum_{i=1}^n \beta_{ii} \cdot x_i^2 + \sum_{i<j} \beta_{ij} \cdot x_i \cdot x_j. \quad (1.8)$$

Якщо функцію $f(\vec{x}, \vec{\beta})$ у якийсь спосіб знайдено, то модель об'єкта вважається побудованою і для кожного спостереження можна обчислити значення вихідної змінної

$$\hat{y}_i = f(\vec{x}_i, \vec{\beta}), \quad (1.9)$$

тобто одержати вектор \vec{Y} і порівняти його з експериментальним вектором \vec{Y} .

Між задачами ідентифікації та планування експерименту існує тісний зв'язок [19, 20, 33, 39, 68, 85, 120, 121]. Для забезпечення найбільшої точності оцінок \vec{b} параметрів $\vec{\beta}$ при заданій кількості спостережень N необхідно певним чином сформувати та реалізувати в процесі експерименту матрицю X значень вхідних змінних. Процедури формування цієї матриці на основі критеріїв, що забезпечують високу точність моделі або її параметрів, розглядаються в теорії планування оптимального експерименту [68, 120]. Як правило, до проведення експерименту матрицю плану X , що забезпечує певну точність оцінок параметрів, вдається знайти лише у випадку лінійно-параметричної функції виду (1.3). Таким чином, задача планування оптимального експерименту формулюється так [120]: “Дано структуру лінійно-параметричної функції $f(\vec{x}, \vec{\beta})$, область χ можливої зміни вхідних змінних \vec{x} , кількість спостережень N , необхідно знайти матрицю плану експерименту $X(\vec{x}_i \in \chi)$ таку, щоб забезпечити найбільшу точність прогнозування моделі або точність оцінок \vec{b} її параметрів $\vec{\beta}$ ”.

Під прогнозуванням моделі у цьому випадку розуміємо розрахунок значень виходу \hat{y} згідно з формулами (1.3) та (1.9) за фіксованими векторами $\vec{x} \in \chi$ поза експериментальними точками, але в межах області експерименту.

Для розв'язування розглянутих задач ідентифікації та планування експерименту часто використовують МНК [1, 42, 86]. За допомогою МНК під час розв'язування задачі ідентифікації моделі у вигляді (1.3) оцінку \vec{b} вектора невідомих параметрів $\vec{\beta}$ отримуємо за формулою:

$$\vec{b} = (F^T F)^{-1} F^T \vec{Y}, \quad (1.10)$$

де

$$F = \begin{pmatrix} \varphi_1(\bar{x}_1) \dots \varphi_m(\bar{x}_1) \\ \vdots \\ \varphi_1(\bar{x}_N) \dots \varphi_m(\bar{x}_N) \end{pmatrix} \quad (1.11)$$

є матрицею значень базисних функцій моделі (1.3), розрахованих в точках експерименту, тобто на основі матриці X .

Коли модель системи побудована, то ОПР має можливість вибрати оптимальне рішення відповідно до заданого критерію.

1.1.2. Задача моделювання характеристик уніфікованого ряду технічних пристроїв. Прикладом такої задачі є розробка та дослідження схемотехнічних та структурних рішень ДВЕЖ з виходом на постійному струмі, якій присвячено достатню кількість публікацій [124, 125, 144].

Однак створення уніфікованого ряду ДВЕЖ на сьогодні залишається актуальною проблемою. Традиційно уніфікацію здійснюють за рядом вихідних потужностей та конструктивних рішень. У роботі [144] запропоновано побудову уніфікованого ряду ДВЕЖ з урахуванням уніфікації елементної бази та схемотехнічних рішень. Реалізація цього підходу є можливою при використанні методів побудови ДВЕЖ на основі ВМП [125]. При цьому виникає задача оптимізації характеристик ВМП. Формально ця проблема зводиться до побудови енергетичних характеристик основних елементів регуляторів (стабілізаторів) - ВМП – з метою оптимізації масогабаритних та цінових характеристик осердь їхніх магнітопроводів.

Розв'язання даної проблеми вимагає досить трудомістких експериментальних досліджень, пов'язаних з розробкою та дослідженням значної кількості електронних пристроїв у різних діапазонах вихідних потужностей з максимальними питомими та енергетичними характеристиками при мінімальних економічних затратах.

Тому виникає актуальна задача оптимального планування експериментальних досліджень, проведення яких дозволить побудувати енергетичну характеристику ВМП для повного ряду уніфікованих ДВЕЖ в

заданому діапазоні вихідних потужностей. Розв'язання цієї задачі дозволить не тільки зменшити витрати на експериментальні дослідження, а й оптимізувати відповідно до побудованої моделі вартісні і питомі характеристики створюваного уніфікованого ряду ДВЕЖ.

1.1.3. Задача контролю порогових рівнів параметрів систем. Однією із математичних моделей для задач прийняття рішень, побудованих на критеріальних функціях, є модель, що широко використовується в системах контролю допустимих значень характеристик технічних, економічних, екологічних та інших систем. Досить часто використання даних експерименту є єдиним способом побудови таких моделей. У цьому випадку для прийняття рішень важливою є точність моделі, що суттєво залежить від похибок експерименту. У результаті опрацювання експериментальних даних отримана модель порівнюється із допустимим значенням рівня характеристики, яка моделюється. Ця задача передбачає два можливих варіанти підзадач. Перший – це контроль значення характеристики системи, яке нижче допустимого рівня

$$f(\vec{x}, \vec{\beta}) < f_{lev}. \quad (1.12)$$

Другий – це контроль значення характеристики системи, яке вище допустимого рівня

$$f(\vec{x}, \vec{\beta}) > f_{lev}, \quad (1.13)$$

де $\vec{x} = (x_1, \dots, x_n)$ – n -вимірний вектор, компоненти якого в числовому вигляді описують параметри проекту або системи управління;

$f(\vec{x}, \vec{\beta})$ – критеріальна функція, що дозволяє порівняти рішення між собою;

f_{lev} – допустимий пороговий рівень.

При цьому $X \subset R^n$ – допустима множина рішень, яка обрізається обмеженнями на змінні $\vec{x} = (x_1, \dots, x_n)$, наприклад виду

$$X^* = \{x \in R^n \mid f_j(\vec{x}, \vec{\beta}) < f_{lev}; x_i \geq 0; j = \overline{1, m}; i = \overline{1, n}\}. \quad (1.14)$$

Розглянемо можливі варіанти при прийнятті рішень в системах цього класу на прикладі першої підзадачі з урахуванням точності моделі з одним входом (рис. 1.1). Рішення про перевищення допустимого порогового рівня можна прийняти, коли моделі критеріїв $f(\vec{x}, \vec{\beta})$ знаходяться вище рівня порогу, в іншому випадку приймається рішення про відсутність перевищення. Отже, у даних випадках, якщо точність моделі на усій області експерименту є задовільною, приймається рішення про наявність або відсутність перевищення допустимого рівня характеристики системи.

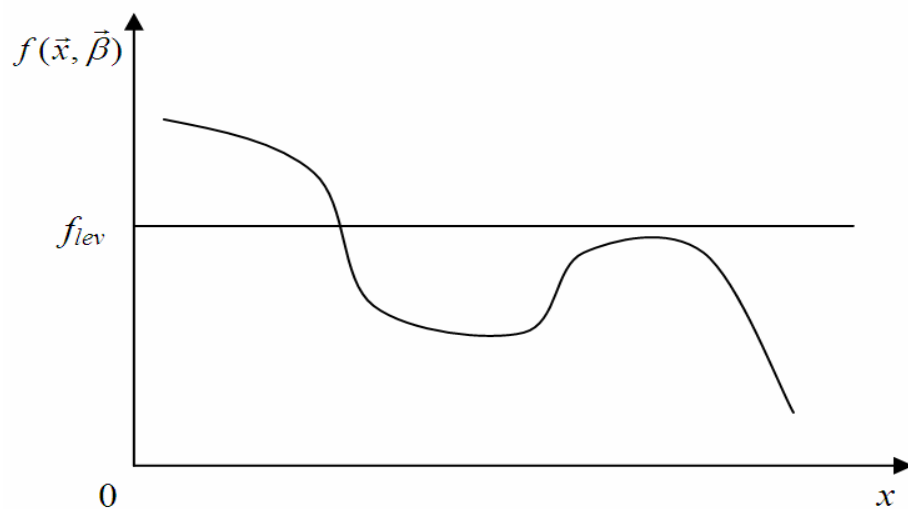


Рис. 1.1. Модель контролю порогового рівня параметра системи

Прикладом застосування таких моделей є системи екологічного моніторингу, за допомогою яких розв'язують задачі прийняття рішень стосовно наявності перевищень допустимих порогових рівнів шкідливих викидів хімічних чи радіоактивних речовин. Діяльність підприємств, наявність інтенсивних транспортних потоків, які останнім часом значно зросли, призводить до суттєвого забруднення навколишнього природного середовища. Основні завдання, пов'язані із екологічним моніторингом середовища, покладені на СЕС міст, що мають в своєму розпорядженні вимірювальну апаратуру та спеціально обладнані лабораторії. Одною з основних задач цих лабораторій є контроль перевищень допустимих норм забруднень атмосфери як транспортом, так і промисловими підприємствами.

Однак вимірювання концентрацій шкідливих викидів із застосуванням наявних в лабораторіях СЕС спектроаналізаторів відзначається надзвичайно високою вартістю і достатньо низькою точністю. Останнє досить часто є приводом до відмови у позові до винуватців (промислових підприємств – забруднювачів навколишнього середовища) на компенсацію нанесених екології збитків.

За цих умов актуальним завданням для більшості СЕС є мінімізація кількості вимірювань концентрацій шкідливих викидів і водночас забезпечення високої точності встановлення ділянок, де є перевищення цих концентрацій відносно допустимих порогових норм.

1.1.4. Задача вибору оптимальних параметрів статичної системи на основі критерію мінімуму або максимуму. При проектуванні та управлінні економічними системами і технічними об'єктами часто виникає задача вибору оптимального проекту чи рішення. Якщо отримано точні моделі, що описують досліджувану систему або об'єкт, і визначена скалярна критеріальна функція (критерій оптимізації), то знаходження оптимуму зводиться до розв'язання детермінованої задачі на умовний екстремум виду:

$$f(x) \xrightarrow{x \in X} \min \text{ або } f(x) \xrightarrow{x \in X} \max, \quad (1.15)$$

де $\vec{x} = (x_1, \dots, x_n)$ – n -вимірний вектор, компоненти якого в числовому вигляді описують параметри проекту або системи управління;

$f(x)$ – критеріальна функція, яка відображає закладений потрібний принцип оптимальності системи і дозволяє в числовому вигляді порівняти рішення між собою;

$X \subset R^n$ – допустима множина рішень, що обрізається обмеженнями на змінні $\vec{x} = (x_1, \dots, x_n)$, наприклад виду

$$X = \{x \in R^n \mid f_j(x) \leq 0; x_i \geq 0; j = \overline{1, m}; i = \overline{1, n}\}. \quad (1.16)$$

Якщо критеріальна функція $f(x)$ і функціональні обмеження $f_j(x)$

відомі точно, то задача (1.15) є детермінованою задачею математичного програмування, що повно описана в літературі [110].

Зокрема, якщо $f(x)$ та $f_j(x)$ – лінійні функції, то (1.15) – задача лінійного програмування

$$\sum_{i=1}^n c_i x_i \xrightarrow{x \in X} \min, \quad (1.17)$$

$$X = \{x \in R^n \mid \sum a_{ij} x_i - b_j \leq 0; x_i \geq 0; j = \overline{1, m}; i = \overline{1, n}\}.$$

Якщо критерій $f(x)$ – випукла квадратична функція, а обмеження лінійні, тоді розв'язують задачу квадратичного програмування [110]

$$\sum_{i=1}^n c_{ij} x_i x_j \xrightarrow{x \in X} \min, \quad (1.18)$$

$$X = \{x \in R^n \mid \sum a_{ij} x_i - b_j \leq 0; x_i \geq 0; j = \overline{1, m}; i = \overline{1, n}\}$$

Загалом, якщо $f(x)$, $f_j(x)$ – опуклі функції, то (1.15) – стає задачею опуклого програмування, яка має єдине рішення

$$x_0 = \arg \min_{x \in X} f(x) \quad (1.19)$$

таке, що

$$f(x) > f(x_0), \forall x \in X : x \neq x_0. \quad (1.20)$$

Нині розроблено ефективні алгоритми для розв'язування задач опуклого програмування і створені пакети прикладних програм для знаходження оптимального рішення.

Однак на практиці досить рідко виникає описана вище ситуація повної визначеності, коли функції $f(x)$ і $f_j(x)$ відомі точно.

Як правило, дослідник володіє лише наближеною моделлю об'єкта або системи, коли і критеріальна функція і обмеження невідомі. Зокрема, в реальних умовах часто виникають ситуації невизначеності відносно точного значення критеріальної функції $f(x)$. Ця обставина вимагає адекватної постановки задачі оптимізації, що включає невизначеність початкових даних

і не дозволяє використовувати алгоритми, призначені для розв'язування детермінованих задач.

1.2. Критерії планування регресійних експериментів

Побудова вище зазначених моделей для задач ПР передбачає врахування похибок в експериментальних даних. Якщо висунути гіпотезу про імовірнісну природу похибок в експериментальних даних, то доцільно використати метод регресійного аналізу для дослідження МНК-оцінок \vec{b} . При проведенні регресійного аналізу розглядають певну модель невизначеності у вигляді похибки в даних. Найбільш вивченим є випадок адитивної випадкової похибки спостережень, зокрема [15, 65]:

$$y(\vec{x}) = y_o(\vec{x}) + e = f(\vec{x}, \vec{\beta}) + e, \quad (1.21)$$

де $y_o(\vec{x})$ – істинне значення вихідної змінної статичної системи, задане лінійно-параметричною функцією (1.3), яка є критеріальною функцією; $y(\vec{x})$ – значення виходу, що спостерігається, “змішане” з похибкою e .

У класичному лінійному регресійному аналізі [34] вважають, що похибка e в усіх спостереженнях експерименту має нормальний розподіл з нульовим середнім і незалежним значеннями в серіях спостережень, тобто

$$M(e_i) = 0, M(e_i^2) = \sigma^2, M(e_i, e_j) = 0 \quad \forall i \neq j, \quad (1.22)$$

де $M(\cdot)$ – математичне сподівання;

σ^2 – дисперсія.

Описані і не такі жорсткі обмеження стосовно властивостей випадкової похибки e [42, 64]. У праці [42] показано, якщо похибка задовольняє умови (1.21) та (1.22), то МНК-оцінка \vec{b} є ефективною і незміщеною оцінкою вектора $\vec{\beta}$ і має нормальний розподіл з параметрами

$$M(\vec{b}) = \vec{\beta}, \text{cov}\{\vec{b}\} = \sigma^2 (F^T F)^{-1},$$

де $\text{cov}\{\vec{b}\}$ – симетрична розмірності $(m \times m)$ коваріаційна матриця оцінок \vec{b} , діагональні елементи якої визначають їхні дисперсії.

Коваріаційна матриця залежить від матриці значень базових функцій F і, відповідно, від матриці експерименту X . Це дозволяє вводити критерії планування оптимального експерименту за умовою мінімізації різних характеристик матриці $(F^T F)^{-1}$. Найбільш вживаними є критерії, пов'язані з визначником, слідом і максимальним числом цієї матриці, відповідно, наведеними у такому вигляді [19, 20, 119]:

$$D = \det(F^T F)^{-1}, \quad (1.23)$$

$$A = Sp(F^T F)^{-1}, \quad (1.24)$$

$$E = \max \lambda_i (F^T F)^{-1}. \quad (1.25)$$

Розглянуті критерії забезпечують характеристики точності оцінок параметрів моделі (1.3).

Проте з погляду проаналізованих задач ПР, важливими є критерії організації оптимального експерименту, що забезпечують певні властивості побудованих критеріальних функцій, стохастична невизначеність яких розписуватиметься довірчим коридором:

$$I_{\hat{y}(\vec{x})} = [\hat{y}(\vec{x}) - \sqrt{d(\vec{x})} \cdot U(\alpha); \hat{y}(\vec{x}) + \sqrt{d(\vec{x})} \cdot U(\alpha)], \quad (1.26)$$

де $\hat{y}(\vec{x})$ - прогнозне значення вихідної змінної статичної системи;

$U(\alpha)$ - табличне значення нормованого нормального закону розподілу, яке залежить від довірчої ймовірності $\alpha = 1 - p$;

$\sqrt{d(\vec{x})}$ - функція дисперсії похибки прогнозування, яка визначається за формулою

$$d(\vec{x}) = \vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot D(\vec{b}) \cdot \vec{\varphi}(\vec{x}),$$

де $D(\vec{b})$ - коваріаційна матриця, діагональні елементи якої визначають точність оцінок параметрів моделі:

$$D(\vec{b}) = \sigma^2(e) \cdot (F^T \cdot F)^{-1}.$$

Базуючись на формулі (1.26) в теорії планування регресійного експерименту введені такі критерії його оптимальності, які безпосередньо стосуються точності прогнозування регресійної моделі і забезпечують мінімум середнього (1.27) або максимального значення (1.28) дисперсії прогнозування на області експерименту [20]:

$$Q = \int_{\mathcal{X}} \sqrt{d(\vec{x})} \cdot U(\alpha) d(\vec{x}), \quad (1.27)$$

$$G = \max_{\vec{x} \in \mathcal{D}} \sqrt{d(\vec{x})} \cdot U(\alpha). \quad (1.28)$$

На сьогодні задачі планування оптимальних регресійних експериментів, що забезпечують відповідні властивості як множини параметрів, так і властивості критеріальних стохастичних моделей, достатньо розроблені. Складено каталоги D -, A -, E -, Q -, G -оптимальних планів для випадку, коли критеріальна стохастична функція $f(\vec{x}, \vec{\beta})$ є поліном першого та другого степеня [20].

Значних результатів досягнуто при плануванні насичених ($N=m$) регресійних експериментів, які найчастіше застосовують в практиці через низькі витрати на реалізацію.

Незважаючи на наявність відпрацьованих методів та алгоритмів побудови стохастичних критеріальних функцій, а також методів організації оптимальних експериментів для їх побудови, ці методи мають низку обмежень для застосування. По-перше, вони побудовані на гіпотезі про імовірнісну природу похибок, що вимагає формування досить великих вибірок експериментальних даних для забезпечення придатних для прийняття рішень довірчих коридорів стохастичних критеріальних функцій. По-друге, розглянуті критерії планування регресійних експериментів націлені на забезпечення відповідних властивостей області параметрів чи довірчих коридорів для критеріальної стохастичної функції, а не

властивостей множини рішень. Перша проблема досить успішно може бути розв'язана у випадку представлення експериментальних даних в інтервальному вигляді, коли похибки в експериментальних даних є обмеженими за амплітудою не обов'язково імовірнісної природи. У цьому випадку використовуються відмінні від регресійного аналізу даних процедури, зокрема побудовані на методах аналізу інтервальних даних.

1.3. Критерії та методи планування інтервальних експериментів

Якщо ж відомості про похибки в результатах експерименту обмежуються амплітудами цих похибок, то доцільно будувати математичну модель для задачі ПР на основі інтервальної функції критерію оптимальності. З'ясуємо спочатку особливості формування системи інтервальних моделей для задач ПР.

Нехай модель у задачі ПР побудована на основі даних експерименту в інтервальному вигляді

$$\vec{x}_i, [y_i^-, y_i^+], y_0(\vec{x}_i) \in [y_i^-, y_i^+], i = 1, \dots, N, \quad (1.29)$$

для критеріальної функції

$$y_0(\vec{x}) = \vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{\beta}, \quad (1.30)$$

де y_i^-, y_i^+ – відповідно нижня і верхня межі інтервалу значень критеріальної функції для заданих значень вектора рішень $\vec{x}_i = (x_{i1}, \dots, x_{in_i})^T$ на допустимій множині χ ;

$y_0(\vec{x}_i)$ – істинне невідоме значення критеріальної функції;

$\vec{\varphi}^T(\vec{x})$ – відомий вектор базисних функцій;

$\vec{\beta} = (\beta_1, \dots, \beta_m)^T$ – невідомий вектор коефіцієнтів критеріальної функції;

N – кількість спостережень, яка у випадку насиченого експерименту збігається з кількістю m невідомих параметрів моделі.

Завданням аналізу інтервальних даних є оцінювання невідомого вектора $\vec{\beta}$ так, щоб значення критеріальної функції $y = \vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{\beta}$ в точках експерименту належали відповідним інтервалам виходу.

Згідно із сформульованими припущеннями, шуканий вектор \vec{b} повинен задовольняти таку систему N нерівностей з m невідомими [29]:

$$\begin{cases} y_1^- \leq b_1 \varphi_1(\vec{x}_1) + \dots + b_m \varphi_m(\vec{x}_1) \leq y_1^+; \\ \vdots \\ y_i^- \leq b_1 \varphi_1(\vec{x}_i) + \dots + b_m \varphi_m(\vec{x}_i) \leq y_i^+; \\ \vdots \\ y_N^- \leq b_1 \varphi_1(\vec{x}_N) + \dots + b_m \varphi_m(\vec{x}_N) \leq y_N^+. \end{cases} \quad (1.31)$$

Оскільки кожна i -та нерівність у системі (1.31) забезпечує належність значення функції $\hat{y}(\vec{x})$ в i -тій точці експерименту, відповідному i -тому інтервалу виходу, то одночасне виконання умов, заданих нерівностями системи, означає існування розв'язку задачі.

Припустимо, що інтервальна похибка у кожному спостереженні є постійною на усій множині допустимих рішень χ , тобто $\Delta(\vec{x}_i) = 0,5 \cdot (y_i^+ - y_i^-) = \Delta, \forall i = 1, \dots, N, \vec{x}_i \in \chi$.

За даних умов у випадку опрацювання результатів спостережень необхідно розв'язати таку систему інтервальних нерівностей:

$$\vec{Y}^- \leq F \cdot \vec{b} \leq \vec{Y}^+, \quad (1.32)$$

де $\vec{Y}^- = \{y_i^-, i = 1, \dots, N\}$, $\vec{Y}^+ = \{y_i^+, i = 1, \dots, N\}$ – вектори, складені відповідно із верхніх та нижніх меж інтервалів $[y_i^-, y_i^+]$;

$F = \{\varphi_j(\vec{x}_i), i = \overline{1, N}, j = \overline{1, m}\}$ – відома матриця значень базисних функцій.

Результатом розв'язку системи (1.32) буде множина Ω векторів оцінок \vec{b} коефіцієнтів $\vec{\beta}$

$$\Omega = \{\vec{b} \in R^m \mid \vec{Y}^- \leq F \cdot \vec{b} \leq \vec{Y}^+\}. \quad (1.33)$$

Отримана множина Ω у просторі параметрів β_1, \dots, β_m є опуклим багатогранником, довільна точка $\vec{b} \in \Omega$ цієї множини є розв'язком системи (1.32) і утворює модель критерію оптимальності рішень

$$\hat{y}(\vec{x}) = \vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b}, \quad \vec{b} \in \Omega, \quad (1.34)$$

яка включається в усі інтервали $[y_i^-, y_i^+]$.

Для випадку насиченого експерименту при $m = N$, коли матриця F буде квадратною, вершини \vec{b} області параметрів Ω , яка буде симетричним опуклим багатогранником (рис. 1.2), можна знайти за формулою [192]

$$\vec{b}_s = F^{-1} \cdot \vec{Y}_s, \quad (1.35)$$

де \vec{Y}_s – вектор, складений з межових значень інтервалів $[y_i^-, y_i^+]$, наприклад він може мати такий вигляд $\vec{Y}_s = (y_1^+, y_2^-, y_3^+, \dots, y_N^-)$;

\vec{b}_s – одна із вершин багатогранника Ω , утворена перетином відповідних площин, заданих нерівностями (інтервальними рівняннями) системи (1.31).

Кількість вершин області параметрів, виходячи із кількості можливих комбінацій вектора \vec{Y}_s , буде рівна $R = 2^m$.

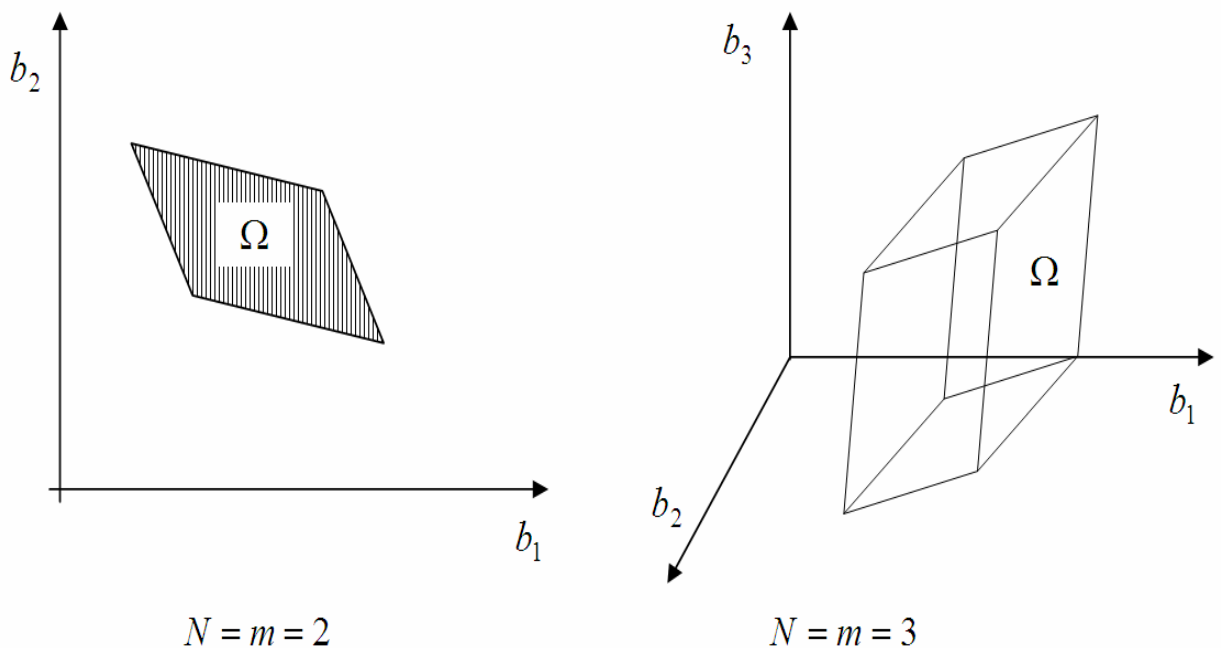


Рис.1.2. Багатогранник Ω для $N=m=2$ і $N=m=3$.

Слід відмітити, що множина розв'язків Ω породжує множину рівнозначних, з погляду наявної інтервальної невизначеності, інтервальних моделей, кожна з яких задовольняє умови задачі. При цьому всі інтервальні моделі критерію оптимальності рішень знаходяться у коридорі:

$$[\hat{y}(\bar{x})] = [\hat{y}^-(\bar{x}), \hat{y}^+(\bar{x})], \quad (1.36)$$

де $\hat{y}^-(\bar{x}) = \min_{\vec{b} \in \Omega} (\vec{\varphi}^T(\bar{x}) \cdot \vec{b})$ та $\hat{y}^+(\bar{x}) = \max_{\vec{b} \in \Omega} (\vec{\varphi}^T(\bar{x}) \cdot \vec{b})$ – нижня та верхня межі коридору.

Під прогнозуванням інтервальної моделі будемо розуміти розрахунок виходу системи $\hat{y}(\bar{x})$ при заданому наборі входів \bar{x} поза експериментальними точками, на основі яких будувалась модель, але в межах області експерименту χ . Основною характеристикою точності інтервальної моделі є похибка прогнозування, яка задається різницею меж коридору (1.32) [44]:

$$\Delta_{y(\bar{x})} = \max_{\vec{b} \in \Omega} (\vec{\varphi}^T(\bar{x}) \cdot \vec{b}) - \min_{\vec{b} \in \Omega} (\vec{\varphi}^T(\bar{x}) \cdot \vec{b}). \quad (1.37)$$

Щоб визначити похибку прогнозування $\Delta_{y(\bar{x})}$ у фіксованій точці \bar{x} за наведеною формулою, необхідно розв'язати дві задачі лінійного програмування:

$$\vec{\varphi}^T(\bar{x}) \cdot \vec{b} \xrightarrow{\vec{b} \in \Omega} \min, \vec{\varphi}^T(\bar{x}) \cdot \vec{b} \xrightarrow{\vec{b} \in \Omega} \max,$$

розв'язки яких знаходяться у вершинах багатогранника Ω . Таким чином, вираз для знаходження похибки прогнозування $\Delta_{y(\bar{x})}$ у фіксованій точці \bar{x} набуває такого вигляду:

$$\Delta_{y(\bar{x})} = \max_{\vec{b}_p, \vec{b}_s \in \Omega} (\vec{\varphi}^T(\bar{x}) \cdot (\vec{b}_p - \vec{b}_s)), \bar{x} \in \chi, \quad (1.38)$$

де \vec{b}_p, \vec{b}_s – вершини опуклого багатогранника Ω .

Отже, значення похибки прогнозування залежить від розмірів множини Ω . Зокрема, значення $\Delta_{y(\bar{x})}$ в заданій точці \bar{x} тим менше, чим менша

відстань між вершинами множини Ω . Якщо $\vec{b}_p = \vec{b}_s$ для всіх $p \neq s$, тобто множина Ω стискається до точки, то значення похибки $\Delta_{y(\vec{x})}$ для всіх точок \vec{x} дорівнює нулю.

У праці [44], для загального випадку, показано, що функція (1.38) є кусково-неперервною. Це зумовлено тим, що для різних фіксованих значень \vec{x} похибка прогнозування у формулі (1.38) може визначатись різними векторами $\vec{b}_p - \vec{b}_s$, тобто різними парами вершин багатогранника Ω , що суттєво збільшує обчислювальні витрати на визначення коридору прогнозування. У свою чергу, це спонукає до застосування методів локалізації розв'язків системи (1.31), що забезпечують аналітичність задання функціональних меж коридору інтервальних моделей.

Зменшення розмірів множини Ω , а відповідно, і зменшення похибки прогнозування моделі можна досягнути шляхом оптимального вибору точок експерименту та зменшенням інтервальних похибок спостережень у вибраних точках.

На підставі аналогії між плануванням регресійних та інтервальних експериментів, у праці [28] введено кількісні критерії, що характеризують розміри множини параметрів Ω , яка у просторі параметрів є опуклим багатогранником. Зокрема такі, як квадрат об'єму V , сума квадратів довжин його діагоналей l , квадрат довжини максимальної діагоналі. Вони визначаються формулами, відповідно:

$$I_D = V^2(\Omega);$$

$$I_A = \sum_{p=1}^{2^{m-1}} l_p^2;$$

$$I_E = \max_p l_p^2.$$

При цьому у праці [28] наведено вирази, що зв'язують вказані критерії з інформаційною матрицею $(F^T F)^{-1}$, яка визначається планом експерименту X :

$$I_D = 4^m \cdot \det(E \cdot (F \cdot F^T)^{-1} \cdot E) = 4^m \cdot \left(\prod_{i=1}^m \Delta_i^2 \right) \cdot \det(F \cdot F^T)^{-1}, \quad (1.39)$$

$$I_A = 2^{m+1} \cdot Sp(E \cdot (F \cdot F^T)^{-1} \cdot E), \quad (1.40)$$

$$I_E = \max_p 4 \cdot \vec{\Delta}_p^T \cdot (F \cdot F^T)^{-1} \cdot \vec{\Delta}_p, \quad (1.41)$$

де $E = \text{diag}(\Delta_1, \dots, \Delta_i, \dots, \Delta_m)$ – діагональна матриця інтервальних похибок;

$Sp(\cdot)$ – слід матриці, що дорівнює сумі її діагональних елементів.

Умови I_D -, I_A -, I_E - оптимальності планів інтервального експерименту записуються так [28]:

$$\det(E \cdot (F \cdot F^T)^{-1} \cdot E^T) \xrightarrow{F} \min, \vec{x}_i \in \chi; \quad (1.42)$$

$$Sp(E \cdot (F \cdot F^T)^{-1} \cdot E^T) \xrightarrow{F} \min, \vec{x}_i \in \chi; \quad (1.43)$$

$$\max_p \vec{\Delta}_p^T \cdot (F \cdot F^T)^{-1} \cdot \vec{\Delta}_p \xrightarrow{F} \min. \quad (1.44)$$

Зазначимо, що у розглянутих формулах виключені постійні множники, які не впливають на шуканий оптимальний план.

Наведені критерії дозволили, з одного боку, визначити поняття оптимального плану при аналізі інтервальних даних, а з другого – отримати співвідношення між інтервальними і регресійними оптимальними планами [28].

Розглянемо ці співвідношення детальніше.

Коли інтервальна похибка експерименту є постійною, тобто $\Delta(\vec{x}) = \Delta \forall \vec{x} \in \chi$, тоді матриця E у формулах (1.42-1.44) стає скалярною ($E = \Delta \cdot I$) і перестає впливати на результати мінімізації.

Порівнюючи формули (1.42-1.43) для цього випадку з формулами (1.23-1.24), відповідно, для D - і A -критеріїв регресійного експерименту, фіксуємо їхній збіг. Це означає, що I_D - і I_A -оптимальні плани насиченого інтервального експерименту еквівалентні D - і A -оптимальним регресійним планам, побудованим для відповідної моделі (1.3).

Показана еквівалентність планів [28] дозволяє застосовувати результати, отримані для D - та A -оптимальних регресійних планів при побудові I_D - та I_A -оптимальних планів інтервального експерименту. Зокрема, можуть бути використані наявні каталоги насичених D - і A -оптимальних планів для поліноміальних моделей першого та другого порядку [20].

Між I_E -оптимальністю та E -оптимальністю регресійних експериментів подібної еквівалентності не встановлено, хоча вони і є близькими за фізичним змістом, а саме: E -оптимальний план мінімізує максимальну вісь довірчого еліпсоїда оцінок параметрів регресійної моделі, I_E -оптимальний план мінімізує максимальну діагональ багатогранника Ω .

Не менш важливими є плани, які дозволяють зменшити коридор інтервальних моделей, заданий формулою (1.36). Ширину функціонального коридору $\Delta_{y(\bar{x})}$, якою визначається точність інтервальної моделі, можна обчислити як різницю його границь:

$$\Delta_{y(\bar{x})} = \hat{y}^+(\bar{x}) - \hat{y}^-(\bar{x}).$$

Це, в свою чергу, дозволило ввести критерії I_Q - та I_G -оптимальності планів [31]:

$$I_Q = \int_{\chi} \Delta_{y(\bar{x})} d(\bar{x}), \quad (1.45)$$

$$I_G = \max_{\bar{x} \in \chi} \Delta_{y(\bar{x})} \quad (1.46)$$

Як видно із формул (1.45-1.46), I_Q -критерій при фіксованому плані визначає середню, а I_G -критерій – максимальну ширину коридору (1.36) і є

аналогами, відповідно, Q - та G -критеріїв оптимальності регресійного експерименту [68].

Задачі знаходження I_Q - та I_G -оптимальних планів записують, відповідно, так [28]:

$$\int_{\chi} \Delta_{y(\bar{x})} d(\bar{x}) \xrightarrow{F} \min ;$$

$$\max_{\bar{x} \in \chi} \Delta_{y(\bar{x})} \xrightarrow{F} \min . \quad (1.47)$$

Розв'язування даних задач є надзвичайно складним, через кусковість меж функціонального коридору і, відповідно, функції $\Delta_{y(\bar{x})}$.

Дані задачі розв'язуються методами математичного програмування і частково спрощуються, коли область експерименту χ є n -вимірним кубом $\chi = \{\bar{x} \in R^n \mid |x_k| \leq 1, k = 1, \dots, n\}$ чи кулею одиничного радіусу $\chi = \{\bar{x} \in R^n \mid \bar{x}^T \cdot \bar{x} \leq 1\}$.

Існуючі підходи до задач планування експериментів для побудови адекватних моделей статичних систем у випадку інтервальних даних зорієнтовані на побудову насичених планів, коли модель статичної системи представляється у вигляді залежності лінійної не тільки за параметрами, а й за вхідними змінними, а область експерименту χ представлена n -вимірною кулею [1].

Умови насиченості експериментів ($N=m$), гіпотези про лінійність за входами моделі та представлення області експерименту у вигляді кулі є достатньо жорсткими з погляду практики. З іншого боку, у зв'язку із кусковістю функції похибки прогнозування інтервальних моделей [2], синтез I_G -оптимальних апріорних планів інтервальних експериментів для $N>m$ є надзвичайно складною обчислювальною задачею.

При зростанні кількості спостережень більше від m , обчислення усіх вершин багатогранника Ω стає неможливим і вимагає застосування методів його локалізації [2]. Для забезпечення високої точності параметрів необхідно

розв'язувати задачі активної ідентифікації на основі критеріїв оптимальності експерименту, що задають розміри множини локалізації [3]. Зокрема, вони достатньою мірою розроблені для методу локалізації з виділенням насиченого блоку експерименту [2]. У цьому випадку конфігурація локалізаційної множини задається на основі m спостережень, організованих за критерієм мінімізації розмірів локалізаційної множини Ω_m , тобто спектр локалізаційного плану зосереджений в m точках. При цьому в просторі параметрів β_1, \dots, β_m множина Ω_m є гіперпаралелепіпедом. Його вершини \vec{b}_p розраховують за допомогою такої формули:

$$\vec{b}_p = F_m^{-1} \cdot \vec{Y}_m^p, p = 1, \dots, 2^m, \quad (1.48)$$

де \vec{Y}_m^p – вектор, складений з нижніх і верхніх інтервальних значень;

F_m – матриця значень базових функцій для вибраних із системи (4) m рівнянь. Формальні критерії для знаходження оптимальних планів локалізаційного експерименту з виділенням насиченого блоку мають такий вигляд [3]:

$$M(I_D) = \det(F_m \cdot F_m^T)^{-1} \cdot \prod_{i=1}^m (M^2(\Delta_{N_i}) + D(\Delta_{N_i})). \quad (1.49)$$

$$M(I_A) = 2^{m-1} Sp[(F_m \cdot F_m^T)^{-1} \cdot \text{diag}(M^2(\Delta_{N_1}) + D(\Delta_{N_1}), \dots, M^2(\Delta_{N_m}) + D(\Delta_{N_m}))] \quad (1.50)$$

$$M(I_E) = \max_{p=1, \dots, 2^{m-1}} \{ \vec{\Delta}_p^T(N) \cdot (F_m \cdot F_m^T)^{-1} \cdot \vec{\Delta}_p(N) \} + Sp[(F_m \cdot F_m^T)^{-1} \times \text{diag}(D(\Delta_{N_1}), \dots, D(\Delta_{N_i}), \dots, D(\Delta_{N_m}))], \quad (1.51)$$

де $\tilde{\Delta}_p^T(N) = (\pm M(\Delta_{N_1}), \dots, \pm M(\Delta_{N_{i1}}), \dots, \pm M(\Delta_{N_{m1}}))$ – вектори, компонентами яких є математичні сподівання ширини результуючих інтервалів зі знаками "+" або "-"; $M(\Delta_{N_i})$ і $D(\Delta_{N_i})$ – математичне сподівання та дисперсія ширини результуючого інтервалу Δ_{N_i} у точці спостережень x_i для випадку повторення спостережень N_i раз.

Формули (1.49-1.51) задають математичні сподівання, відповідно: квадрату об'єму, суми квадратів довжин діагоналей та квадрату довжини максимальної діагоналі множини локалізації.

Отже, забезпечення точності параметрів є задачею планування “локалізаційного” експерименту на заданій області χ за умови випадкової інтервальної похибки при заданій загальній кількості спостережень N і полягає у знаходженні спектра оптимального плану (m оптимальних точок спостережень, тобто матриці F_m) і частот $N_i, i=1..m, \sum_{i=1}^m N_i = N$, виходячи із умови мінімізації відповідного критерію, заданого одною з формул (1.49-1.51), тобто [3]

$$M(I_D) \xrightarrow{F_m, N_i} \min, \vec{x}_i \in \chi, \sum_{i=1}^m N_i = N, N_i \in \{1, 2, \dots, N - m + 1\}, i = 1, \dots, m, \quad (1.52)$$

$$M(I_A) \xrightarrow{F_m, N_i} \min, \vec{x}_i \in \chi, \sum_{i=1}^m N_i = N, N_i \in \{1, 2, \dots, N - m + 1\}, i = 1, \dots, m, \quad (1.53)$$

$$M(I_E) \xrightarrow{F_m, N_i} \min, \vec{x}_i \in \chi, \sum_{i=1}^m N_i = N, N_i \in \{1, 2, \dots, N - m + 1\}, i = 1, \dots, m. \quad (1.54)$$

Розв'язання задач (1.52-1.54) значною мірою спрощується при використанні розроблених каталогів $M(I_D)$ -, $M(I_A)$ -, $M(I_E)$ -оптимальних локалізаційних планів [4].

Розглянуті критерії можна використовувати виключно для планування оптимальних насичених експериментів ($N = m$). На практиці кількість дослідів може перевищувати кількість невідомих параметрів. У цих умовах побудова апріорних оптимальних планів без урахування додаткових властивостей інтервальних похибок не можлива. Тим часом залишається можливість побудови процедур послідовного планування. При послідовному плануванні експерименту на k -тому кроці процедури шукається не вся матриця F , а тільки її одна стрічка (інші $N \geq m$ стрічок матриці є відомими), тобто оптимальний за визначеним критерієм набір значень входів \bar{x}_k .

Задачі активної ідентифікації з використанням процедури послідовного оптимального планування за критерієм мінімізації довжини максимальної діагоналі області Ω розглянуто у праці [73]. Однак ці процедури розраховані на задачі невеликої розмірності $m < 10$, оскільки вимагають знаходження усіх вершин області Ω .

Задача планування експерименту у випадку проблемно-орієнтованої ідентифікації на основі інтервальних даних розглядалася також у праці [100]. Автори дослідження отримали апріорний оптимальний план, однак тільки для випадку насиченого експерименту.

У регресійних задачах значні результати досягнуті при синтезі так званих неперервних планів, які переважно задаються спектром і частотами, що характеризують частку загального числа спостережень у відповідних точках спектра [119]. Цей підхід при інтервальному аналізі може бути використаний при випадковій інтервальній похибці експерименту.

Проведений аналіз методів планування оптимального експерименту з інтервальними даними та результати досліджень математичних особливостей і обчислювальних можливостей методів аналізу інтервальних даних, наведені у підрозділах 1.2 та 1.3, показали відсутність методів, що дозволяють повною

мірою розв'язувати комплекс задач планування оптимального експерименту для побудови математичних моделей, що використовуються для задач ПР у випадку представлення вихідних змінних в інтервальному вигляді.

1.4. Постановка задач дисертаційного дослідження

Аналіз існуючих праць щодо методів планування оптимальних експериментів за умов невизначеності дозволяє зробити висновок про актуальність створення методів та програмного забезпечення для оптимального планування експериментів з інтервальними даними, що забезпечують побудову математичних моделей та процедур для задач прийняття рішень, націлених на мінімізацію потужності множин рівнозначних рішень. Зокрема необхідно вирішити такі основні задачі:

1. Побудувати математичні моделі критеріїв на основі інтервальних даних для задачі контролю порогових рівнів параметрів систем та задачі вибору оптимальних параметрів статичної системи на основі критерію мінімуму або максимуму.
2. Обґрунтувати методи побудови моделей критеріальних функцій для задач ПР на основі аналізу інтервальних даних.
3. Систематизувати методи синтезу спектрів I_G -оптимальних планів для інтервальних моделей для задач ПР.
4. Розробити метод послідовного планування I_G -оптимальних експериментів, націлений на мінімізацію ширини коридору і який відзначається низькою обчислювальною складністю.
5. Розробити методи послідовного планування експериментів для задачі контролю порогових рівнів параметрів систем та задачі вибору оптимальних параметрів статичної системи на основі критерію мінімуму або максимуму, які, при однаковій кількості спостережень порівняно з існуючими, забезпечують менший об'єм області рівнозначних рішень і меншу максимальну ширину коридору критеріальних функцій.

6. Застосувати розроблені методи послідовного планування експериментів для побудови інтервальної моделі енергетичної характеристики високочастотних магнітних підсилювачів імпульсних джерел електроживлення та для задачі екологічного моніторингу.
7. Розробити програмний комплекс для реалізації та досліджень оптимальних послідовних планів моделей для задач ПР.

ВИСНОВКИ ДО ПЕРШОГО РОЗДІЛУ

1. Проведено аналіз методів побудови математичних моделей для задач прийняття рішень, зокрема математичних моделей, які будуються за результатами експерименту в умовах невизначеності.
2. Розглянуто особливості задач прийняття рішень, зокрема таких як моделювання характеристик уніфікованого ряду технічних пристроїв, контролю порогових рівнів параметрів систем та вибору оптимальних параметрів статичної системи на основі критерію мінімуму або максимуму. Показано необхідність планування оптимальних експериментів для мінімізації витрат на побудову математичних моделей.
3. Досліджено критерії оптимальності та методи планування регресійних та інтервальних експериментів. Показано їх непридатність для побудови моделей для задач прийняття рішень, оскільки вони спрямовані на забезпечення оптимальних властивостей областей параметрів та критеріальних функцій, а не на оптимізацію потужності множин рівнозначних рішень.
4. Сформульовано постановки задач оптимального планування експериментів для оптимізації моделей у задачах прийняття рішень на основі інтервальних даних.

РОЗДІЛ 2

МОДЕЛІ ДЛЯ ЗАДАЧ ПРИЙНЯТТЯ ОПТИМАЛЬНИХ РІШЕНЬ НА ОСНОВІ ІНТЕРВАЛЬНИХ ДАНИХ

Високоєфективні алгоритми, які на сьогодні широко використовують в системах прийняття рішень, як правило орієнтовані на реалізацію моделей для ПР з детермінованими критеріальними функціями та функціями обмежень. Проте на практиці досить рідко виникають ситуації, коли моделі для ПР є детермінованими. У випадках побудови моделей для ПР на основі експериментальних даних як критеріальні функції, так і функції обмежень будуються за умов невизначеності. Такі обставини вимагають адекватної постановки задач ПР, тобто побудови моделей для ПР з урахуванням невизначеності в експериментальних даних. Для випадків, коли математичний опис невизначеності базується на інформації про похибки імовірнісної природи, розроблено достатню кількість математичних моделей для ПР, частково які описані у підрозділі 1.1, а також розроблено алгоритми формування множини оптимальних рішень для цих випадків [61, 62]. Математичний опис невизначеності в моделях для ПР, що базується на інформації про обмеженість за амплітудою похибок експериментальних даних, вимагає розробки нових математичних моделей для задач ПР, оптимізації процедур збору інформації для їх побудови і на цій основі розробки нових алгоритмів формування множин рішень. Такі моделі для ПР називатимемо інтервальними. Особливістю цих моделей є те, що як критеріальні функції, так і функції обмежень представляються гарантованими коридорами, побудованими на основі процедур опрацювання інтервальних даних.

2.1. Математичні моделі критеріїв на основі інтервальних даних

Розглянемо два типи моделей критеріїв, що побудовані на інтервальних даних і найчастіше використовуються для задач ПР в екології, економіці, при управлінні технологічними процесами. До цього класу належать задачі контролю порогових рівнів параметрів систем та задачі оптимізації на основі інтервальних критеріїв.

2.1.1. Математична модель критерію для задачі контролю порогових рівнів параметрів систем. Критеріальна функція, описана у задачі контролю порогових рівнів параметрів систем у підрозділі 1.1.3, у випадку опрацювання експериментальних даних на основі інтервального підходу представляється у формі гарантованого коридору, який порівнюється із допустимим значенням рівня характеристики, що моделюється. Відповідно задачі (1.12) та (1.13) можна записати для інтервальної моделі критерію у вигляді

$$[\hat{y}(\bar{x})] < y_{lev}, \quad (2.1)$$

$$[\hat{y}(\bar{x})] > y_{lev}, \quad (2.2)$$

де $\bar{x} = (x_1, \dots, x_n)$ – n -вимірний вектор рішень;

$[\hat{y}(\bar{x})]$ – інтервальна критеріальна функція;

y_{lev} – допустимий пороговий рівень.

Розглянемо можливі варіанти при прийнятті рішень для задачі контролю значення характеристики системи, нижчого за допустимий рівень, (2.1) з урахуванням точності моделі з одним входом (рис. 2.1). Як видно з рис. 2.1, однозначні рішення можна прийняти у випадках а та б – коли коридори інтервальних моделей критеріїв $[\hat{y}(\bar{x})] = [\hat{y}^-(\bar{x}); \hat{y}^+(\bar{x})]$, ширина яких задає точність моделі, знаходяться вище або нижче рівня порогу. Отже, у даних випадках точність моделі на усій області експерименту є задовільною і

достатньою для прийняття рішення про наявність (рис 2.1.а) або відсутність (рис. 2.1.б) перевищення допустимого рівня характеристики системи.

У випадках в та г рівень порогу y_{lev} знаходиться в коридорі прогнозування інтервальних моделей $[\hat{y}(\bar{x})]$ на всій області експерименту (рис. 2.1.в) або на окремих ділянках: області $[0; x_i]$ та $[x_j; \infty]$ (рис. 2.1.г).

Аналогічно виникають можливі варіанти при прийнятті рішень для задачі контролю значення характеристики системи, вищого за допустимий рівень (2.2).

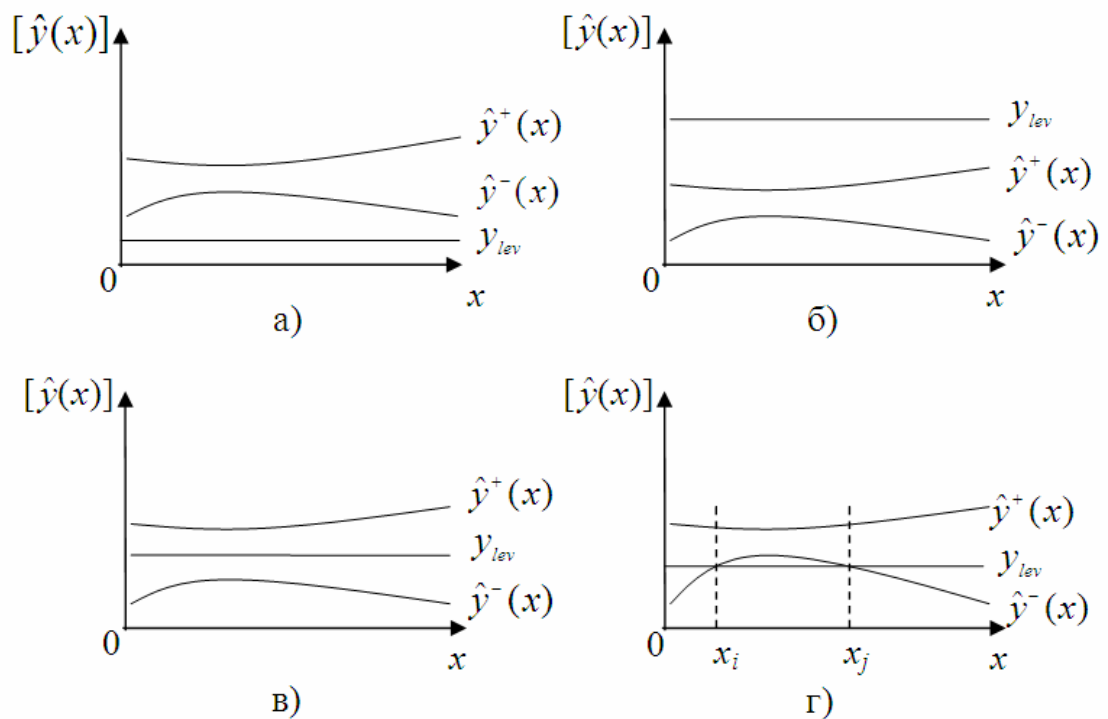


Рис.2.1. Зіставлення коридору інтервальних моделей з рівнем порогу

У двох останніх випадках ситуація прийняття рішень ускладнюється через низьку точність інтервальних моделей.

Означення 2.1. Множиною нерозпізнаних рішень X^* задачі контролю порогових рівнів параметрів систем називатимемо таку множину $X^* \subset \chi$, інтервальні значення критеріальної функції $[\hat{y}(\bar{x})]$ якої включають порогові значення y_{lev} :

$$X^* = \{\bar{x}_i \mid y_{lev}(\bar{x}_i) \in [\hat{y}^-(\bar{x}_i); \hat{y}^+(\bar{x}_i)]\}, \bar{x}_i \in \chi. \quad (2.3)$$

Кожне рішення x_i множини X^* є нерозпізнаним з погляду можливості прийняття рішення.

Точність інтервальної моделі критерію безпосередньо впливає на точність моделі прийняття рішень, яка задаватиметься потужністю множини нерозпізнаних рішень. Знайдемо кількісну оцінку цієї точності.

Як видно із рис. 2.1.в та рис. 2.1.г для випадку $\bar{x} \in R^{n-1}$, потужність множин нерозпізнаних рішень можна кількісно оцінити довжинами відповідних відрізків. За аналогією для загального випадку $\bar{x} \in R^n$ розмір областей нерозпізнаних рішень будемо оцінювати наближеним значенням їх об'єму V , обчисленого як сума одиничних об'ємів n -вимірних прямокутних паралелепіпедів, отриманих шляхом апроксимації області нерозпізнаних рішень методом сіток:

$$V(F, \bar{x}) = \sum_{p=1}^P V_p,$$

де P – величина, значення якої визначає загальну кількість n -вимірних прямокутних паралелепіпедів, отриманих в результаті апроксимації допустимої області рішень χ , і залежить від точності апроксимації цієї області;

V_p – величина, значення якої визначається за умовою

$$V_p = \begin{cases} 1, \text{ якщо } y_{lev} \in [\hat{y}^-(\bar{x}_p); \hat{y}^+(\bar{x}_p)] \\ 0, \text{ якщо } y_{lev} \notin [\hat{y}^-(\bar{x}_p); \hat{y}^+(\bar{x}_p)] \end{cases}$$

де \bar{x}_p – центр p -того n -вимірного прямокутного паралелепіпеда;

y_{lev} – пороговий рівень параметра системи.

Вказаний спосіб апроксимації зображено на рис.2.2 для випадку $n=2$.

Зауважимо, що для загального випадку область нерозпізнаних рішень не обов'язково має бути зв'язаною. Надалі, не порушуючи загальності, будемо припускати наявність однієї області нерозпізнаності.

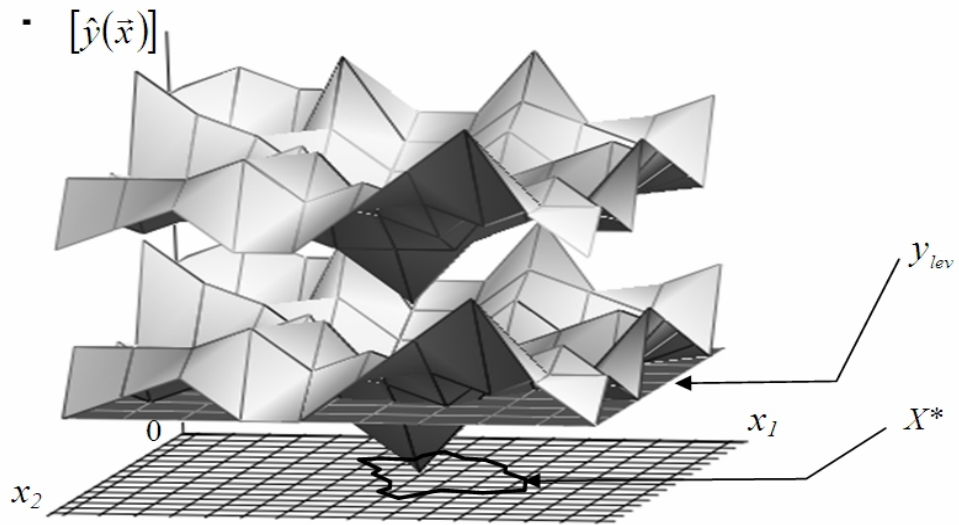


Рис. 2.2. Ілюстрація способу апроксимації області нерозпізнаності

Дане припущення є справедливим у випадку знаходження області нерозпізнаності методом сіток.

2.1.2. Математична модель критерію для задачі вибору оптимальних параметрів статичної системи на основі критерію мінімуму або максимуму. За умови представлення в інтервальній формі в задачі прийняття рішень (1.14) критерій набуде такого вигляду:

$$[\hat{y}^-(\bar{x}); \hat{y}^+(\bar{x})] \xrightarrow{x \in \chi} \min, \quad (2.4)$$

$$[\hat{y}^-(\bar{x}); \hat{y}^+(\bar{x})] \xrightarrow{x \in \chi} \max. \quad (2.5)$$

Як видно із рис. 2.3, кожному рішенню x відповідає інтервальне значення критеріальної функції прийняття рішень.

Однак, враховуючи особливості інтервальної арифметики, рішення $\bar{x}_i, \bar{x}_j \in \chi$, інтервали значень критеріальної функції яких перетинаються,

вважаються нерозпізнаними або рівнозначними. Відношення рівнозначності позначається символом \approx і задається умовою

$$(x_i \approx x_j) \leftrightarrow ([\hat{y}(x_i)] \cap [\hat{y}(x_j)] \neq \emptyset), \quad x_i, x_j \in \mathcal{X}.$$

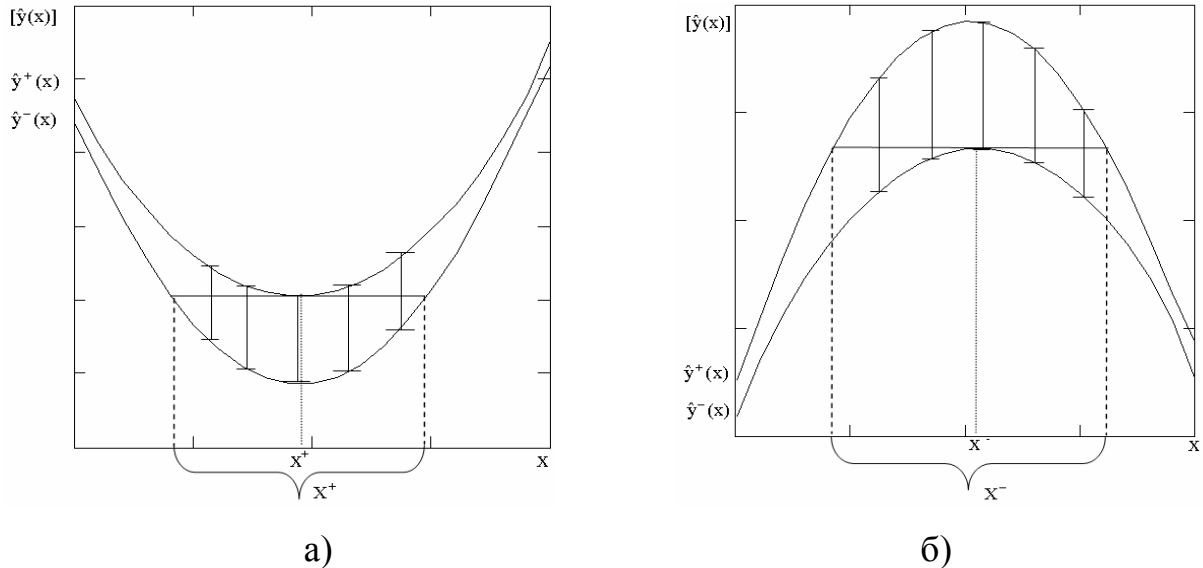


Рис. 2.3. Множини рівнозначних рішень X^+ , X^-

Для критеріїв оптимальності рішень (2.4) і (2.5) відношення рівнозначності виразимо через відомі межі критеріальної функції

$$(x_i \approx x_j) \leftrightarrow (\hat{y}^+(x_i) - \hat{y}^-(x_j))(\hat{y}^-(x_i) - \hat{y}^+(x_j)) \leq 0$$

або через відому модель критеріальної функції $\bar{\hat{y}}(x)$ і величину абсолютної похибки $\Delta(x)$

$$(x_i \approx x_j) \leftrightarrow (\bar{\hat{y}}(x_i) - \bar{\hat{y}}(x_j))^2 \leq (\Delta(x_i) + \Delta(x_j))^2,$$

де $\bar{\hat{y}}(x) = \frac{\hat{y}^+(x) + \hat{y}^-(x)}{2}$ – функція, що проходить через середину інтервалу критеріальної функції;

$\Delta(x) = \frac{\hat{y}^+(x) - \hat{y}^-(x)}{2}$ – функція похибки, що визначає ширину інтервалу невизначеності критеріальної функції при фіксованому $x \in \mathcal{X}$.

Для випадку $\bar{x} \in R^{n-1}$ у задачі (2.5) множину рівнозначних рішень наведено на рис. 2.4.

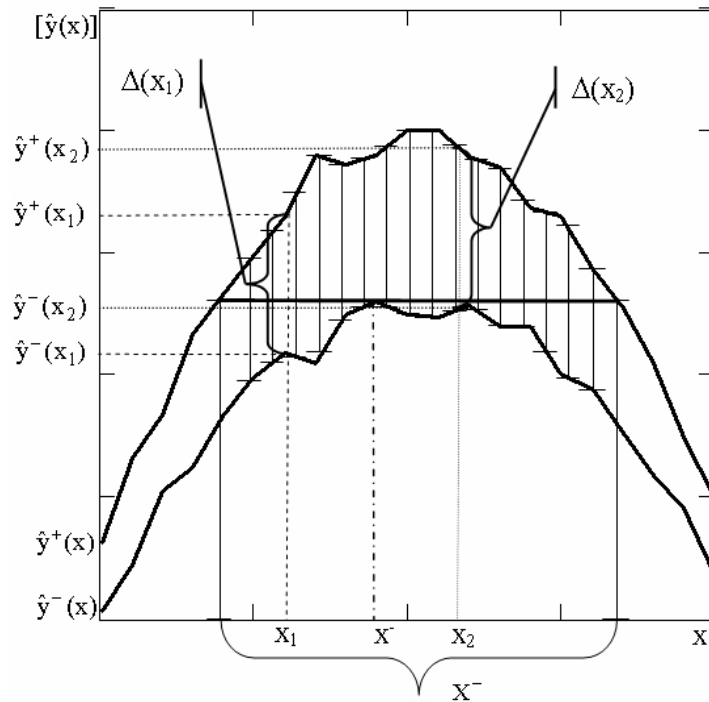


Рис. 2.4. Формування множини рівнозначних рішень

Означення 2.2. Множиною рівнозначних рішень X^+ задачі вибору оптимального параметра статичної системи на основі критерію мінімуму називатимемо таку множину $X^+ \subset \chi$, що включає рішення, інтервальні значення критеріальної функції $[\hat{y}(\bar{x})]$ яких включають значення $\hat{y}^+(\bar{x}^+)$ або:

$$X^+ = \{\bar{x} \in R^n \mid \hat{y}^-(\bar{x}) \leq \hat{y}^+(\bar{x}^+)\}, \quad (2.6)$$

де $x^+ = \arg \min_{x \in \chi} \hat{y}^+(x)$.

Означення 2.3. Множиною рівнозначних рішень X^- задачі вибору оптимального параметра статичної системи на основі критерію максимуму називатимемо таку множину $X^- \subset X$, що включає рішення, інтервальні значення критеріальної функції $[\hat{y}(\bar{x})]$ яких включають значення $\hat{y}^-(\bar{x}^-)$ або:

$$X^- = \{\bar{x} \in R^n \mid \hat{y}^-(\bar{x}^-) \leq \hat{y}^+(\bar{x})\}, \quad (2.7)$$

де $x^- = \arg \max_{x \in \chi} \hat{y}^-(\bar{x})$.

Для загального випадку представлення вектора рішень $\bar{x} \in R^n$ не дискретною, а неперервною величиною, розмір області рівнозначних рішень оцінюватимемо наближеним значенням її об'єму V

$$V = \sum_{p=1}^P V_p,$$

де P – величина, значення якої визначає загальну кількість n -вимірних прямокутних паралелепіпедів, отриманих в результаті апроксимації допустимої області рішень χ ;

V_p – величина, значення якої визначається для двох задач (2.4)-(2.5) за умовами, відповідно

$$V_p = \begin{cases} 1, \text{ якщо } y^+(x^+) > \hat{y}^-(\bar{x}_p) \\ 0, \text{ якщо } y^+(x^+) \leq \hat{y}^-(\bar{x}_p) \end{cases}$$

і

$$V_p = \begin{cases} 1, \text{ якщо } y^-(x^-) < \hat{y}^+(\bar{x}_p) \\ 0, \text{ якщо } y^-(x^-) \geq \hat{y}^+(\bar{x}_p) \end{cases},$$

де \bar{x}_p – центр p -того n -вимірного прямокутного паралелепіпеда.

Проте, знаходження об'єму множини рівнозначних рішень як для задачі контролю порогових рівнів параметрів систем, так і для задачі вибору оптимального параметра статичної системи на основі критерію мінімуму або максимуму є досить складною обчислювальною задачею. Це зумовлено в насамперед кусковістю меж критеріальних функцій та шириною коридору критеріальних функцій $\Delta_{\hat{y}(\bar{x})} = \hat{y}^+(\bar{x}) - \hat{y}^-(\bar{x})$.

У зв'язку з цим необхідно дослідити можливі варіанти апроксимації коридору некусковими функціями і обґрунтувати вибір математичного апарату для їх побудови.

2.2. Моделі критеріальних функцій на основі аналізу інтервальних даних

У межах теоретико-множинного-інтервального підходу для побудови моделей критеріальних функцій найчастіше використовують такі варіанти апроксимації множини параметрів:

- апроксимація m -вимірним прямокутним паралелепіпедом;
- апроксимація m -вимірним еліпсоїдом.

Апроксимація m -вимірним прямокутним паралелепіпедом, замість розв'язків інтервальної системи лінійних алгебраїчних рівнянь (1.31) у вигляді множини Ω параметрів моделі, передбачає її апроксимацію або локалізацію (наближення) за допомогою інтервального вектора $[\vec{b}] = ([b_1^-; b_1^+], \dots, [b_m^-; b_m^+])^T$, що дозволяє знайти об'єднане інтервальне розширення неперервної дійсної функції (1.30) [2]. Властивості об'єданого інтервального розширення матимуть певні відмінності порівняно з коридором інтервальних критеріальних функцій (1.36), побудованим на основі розв'язків системи (1.31).

Фактично, об'єднане інтервальне розширення, що є множиною інтервальних моделей критеріальних функцій, задається коридором $[\hat{y}(\vec{x})]$, коли у формулі (1.31) замість $\vec{b} \in \Omega$ записати $\vec{b} \in [\vec{b}]$. Коридор інтервальних моделей при інтервальному заданні їх параметрів (об'єднане інтервальне розширення) позначається так: $[\hat{y}(\vec{x})]_{\vec{b} \in [\vec{b}]}$.

З іншого боку, замінивши у виразі (1.34) для множини інтервальних моделей, побудованих на основі множини розв'язків інтервальної системи лінійних алгебраїчних рівнянь (1.32), вектор оцінок \vec{b} на інтервальний

вектор \vec{b} і виконавши операції інтервальної арифметики, отримаємо оцінку $[\hat{y}(\vec{x}, [\vec{b}])]$ прогнозованого значення $\hat{y}(\vec{x})$ в інтервальній формі.

У праці [2] для загального випадку доведено таке включення:

$$[\hat{y}(\vec{x})]_{\vec{b} \in [\vec{b}]} \subseteq [\hat{y}(\vec{x}, [\vec{b}])], \forall \vec{x} \in \chi. \quad (2.8)$$

Процедури знаходження оцінок $[\hat{y}(\vec{x}, [\vec{b}])]$, у яких застосовується інтервальна арифметика, є достатньо надлишковими, а знайдені оцінки часто неточні. Крім того, при побудові інтервальних моделей критеріальних функцій, не залежно від методу локалізації множини параметрів, важливим є не тільки можливість знаходження прогнозованого значення інтервалу виходу з мінімальними обчислювальними витратами, що в даному випадку забезпечується оцінками $[\hat{y}(\vec{x}, [\vec{b}])]$, але й забезпечення аналітичності задання функціональних меж коридору моделей критеріальних функцій на усій області експерименту. Остання вимога зумовлює необхідність розгляду властивостей меж функціонального коридору $[\hat{y}(\vec{x})]_{\vec{b} \in [\vec{b}]}$ лінійно-параметричних критеріальних функцій, заданих виразом (1.30) [47].

Відмітимо, що для лінійно-параметричних функцій (1.30) включення (2.8) перетворюється у рівність, тобто оцінки $[\hat{y}(\vec{x})]_{\vec{b} \in [\vec{b}]}$ та $[\hat{y}(\vec{x}, [\vec{b}])]$ збігаються для усіх значень \vec{x} .

Коридор інтервальних моделей (1.36) у випадку локалізації області Ω оцінок параметрів інтервальним вектором $[\vec{b}]$, що в просторі параметрів є прямокутним паралелепіпедом

$$P^+ = \{\vec{b} \mid b_j^- \leq b_j \leq b_j^+, j = 1, \dots, m\},$$

запишемо так [47]:

$$[\hat{y}(\bar{x})]_{\bar{b} \in [\bar{b}]} = \left[\min_{\bar{b} \in \Pi^+} \sum_{j=1}^m \varphi_j(\bar{x}) \cdot b_j; \max_{\bar{b} \in \Pi^+} \sum_{j=1}^m \varphi_j(\bar{x}) \cdot b_j \right]. \quad (2.9)$$

Зауважимо, що залежність між прогнозованим значенням критеріальної функції \hat{y} та оцінками вектора параметрів \bar{b} є лінійною. Тому при фіксованому векторі входів \bar{x} розв'язками задач

$$\min_{\bar{b} \in \Pi^+} \sum_{j=1}^m \varphi_j(\bar{x}) \cdot b_j, \quad \max_{\bar{b} \in \Pi^+} \sum_{j=1}^m \varphi_j(\bar{x}) \cdot b_j$$

є вершини паралелепіпеда Π^+ . Отже, межі коридору інтервальних моделей (2.9), як і у випадку застосування множини параметрів Ω , будуються на основі координат вершин області локалізації Π^+ .

Вираз (2.9) можна записати так:

$$[\hat{y}(\bar{x})]_{\bar{b} \in [\bar{b}]} = \left[\sum_{j=1}^m \varphi_j(\bar{x}) \cdot b_j^{\min}; \sum_{j=1}^m \varphi_j(\bar{x}) \cdot b_j^{\max} \right], \quad (2.10)$$

де

$$b_j^{\min} = \begin{cases} b_j^-, & \text{якщо } \varphi_j(\bar{x}_i) \geq 0 \\ b_j^+, & \text{якщо } \varphi_j(\bar{x}_i) < 0 \end{cases}, \quad b_j^{\max} = \begin{cases} b_j^+, & \text{якщо } \varphi_j(\bar{x}_i) \geq 0 \\ b_j^-, & \text{якщо } \varphi_j(\bar{x}_i) < 0 \end{cases}. \quad (2.11)$$

Як видно з виразу (2.10), для обчислення інтервалу прогнозування $[\hat{y}(\bar{x})]_{\bar{b} \in [\bar{b}]}$ у фіксованій точці \bar{x}_i необхідно визначити знаки значень усіх базових функцій $\varphi_j(\bar{x}_i)$, $(j=1, \dots, m)$. Оскільки значення базових функцій в загальному випадку залежать від значень компонент вектора входів \bar{x} , то справедлива така властивість інтервальних моделей у випадку інтервальних оцінок їх параметрів [47]: у загальному випадку межі коридору (2.10) інтервальних моделей є кусковими функціями.

Ширина коридору інтервальної моделі при інтервальних параметрах визначається згідно (2.11):

$$\Delta_{\hat{y}(\bar{x})} \Big|_{\bar{b} \in [\bar{b}]} = \sum_{j=1}^m \varphi_j(\bar{x}) \cdot b_j^{\max} - \sum_{j=1}^m \varphi_j(\bar{x}) \cdot b_j^{\min}. \quad (2.12)$$

З урахуванням позначень (2.8), формулу (2.10) для визначення ширини коридору прогнозування перепишемо так:

$$\Delta_{\hat{y}(\bar{x})} \Big|_{\bar{b} \in [\bar{b}]} = \left| \vec{\varphi}^T(\bar{x}) \right| \cdot (\vec{b}^+ - \vec{b}^-), \quad (2.13)$$

де $\left| \vec{\varphi}^T(\bar{x}) \right|$ – означає вектор абсолютних значень базових функцій у фіксованій точці \bar{x} ;

\vec{b}^+ , \vec{b}^- – вектори, компонентами яких відповідно є b_j^+ та b_j^- .

Як видно з (2.13), при збільшенні розмірів області Π^+ локалізації Ω значення ширини коридору збільшується.

Враховуючи, що область Π^+ є симетричною відносно центру

$$\bar{\bar{b}} = \frac{1}{2} \cdot (\vec{b}^+ + \vec{b}^-),$$

формулу (2.10) для визначення коридору інтервальних моделей критеріальних функцій можна записати в такому вигляді:

$$[\hat{y}(\bar{x})] \Big|_{\bar{b} \in [\bar{b}]} = \left[\vec{\varphi}^T(\bar{x}) \cdot \bar{\bar{b}} - \frac{1}{2} \cdot \Delta_{\hat{y}(\bar{x})} \Big|_{\bar{b} \in [\bar{b}]}; \vec{\varphi}^T(\bar{x}) \cdot \bar{\bar{b}} + \frac{1}{2} \cdot \Delta_{\hat{y}(\bar{x})} \Big|_{\bar{b} \in [\bar{b}]} \right].$$

Розглянемо тепер співвідношення між шириною коридору (2.13) та шириною коридору $\Delta_{\hat{y}(\bar{x})}$ інтервальної моделі критеріальної функції при $\bar{b} \in \Omega$, тобто коли вона обчислюється як різниця меж коридору (1.36) [44].

Внаслідок виконання (2.8), як рівності для лінійно-параметричних функцій у вигляді (1.30), а також монотонності включення інтервальних обчислень, справедлива така нерівність:

$$\Delta_{\hat{y}(\bar{x})} \leq \Delta_{\hat{y}(\bar{x})} \Big|_{\bar{b} \in [\bar{b}]} \quad \forall \bar{x} \in \mathcal{X}. \quad (2.14)$$

Виконання рівності (2.8) у цьому випадку забезпечує справедливість включення:

$$[\hat{y}(\bar{x})] \subseteq [\hat{y}(\bar{x})]_{\bar{b} \in [\bar{b}]}$$

Звідси випливає справедливість нерівності (2.14).

Отже, нерівність (2.14) показує, що значення ширини коридору інтервальної моделі з параметрами, що належать множині розв'язків системи (1.31) ($\bar{b} \in \Omega$), у будь-якій точці області χ експерименту менше або дорівнює значенню ширини коридору інтервальної моделі при інтервальній локалізації вектора \bar{b} її параметрів.

У праці [45] показано, що для лінійної інтервальної моделі критеріальної функції $(\bar{\varphi}^T(\bar{x}) = (x_1, x_2, \dots, x_m)^T)$ значення ширини коридору $\Delta_{\bar{y}(\bar{x})}$ пропорційне відстані від центру області експерименту χ , а її максимальне значення досягається на межі області χ . Із формули (2.13) випливає, що ця властивість справедлива для інтервальних моделей критеріальних функцій з інтервальними параметрами $\bar{b} \in [\bar{b}]$, в яких усі базисні функції $\varphi_j(\bar{x})$ ($j = 1, \dots, m$) є монотонно зростаючими за модулем, якщо відстань від центру \bar{x}_0 експерименту збільшувати у будь-якому напрямку. Якщо ж пронормувати незалежні змінні x_1, \dots, x_n так, щоб центр експерименту збігався з нульовою точкою $\bar{x}_0 = (0, \dots, 0)^T$, то розглянута властивість стає справедливою для поліноміальних моделей.

Для інтервальних моделей з інтервальними оцінками параметрів, заданих лінійно-параметричними функціями (1.30), у яких базові функції не відповідають розглянутій властивості, картина зміни ширини коридору на області експерименту, як і у випадку інтервальних моделей при $\bar{b} \in \Omega$, може бути достатньо складною.

Апроксимація m -вимірним еліпсоїдом множини параметрів Ω

передбачає отримання оптимальної еліпсоїдальної оцінка Q_m [55]

$$Q_m = \{\vec{b} \in R^m \mid (\vec{b} - \vec{\bar{b}})^T \cdot H \cdot (\vec{b} - \vec{\bar{b}}) = \gamma\}, \quad (2.15)$$

яка в просторі параметрів \vec{b} моделі критеріальної функції є m -вимірним еліпсоїдом мінімального об'єму, описаним навколо Ω , і при цьому справедливе таке включення:

$$\Omega \subseteq Q_m. \quad (2.16)$$

Як і у випадку інтервальної локалізації параметрів, для побудови моделей критеріальних функцій із застосуванням методів локалізації множини параметрів еліпсоїдальними множинами важливим є вивчення та застосування властивостей отриманого при цьому коридору моделей [55].

Коридор інтервальних моделей $[\hat{y}(\vec{x})]_{\vec{b} \in Q_m}$, у випадку локалізації множини Ω багатомірним еліпсоїдом (2.15) [55], матиме такий вигляд:

$$[\hat{y}(\vec{x})]_{\vec{b} \in Q_m} = [\vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{\bar{b}} - \frac{1}{2} \cdot \Delta_{\hat{y}(\vec{x})} \mid_{\vec{b} \in Q_m}; \vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{\bar{b}} + \frac{1}{2} \cdot \Delta_{\hat{y}(\vec{x})} \mid_{\vec{b} \in Q_m}], \quad (2.17)$$

де $\Delta_{\hat{y}(\vec{x})} \mid_{\vec{b} \in Q_m}$ – ширина коридору, що обчислюється за формулою

$$\Delta_{\hat{y}(\vec{x})} \mid_{\vec{b} \in Q_m} = 2 \cdot \sqrt{\vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot H^{-1} \cdot \vec{\varphi}(\vec{x}) \cdot \gamma}, \quad (2.18)$$

де $H = F^T \cdot E^{-2} \cdot F$ – матриця конфігурації еліпсоїда;

$\gamma = m$ – кількість невідомих параметрів моделі.

Як видно з виразів (2.17) та (2.18), функції ширини коридору та меж коридору інтервальних моделей для даного випадку є неперервними та не кусковими, що забезпечує аналітичність розрахунку інтервалу прогнозування у заданій точці області експерименту. Ця властивість є достатньо вагомим на користь застосування еліпсоїдальних методів локалізації.

Як і у випадку інтервальної локалізації множини параметрів, ширина коридору при локалізації еліпсоїдом $\Delta_{\bar{y}(\bar{x})} \Big|_{\bar{b} \in Q_m}$ не менша (переважно більша) від ширини коридору $\Delta_{\bar{y}(\bar{x})}$ на усій області експерименту, тобто

$$\Delta_{\bar{y}(\bar{x})} \Big|_{\bar{b} \in Q_m} \geq \Delta_{\bar{y}(\bar{x})}, \quad \forall \bar{x} \in \mathcal{X}.$$

Для вибору кращого, за критерієм точності, методу (інтервальної чи еліпсоїдальної) локалізації множини Ω важливим є встановлення співвідношень між шириною коридорів інтервальних моделей, які забезпечують відповідні методи локалізації.

У випадку лінійно-параметричної інтервальної моделі ці співвідношення будуть визначатися співвідношеннями між розмірами багатовимірного локалізаційного еліпсоїда Q_m та локалізаційного прямокутного гіперпаралелепіеда P^+ . Зокрема, для включення $P^+ \subseteq Q_m$ справедливою є така нерівність:

$$\Delta_{\bar{y}(\bar{x})} \Big|_{\bar{b} \in Q_m} \leq \Delta_{\bar{y}(\bar{x})} \Big|_{\bar{b} \in [\bar{b}]} \quad \forall \bar{x} \in \mathcal{X}.$$

Навпаки, із включення $P^+ \supseteq Q_m$ витікає нерівність

$$\Delta_{\bar{y}(\bar{x})} \Big|_{\bar{b} \in Q_m} \geq \Delta_{\bar{y}(\bar{x})} \Big|_{\bar{b} \in [\bar{b}]} \quad \forall \bar{x} \in \mathcal{X}.$$

Однак на практиці апріорі невідомо, яке включення буде отримано в результаті локалізації. Одночасне застосування інтервальної та еліпсоїдальної локалізації множини Ω з метою визначення кращого способу є не раціональним з обчислювальної точки зору. Розглянемо підходи, які з мінімальними обчислювальними витратами дозволяють вибрати кращі з існуючих методів локалізації, за критерієм мінімізації ширини коридору моделі.

Як відомо, інтервальну локалізацію, на відміну від еліпсоїдальної, не

раціонально застосовувати, коли множина Ω виявляється витягнутою у напрямку, що не збігається з напрямком жодної з осей координат, тобто коли довжина її однієї діагоналі значно перевищує довжини інших. Оскільки для насиченого експерименту $N=m$ при постійній чи відомій інтервальній похибці спостережень $\Delta(\vec{x})$ довжини усіх діагоналей гіперпаралелепіпеда Ω однозначно задаються системою інтервальних рівнянь (1.32) і, зокрема, матрицею плану експерименту F , то у цьому випадку проблема вибору кращого методу локалізації розв'язується шляхом оцінки відношення довжин максимальної (I_E -критерій (1.41)) та мінімальної діагоналі.

Такий підхід можна застосувати при постійній інтервальній похибці $\Delta(\vec{x})=\text{const}$ для загального випадку, коли $N>m$. Спочатку із системи рівнянь (1.32) необхідно вибрати насичений блок із m рівнянь, який задається матрицею F_m ($m \times m$). При цьому матрицю F_m слід вибирати з умови мінімізації довжини максимальної діагоналі гіперпаралелепіпеда Ω_m , побудованого на основі відповідного насиченого блоку. З цією метою слід розв'язати задачу (1.44) на множині N інтервальних даних. Якщо довжина найдовшої діагоналі гіперпаралелепіпеда Ω_m у декілька разів перевищує довжину найкоротшої діагоналі, то, ймовірно, множина Ω виявиться сильно витягнутою. У цьому випадку слід застосовувати метод еліпсоїдальної локалізації, який буде забезпечувати меншу ширину коридору інтервальної моделі. Коли ж виявиться, що відношення довжин діагоналей близьке до 1, то пріоритетність методу локалізації встановити не можна, оскільки при "відсіченні" множини Ω_m інтервальними рівняннями, що залишились у системі після вибору насиченого блоку, результуюча множина Ω може стати витягнутою.

Проведений аналіз показав, що для задач прийняття рішень доцільно використати еліпсоїдальну локалізацію області параметрів моделі, оскільки вона забезпечує аналітичність критеріальних функцій прийняття рішень, що дозволяє спростити обчислювальні процедури побудови моделей ПР.

2.3. Оптимізація математичних моделей на основі інтервальних даних у задачах прийняття рішень

Під оптимізацією математичної моделі, побудованої на основі інтервальних даних, для задач прийняття рішення будемо розуміти підвищення точності даної моделі за критерієм мінімізації множин рівнозначних рішень на основі отримання додаткової інформації під час повторних вимірювань:

$$V(F, \bar{x}) \xrightarrow{\bar{x} \in \mathcal{X}} \min.$$

Розглянемо процеси оптимізації математичних моделей для задач, описаних в підрозділах 1.1.2-1.1.4.

Для задачі моделювання характеристик уніфікованого ряду технічних пристроїв (підрозділ 1.1.2) необхідно побудувати інтервальну модель енергетичної характеристики ВМП для повного ряду уніфікованих ДВЕЖ так, щоб мінімізувати кількість досліджуваних приладів і при цьому забезпечити найвищу точність моделі. Цю задачу можна розв'язати двома способами: перший – побудова апріорного плану експерименту за критерієм максимізації середньої (I_Q критерій) або максимальної (I_G критерій) точності критеріальної функції при заданій мінімальній кількості вимірювань і за результатами його реалізації $\bar{x}_i, [y_i^-, y_i^+], y_0(\bar{x}_i) \in [y_i^-, y_i^+], i = 1, \dots, N$ синтезувати модель $[\hat{y}(\bar{x})] = [\hat{y}^-(\bar{x}), \hat{y}^+(\bar{x})]$, другий – це побудова початкової моделі на основі насиченого ($N=m$ – мінімально необхідна кількість пристроїв ряду – ДВЕЖ з різними технічними характеристиками) плану оптимального експерименту також за критерієм максимізації точності (I_Q або I_G критерій) критеріальної функції з наступною оптимізацією початкової моделі на основі проведення додаткових спостережень для досягнення необхідної точності критеріальних функцій.

Перший варіант передбачає побудову апріорних I_Q - або I_G -оптимальних планів інтервальних експериментів за умови $N \geq m$. Однак, як було зазначено в пункті 1.3, розв'язування задач (1.47) є надзвичайно складним.

Другий варіант може бути реалізований на основі використання насичених I_Q - або I_G -оптимальних планів для побудови початкової моделі критеріальних функцій і, у випадку їх незадовільної точності для прийняття рішень, наступної оптимізації цих моделей.

При побудові математичних моделей для задач контролю порогових рівнів параметрів систем, описаних в підрозділі 1.1.3, використання, подібно до попередньої задачі, першого варіанту неможливе, оскільки критерієм оптимальності планів експерименту є не забезпечення точності критеріальних функцій, а мінімізація множини нерозпізнаних рішень $X^* = \{\bar{x}_i \mid y_{lev}(\bar{x}_i) \in [\hat{y}^-(\bar{x}_i); \hat{y}^+(\bar{x}_i)]\}, \bar{x}_i \in \chi$. Оскільки до побудови моделі визначити апріорний об'єм області нерозпізнаних рішень неможливо, то доцільно використати другий варіант, що передбачає використання насиченого плану для побудови початкової моделі критеріальної функції і наступної оптимізації цих моделей.

Аналогічна процедура може бути застосована у випадку побудови математичних моделей для задачі вибору оптимальних параметрів статичної системи на основі критерію мінімуму або максимуму, описаному в підрозділі 1.1.4.

Для двох останніх задач можна припустити, що звужуючи ширину коридору критеріальних функцій при оптимізації, розміри множини рівнозначних рішень зменшаться.

Проте, довільне підвищення точності інтервальних моделей не завжди призведе до зменшення області рівнозначних рішень, як це показано на рис. 2.5. Цей факт дозволяє зробити висновок, що при отриманні додаткової інформації шляхом постановки та проведення додаткових експериментів слід

орієнтуватися не на підвищення точності моделі (наприклад на планування I_G -оптимальних експериментів [54]), а безпосередньо на зменшення розмірів області рівнозначних рішень.

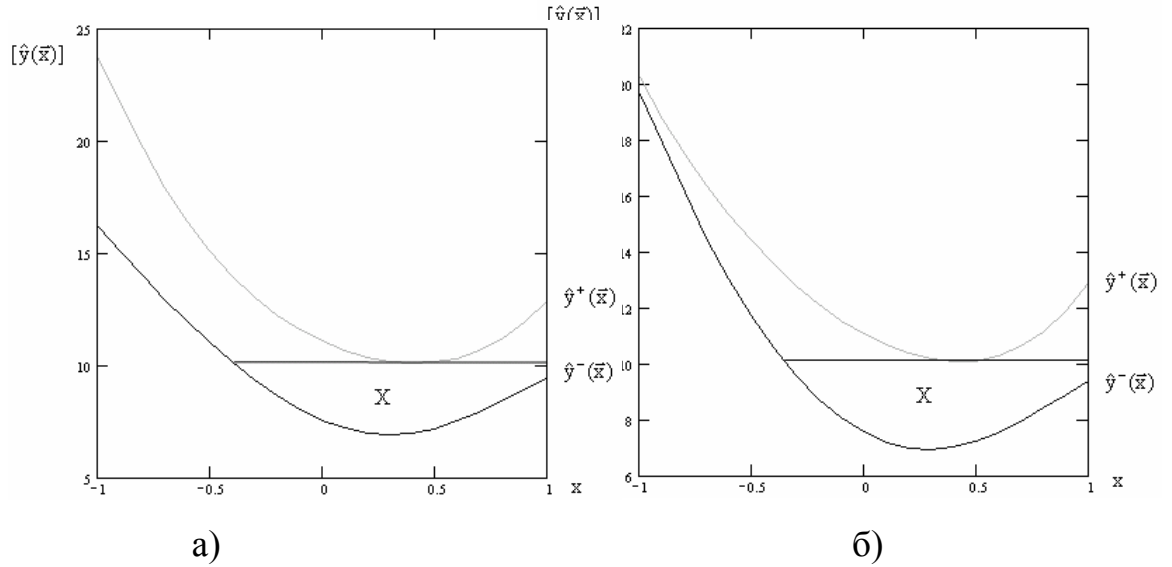


Рис. 2.5. Область рівнозначних рішень при уточненні коридору моделей

Вище зазначене вимагає розробки методів послідовного планування експериментів та адаптивних алгоритмів прийняття рішень, які включають етапи планування та проведення оптимального за критерієм мінімізації області рівнозначних рішень послідовного експерименту, які для побудови інтервальних моделей у задачах прийняття рішень є абсолютно новими.

ВИСНОВКИ ДО ДРУГОГО РОЗДІЛУ

1. Побудовано математичні моделі критеріїв для задачі контролю порогових рівнів параметрів системи та задачі вибору оптимального рішення на основі критерію мінімуму або максимуму, які націлені на відміну від існуючих на оптимізацію потужності множин рівнозначних рішень у випадку представлення експериментальних даних в інтервальному вигляді.

2. Обґрунтовано для побудови моделей критеріальних функцій для задач ПР на основі аналізу інтервальних даних використання методу еліпсоїдальної локалізації області параметрів, що дозволить представити критеріальні функції в аналітичному вигляді і зменшити обчислювальні витрати на їх побудову.

3. Показано для побудови моделей критеріальних функцій для задач ПР необхідність проведення послідовного оптимального експерименту у два етапи: побудова первинної моделі та наступна її оптимізація за критерієм мінімізації області рівнозначних рішень на основі проведення додаткових спостережень.

РОЗДІЛ 3

ПОСЛІДОВНЕ ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТІВ ДЛЯ ОПТИМІЗАЦІЇ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

Розглянуті у попередньому розділі моделі для задач прийняття рішень на першому етапі передбачають побудову інтервальних критеріальних функцій за мінімальною кількістю експериментальних даних. Таким чином, на першому етапі синтезу моделі для задач прийняття рішень необхідно забезпечити оптимальні властивості інтервальних критеріальних функцій, що спонукає до застосування та розвитку методів планування I_G -оптимальних експериментів чи наближених до них з мінімальною кількістю спостережень, тобто насичених експериментів, і методів побудови послідовних I_G -оптимальних планів.

На відміну від традиційних підходів, на наступних етапах за результатами додаткових спостережень оптимізуємо не властивості критеріальних функцій, а властивості гарантованих множин рівнозначних рішень. Тобто мінімізуємо розміри цих множин шляхом послідовного планування та проведення спостережень. Останнє спонукає до розробки критеріїв та методів послідовного планування експериментів для розглянутих у підрозділі 2.3 задач прийняття рішень.

3.1. Особливості синтезу спектрів послідовних планів для інтервальних моделей у задачах прийняття рішень

При побудові послідовних оптимальних планів регресійного експерименту спектр оптимального плану може змінюватися під час реалізації послідовної процедури. Зміна спектра оптимального послідовного плану експериментів з інтервальними даними в процесі реалізації послідовної процедури призводить до суттєвого підвищення обчислювальних

витрат на побудову гарантованого коридору інтервальних критеріальних функцій внаслідок достатньо складної конфігурації отримуваних множинних оцінок параметрів цих функцій. Таким чином, виграш за витратами на організацію та проведення експерименту втрачається внаслідок підвищення складності отримання та використання точних множинних оцінок параметрів інтервальних критеріальних функцій. За цих умов доцільно на першому етапі побудови послідовних планів для моделей у задачах прийняття рішень зафіксувати спектр плану, що задаватиме деяку оптимальну конфігурацію множини параметрів інтервальних критеріальних функцій. На наступних кроках послідовної процедури конфігурація множини параметрів інтервальних критеріальних функцій залишатиметься незмінною, а змінюватимуться тільки її розміри.

Зв'язок між шириною коридору інтервальних критеріальних функцій та розмірами множини рівнозначних рішень на першому етапі встановлюватимемо через матрицю $F_m = \{\varphi_j(\bar{x}_i), i = \overline{1, m}, j = \overline{1, m}\}$ – квадратну матрицю значень базисних функцій, яка задаватиме план насиченого експерименту. Розміри області рівнозначних рішень задаємо об'ємом V . Тоді формально задачу планування насиченого експерименту можна записати у такому вигляді:

$$V(F_m) \xrightarrow{F_m} \min. \quad (3.1)$$

Аналіз задачі (3.1) показав її надзвичайно високу обчислювальну складність, передусім обумовлену неможливістю задання в аналітичному вигляді зв'язку між об'ємом V області рівнозначних рішень та матрицею плану експерименту F_m , а також кусковістю функціональних меж коридору інтервальних критеріальних функцій $\hat{y}^+(\bar{x})$, $\hat{y}^-(\bar{x})$ інтервальної моделі у задачі прийняття рішень. За даних умов більш прийнятним варіантом є знаходження не точного розв'язку цієї задачі, а деякого її наближення.

Спосіб усунення проблеми кусковості меж $\hat{y}^+(\bar{x})$, $\hat{y}^-(\bar{x})$ коридору інтервальних критеріальних функцій вирішується апроксимацією цих меж на основі локалізації області параметрів Ω_m для насиченого експерименту m -вимірним еліпсоїдом Q_m (2.15) з мінімальними розмірами (див. підрозділ 2.2). У результаті коридор інтервальних критеріальних функцій має згладжені межі і набуває вигляду (2.17)

$$[\hat{y}^-(\bar{x}); \hat{y}^+(\bar{x})]_{\bar{b} \in Q_m} = \left[\bar{\varphi}^T(\bar{x}) \cdot \bar{b} - \frac{1}{2} \Delta_{\hat{y}(\bar{x}, F_m)} \Big|_{\bar{b} \in Q_m}; \bar{\varphi}^T(\bar{x}) \cdot \bar{b} + \frac{1}{2} \Delta_{\hat{y}(\bar{x}, F_m)} \Big|_{\bar{b} \in Q_m} \right].$$

Локалізація еліпсоїдом забезпечить включення $\Omega_m \subset Q_m$ і, відповідно, гарантованість коридору інтервальних моделей критеріальних функцій, тобто $[\hat{y}^-(\bar{x}); \hat{y}^+(\bar{x})] \subseteq [\hat{y}^-(\bar{x}); \hat{y}^+(\bar{x})]_{\bar{b} \in Q_m} \forall \bar{x} \in \chi$.

Залежність між матрицею плану F_m та об'ємом області рівнозначних рішень задачі прийняття рішень відслідковуємо за посередництвом форми та ширини коридору інтервальних критеріальних функцій $[\hat{y}^-(\bar{x}); \hat{y}^+(\bar{x})]_{\bar{b} \in Q_m}$. Якщо зв'язок між формою чи розміщенням коридору критеріальних функцій та матрицею F_m відслідкувати важко, то зв'язок між F_m та шириною коридору цих функцій $\Delta_{\hat{y}(\bar{x}, F_m)} \Big|_{\bar{b} \in Q_m}$ є досить вивченим в теорії планування оптимальних експериментів на основі аналізу інтервальних даних [34, 39]. Отже, при фіксованій формі коридору інтервальних функцій об'єм області рівнозначних рішень задачі прийняття рішень визначатиметься властивостями ширини цього коридору $\Delta_{\hat{y}(\bar{x}, F_m)} \Big|_{\bar{b} \in Q_m}$.

Для розв'язання задачі (3.1) розглянемо деякі важливі твердження щодо властивостей функціоналу $V(F_m)$.

Нехай необхідно оцінити можливість зменшення функціоналу $V(F_m)$ внаслідок послідовності серій експериментів з однаковою m_k кількістю

спостережень в кожній k -й серії, які характеризуються однаковою матрицею $F_{m_1} = F_{m_2} = \dots = F_{m_k} = F_m \quad \forall k = 1, 2, \dots, K$.

Твердження 3.1. Для функціоналу $V(F_m)$ в серіях $k = 1, 2, \dots, K$ експерименту справедлива нерівність $V(F_{m_{k+1}}) \leq V(F_{m_k})$, якщо

$$\max_{\bar{x} \in \chi} \Delta_{\hat{y}(\bar{x}, F_{m_{k+1}})} \Big|_{\bar{b} \in Q_{m_{k+1}}} < \max_{\bar{x} \in \chi} \Delta_{\hat{y}(\bar{x}, F_{m_k})} \Big|_{\bar{b} \in Q_{m_k}} \quad \forall k = 1, 2, \dots, K.$$

Доведення цього твердження, не порушуючи загальності, проведемо на прикладі формування області рівнозначних рішень для вибору оптимальних параметрів за критерієм мінімуму або максимуму (2.4) чи (2.5) (див. рис. 2.3 а та рис. 2.3 б).

Припустимо зворотне, що $\exists k \in \{1, 2, \dots, K\}$ в послідовності серій, для яких $V(F_{m_{k+1}}) > V(F_{m_k})$ і одночасно $\max_{\bar{x} \in \chi} \Delta_{\hat{y}(\bar{x}, F_{m_{k+1}})} \Big|_{\bar{b} \in Q_{m_{k+1}}} < \max_{\bar{x} \in \chi} \Delta_{\hat{y}(\bar{x}, F_{m_k})} \Big|_{\bar{b} \in Q_{m_k}}$.

Виконання умови $V(F_{m_{k+1}}) > V(F_{m_k})$ можливе тільки тоді, коли $\hat{y}^-(\bar{x}_{k+1}^-) < \hat{y}^-(\bar{x}_k^-)$, або $\hat{y}^+(\bar{x}_{k+1}^+) > \hat{y}^+(\bar{x}_k^+)$, $\bar{x}_k \in \chi \quad \forall k = 1, \dots, K$ – для випадку максимізації критеріальної функції (див. рис. 2.3 б) та $\hat{y}^-(\bar{x}_{k+1}^-) > \hat{y}^-(\bar{x}_k^-)$, або $\hat{y}^+(\bar{x}_{k+1}^+) > \hat{y}^+(\bar{x}_k^+)$, $\bar{x}_k \in \chi \quad \forall k = 1, \dots, K$ – для випадку мінімізації критеріальної функції (див. рис. 2.3 а). Це означає, що існують точки, в яких коридор після проведення $k+1$ серії спостережень ширший за коридор, отриманий після k серії, тобто $[\hat{y}^-(\bar{x}); \hat{y}^+(\bar{x})]_{\bar{b} \in Q_{m_{k+1}}} \supseteq [\hat{y}^-(\bar{x}); \hat{y}^+(\bar{x})]_{\bar{b} \in Q_{m_k}} \quad \forall \bar{x} \in \chi$, отже і

$$\max_{\bar{x} \in \chi} \Delta_{\hat{y}(\bar{x}, F_{m_{k+1}})} \Big|_{\bar{b} \in Q_{m_{k+1}}} \geq \max_{\bar{x} \in \chi} \Delta_{\hat{y}(\bar{x}, F_{m_k})} \Big|_{\bar{b} \in Q_{m_k}}, \text{ що суперечить прийнятій умові:}$$

$$\max_{\bar{x} \in \chi} \Delta_{\hat{y}(\bar{x}, F_{m_{k+1}})} \Big|_{\bar{b} \in Q_{m_{k+1}}} < \max_{\bar{x} \in \chi} \Delta_{\hat{y}(\bar{x}, F_{m_k})} \Big|_{\bar{b} \in Q_{m_k}}.$$

Таким чином, при мінімізації максимальної ширини $\max_{\bar{x} \in \chi} \Delta_{\hat{y}(\bar{x}, F_m)} \Big|_{\bar{b} \in Q_m}$ коридор інтервальних критеріальних функцій звужується, що призводить до зменшення функціоналу $V(F_m)$.

Твердження 3.2. Достатньою умовою для $V(F_m) = 0$ є умова

$$\max_{\bar{x} \in \mathcal{X}} \Delta_{\hat{y}(\bar{x}, F_m)} \Big|_{\bar{b} \in Q_m} = 0.$$

Оскільки, з умови рівності нулю максимальної похибки прогнозування випливає, що $\hat{y}^-(\bar{x}) \Big|_{\bar{b} \in Q_m} = \hat{y}^+(\bar{x}) \Big|_{\bar{b} \in Q_m} \forall \bar{x} \in \mathcal{X}$, то множини X рівнозначних рішень, визначені виразами (2.6) і (2.7), включають по одній точці $X^+ = \{x^+\}$ та $X^- = \{x^-\}$ відповідно. Звідси, об'єм функціоналу $V(F_m) = 0$.

Наведені властивості функціоналу $V(F_m)$ дозволяють знайти наближення розв'язку задачі (3.1) із розв'язку такої задачі:

$$\max_{\bar{x} \in \mathcal{X}} \Delta_{\hat{y}(\bar{x}, F_m)} \Big|_{\bar{b} \in Q_m} \xrightarrow{F_m} \min, \quad (3.2)$$

яка еквівалентна достатньо розробленій в теорії планування оптимальних експериментів задачі знаходження наближених I_G -оптимальних насичених планів інтервального експерименту [54, 56].

Зауважимо, що задача планування насиченого експерименту (3.1) не еквівалентна задачі (3.2), оскільки остання не враховує точної залежності між матрицею плану F_m та об'ємом області рішень $V(F_m)$, але дозволяє знайти початкову область рівнозначних рішень для коридору мінімальної ширини.

Таким чином, за спектри послідовного I_G -оптимального плану та послідовних оптимальних планів експериментів, необхідних для побудови моделей у задачах прийняття рішень (2.1), (2.2), (2.4), (2.5), використовуватимемо спектри I_G -оптимальних насичених планів експериментів, реалізація яких дозволить побудувати початкові інтервальні критеріальні функції. Такий вибір обґрунтовується через необхідність забезпечення оптимальних властивостей інтервальних критеріальних функцій на першому етапі побудови моделей для задач прийняття рішень. З іншого боку, вибір спектрів I_G -оптимальних насичених планів за спектр послідовних планів є обґрунтованим внаслідок наявного зв'язку між

шириною коридору інтервальних критеріальних функцій та розмірами множини рівнозначних рішень. Саме наявність коридору інтервальних критеріальних функцій в моделях для задач прийняття рішень (2.1), (2.2), (2.4), (2.5) приводить до появи множини рівнозначних рішень – розв’язку задачі прийняття рішень.

Для синтезу спектрів оптимальних планів експериментів, необхідних для побудови моделей у задачах прийняття рішень (2.1), (2.2), (2.4), (2.5), використовуватимемо такі підходи:

1. Синтез I_G -оптимальних насичених планів для лінійних критеріальних функцій на основі теореми еквівалентності між I_G -оптимальними та I_E -оптимальними насиченими планами.
2. Використання відомих таблиць I_G -оптимальних насичених планів [57].
3. Методи синтезу I_G -оптимальних насичених планів на основі розв’язування нелінійної оптимізаційної задачі (1.47) із застосуванням ППП MATLAB.
4. Синтез наближених до I_G -оптимальних насичених планів шляхом використання методів синтезу та таблиць G -оптимальних насичених планів регресійного експерименту [20].
5. Синтез наближених до I_G -оптимальних насичених планів на основі аналізу подібності деяких $M(I_D)$ -, $M(I_A)$ -, $M(I_E)$ -оптимальних локалізаційних планів, наведених в таблицях [57], до I_G -оптимальних планів.

Перший та третій підходи обмежені обчислювальною складністю побудови I_E -оптимальних насичених планів та обчислювальною складністю розв’язування нелінійної оптимізаційної задачі (1.47), відповідно. Складність останньої задачі залежить від виду критеріальної функції та від розмірності вектора рішень.

Застосування четвертого підходу обґрунтовано через застосування локалізації множини параметрів інтервальних критеріальних функцій моделей для задач прийняття рішень еліпсоїдом (див. підрозділ 2.2).

Розглянемо застосування п'ятого підходу на прикладі аналізу точності інтервальної квадратичної критеріальної функції з двовимірним вектором рішень $\vec{x}=(x_1, x_2)^T$:

$$y(x_1, x_2) = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_1^2 + b_4 \cdot x_2^2, \quad (3.3)$$

що будується на основі $M(I_D)$ -оптимального локалізаційного плану

$$X^T = \begin{pmatrix} 1 & -0.227 & -1 & -1 & 0.386 \\ 1 & 1 & 0.227 & -1 & -0.386 \end{pmatrix}.$$

Оцінку ефективності застосування цього локалізаційного плану за критерієм I_G -оптимальності проводили шляхом його порівняння з іншими достатньо поширеними планами:

- спектр плану у вершинах куба і в центрі;
- рівномірний спектр;
- план з випадковим вибором спектра.

При цьому припускалося, що інтервальна похибка є постійною на усій області експерименту, яка збігається з областю допустимих рішень $\Delta(\vec{x}) = 1, \forall \vec{x} \in \chi$.

Результати чисельних експериментів на основі запропонованого $M(I_D)$ -оптимального і вказаних планів дозволили знайти оцінки області параметрів інтервальних критеріальних функцій, що задані (3.3), у вигляді гіперпаралелепіпедів з вершинами (1.48), а оптимальні (мінімум об'єму) апроксимації кожної з отриманих областей у вигляді $m=5$ -вимірних еліпсоїдів (2.15) дозволили побудувати для кожного випадку застосування планів експерименту аналітичний вираз для розрахунку ширини коридору інтервальних критеріальних функцій

$$\Delta y(\bar{x}) = 2 \cdot \sqrt{\varphi^T(x_1, x_2) \cdot (F_m^T \cdot E^{-2} \cdot F_m) \cdot \varphi(x_1, x_2) \cdot m},$$

де E – діагональна матриця інтервальних похибок в точках експерименту.

Результати порівняння наведені у таблиці 3.1 та на рисунку 3.1.

Як видно із таблиці 3.1 та наведених рисунків 3.1, запропонований $M(I_D)$ -оптимальний план забезпечує найменше значення максимальної ширини коридору $\Delta y(\bar{x}) = 6,8662$ та найменше значення середньої ширини $\Delta y(\bar{x}) = 4,639$, що засвідчує його подібність не тільки до I_G -оптимальних, але і до I_Q -оптимальних планів, відповідно.

Таблиця 3.1 - Значення ширини коридору інтервальних критеріальних функцій на області експерименту для різних планів

№ точки	$\Delta y(\bar{x})$			
	спектр плану у вершинах куба	рівномірний спектр	план з випадковим вибором спектра	$M(I_D)$ -оптимальний план
1	2	3	4	5
1	4,4721	7,7460	98,662	6,8662
2	19,6807	4,9371	146,3068	5,966
3	25,4084	4,4721	161,02	5,9546
4	19,7943	4,9371	141,904	5,0994
5	4,7903	7,746	89,5843	4,4721
6	16,5785	4,9371	19,9224	5,9654
7	3,9542	3,3541	31,6777	4,5102
8	7,9503	3,7914	46,6621	4,4317
9	3,8213	3,3541	27,4916	3,5697
10	16,3326	4,9371	27,0293	3,5241
11	23,3277	4,4721	64,1161	5,9538
12	7,1463	3,7914	14,6704	4,4313
13	4,4721	4,4721	4,4721	4,4588
14	6,9295	3,7914	19,0391	3,9299
15	23,0662	4,4721	72,3497	4,3698
16	18,7124	4,9371	45,2262	5,0989

Продовження таблиці 3.1

1	2	3	4	5
17	3,9712	3,3541	14,4986	3,5696
18	6,1728	3,7914	24,9938	3,93
19	3,768	3,3541	11,2304	3,6569
20	18,4657	4,9371	52,0221	4,3924
21	4,4721	7,746	66,2793	4,4721
22	15,3942	4,9371	105,7397	3,5243
23	21,0894	4,4721	119,096	4,37
24	15,5045	4,9371	101,1886	4,3923
25	4,5597	7,746	57,7799	5,077
Середнє значення	11,993	4,857	62,518	4,639
Максимальне значення	25,4084	7,746	146,3068	6,8662

Результати застосування п'яти із вище наведених підходів систематизовані у вигляді таблиць I_G -оптимальних та наближених до них насичених планів експерименту в додатку А. Для використання цих планів необхідно згідно з вказаними вимогами до виду критеріальної функції у моделі для прийняття рішень вибрати матрицю оптимального плану.

Отримані матриці планів задають безрозмірні масштабовані на заданій n -вимірним кубом $\chi = \{\vec{x} \in R^n \mid |x_k| \leq 1, k=1, \dots, n\}$ чи кулею одиничного радіусу $\chi = \{\vec{x} \in R^n \mid \vec{x}^T \cdot \vec{x} \leq 1\}$ області експерименту (області рішень) для усіх спостережень. Для отримання реальних значень \tilde{x}_i - точок спостережень необхідно використати формули переходу. Наприклад, у випадку області експерименту, заданої паралелепіпедом

$$\chi = \{x_{nk} \leq \tilde{x}_k \leq x_{ok}, k=1, \dots, n\},$$

де x_{nk}, x_{ok} - означають відповідно нижнє та верхнє значення змінних, для отримання реальних значень \tilde{x}_{ik} , які будуть задаватися в i -тому спостереженні

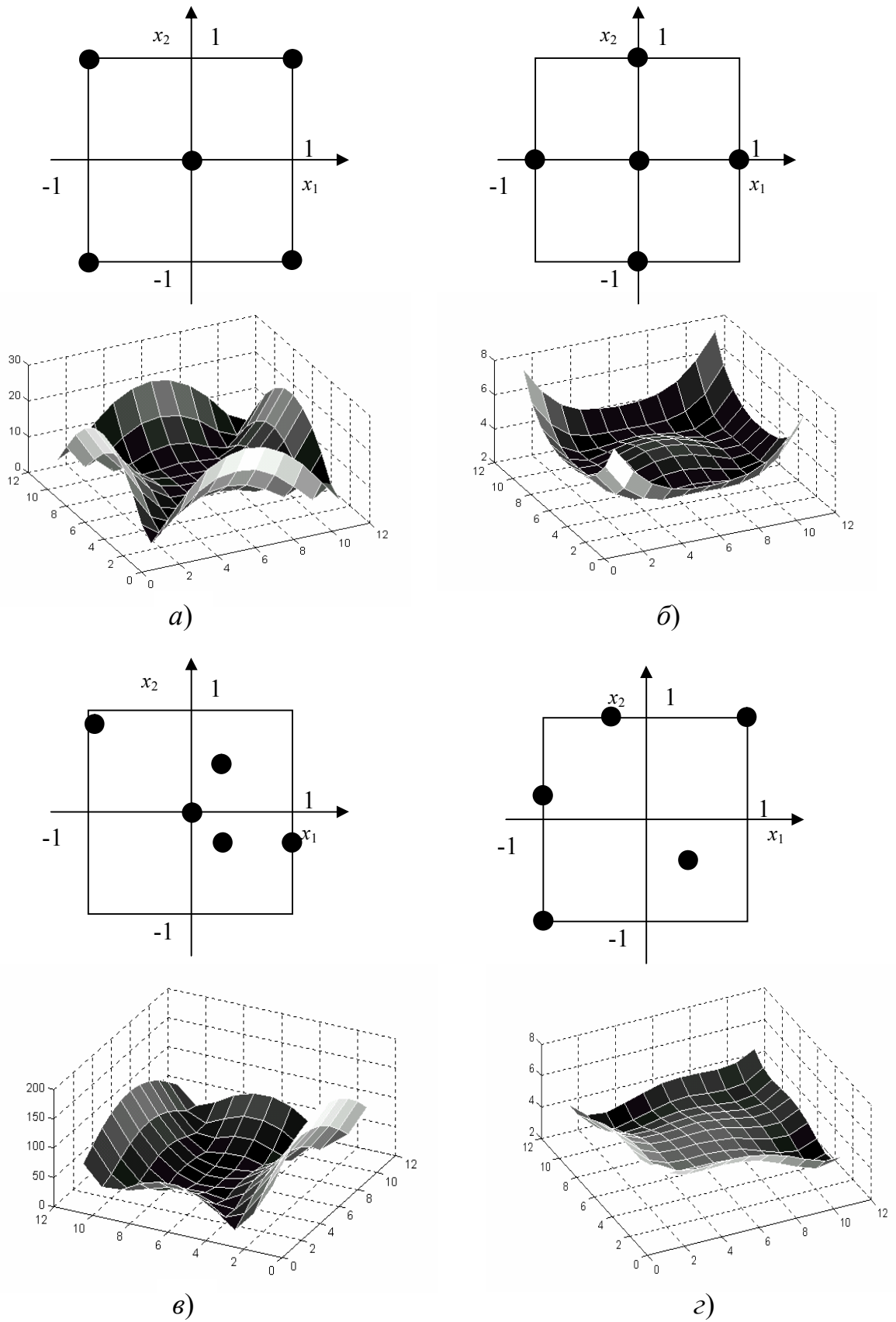


Рис.3.1. Похибки прогнозування для інтервальних моделей при застосуванні різних планів:

а) спектр плану у вершинах куба;

в) план з випадковим вибором спектра;

б) рівномірний спектр;

г) $M(I_D)$ -оптимальний план.

експерименту, застосовуємо формулу переходу

$$\tilde{x}_{ik} = x_{ik} \cdot ((x_{nk} - x_{ek}) + (x_{nk} + x_{ek})) / 2,$$

в якій x_{ik} є компонентами отриманої з таблиць матриці плану

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} \dots x_{1k} \dots x_{1n} \\ \vdots \quad \dots \quad \vdots \quad \dots \quad \vdots \\ x_{i1} \dots x_{ik} \dots x_{in} \\ \vdots \quad \dots \quad \vdots \quad \dots \quad \vdots \\ x_{m1} \dots x_{mk} \dots x_{mn} \end{pmatrix}.$$

У додатку Б наведені лістинги програм, виконаних в середовищі MATLAB, із результатами синтезу I_G -оптимальних насичених планів, побудованих із розв'язку задачі (1.47) для різних видів критеріальних функцій.

Таким чином, спектр оптимальних планів для побудови моделей для задач прийняття рішень для різних критеріальних функцій можемо сформулювати за допомогою таблиць, вміщених у додатку А.

3.2. Послідовне планування I_G -оптимальних експериментів

Якщо коридор інтервальних критеріальних функцій, побудованих на основі реалізації I_G -оптимальних насичених планів, є достатньо широким, то в цьому випадку доцільно використати метод послідовного планування I_G -оптимальних експериментів. Розглянемо цей метод детальніше [67].

Нехай маємо спектр I_G -оптимального насиченого плану у вигляді матриці F_m .

Задачу побудови послідовного I_G -оптимального плану розглядатимемо як задачу знаходження точки \vec{x}_k серед точок спектра плану для повторного вимірювання на k -му кроці послідовності вимірювань з метою забезпечення мінімізації на даному кроці максимальної ширини коридору критеріальних функцій.

Дану задачу для запропонованої схеми синтезу послідовних I_G -оптимальних планів можемо переписати в такому вигляді:

$$\max_{\bar{x} \in \chi} \Delta \hat{y}(\bar{x}, F) \xrightarrow{\bar{x}_k \in \{x_i, i=1, \dots, m\}} \min. \quad (3.4)$$

Слід зауважити, що матриця $F = \begin{pmatrix} F_m \\ \bar{\varphi}^T(\bar{x}_{m+1}) \\ \vdots \\ \bar{\varphi}^T(\bar{x}_k) \end{pmatrix}$ в цьому випадку повністю

збігається з матрицею F_m , оскільки вектори $\bar{\varphi}^T(\bar{x}_k)$ є колінеарними з відповідними векторами-стрічками матриці F_m .

Розв'язування задачі (3.4) дозволяє визначити частоти в точках спектра плану. Очевидно, що знайдені частоти для заданої кількості вимірювань в загальному випадку не будуть відповідати оптимальним частотам апріорного I_G -оптимального плану. Однак, послідовне формування частот дозволить досягати необхідної точності інтервальних моделей за мінімальну кількість спостережень у послідовності.

Задачу оптимального розподілу повторних вимірювань в точках насиченого плану експерименту, тобто розв'язування задачі (3.4), розглядатимемо для випадку змішаної моделі вимірювального експерименту $y_i = y_{0i} + e_{1i} + e_{2i}$, де e_{1i} – не випадкова обмежена похибка з відомим діапазоном можливих значень $-\Delta_{1i} \leq e_{1i} \leq \Delta_{1i}$; e_{2i} – випадкова похибка, що має симетричний (у загальному випадку невідомий) розподіл на відомому інтервалі $[-\Delta_{2i}; \Delta_{2i}]$. У кожній точці, при додаванні нових спостережень, отримаємо вибірку із N_i випадкових інтервалів. Ширину результуючого перетину цих інтервалів визначатимемо так: $\Delta_{N_i} = \Delta_{N(\bar{x}_i)} = \min_i \{y_{N_i}^+\} - \max_i \{y_{N_i}^-\}$, де $y_{N_i}^+, y_{N_i}^-$ – відповідно верхня та нижня межі вимірюного інтервалу критеріальної функції в i -тій точці спектра [87].

У цьому випадку результуючу ширину коридору інтервальних критеріальних функцій на k -му кроці за умов локалізації множини параметрів еліпсоїдом (2.15) з урахуванням зосередження повторних вимірювань в точках спектра насиченого плану експерименту можна представити у вигляді:

$$\Delta_{\hat{y}(\bar{x}, F, k)} \Big|_{\bar{b} \in Q_m} = 2 \cdot \sqrt{\bar{\varphi}^T(\bar{x}) \cdot (F^T \cdot \hat{E}_k^{-2} \cdot F)^{-1} \cdot \bar{\varphi}(\bar{x})} \cdot m, \quad (3.5)$$

де $\hat{E}_k = \text{diag}(\Delta_{N(\bar{x}_1)}, \dots, \Delta_{N(\bar{x}_i)}, \dots, \Delta_{N(\bar{x}_m)})$, $\bar{x}_k \in \{\bar{x}_i, i = 1, \dots, m\}$.

Твердження 3.3. $\max_{\bar{x} \in \chi} \Delta_{\hat{y}(\bar{x}, F, k+1)} \Big|_{\bar{b} \in Q_m} \forall \bar{x}_{k+1} \in \{\bar{x}_i, i = 1, \dots, m\}$ не зростає при

$\Delta_{N(\bar{x}_i)} \rightarrow \min$.

Твердження 3.4. Достатньою умовою для $\max_{\bar{x} \in \chi} \Delta_{\hat{y}(\bar{x}, F, k+1)} \Big|_{\bar{b} \in Q_m} = 0$ є умова

$\Delta_{N(\bar{x}_i)} = 0 \forall \bar{x}_i, i = 1, \dots, m$.

Обидва твердження доводять, виходячи з монотонності спадання функції

$\Delta_{\hat{y}(\bar{x}, F, k+1)} \Big|_{\bar{b} \in Q_m}$, заданої виразом (3.5) при фіксованій не виродженій матриці F ($\text{rank } F = m$) у фіксованій точці \bar{x} за умови $\Delta_{N(\bar{x}_i)} \rightarrow \min \forall \bar{x}_{k+1} \in \{\bar{x}_i, i = 1, \dots, m\}$ [47, 51].

Таким чином, повторні вимірювання у точках спектра насиченого плану експерименту не змінюватимуть матрицю F . Відповідно розв'язок задачі (3.4) збігатиметься з такою точкою спектра плану насиченого експерименту, при повторному вимірюванні у якій забезпечуватиметься зменшення певного елемента діагональної матриці \hat{E} . У свою чергу, так буде забезпечено мінімум максимальної ширини коридору інтервальних критеріальних функцій на області рішень для k -того кроку.

При невідомому законі розподілу випадкової обмеженої за амплітудою похибки e_{2i} спрогнозувати для $k+1$ -го кроку зміну елементів $\Delta_{N(\bar{x}_1)}, \dots, \Delta_{N(\bar{x}_i)}, \dots, \Delta_{N(\bar{x}_m)}$ матриці \hat{E}_{k+1} неможливо. За цих умов оптимальним способом вибору розв'язку задачі (3.4) є знаходження його у тій точці спектра

насиченого плану, для якої забезпечується максимальне зменшення максимальної ширини коридору інтервальних критеріальних функцій на всій області експерименту при зменшенні значення $\Delta_{N(\bar{x}_i)}$ ($i = 1, \dots, m$) на однакову абсолютну чи відносну величину δ , тобто за умови $\Delta_{N(\bar{x}_i)} - \delta$ чи $\Delta_{N(\bar{x}_i)} \cdot \delta$.

З урахуванням зазначеного вище, формально процедуру вибору розв'язку \bar{x}^0 задачі (3.4) можна записати у вигляді

$$\bar{x}^0 = \arg \max_{\bar{x}_i, i=1..m} \left\{ \max_{\bar{x} \in \mathcal{X}} \Delta_{\hat{y}(\bar{x}, F, k)} \Big|_{\bar{b} \in Q_m} - \max_{\bar{x} \in \mathcal{X}} \Delta_{\hat{y}(\bar{x}, F, k+1)} \Big|_{\bar{b} \in Q_m} \right\}, \quad (3.6)$$

де

$$\Delta_{\hat{y}(\bar{x}, F, k+1)} \Big|_{\bar{b} \in Q_m} = 2 \cdot \sqrt{\bar{\varphi}^T(\bar{x}) \cdot (F^T \cdot \hat{E}_{k+1}^{-2} \cdot F)^{-1} \cdot \bar{\varphi}(\bar{x}) \cdot m}, \quad (3.7)$$

за умови

$$\hat{E}_{k+1} = \text{diag}(\Delta_{N(\bar{x}_1)}, \dots, \Delta_{N(\bar{x}_i)} - \delta, \dots, \Delta_{N(\bar{x}_m)}), \quad \bar{x}_k \in \{\bar{x}_i, i = 1, \dots, m\} \quad (3.8)$$

чи

$$\hat{E}_{k+1} = \text{diag}(\Delta_{N(\bar{x}_1)}, \dots, \Delta_{N(\bar{x}_i)} \cdot \delta, \dots, \Delta_{N(\bar{x}_m)}), \quad \bar{x}_k \in \{\bar{x}_i, i = 1, \dots, m\}. \quad (3.9)$$

Вказана процедура буде забезпечувати послідовну мінімізацію максимальної похибки прогнозування на будь-якій замкненій області рішень.

Розглянутий вище метод синтезу частот I_G -оптимального плану з урахуванням процедури побудови його спектра реалізовано у такому алгоритмі:

Крок 1. Вибір з таблиць додатка А насиченого I_G -оптимального плану.

Крок 2. Реалізація насиченого плану експерименту.

Крок 3. Визначення точки з максимальною на області рішень шириною коридору інтервальних критеріальних функцій.

Крок 4. Перевірка допустимої ширини коридору інтервальних критеріальних функцій. Якщо $\max_{\bar{x} \in \chi} \Delta \hat{y}(\bar{x}, F, k) |_{\bar{b} \in Q_m} \leq \Delta_{\max}$, де Δ_{\max} – допустима максимальна ширина на області допустимих рішень, то кінець процедури. В іншому випадку – перехід на крок 5.

Крок 5. Реалізація процедури за виразом (3.6).

Крок 6. Реалізація експерименту в точці \bar{x}^0 і перехід на крок 3.

Проаналізуємо ефективність запропонованого методу побудови послідовного I_G -оптимального плану.

Для оцінки ефективності побудови послідовних I_G -оптимальних планів згідно із запропонованим методом проводилося комп'ютерне моделювання з порівнянням різних процедур вибору точки \bar{x}^0 . В основі першої процедури був покладений рівномірний розподіл вимірювань в точках спектра насиченого плану – “рівномірний розподіл” (unif). В основі другої процедури – метод випадкового генерування точок спостережень на множині $\bar{x}_i (i = 1, \dots, m)$ – “випадкова точка” (random). Основою третього способу було визначення точки \bar{x}^0 серед $\bar{x}_i (i = 1, \dots, m)$, яка найближче розташована до точки з максимальною похибкою прогнозування – “найближча точка” (nearest). Четвертий варіант передбачав реалізацію процедури (3.6) за умови (3.8) (abs), останній варіант – реалізацію процедури (3.6) за умови (3.9) (vidn).

Для прикладу обрано лінійну критеріальну функцію з двовимірним вектором рішень $\bar{x} = (x_1, x_2)^T$: $y_0(x_1, x_2) = b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2$. Межі інтервальних значень вихідної змінної генерувалися випадковим чином за формулами $y_i^- = y_0(x_{1i}, x_{2i}) + e_i - \Delta$, $y_i^+ = y_0(x_{1i}, x_{2i}) + e_i + \Delta$, де $\Delta = \Delta_1 - \Delta_2 = 1$, e_i – випадкова рівномірно розподілена обмежена похибка $|e_i| \leq 1$; $y_0(x_1, x_2) = 1.01 \cdot x_1 + 2.547 \cdot x_2$.

Значення випадкової похибки e_i отримували за допомогою функції `runif` ППП Mathcad. Для забезпечення адекватності розподілу похибки e_i до реального рівномірного розподілу в процесі імітаційного моделювання

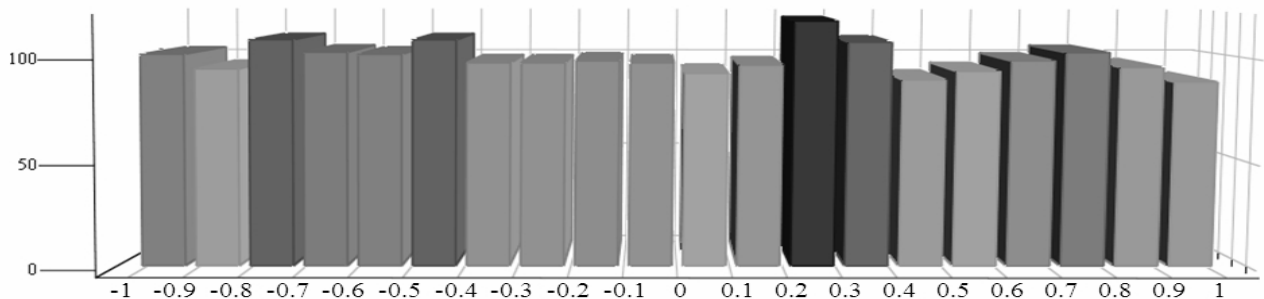
використовувались 10 незалежних вибірок, кожна з яких включала 2000 випадкових чисел. Гістограма закону розподілу випадкових чисел для одної із незалежних вибірок наведена на рис. 3.2 а, для сукупності 10 незалежних вибірок – 3.2 б.

Як видно з рис. 3.2 б використання 10 незалежних вибірок забезпечує достатню адекватність до рівномірного закону розподілу згенерованої вибірки.

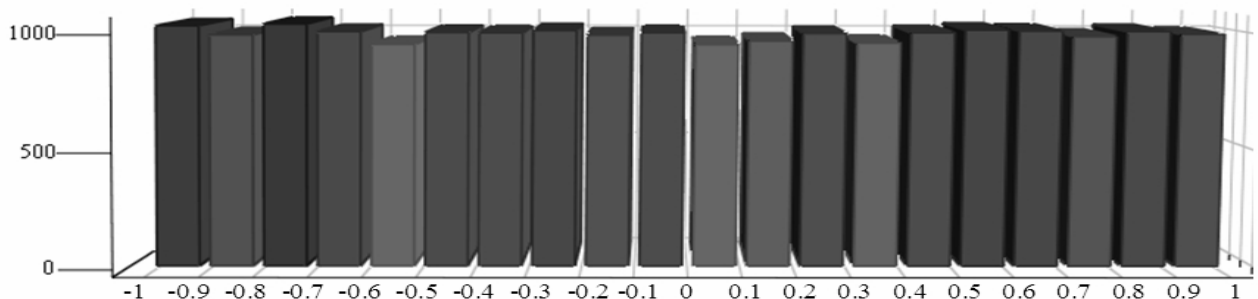
Область допустимих рішень (експерименту) задавалась у вигляді круга одиничного радіуса: $\sqrt{x_1^2 + x_2^2} \leq 1$. Матриця I_G -оптимального насиченого плану для даної критеріальної функції вибрана з таблиці додатка А:

$$X^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Точки, в яких максимальна ширина коридору інтервальних критеріальних функцій на всій області рішень, на кроці 3 визначались на основі властивостей лінійної інтервальної моделі, наведених у праці [60] у вигляді теореми.



а)



б)

Рис. 3.2. Гістограми розподілу для випадкової похибки e_i , отримані за результатами імітаційного експерименту.

А саме: для даного випадку критеріальної функції, множини допустимих рішень у вигляді круга та заданого плану експерименту $X^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ максимальне значення ширини коридору досягатиметься в точці $\bar{x}_1 = (x_1, x_2)^T = (-1; 0)$ чи в точці $\bar{x}_2 = (x_1, x_2)^T = (0; -1)$.

У таблиці 3.2 наведено значення максимальної ширини коридорів критеріальних функцій для різної кількості спостережень в розрізі різних процедур вибору точок спостережень у послідовному плані.

Таблиця 3.2 - Результати реалізації послідовних планів.

Метод послідовного планування	Кількість вимірювань						
	5	10	50	100	500	1000	2000
“Найближча точка” (Y_near)	2,828	2,828	2,828	2,828	2,828	2,828	2,828
“Випадкова точка” (Y_rand)	1,5441	1,1764	0,2492	0,1412	0,0325	0,014308	0,006869
“Рівномірний розподіл” (Y_rivn)	1,5441	1,2151	0,2476	0,1436	0,0355	0,014574	0,00811
Запропонована процедура (3.6) за умови (3.8) (Y_abs)	1,4086	0,9984	0,1966	0,0782	0,0262	0,00983	0,00491
Запропонована процедура (3.6) за умови (3.9) (Y_vidn)	1,4086	0,9984	0,1966	0,0782	0,0262	0,00983	0,00491

Як видно з рис. 3.3, залежність зміни максимальної похибки для оптимального методу побудови послідовних I_G -оптимальних планів на основі формули (3.6) збігається для умов (3.8) і (3.9).

Оцінку ефективності запропонованого методу побудови послідовних I_G -оптимальних планів проводили порівняно з іншими відомими методами на основі показника ефективності:

$$Ef(N) = \frac{\max_{\bar{x} \in \chi} \Delta \hat{y}(\bar{x}, F_{DIFF}, k) |_{\bar{b} \in Q_m} - \max_{\bar{x} \in \chi} \Delta \hat{y}(\bar{x}, F_{OPTIM}, k) |_{\bar{b} \in Q_m}}{\max_{\bar{x} \in \chi} \Delta \hat{y}(\bar{x}, F_{OPTIM}, k) |_{\bar{b} \in Q_m}} \cdot 100\%, \quad (3.10)$$

де N – загальна кількість вимірювань;

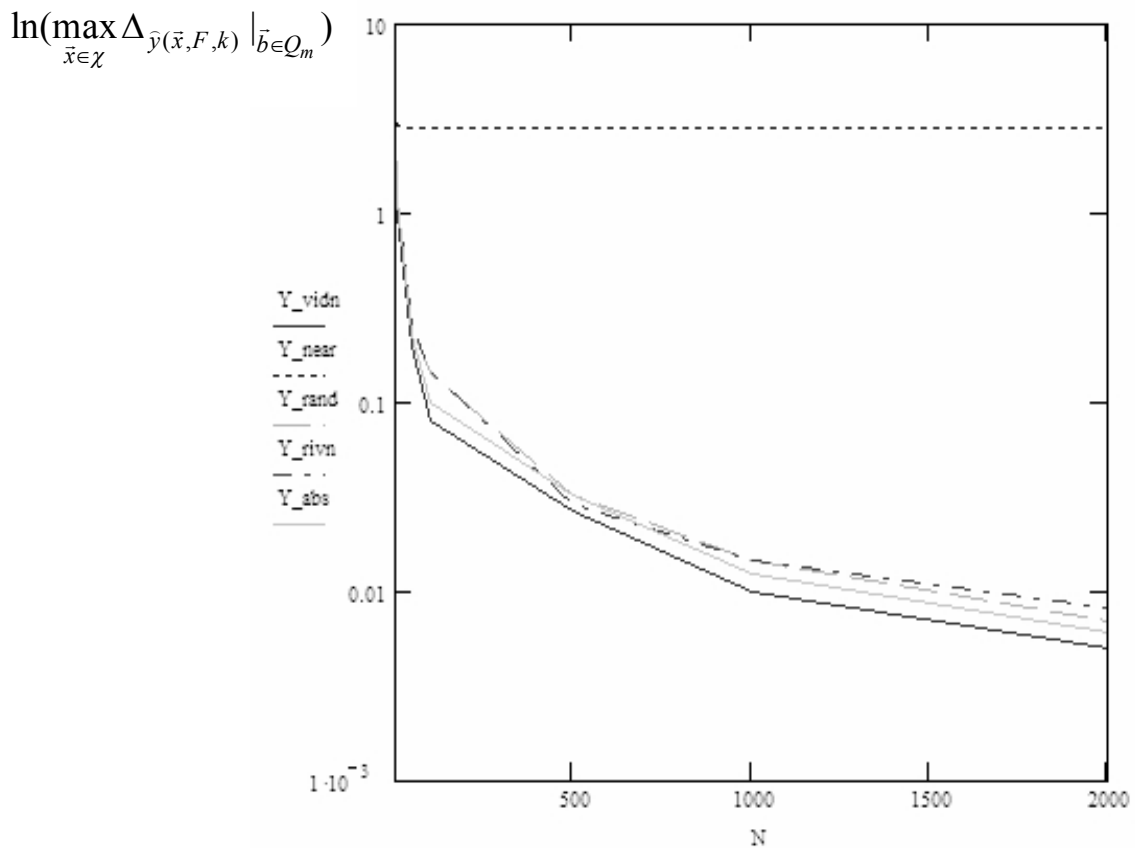


Рис.3.3. Залежність максимальної ширини коридорів інтервальних критеріальних функцій від кількості спостережень для різних методів послідовного планування експерименту

$\max_{\bar{x} \in \chi} \Delta \hat{y}(\bar{x}, F_{DIFF}, k) |_{\bar{b} \in Q_m}$, $\max_{\bar{x} \in \chi} \Delta \hat{y}(\bar{x}, F_{OPTIM}, k) |_{\bar{b} \in Q_m}$ – максимальна ширина коридорів критеріальних функцій, обчислених на основі формули (3.7) для матриць планів $F=F_{DIFF}$ заданої для різних методів організації послідовних експериментів та матриці I_G -оптимального плану, відповідно. Зауважимо, що I_G -оптимальні послідовні плани визначались для двох різних способів організації повторних спостережень за формулою (3.6) при умові (3.8) чи (3.9). Результати порівняльного аналізу ефективності реалізації послідовних I_G -оптимальних планів наведено в таблиці 3.3 та на рис. 3.4.

Як видно з таблиці 3.3, вигреш при застосуванні запропонованого методу побудови послідовних I_G -оптимальних планів складає від 9,62% до 83,63%,

залежно від кількості повторних спостережень. Для 2000 повторних спостережень в середньому виграш складає 34,9%, що підтверджує високу

Таблиця 3.3 - Ефективність реалізації послідовних I_G -оптимальних планів порівняно з відомими методами

	Кількість вимірювань, N							
	5	10	50	100	500	1000	2000	сер.
$Ef(N)$ порівняно з методом "Випадкова точка", %	9,62	17,83	26,76	80,56	24,05	45,55	39,90	34,90
$Ef(N)$ порівняно з методом "Рівномірний розподіл", %	9,62	17,83	25,94	83,63	35,50	48,26	65,17	40,85

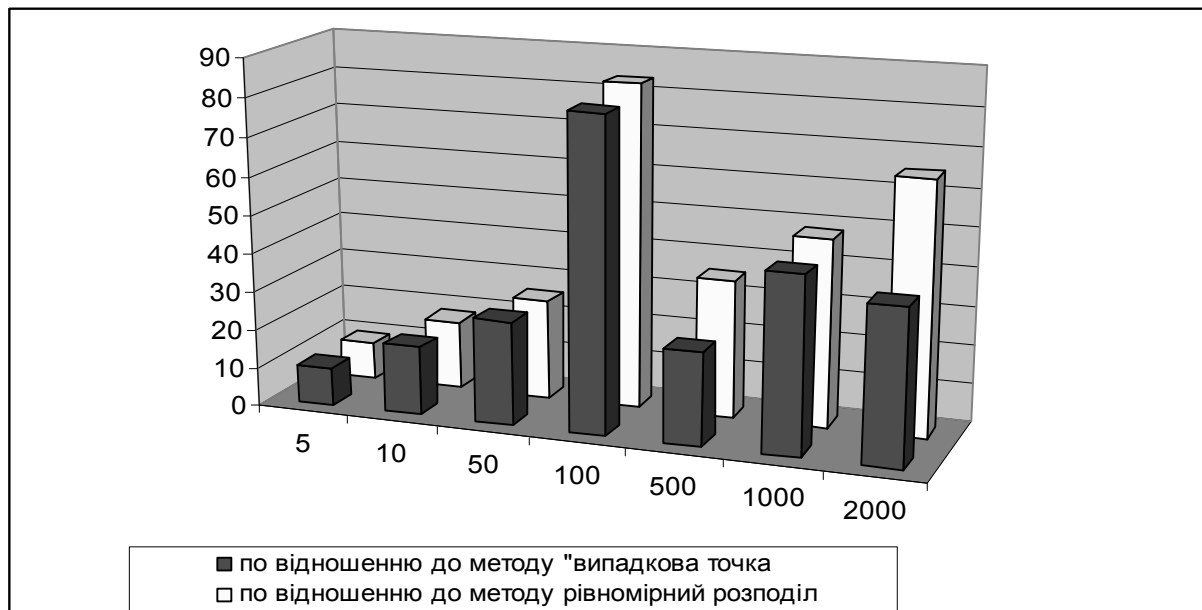


Рис. 3.4. Ефективність реалізації I_G -оптимальних планів

ефективність запропонованого методу і дозволяє стверджувати, що при однаковій кількості спостережень запропонований метод побудови послідовних I_G -оптимальних планів порівняно з існуючими забезпечує меншу максимальну ширину коридору критеріальних функцій щонайменше на 9.6%.

3.3. Послідовне планування експерименту для задач контролю порогових рівнів параметрів систем

Ширина коридору інтервальних критеріальних функцій $\Delta_{\hat{y}(\vec{x}, F)} = \hat{y}^+(\vec{x}) - \hat{y}^-(\vec{x})$ безпосередньо визначається конфігурацією та розмірами множини параметрів Ω цих функцій чи локалізаційної області у вигляді еліпсоїда (2.15). У свою чергу ширина та конфігурація коридору інтервальних критеріальних функцій визначатиме розміри, конфігурацію та потужність множини рівнозначних рішень – розв’язку задач контролю порогових рівнів параметрів систем (2.1-2.2) з інтервальними критеріальними функціями.

Як видно з рис. 2.1 в та 2.1 г, для випадку $\vec{x} \in R^{n=1}$ потужність множин рівнозначних рішень можна кількісно оцінити довжинами відповідних відрізків. За аналогією для загального випадку $\vec{x} \in R^n$ розмір областей рівнозначних рішень будемо оцінювати наближеним значенням їх об’єму V , обчисленого як сума одиничних об’ємів n -вимірних прямокутних паралелепіпедів, отриманих шляхом апроксимації області рівнозначних рішень. Указаний спосіб апроксимації наведено на рис.3.5 для випадку $n=2$.

Зауважимо, що області рівнозначних рішень не обов’язково мають бути зв’язаними. Надалі, не порушуючи загальності, будемо припускати наявність однієї області рівнозначних рішень.

Користуючись уведеною характеристикою потужності множини рівнозначних рішень побудуємо критерій та метод організації оптимального послідовного плану експерименту, що забезпечує мінімізацію області рівнозначних рішень.

Нехай маємо спектр I_G -оптимального насиченого плану у вигляді матриці F_m .

Задачу побудови послідовного плану експерименту для задачі контролю порогових рівнів параметрів систем розглядатимемо як задачу знаходження

точки \vec{x}_{k+1} серед точок спектра плану для повторного вимірювання на $k+1$ -му кроці послідовності вимірювань з метою забезпечення мінімізації об'єму

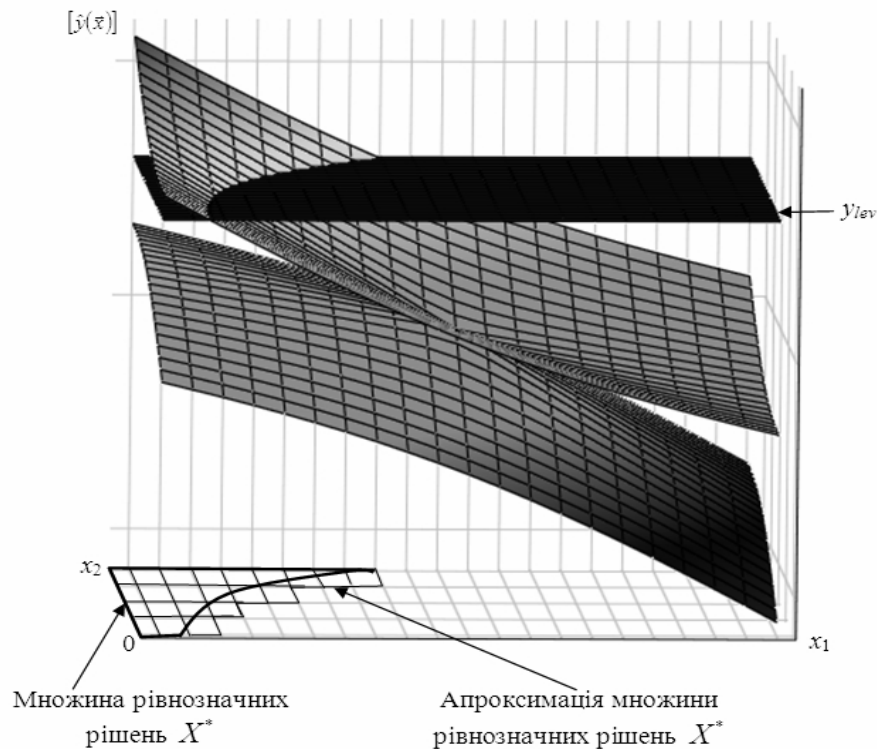


Рис. 3.5. Ілюстрація способу апроксимації області рівнозначних рішень

області рівнозначних рішень $V(F, \vec{x}_{k+1})$:

$$V(F, \vec{x}_{k+1}) \xrightarrow{\vec{x}_{k+1} \in \{\vec{x}_i, i=1, \dots, m\}} \min. \quad (3.11)$$

Надзвичайно висока обчислювальна складність задачі (3.11), обумовлена неможливістю задання в аналітичному вигляді зв'язку між об'ємом $V(F, \vec{x}_{k+1})$ області рівнозначних рішень та матрицею плану F , спонукає до побудови наближених методів розв'язування цієї задачі.

Як видно з виразу (2.17) та рис 3.5, залежність між матрицею F та об'ємом області рівнозначних рішень $V(F, \vec{x}_{k+1})$ відслідковується за посередництвом форми та ширини коридору інтервальних критеріальних функцій

$$\left[\widehat{y}^-(\vec{x}); \widehat{y}^+(\vec{x}) \right]_{\vec{b} \in Q_m} = \left[\vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b} - \frac{1}{2} \Delta_{\widehat{y}(\vec{x}, F, k+1)} \Big|_{\vec{b} \in Q_m}; \vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b} + \frac{1}{2} \Delta_{\widehat{y}(\vec{x}, F, k+1)} \Big|_{\vec{b} \in Q_m} \right],$$

з функцією ширини коридору, заданою виразом (3.5).

Спираючись на властивості функціоналу $V(F_m)$, сформульовані в твердженнях 3.1 та 3.2, а також на властивості функції $\max_{\vec{x} \in \mathcal{X}} \Delta_{\widehat{y}(\vec{x}, F, k+1)} \Big|_{\vec{b} \in Q_m}$, сформульовані в твердженнях 3.3 та 3.4, отримаємо такі важливі властивості функціоналу $V(F, \vec{x}_{k+1})$:

1. Функціонал $V(F, \vec{x}_{k+1}) \geq 0 \quad \forall F_m$ не зростає, при $\max_{\vec{x} \in \mathcal{X}} \Delta_{\widehat{y}(\vec{x}, F, k+1)} \Big|_{\vec{b} \in Q_m} \longrightarrow \min$.
2. Достатньою умовою для $V(F, \vec{x}_{k+1}) = 0$ є умова $\max_{\vec{x} \in \mathcal{X}} \Delta_{\widehat{y}(\vec{x}, F, k+1)} \Big|_{\vec{b} \in Q_m} = 0$.
3. Функціонал $V(F, \vec{x}_{k+1}) \geq 0 \quad \forall F, \quad \forall \vec{x}_{k+1} \in \{\vec{x}_i, i = 1, \dots, m\}$ не зростає, при $\Delta_{N(\vec{x}_i)} \rightarrow \min$.
4. Достатньою умовою для $V(F, \vec{x}_{k+1}) = 0$ є умова $\Delta_{N(\vec{x}_i)} = 0 \quad \forall \vec{x}_i, i = 1, \dots, m$.

Для знаходження наближеного розв'язку задачі (3.11), тобто побудови послідовного плану, модифікуємо підхід, запропонований у підрозділі 3.2.

Спираючись на отримані властивості функціоналу $V(F, \vec{x}_{k+1})$, можемо стверджувати, що послідовна мінімізація елементів $\Delta_{N(\vec{x}_1)}, \dots, \Delta_{N(\vec{x}_i)}, \dots, \Delta_{N(\vec{x}_m)}$ матриці \widehat{E}_{k+1} у формулі (3.5), яка задає ширину коридору інтервальних критеріальних функцій, забезпечує мінімізацію області рівнозначних рішень. Оскільки не можна точно спрогнозувати значення $\Delta_{N(\vec{x}_i)}$, яке буде отримане в результаті реалізації повторного спостереження в одній з точок спектра плану на $k+1$ кроці, то вибором оптимальної згідно з (3.11) точки \vec{x}^0 спектра плану для повторного вимірювання є вибір з розв'язку

$$\vec{x}^0 = \arg \min_{\vec{x}_{k+1} \in \{\vec{x}_i, i = 1..m\}} \{V(F, \vec{x}_{k+1})\}, \quad (3.12)$$

за умови рівноімовірного зменшення значень ширини результуючих інтервалів $\Delta_{N(\bar{x}_1)}, \dots, \Delta_{N(\bar{x}_i)}, \dots, \Delta_{N(\bar{x}_m)}$ на однакову абсолютну чи відносну величину δ , тобто за умови $\Delta_{N(\bar{x}_i)} - \delta$ чи $\Delta_{N(\bar{x}_i)} \cdot \delta$. Такий підхід дозволить послідовно оцінювати зміну значення об'єму $V(F, \bar{x}_{k+1})$ області рівнозначних рішень залежно від можливої зміни величини $\Delta_{N(\bar{x}_i)}$ на $k+1$ кроці до величини $\Delta_{N(\bar{x}_i)} - \delta$ чи $\Delta_{N(\bar{x}_i)} \cdot \delta$.

Оцінювання прогнозного об'єму області рівнозначних рішень $V(F, \bar{x}_{k+1})$ на $k+1$ кроці будемо здійснювати за формулою

$$V(F, \bar{x}_{k+1}) = \sum_{p=1}^P V_p, \quad (3.13)$$

де P – величина, значення якої визначає загальну кількість n -вимірних прямокутних паралелепіпедів, отриманих в результаті апроксимації допустимої області рішень χ і залежить від точності апроксимації цієї області;

V_p – величина, значення якої визначається за умовою (див. підрозділ 2.1 для випадку $\bar{x} \in R^{n=1}$)

$$V_p = \begin{cases} 1, \text{ якщо } y_{lev} \in [\hat{y}^-(\bar{x}_p); \hat{y}^+(\bar{x}_p)] \Big|_{\bar{b} \in Q_m} \\ 0, \text{ якщо } y_{lev} \notin [\hat{y}^-(\bar{x}_p); \hat{y}^+(\bar{x}_p)] \Big|_{\bar{b} \in Q_m} \end{cases}, \quad (3.14)$$

де \bar{x}_p – центр p -того n -вимірного прямокутного паралелепіпеда;

y_{lev} – пороговий рівень параметрів системи.

При цьому ширину коридору критеріальних функцій $\Delta_{\hat{y}(\bar{x}, F_m, k+1)} \Big|_{\bar{b} \in Q_m}$ для визначення інтервалу $[\hat{y}^-(\bar{x}_p); \hat{y}^+(\bar{x}_p)] \Big|_{\bar{b} \in Q_m}$ обчислюватимемо згідно з формулою (3.7), в якій \hat{E}_{k+1} у точках $\bar{x}_{k+1} \in \{\bar{x}_i, i = 1, \dots, m\}$ визначатимемо за формулою (3.8) чи формулою (3.9).

Очевидно, що часова складність обчислень за формулами (3.13), (3.14) залежатиме від розмірності вектора $\vec{x} \in R^n$, точності апроксимації області рівнозначних рішень та кількості точок у спектрі плану m .

У підсумку отримуємо такий алгоритм побудови послідовного плану для розв'язування задачі контролю порогових рівнів параметрів систем:

Крок 1. Вибір насиченого I_G -оптимального плану за допомогою таблиць, наведених у додатку А.

Крок 2. Реалізація насиченого плану експерименту.

Крок 3. Розрахунок об'єму області рівнозначних рішень на основі послідовності виразів (3.5), (2.17), (3.14), (3.13). Якщо $V(F, \vec{x}_k) = 0 \quad \forall \vec{x} \in \chi$, то кінець процедури. В іншому випадку – перехід на крок 4. Зауважимо, що для $k=0$ справедливо $V(F, \vec{x}_k) = V(F_m)$.

Крок 4. Планування \vec{x}_{k+1} точки спостереження (3.12).

Крок 5. Реалізація експерименту в точці $\vec{x}_{k+1} = \vec{x}^0$ і перехід на крок 3.

Для оцінки ефективності побудови послідовних планів відповідно до запропонованого методу проводилося комп'ютерне моделювання з порівнянням різних процедур вибору точки \vec{x}^0 . В основі першої процедури був покладений рівномірний розподіл вимірювань у точках спектра насиченого плану – “рівномірний розподіл” (ravn). В основі другої процедури – метод випадкового генерування точок спостережень на множині $\vec{x}_i (i = 1, \dots, m)$ – “випадкова точка” (rand). Третій варіант передбачав реалізацію процедури (3.12) за умови (3.8) (abs), а четвертий – за умови (3.9) (vidn).

Для прикладу вибрано квадратичну критеріальну функцію з двовимірним вектором рішень $\vec{x} = (x_1, x_2)^T$: $y_0(x_1, x_2) = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_1^2 + b_4 \cdot x_2^2$. Межі інтервальних значень вихідної змінної генерувалися випадковим чином за формулами $y_i^- = y_0(x_{1i}, x_{2i}) + e_i - \Delta$, $y_i^+ = y_0(x_{1i}, x_{2i}) + e_i + \Delta$, де $\Delta = \Delta_1 - \Delta_2 = 1$, e_i – випадкова рівномірно розподілена обмежена похибка $|e_i| \leq 1$; $y_0(x_1, x_2) = 9.248 - 1.535 \cdot x_1 + 0.139 \cdot x_2 - 5.042 \cdot x_1^2 - 1.8 \cdot x_2^2$. Випадкові значення

похибки e_i генерувались за методикою, описаною у прикладі, розглянутому в підрозділі 3.2.

Область допустимих рішень (експерименту) задавалась у вигляді: $-1 \leq x_1 \leq 1, -1 \leq x_2 \leq 1$. Матрицю I_G -оптимального насиченого плану для даної критеріальної функції знайдено в каталозі (див. додаток А, план №20):

$$X^T = \begin{pmatrix} 1 & -0,227 & -1 & -1 & 0,386 \\ 1 & 1 & 0,227 & -1 & -0,386 \end{pmatrix}.$$

Оцінку області рівнозначних рішень проводили із застосуванням апроксимації методом сіток з точністю $\Delta x = 0,01$ (рис. 3.6).

Об'єм області рівнозначних рішень розраховано для різної кількості спостережень у розрізі різних процедур вибору точок спостережень у послідовному плані (табл. 3.4). Для перевірки стійкості результатів моделювання проводилося з десятьма різними вибірками випадкових даних для кожного експерименту.

Таблиця 3.4 – Результати реалізації послідовних планів для задачі контролю порогових рівнів параметрів систем

Метод послідовного планування	Кількість вимірювань						
	5	10	50	100	500	1000	2000
“Випадкова точка”	14216	11265	3788	1487	339	150	74
“Рівномірний розподіл”	14689	11309	2693	1236	301	155	65
Запропонована процедура (3.12) за умови (3.8)	14008	10564	2916	1013	257	119	56
Запропонована процедура (3.12) за умови (3.9)	13773	9464	2136	971	245	104	57

Ефективність запропонованого методу побудови послідовних оптимальних планів для порогових моделей прийняття рішень порівнювали з іншими відомими методами організації послідовного експерименту на основі показника ефективності, заданого формулою

$$Ef(N) = \frac{V(F_{DIFF}, \bar{x}_{k+1}) - V(F_{OPTIM}, \bar{x}_{k+1})}{V(F_{OPTIM}, \bar{x}_{k+1})} \cdot 100\%.$$

Результати порівняльного аналізу ефективності реалізації послідовних планів для порогових моделей прийняття рішень наведено в таблиці 3.5 та на рис. 3.7. Вони розраховані відносно оптимального послідовного плану, знайденого за запропонованою процедурою (3.12) за умови (3.9).

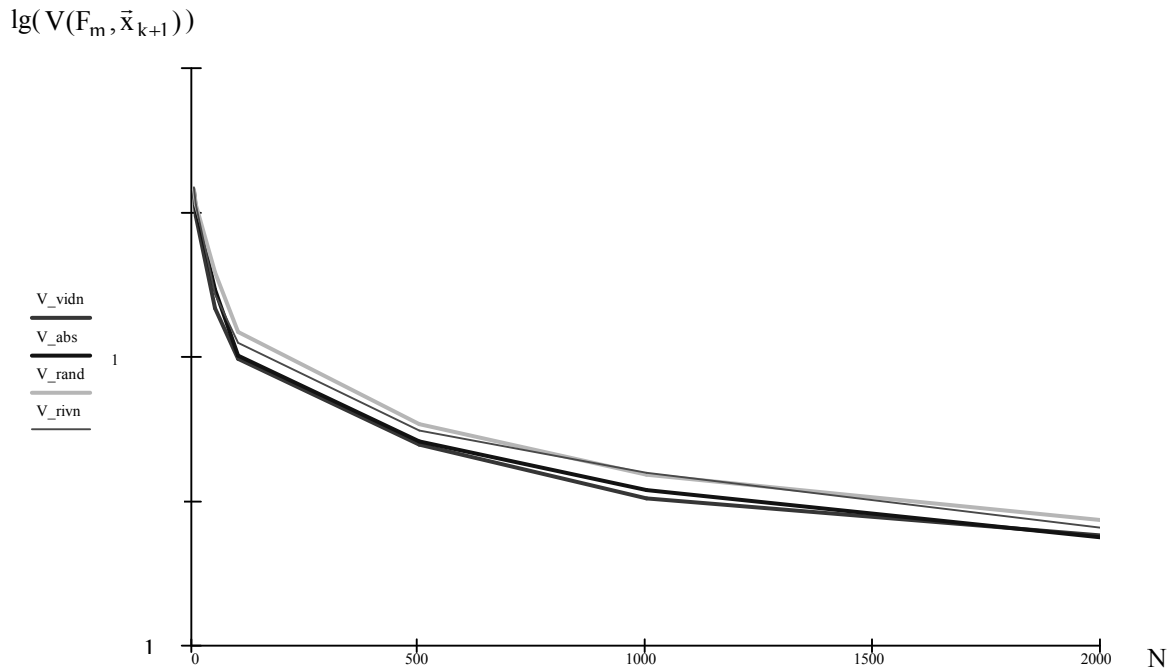


Рис.3.6. Залежність інтервальної похибки прогнозування від кількості спостережень для різних методів послідовного планування експерименту

Як видно з таблиці 3.5, вигаш при застосуванні запропонованого методу побудови послідовних планів для порогових задач складає від 3,22 до 77,34%, залежно від кількості повторних спостережень для відомих методів, а для запропонованої процедури (3.12) за умови (3.8) для однієї з серій експериментів ефективність перевищила базову на 1,75%.

Таблиця 3.5 - Ефективність реалізації послідовних оптимальних планів

	Кількість вимірювань, N							сер.
	5	10	50	100	500	1000	2000	
$Ef(N)$ порівняно з методом "Випадкова точка", %	3,22	19,03	77,34	53,14	38,37	44,23	29,83	37,88
$Ef(N)$ порівняно з методом "Рівномірний розподіл", %	6,65	19,50	26,08	27,29	22,86	49,04	14,04	23,64

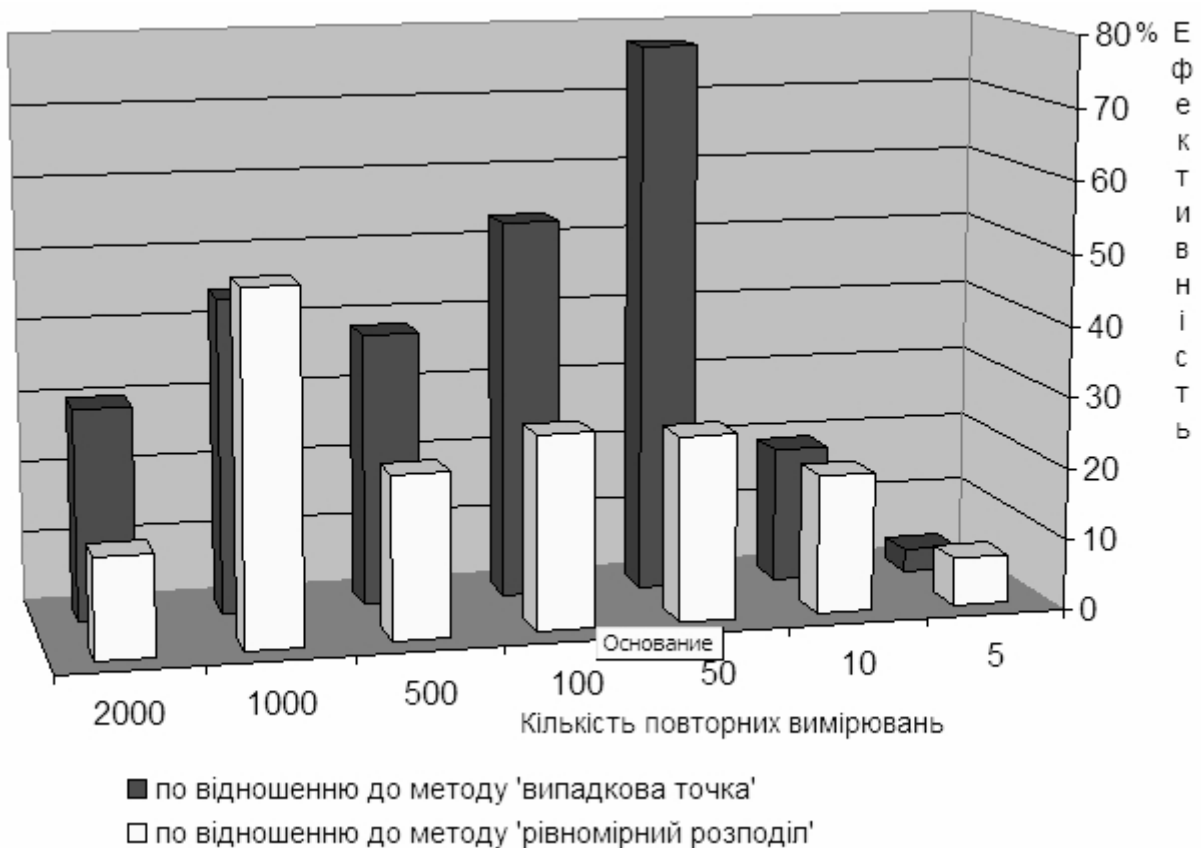


Рис. 3.7. Ефективність реалізації послідовних планів для задач контролю порогових рівнів параметрів систем

Проте, для 2000 повторних спостережень в середньому виграш складає 23,6%, що підтверджує високу ефективність запропонованого методу і дозволяє стверджувати, що при однаковій кількості спостережень запропонований метод побудови послідовних планів порівняно з існуючими забезпечує менший об'єм області рівнозначних рішень щонайменше на 3,22%.

Результати комп'ютерного моделювання підтверджують високу ефективність запропонованого методу побудови послідовних планів для задачі контролю порогових рівнів параметрів систем.

Слід зауважити, що складність алгоритму реалізації запропонованого методу залежатиме від виду критеріальної функції, оскільки об'єм області різнороззначних рішень для загального випадку знаходять методом сіток.

3.4. Метод послідовного планування експерименту для задач вибору оптимальних параметрів статичної системи на основі критерію мінімуму або максимуму

Ширина та конфігурація коридору інтервальних критеріальних функцій визначатиме розміри, конфігурацію та об'єм множини рівнозначних рішень для задач вибору оптимальних параметрів статичної системи на основі критерію мінімуму або максимуму (2.4)-(2.5) з інтервальною критеріальною функцією.

За аналогією як у випадку задачі контролю порогових рівнів параметрів систем, для задачі вибору оптимальних параметрів статичної системи на основі критерію мінімуму або максимуму, що проілюстрована на рис. 2.3 а та 2.3 б, об'єм області рівнозначних рішень будемо оцінювати наближеним значенням її об'єму V . Спосіб апроксимації області рівнозначних рішень для моделі (2.5) у випадку $n=2$ наведено на рис.3.8.

Нехай маємо спектр I_G -оптимального насиченого плану у вигляді матриці F_m .

Задачу побудови послідовного плану експерименту для задачі вибору оптимальних параметрів статичної системи на основі критерію мінімуму або максимуму розглядаємо у вигляді задачі (3.11), алгоритм розв'язування якої збігається з алгоритмом для задачі контролю порогових рівнів параметрів систем, наведеним у підрозділі 3.3. При цьому замість використання формули (3.14) на третьому кроці для розрахунку одиничного об'єму апроксимації області рівнозначних рішень V_p для задачі (2.4) мінімізації критеріальної інтервальної функції використовуватимемо формулу

$$V_p = \begin{cases} 1, & \text{якщо } y^+(x^+) > \hat{y}^-(\bar{x}_p) \\ 0, & \text{якщо } y^+(x^+) \leq \hat{y}^-(\bar{x}_p) \end{cases} \Big|_{\bar{b} \in Q_m}, \quad (3.15)$$

а для задачі (2.5) максимізації критеріальної інтервальної функції:

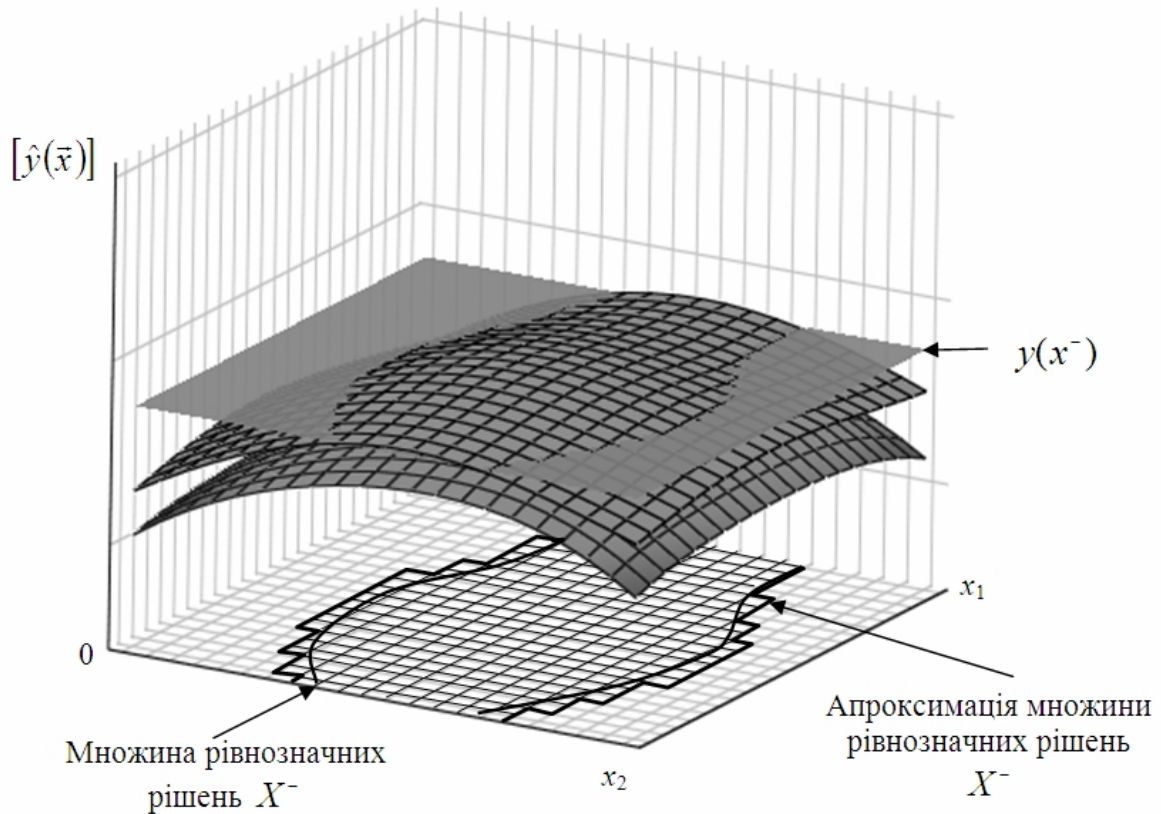


Рис. 3.8. Ілюстрація способу апроксимації множини рівнозначних рішень для задачі (2. 5)

$$V_p = \begin{cases} 1, & \text{якщо } y^-(x^-) < \hat{y}^+(\bar{x}_p) \\ 0, & \text{якщо } y^-(x^-) \geq \hat{y}^+(\bar{x}_p) \end{cases} \Big|_{\bar{b} \in Q_m} \quad (3.16)$$

Формули (3.15) та (3.16) отримані відповідно на основі формул визначення об'єму області рівнозначних рішень, наведених у підрозділі 2.1.2.

Підтвердження працездатності та ефективності розробленого методу та чисельних процедур послідовного планування експерименту здійснювалося шляхом комп'ютерного моделювання. Методика проведення симуляційних експериментів була побудована за аналогією з методикою перевірки ефективності процедур послідовного планування експериментів, наведеною у попередньому підрозділі.

Використовували такі процедури вибору точки \bar{x}^0 послідовного плану:

1. Рівномірний розподіл вимірювань в точках спектра насиченого плану – unif.

2. Метод випадкового генерування точок спостережень на множині $\bar{x}_i (i = 1, \dots, m) - \text{rand}$.
3. Визначення точки \bar{x}^0 серед $\bar{x}_i (i = 1, \dots, m)$, значення похибки $\Delta_{N(\bar{x}_i)}$ у якій найбільше – E_max.
4. Вибір точки \bar{x}^0 (3.12) за умовою мінімізації області рівнозначних рішень за умови $\Delta_{N(\bar{x}_i)} - \delta$ (3.8) – abs.
5. Вибір точки \bar{x}^0 (3.12) за умовою мінімізації області рівнозначних рішень за умови $\Delta_{N(\bar{x}_i)} \cdot \delta$ (3.9) – vidn.

Для прикладу вибрано модель об'єкта з одним виходом і двома входами: $y_0(x_1, x_2) = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_1^2 + b_4 \cdot x_2^2$. Межі інтервальних значень вихідної змінної генерувалися випадковим чином за формулами $y_i^- = y_0(x_{1i}, x_{2i}) + e_i - \Delta$; $y_i^+ = y_0(x_{1i}, x_{2i}) + e_i + \Delta$, де $\Delta = \Delta_1 - \Delta_2 = 1$, e_i - випадкова рівномірно розподілена обмежена похибка $|e_i| \leq 1$; $y_0(x_1, x_2) = 9,248 - 1,535 \cdot x_1 + 0,139 \cdot x_2 - 5,042 \cdot x_1^2 - 1,8 \cdot x_2^2$. Область експерименту задавалась у вигляді: $-1 \leq x_1 \leq 1, -1 \leq x_2 \leq 1$. Матрицю I_G -оптимального насиченого плану для даної моделі взято з каталогу (див. додаток А, план №20)

$$X^T = \begin{pmatrix} 1 & -0,227 & -1 & -1 & 0,386 \\ 1 & 1 & 0,227 & -1 & -0,386 \end{pmatrix}.$$

Оцінка області рівнозначних рішень проводилась із застосуванням апроксимації методом сіток з точністю $\Delta x = 0,1$.

Об'єм області рівнозначних рішень розраховано для різної кількості спостережень у розрізі різних процедур вибору точок спостережень у послідовному плані (табл. 3.6). Для перевірки стійкості результатів моделювання проводилося з десятьма різними вибірками випадкових даних для кожного експерименту.

На рис. 3.9 наведено результати, що показують залежність розміру області рівнозначних рішень від кількості спостережень, для описаних вище методів. Дані, представлені на графіку, усереднені з 20 результатів у кожній точці.

Таблиця 3.6 – Результати реалізації послідовних планів для задачі вибору оптимальних параметрів статичної системи на основі критерію мінімуму або максимуму

Метод послідовного планування	Кількість вимірювань					
	5	10	25	50	75	100
Запропонована процедура (3.12) за умови (3.9)	289,75	226,45	132,6	74,35	46,85	33,5
Запропонована процедура (3.12) за умови (3.8)	290,7	249,7	185,15	104,15	63,35	48,75
“Випадкова точка”	354,6	305,6	204,55	148,7	114,6	96,2
“Рівномірний розподіл”	324,8	275,4	191,3	105,55	79,6	55,3
Процедура 3 (E_max)	324,8	273,7	153,2	89,5	67,3	47,45

Результати порівняльного аналізу ефективності реалізації послідовних планів для задач вибору оптимальних параметрів статичної системи на основі критерію мінімуму або максимуму наведені в таблиці 3.7 та на рисунку 3.9. Графік ілюструє ефективності для трьох методів послідовного планування експерименту, що забезпечують найменші множини рішень порівняно з методом *vidn*.

Таблиця 3.7 - Ефективність реалізації послідовних оптимальних планів порівняно з відомими методами для задачі вибору оптимальних параметрів статичної системи на основі критерію мінімуму або максимуму

	Кількість вимірювань, N						
	5	10	25	50	75	100	сер.
$Ef(N)$ порівняно з методом “Рівномірний розподіл”, % (givn)	12,10	21,62	44,27	41,96	69,90	65,08	42,49
$Ef(N)$ порівняно з методом “Випадковий розподіл”, % (rand)	22,38	34,95	54,26	100	144,61	187,16	90,56
$Ef(N)$ порівняно з процедурою 3, % (E_max)	12,10	20,87	15,54	20,38	43,65	41,64	25,69

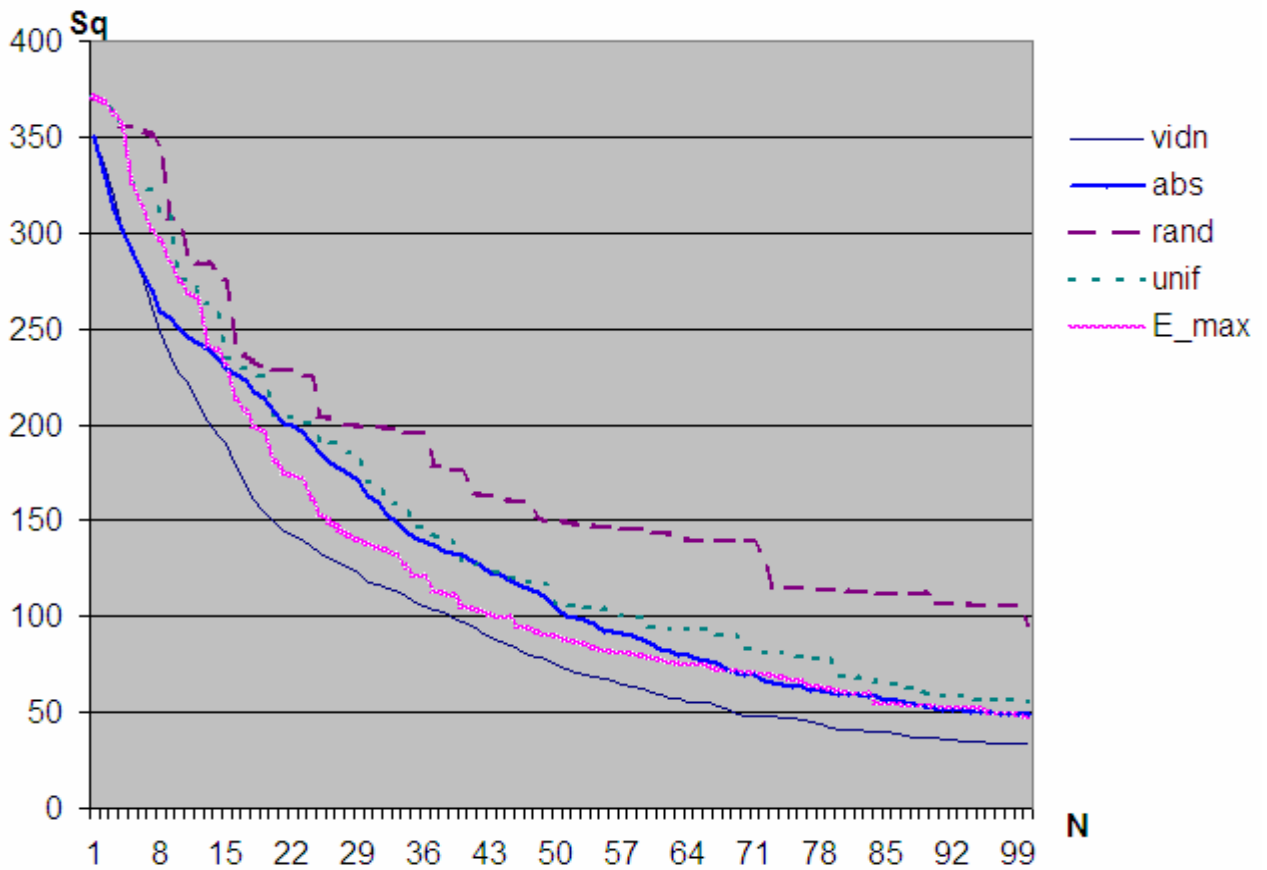


Рис. 3.9. Залежність розміру області рівнозначних рішень від кількості спостережень

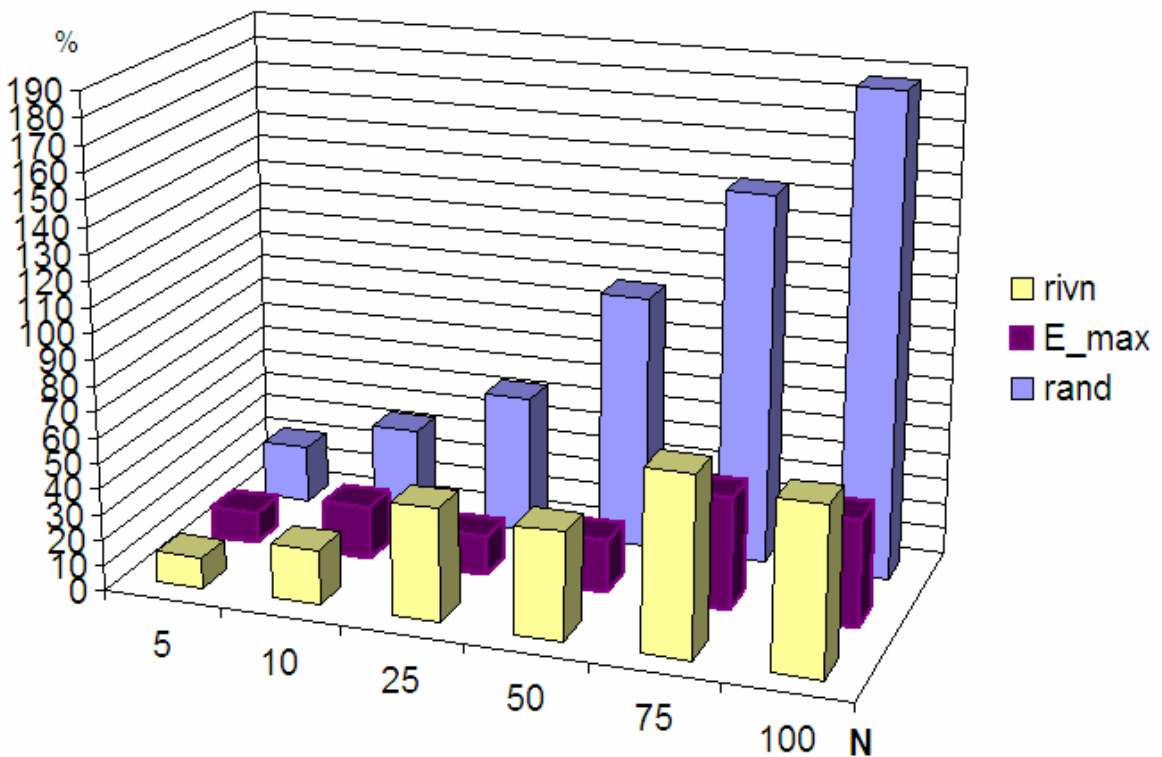


Рис. 3.10. Порівняння ефективності методів послідовного планування експериментів при реалізації інтерактивної процедури прийняття рішень

Як видно з таблиці 3.7, виграш при застосуванні запропонованого методу побудови послідовних планів для екстремальних задач складає від 12,10% до 187,16%, залежно від кількості повторних спостережень. Для 100 повторних спостережень в середньому виграш складає 25,69%, що підтверджує високу ефективність запропонованого методу і дозволяє стверджувати, що при однаковій кількості спостережень запропонований метод побудови послідовних планів порівняно з існуючими забезпечує меншу область рівнозначних рішень для задачі вибору оптимальних параметрів статичної системи на основі критерію мінімуму або максимуму щонайменше на 12,10%.

ВИСНОВКИ ДО ТРЕТЬОГО РОЗДІЛУ

1. Систематизовані у вигляді таблиць в додатку А I_G -оптимальні та наближені до них насичені плани експерименту, що дозволяють задавати спектри оптимальних планів для побудови моделей у задачах прийняття рішень для різних критеріальних функцій.

2. Розроблено метод побудови послідовних I_G -оптимальних планів, що забезпечує виграш при його застосуванні від 9,62% до 83,63% залежно від кількості повторних спостережень. Для 2000 повторних спостережень в середньому виграш складає 34,8%, що підтверджує високу ефективність запропонованого методу і дозволяє стверджувати, що при однаковій кількості спостережень запропонований метод побудови послідовних I_G -оптимальних планів порівняно з існуючими забезпечує меншу максимальну ширину коридору критеріальних функцій щонайменше на 9,6%.

3. Розроблено метод побудови послідовних планів для задач контролю порогових рівнів параметрів систем, що забезпечує виграш від 3,22 до 77,34% залежно від кількості повторних спостережень для відомих методів, а для запропонованої процедури (3.12) за умови (3.8) для однієї з серій експериментів ефективність перевищила базову на 1,75%. Проте для 2000 повторних спостережень в середньому виграш складає 23,6%, що підтверджує високу ефективність запропонованого методу і дозволяє стверджувати, що при однаковій кількості спостережень запропонований метод побудови послідовних планів порівняно з існуючими забезпечує менший об'єм області рівнозначних рішень щонайменше на 3,22%.

4. Розроблено метод побудови послідовних планів для задач вибору оптимальних параметрів системи на основі критерію мінімуму або максимуму, що забезпечує виграш від 12,1 до 187,1% залежно від кількості повторних спостережень. Для 100 повторних спостережень в середньому виграш складає 25,6%, що підтверджує високу ефективність запропонованого методу і дозволяє стверджувати, що при однаковій кількості спостережень

запропонований метод побудови послідовних планів порівняно з існуючими забезпечує меншу область рівнозначних рішень для задач вибору оптимальних параметрів системи на основі критерію мінімуму або максимуму щонайменше на 12,10%.

5. Ефективність запропонованих методів побудови послідовних планів для задач прийняття рішень підтверджена результатами комп'ютерного моделювання.

РОЗДІЛ 4

ЗАСТОСУВАННЯ РОЗРОБЛЕНИХ МЕТОДІВ ПЛАНУВАННЯ ОПТИМАЛЬНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ ДЛЯ ЗАДАЧ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

4.1. Планування оптимального експерименту для побудови та оптимізації інтервальної моделі енергетичної характеристики високочастотних магнітних підсилювачів імпульсних джерел електроживлення

4.1.1. Особливості функціонування імпульсного регулятора напруги на ВМП. Альтернативний підхід до створення уніфікованих джерел і систем вторинного електроживлення, який базується на використанні сучасних високочастотних аморфних сплавів з прямокутною петлею гістерезису в напівпровідникових перетворювачах електроенергії, запропоновано у праці [125]. Аналіз процесів перемагнічування в імпульсному регуляторі на основі ВМП зроблено в літературі [124]. Принцип роботи його базової схеми, наведеної на рисунку 4.1 а, можна пояснити на основі осцилограм, наведених на рисунку 4.1 б [144].

Вхідний високочастотний нерегульований транзисторний інвертор забезпечує високочастотний меандр (50-100 кГц) на силовому трансформаторі, між вторинними півобмотками якого та анодами діодів вихідного високочастотного випрямляча ввімкнені обмотки ВМП. Робочий цикл ВМП забезпечується за рахунок рознесення в часі керуючого та робочого півперіодів випрямним VD1 та розмагнічуючим VD2 діодами. У півперіод керування, який відповідає від'ємному знаку високочастотної змінної напруги, відбувається розмагнічення дроселя насичення з обмеженням швидкості перемагнічування (режим джерела струму) у функції сигналу керування. При зміні знаку напруги досягнутий рівень індукції запам'ятовується і розпочинається робочий півперіод – перемагнічування в режимі е.р.с., який складається з двох ділянок: власне самого перемагнічування із запам'ятованого рівня індукції до індукції насичення B_s та насиченого стану ключа, під час якого в колі протікає силовий

струм, що визначається опором навантаження. ШІМ у робочий півперіод забезпечується зміною глибини розмагнічення у функції сигналу керування в півперіод керування, що зумовлює зміну співвідношення часів насиченого та ненасиченого станів дроселя насичення в межах одного періоду.

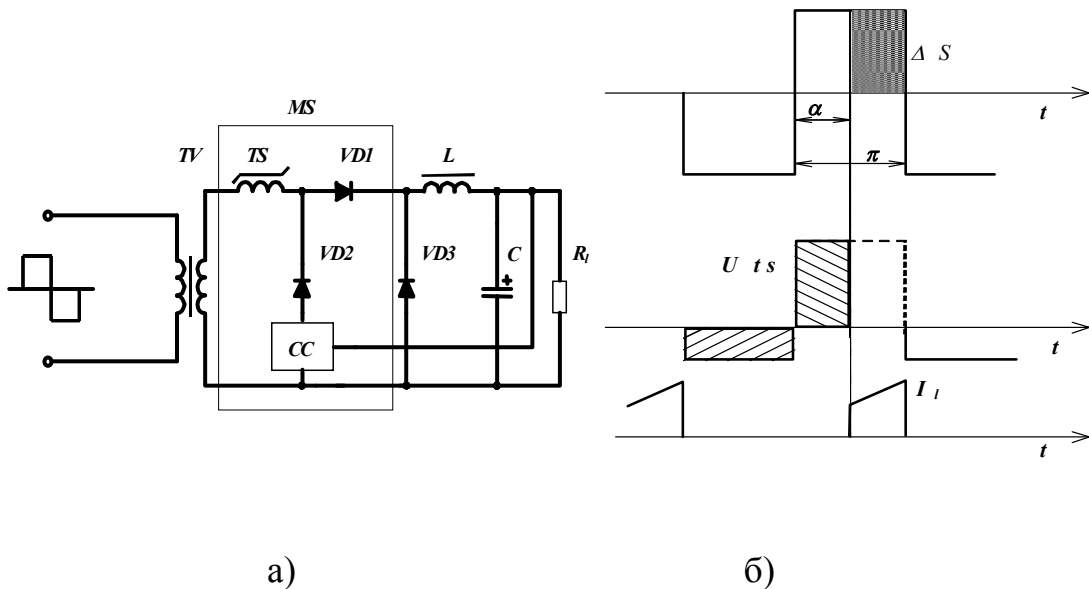


Рис. 4.1. Імпульсний регулятор напруги на ВМП:

а) базова схема;

б) осцилограми, що пояснюють принцип роботи схеми.

Переваги ВМП, що працює в режимі ключа, над транзисторним ключем є суттєвими [144]:

- ВМП є ключем змінної напруги;
- він не критичний до форми вхідної напруги;
- забезпечує коефіцієнт підсилення по струму до 1000;
- проста схема керування (1-2 транзистори в лінійному режимі);
- не виступає джерелом електромагнітних завад;
- є фільтром вхідних завад (як в ненасиченому, так і в насиченому станах);
- високий к.к.д. (99%), втрати не залежать від струму навантаження;

- висока радіаційна і механічна стійкість;
- не вимагає захисту (сам слугує елементом захисту транзисторного перетворювача);
- багатофункціональність: підсилювач потужності, силовий комутаційний елемент, широтно-імпульсний модулятор, виконує функції інтегратора, компаратора, елемент захисту;
- високий рівень уніфікації – на одному типорозмірі осердя магнітопроводу можна реалізувати ВМП для регуляторів (стабілізаторів) з різним поєднанням вихідних параметрів.

Ці переваги і визначають високий рівень створюваних на їх основі ДВЕЖ і СВЕЖ, що завдяки простоті схемотехнічних рішень мають низьку собівартість. Однак, сам матеріал магнітопроводу ВМП порівняно дорогий (0,5-1 \$/грам). Так, для стабілізатора постійної напруги з вихідними параметрами 5 В, 50 А затрати на осердя магнітопроводів ВМП знаходяться на рівні 10 \$. Крім того, як правило, кожен виробник цих матеріалів має свій ряд номіналів типорозмірів магнітопроводів. Тому на практиці часто зустрічаємось з надлишковою їх установленою потужністю. Водночас нині технологічно стало можливим виготовлення осердь магнітопроводів ВМП за даними замовника.

Аналіз принципів функціонування імпульсного регулятора напруги на ВМП показує, що оптимальні розміри магнітопроводів можна буде визначати шляхом використання універсальної енергетичної характеристики ВМП уніфікованого ряду ДВЕЖ. Вказана характеристика зівставляє вхідну напругу U_{bx} , силовий струм I_n , що визначається навантаженням, та необхідну енергію $E(U_{bx}, I_n)$ для забезпечення сили даного струму в робочому циклі ВМП.

Тому виникає задача отримання універсальної енергетичної характеристики ВМП, придатної для використання при побудові уніфікованого ряду ДВЕЖ, яка дозволить вирішити такі задачі:

- оптимізувати масо-габаритні характеристики осердь магнітопроводів ВМП для різного поєднання вихідних параметрів ДВЕЖ в широкому діапазоні їх вихідних потужностей;
- правильно сформулювати технічне завдання на розробку типорозмірів магнітопроводів ВМП для цілого ряду розроблюваних ДВЕЖ;
- мінімізувати затрати на ВМП та знизити собівартість ДВЕЖ та СВЕЖ в цілому.

Зауважимо, що для побудови енергетичної характеристики ВМП для уніфікованого ряду необхідно провести експериментальні дослідження ряду приладів – ДВЕЖ з різними як масо-габаритними, так і експлуатаційними характеристиками.

4.1.2 Методика експериментальних досліджень для побудови моделі енергетичної характеристики ВМП. Для отримання функціональної залежності $E(U_{bx}, I_n)$ використовували ряд стабілізаторів постійної напруги (5 В, 50 А; 10 В, 50 А; 15 В, 50 А), зібраних за функціональною схемою, наведеною на рис. 4.2.

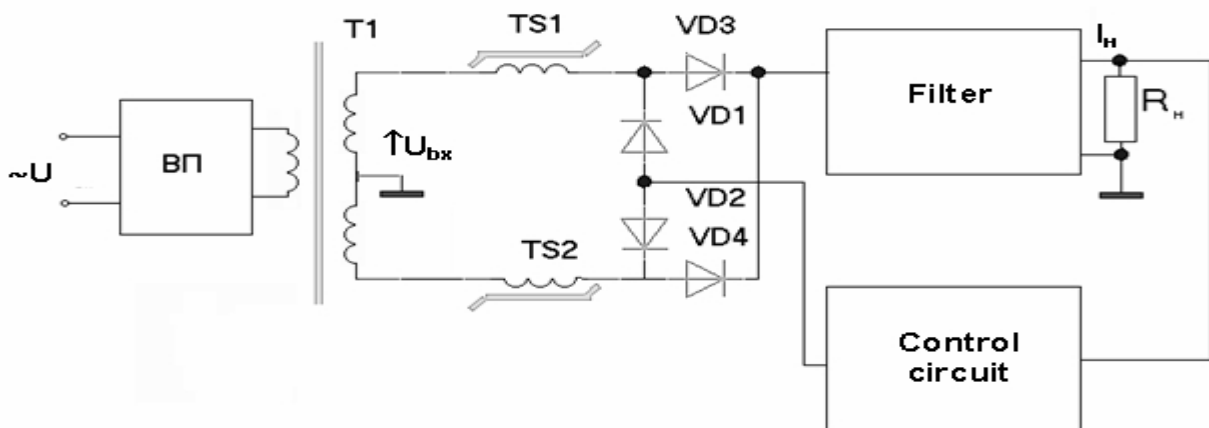


Рис.4.2. Функціональна схема ДВЕЖ на основі ВМП

Струми I_n задавалися активним навантаженням. Для їхнього вимірювання використовувався високоточний вольтметр типу В7-21А, а

похибка вимірювання діючого значення амплітуди напруги U_{bx} вторинної обмотки високочастотного силового трансформатора T_1 врахована в похибці вимірювання вольтсекундної площі ΔS (див. рис. 4.1). Таким чином, похибками вимірювання струму I_n та вхідної напруги U_{bx} можна знехтувати. Вимірювання вольтсекундної площі ΔS , яка задає енергетичну характеристику ВМП і пропорційна вихідній потужності з урахуванням втрат в стабілізаторі, проводили за допомогою інформаційно-вимірювального комплексу на базі ПК та цифрового осцилографа типу GDS-810S. Екранна форма, отримана на цифровому пристрої з фрагментом осцилограми та результатів вимірювання, наведена на рис. 4.3.

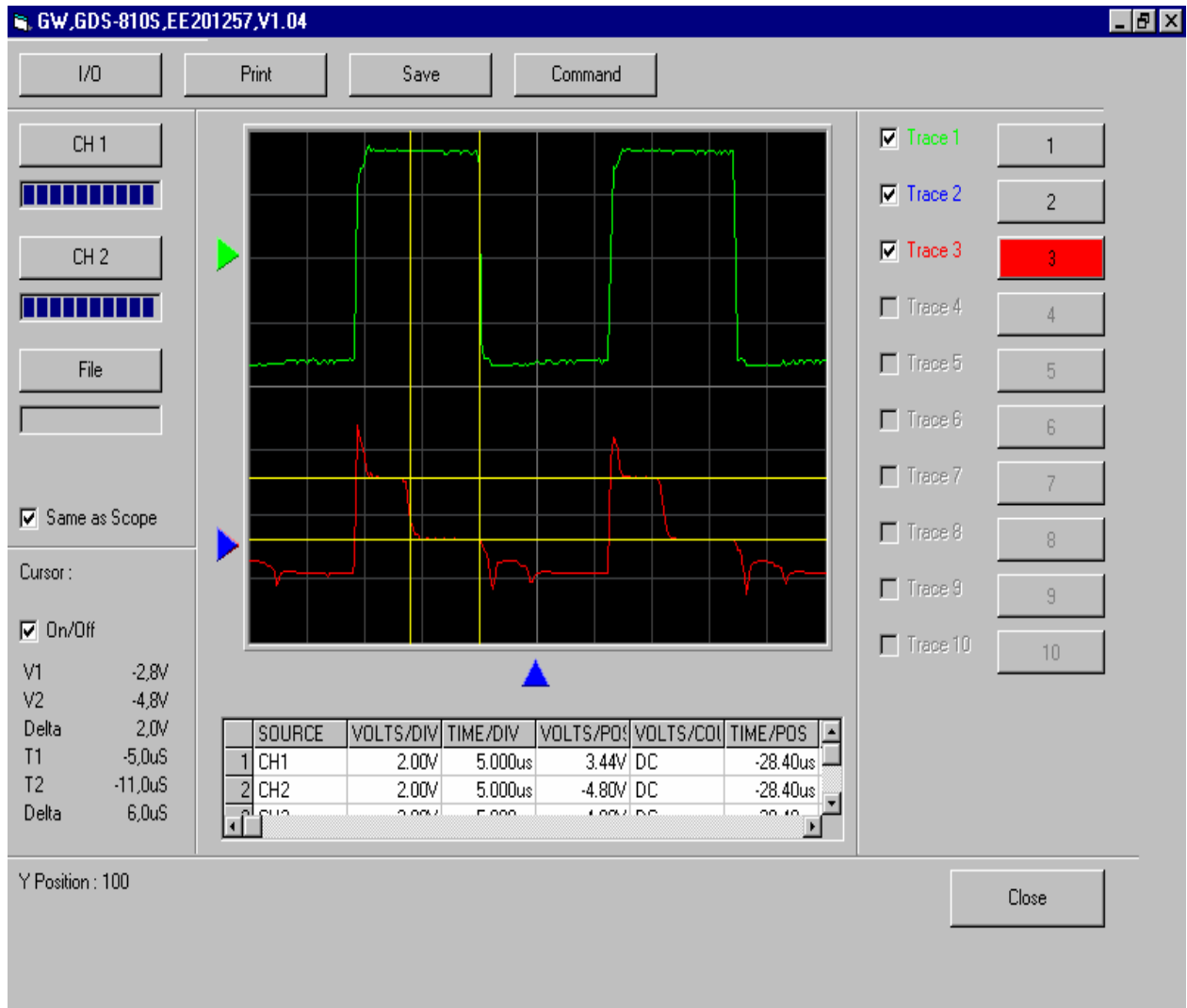


Рис. 4.3. Осцилограма енергетичної характеристики

При цьому похибка вимірювань включала дві складові: систематичну похибку, яка при попередньому калібруванні приладу була зведена до 1%, та приведену похибку, пов'язану із випадковим коливанням напруги мережі, що складала максимум 10%. Таким чином, аналіз похибок при вимірюванні енергії $E(U_{bx}, I_n)$ для забезпечення сили заданого струму в робочому циклі ВМП дозволив обґрунтувати прийняту гіпотезу про змішану інтервальну похибку вимірювань, яка використовується для побудови моделей „вхід-вихід” в інтервальному аналізі [15, 65]. З метою мінімізації кількості вимірювань, точки вимірювань вибирались відповідно до таблиць оптимальних планів для експериментів з інтервальними похибками вимірювань, наведених в додатку А.

4.1.3. Оптимальне планування експерименту для побудови інтервальної моделі енергетичної характеристики ВМП. Розглянемо основні гіпотези, на яких побудовано інтервальну енергетичну характеристику ВМП $E(U_{bx}, I_n)$.

Нехай модель енергетичної характеристики ВМП можна представити у вигляді лінійно-параметричного рівняння

$$E_0(U_{bx}, I_n) = \vec{\varphi}^T(U_{bx}, I_n) \cdot \vec{\beta}, \quad (4.1)$$

де E_0 – істинне невідоме значення енергетичної характеристики;

U_{bx}, I_n – вхідні змінні величини: напруга та струм, які використовуватимуться для прийняття рішень стосовно малогабаритних характеристик ВМП;

$\vec{\varphi}^T(U_{bx}, I_n)$ – відомий вектор базисних функцій;

$\vec{\beta} = (\beta_1, \dots, \beta_m)^T$ – невідомий вектор параметрів.

Результати реалізації експерименту представляють в інтервальному вигляді

$$U_{bx_i}, I_{n_i}, [E_i^-, E_i^+], E_{0i} \in [E_i^-, E_i^+], i = 1, \dots, N, \quad (4.2)$$

де E_i^-, E_i^+ – відповідно нижня і верхня межі інтервалу значень енергетичної характеристики;

N – кількість спостережень, що у випадку насиченого експерименту збігається з кількістю m невідомих параметрів моделі і дорівнює кількості необхідних для дослідження пристроїв – ДВЕЖ.

Інтервальна похибка вимірювань є постійною, тобто $\Delta(U_{bx_i}, I_{n_i}) = 0,5 \cdot (E_i^+ - E_i^-) = \Delta$, $\forall i = 1, \dots, N$, $U_{bx_i}, I_{n_i} \in \chi$, причому область експерименту χ представлена n -вимірним кубом. За таких умов у випадку опрацювання результатів спостережень отримаємо інтервальні моделі

$$\hat{E}(U_{bx}, I_n) = \bar{\Phi}^T(U_{bx}, I_n) \cdot \vec{b}, \quad (4.3)$$

значення параметрів у яких належать множині

$$\Omega = \left\{ \vec{b} \in R^m \mid \vec{E}^- \leq F \cdot \vec{b} \leq \vec{E}^+ \right\},$$

де $\vec{E}^- = \{E_i^-, i = 1, \dots, N\}$, $\vec{E}^+ = \{E_i^+, i = 1, \dots, N\}$ – вектори, складені відповідно з нижніх та верхніх меж інтервалів $[E_i^-, E_i^+]$;

\vec{b} – вектор оцінок параметрів $\vec{\beta}$ моделі;

$F = \{\varphi_j(U_{bx_i}, I_{n_i}), i = \overline{1, N}, j = \overline{1, m}\}$ – відома матриця значень базисних функцій.

Множина отриманих інтервальних моделей (4.3) після апроксимації області параметрів еліпсоїдом матиме вигляд коридору

$$[\hat{E}(U_{bx}, I_n)] = [\hat{E}^-(U_{bx}, I_n); \hat{E}^+(U_{bx}, I_n)], \quad (4.4)$$

де $\hat{E}^-(U_{bx}, I_n) = \bar{\Phi}^T(U_{bx}, I_n) \cdot \vec{b} - \frac{1}{2} \Delta_{\hat{y}(U_{bx}, I_n, F_m)} \Big|_{\vec{b} \in Q_m}$; $\hat{E}^+(U_{bx}, I_n) = \bar{\Phi}^T(U_{bx}, I_n) \cdot \vec{b} +$

$+\frac{1}{2}\Delta_{\hat{y}(U_{bx}, I_n, F_m)} \Big|_{\bar{b} \in Q_m}$ – нижня та верхня межі коридору;

$\Delta_{\hat{y}(U_{bx}, I_n, F_m)} \Big|_{\bar{b} \in Q_m} = 2 \times \sqrt{\bar{\varphi}^T(U_{bx}, I_n) \cdot (F_m^T \cdot \delta^{-2} \cdot F_m)^{-1} \cdot \bar{\varphi}(U_{bx}, I_n) \cdot m}$ – ширина

коридору;

$\delta = \text{diag}(\Delta_1, \dots, \Delta_i, \dots, \Delta_m)$ – діагональна матриця інтервальних похибок в точках вимірювань;

$F_m = \{\varphi_j(\bar{x}_i), i = \overline{1, m}, j = \overline{1, m}\}$ – квадратна матриця значень базових функцій, що задаватиме план насиченого експерименту.

Точність кожної із моделей визначається шириною коридору $\Delta_{\hat{E}(U_{bx}, I_n, F)} = \hat{E}^+(U_{bx}, I_n) - \hat{E}^-(U_{bx}, I_n)$, що залежить від розмірів множини Ω і відповідно від вибору матриці F .

Згідно з апіорним аналізом залежності енергетичної характеристики від вхідного струму та напруги, вибрано для її представлення квадратичну модель

$$E(U_{bx}, I_n) = \beta_0 + \beta_1 U_{bx} + \beta_2 I_n + \beta_3 U_{bx}^2 + \beta_4 I_n^2. \quad (4.5)$$

Значення напруги для ряду стабілізаторів постійної напруги знаходились у межах $10 \leq U_{bx} \leq 50$ В, а струму – $5 \leq I_n \leq 50$ А.

Щоб побудувати інтервальну модель енергетичної характеристики виду (4.5) необхідно провести щонайменше $N=m=5$ вимірювальних експериментів. Оскільки, апіорні статистичні характеристики похибки вимірювань невідомі, то для мінімізації кількості вимірювань скористаємося планом насиченого експерименту, що забезпечує мінімізацію максимальної ширини коридору моделей, тобто насиченим I_G -оптимальним планом. Для вибору такого плану використаємо методику, запропоновану в підрозділі 3.1. Враховуючи тип вибраної залежності (4.5) (неповна квадратична модель), I_G -оптимальний насичений план експерименту вибираємо з додатка А, попередньо пронормувавши вхідні змінні U_{bx}, I_n :

$$x_1 = 2 \frac{U_{bx} - U_{bx}^{\min}}{U_{bx}^{\max} - U_{bx}^{\min}} - 1, x_2 = 2 \frac{I_H - I_H^{\min}}{I_H^{\max} - I_H^{\min}} - 1. \quad (4.6)$$

Матриця I_G -оптимального насиченого плану

$$X^T = \begin{pmatrix} 1 & -0,227 & -1 & -1 & 0,386 \\ 1 & 1 & 0,227 & -1 & -0,386 \end{pmatrix}.$$

Область експерименту після масштабування задано у вигляді квадрата:
 $-1 \leq x_1 \leq 1, -1 \leq x_2 \leq 1.$

Тоді залежність (4.5) для нормованих вхідних змінних матиме такий вигляд:

$$E(x_1, x_2) = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \beta_3 \cdot x_1^2 + \beta_4 \cdot x_2^2$$

Реальні значення напруги та струму згідно з I_G -оптимальним насиченим планом для вимірювання енергетичної характеристики, якщо $U_{bx}^{\min} = 10\text{В}$, $U_{bx}^{\max} = 50\text{В}$, $I_H^{\min} = 5\text{А}$, $I_H^{\max} = 50\text{А}$, визначались відповідно до формули (4.6):

$$U_{bx} = \frac{1}{2}(x_1 + 1)(U_{bx}^{\max} - U_{bx}^{\min}) + U_{bx}^{\min}, I_H = \frac{1}{2}(x_2 + 1)(I_H^{\max} - I_H^{\min}) + I_H^{\min}.$$

Результати вимірювань наведено в таблиці 4.1.

Таблиця 4.1 - Результати вимірювань в точках насиченого плану

№ точки	x_1	x_2	U_{bx} , В	I_H , А	E
1	1	1	50	50	277,2
2	-0,227	1	25,46	50	211,16
3	-1	0,227	10	32,61	76
4	-1	-1	10	5	60
5	0,386	-0,386	37,72	18,815	211,05

Осцилограму в одній з точок вимірювань наведено на рис. 4.3.

Зауважимо, що згідно з описаною методикою експериментальних досліджень, похибка вимірювань складала 10% від вимірюного максимального значення енергетичної характеристики.

На основі даних насиченого I_G -оптимального експерименту отримаємо інтервальну модель у такому вигляді:

$$[E(U_{bx}, I_n)] = 191,837 + 83,672U_{bx} + 24,928I_n - 38,616U_{bx}^2 + 15,379I_n^2 \pm \frac{1}{2}\Delta_{\hat{E}(U_{bx}, I_n, F)},$$

де

$$\Delta_{\hat{E}(U_{bx}, I_n, F)} = 2 \cdot (1610,1 + 232,1U_{bx} - 232,1I_n - 667U_{bx}I_n - 1209,5U_{bx}^2 - 1209I_n^2 + 230U_{bx}^2I_n - 230I_n^2 \times U_{bx} - 22U_{bx}^2I_n^2 + 430U_{bx}^3 - 430I_n^3 + 810U_{bx}^4 + 1810I_n^4)^{\frac{1}{2}}.$$

На рис. 4.4 зображено інтервальну енергетичну характеристику ВМП, побудовану згідно насиченого I_G -оптимального експерименту.

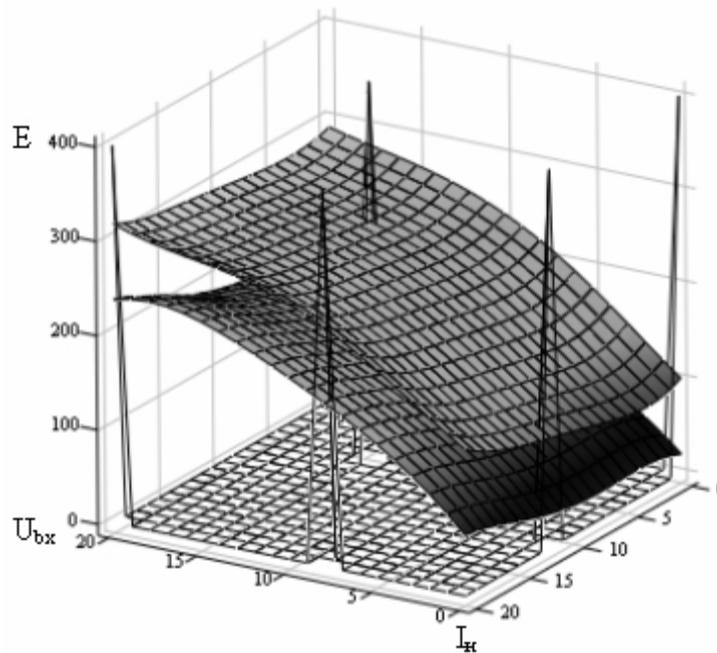


Рис.4.4. Інтервальна модель енергетичної характеристики

Як видно з рис. 4.4, ширина коридору моделей є достатньо великою, що говорить про достатньо високу похибку прогнозування значень енергетичної

характеристики. Тому для мінімізації цієї похибки запропоновано провести послідовний I_G -оптимальний експеримент, метод та алгоритм побудови якого наведено у підрозділі 3.2.

Проведення послідовного I_G -оптимального експерименту, тобто повторних вимірювань, дозволить скомпенсувати випадкові коливання напруги мережі.

У таблиці 4.2 наведено значення максимальної ширини коридору після проведення 100 повторних вимірювань в точках насиченого плану. На рис. 4.5 наведено графік зміни максимальної похибки прогнозування значень енергетичної характеристики залежно від кількості повторних вимірювань в точках насиченого плану.

Таблиця 4.2- Максимальна похибка прогнозування значень енергетичної характеристики

Кількість повторних вимірювань, N	0	10	20	30	50	80	100
Максимальна похибка, В/с	112,3	66,2	38,1	26,3	25,2	15,3	15,3

Як видно з таблиці 4.2 та рис. 4.5, проведення послідовного експерименту дозволило підвищити точність моделі більше ніж у 7 разів. Таблиця 4.2 також ілюструє, що подальше збільшення кількості спостережень не має сенсу, оскільки не призводить до зменшення максимальної ширини коридору прогнозування значень енергетичної характеристики на обраній області допустимих значень вхідної напруги та струму навантаження через наявність систематичної похибки. З рис. 4.5 можна також зробити висновок, що, для даного випадку, запропонована процедура побудови послідовного I_G -оптимального експерименту є найбільш ефективною, коли загальна кількість повторних спостережень, розподілених в п'яти точках, сягає 30.

Графічне представлення ширини коридору енергетичної характеристики ВМП наведено на рис. 4.6, де верхня поверхня відображає ширину до проведення послідовного експерименту, а нижня – після проведення 100 повторних спостережень.

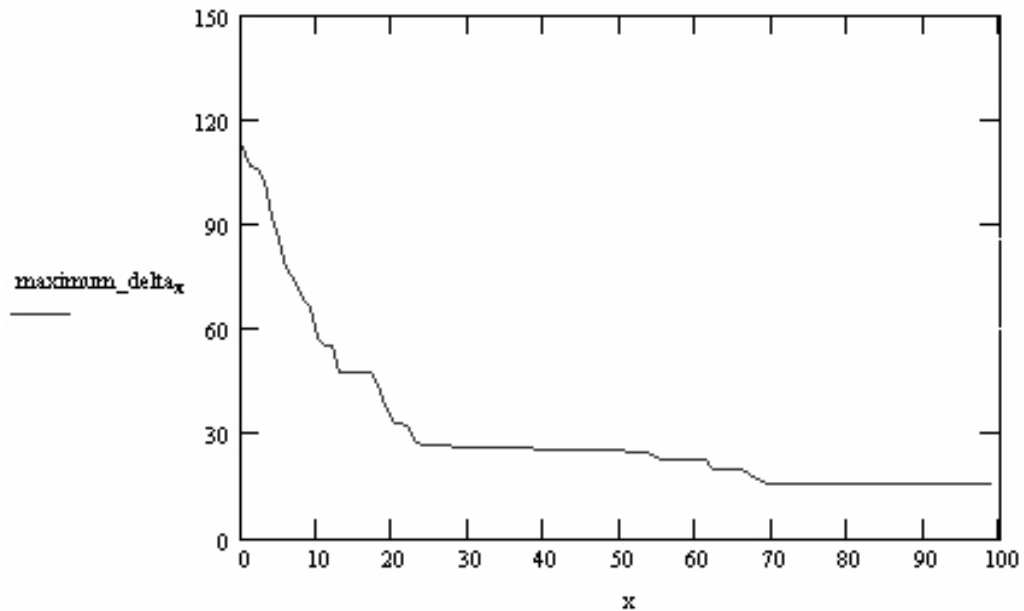


Рис. 4.5. Графік зміни максимальної ширини коридору при збільшенні кількості повторних вимірювань

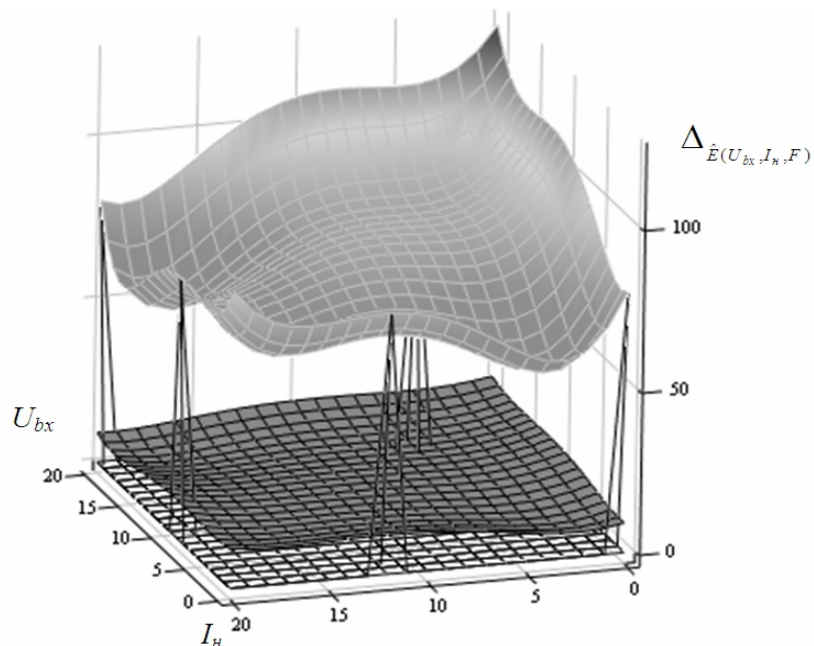


Рис.4.6. Ширина коридору енергетичної характеристики ВМП до та після повторних вимірювань

Результуючу інтервальну модель енергетичної характеристики наведено на рис. 4.7.

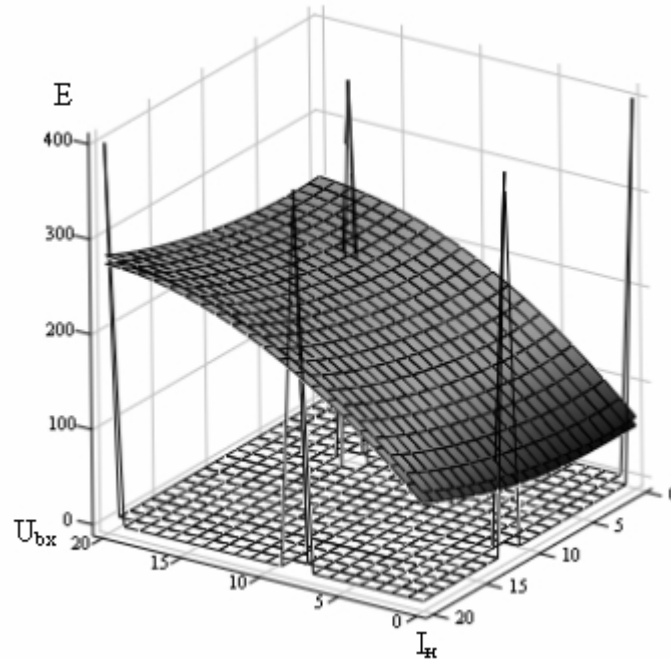


Рис.4.7. Інтервальна модель енергетичної характеристики після повторних вимірювань

Таким чином, запропонований на основі методики, наведеної в підрозділі 3.1, насичений I_G -оптимальний план експерименту дозволив мінімізувати витрати на проведення експериментальних досліджень з метою побудови моделі енергетичної характеристики ВМП. Подальше застосування послідовних I_G -оптимальних планів, побудованих на основі методу та алгоритму, наведених у підрозділі 3.2, дозволили мінімізувати витрати на проведення експерименту та побудувати модель енергетичної характеристики ВМП, придатної для прийняття рішень стосовно вибору оптимальних розмірів магнітопроводу ВМП за заданими характеристиками імпульсного джерела електроживлення (вхідною напругою та струмом навантаження).

Запропоновані в підрозділі 3.1 та 3.2 методика вибору насичених I_G -оптимальних планів та метод і алгоритм побудови послідовних I_G -

оптимальних планів експерименту використовувались для розв'язування задач проектування імпульсних джерел живлення, зокрема для обґрунтування вибору характеристики високочастотних магнітних підсилювачів у ВАТ ТКБР „Стріла”. Використання запропонованих методів дозволило зменшити масогабаритні характеристики імпульсних джерел вторинного електроживлення, що в результаті дозволило знизити собівартість кожного джерела живлення на 12% за рахунок оптимального вибору ВМП на основі енергетичної характеристики. Результати та ефективність впровадження запропонованих методів у ВАТ ТКБР „Стріла” засвідчені актом, вміщеним у додатку Д.

4.2. Математична модель прийняття рішень для задачі екологічного моніторингу

4.2.1. Особливості організації контролю рівня шкідливих забруднень атмосфери лабораторіями СЕС міста. Методика контролю рівня шкідливих викидів в атмосферу регламентується рядом нормативних документів, зокрема ними визначено граничнодопустимі концентрації речовин з визначеними класами небезпеки. Так, наприклад, у місті Тернополі в зв'язку із зменшенням промислового виробництва за останні 15 років і водночас із суттєвим зростанням транспортних потоків практично в усіх районах міста фіксують забруднення „окислами вуглецю” (четвертий, найнижчий клас небезпеки), „окислами азоту” (другий клас небезпеки) та „завислими речовинами” (четвертий клас небезпеки). Контроль шкідливих викидів лабораторіями СЕС проводиться у вибраних районах шляхом періодичного вимірювання концентрацій шкідливих речовин і порівняння вимірної величини із ГДК для даної речовини. Наприклад, для „окислів вуглецю” разова ГДК складає 5 мг/м^3 ; для „окислів азоту” ГДК складає $0,085 \text{ мг/м}^3$; для „завислих речовин” – $0,5 \text{ мг/м}^3$. Дані про виявлені концентрації записують у спеціальний журнал. У СЕС м. Тернополя для обліку вимірних

концентрацій шкідливих викидів створено інформаційно-картографічну систему екологічного контролю (ІКС ЕК), яку розробили згідно з договором ІОСУ-29-93Б від 29.10.93 р. між санітарно-епідеміологічною станцією м. Тернополя і Тернопільською академією народного господарства, впровадили у відділені екологічної медицини, розвинули в процесі виконання держбюджетної НДР “Методи, апаратні та програмні засоби для дослідження та моделювання нестаціонарних розподілених об’єктів на основі інтервальних даних” (номер державної реєстрації 0106U000529) та міжнародної НДР “Співпраця між Україною та Румунією в галузі розподілених систем” (номер державної реєстрації 0106U005307).

Інформація, яка фіксується в базі даних, включає такі структурні елементи: місце вимірювання, дату та час вимірювання, температуру навколишнього середовища, атмосферний тиск, вологість повітря, силу вітру, напрям вітру, назву речовини, виявлену концентрацію.

На підставі виявлених концентрацій шкідливих викидів в точках вимірювань можна встановити картину забруднення даною речовиною в цілому місті. При цьому, з погляду правильної оцінки нанесених збитків довкіллю, важливим є встановлення так званих статичних полів концентрацій шкідливих викидів, тобто які є мало змінними протягом досить великого періоду, оскільки саме вони формують загальну картину зростання захворюваності в місті внаслідок погіршення екологічної ситуації [48, 129-131]. У цьому сенсі вплив дати та часу вимірювань є відносним, а температури навколишнього середовища, атмосферного тиску, вологості повітря, сили та напрямку вітру – випадковими. За даними досліджень, проведених нами спільно з Тернопільською СЕС, вказані фактори спотворюють результати вимірювань реальної концентрації шкідливих речовин при встановленні сезонних полів концентрацій максимум на 30%. Систематичні похибки вимірювання концентрації „окислів вуглецю” приладами „Аквілон 1-1” та „СФ-26” складають 15%, а концентрації „окислів азоту” приладами „Тайфун Р-20-2” та „СФ-26” складають 10%. За цих умов відновлення статичних полів

концентрації шкідливих викидів з високою точністю за обмеженою кількістю спостережень є проблематичним. Однак з погляду завдань, що стоять перед СЕС, важливим є не підвищення точності відновлення моделі поля концентрації шкідливих викидів, а прийняття рішення про те, чи є статичне перевищення концентрації викидів відносно порогу у вигляді ГДК і на яких ділянках. Отже, актуальною є задача контролю порогових рівнів параметрів системи типу (2.1), метод та алгоритм розв'язування якої наведено у підрозділі 3.3.

4.2.2. Моделі прийняття рішень про перевищення концентрації шкідливих викидів ГДК. Розглянемо модель прийняття рішень про перевищення концентрації шкідливих викидів ГДК для випадку забруднення атмосфери в місті Тернополі окислами азоту, які мають досить високий другий клас небезпеки і ГДК, який складає $0,085 \text{ мг/м}^3$. За допустиму область рішень X приймемо центральну частину міста Тернополя, схему якої зображено на рис.4.8.

Нехай модель статичного поля концентрації шкідливих викидів, яка буде критеріальною функцією у задачі контролю порогових рівнів параметрів системи типу (2.1), можна представити у вигляді лінійно-параметричного рівняння

$$K(x, y) = \vec{\varphi}^T(x, y) \cdot \vec{\beta}, \quad (4.7)$$

де $K(x, y)$ – істинне невідоме значення концентрації окислів азоту в атмосфері;

x, y – координати точок на фрагменті схеми м. Тернополя;

$\vec{\varphi}^T(x, y)$ – відомий вектор базисних функцій;

$\vec{\beta} = (\beta_1, \dots, \beta_m)^T$ – невідомий вектор параметрів.

Результати реалізації експерименту представимо в інтервальному вигляді

$$x_i, y_i, [K_i^-; K_i^+], K_{0i} \in [K_i^-; K_i^+], i = 1, \dots, N, \quad (4.8)$$

де $K_i^-; K_i^+$ – відповідно нижня і верхня межі інтервалу значень вимірних концентрацій окислів азоту в точці x_i, y_i ;

N – кількість вимірювань, що у випадку насиченого експерименту збігається з кількістю m невідомих параметрів моделі.

Інтервальна похибка вимірювань є постійною, тобто $\Delta(x_i, y_i) = 0,5 \cdot (K_i^+ - K_i^-) = \Delta_0, \quad \forall i = 1, \dots, N, \quad x_i, y_i \in \chi$, при цьому область експерименту представлена прямокутною ділянкою центральної частини міста Тернополя і збігається з допустимою областю рішень χ . Враховуючи наявність систематичної та випадкової похибок вимірювань з відомими граничними значеннями, природа формування яких описана гіпотезою про змішану інтервальну похибку вимірювань, яка використовується для побудови моделей „вхід-вихід” в інтервальному аналізі. Значення похибки $\Delta(x_i, y_i) = \Delta_0, \quad \Delta_0 = (\Delta_1, \dots, \Delta_m)$, з урахуванням обох складових (систематичної та випадкової), встановимо на рівні 40% від значень концентрацій окислів азоту, вимірних у результаті реалізації насиченого експерименту. У такий спосіб буде забезпечена гарантованість включення вимірюваного значення в інтервал $[K_i^-; K_i^+]$, тобто виконання умови $K_{0i} \in [K_i^-; K_i^+] \quad \forall i = 1, \dots, N, \quad x_i, y_i \in \chi$.

Згідно з методом, описаним в підрозділі 3.3, що дозволяє побудувати оптимальну модель задачі контролю порогового рівня параметра системи, на першому етапі побудови критеріальної функції необхідно скористатися насиченим I_G -оптимальним планом.

За таких умов у випадку опрацювання результатів спостережень та використання апроксимації критеріальної функції еліпсоїдом (2.15) отримаємо коридор інтервальних критеріальних функцій

$$[\hat{K}(x, y)] = [\hat{K}^-(x, y); \hat{K}^+(x, y)], \quad (4.9)$$

де $\hat{K}^-(x, y) = \bar{\varphi}^T(x, y) \cdot \bar{b} - \frac{1}{2} \Delta_{\bar{y}(x, y, F_m)}$; $\hat{K}^+(x, y) = \bar{\varphi}^T(x, y) \cdot \bar{b} + \frac{1}{2} \Delta_{\bar{y}(x, y, F_m)}$ – нижня та верхня межі коридору критеріальних функцій;

$\Delta_{\bar{y}(x, y, F_m)} \Big|_{\bar{b} \in Q_m} = 2 \times \sqrt{\bar{\varphi}^T(x, y) \cdot (F_m^T \cdot \delta^{-2} \cdot F_m)^{-1} \cdot \bar{\varphi}(x, y) \cdot m}$ – ширина коридору;

$\delta = \text{diag}(\Delta_1, \dots, \Delta_i, \dots, \Delta_m)$ – діагональна матриця інтервальних похибок в точках вимірювань;

$F_m = \{\varphi_j(\bar{x}_i), i = \overline{1, m}, j = \overline{1, m}\}$ – квадратна матриця значень базових функцій, що задаватиме план насиченого експерименту;

\bar{b} – вектор оцінок параметрів.

Апріорний аналіз реальних статичних полів концентрацій із урахуванням розсіювання полів концентрацій шкідливих викидів в міру віддалення від центру міста показав, що для апроксимації статичного поля концентрацій можна використати квадратичну функцію

$$K(x, y) = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 y + \beta_3 x^2 + \beta_4 y^2. \quad (4.10)$$

Відносні значення координат для фрагменту схеми міста перебували в межах $0 \leq x \leq 2500$ та $0 \leq y \leq 1500$.

Щоб побудувати інтервальну критеріальну функцію у вигляді коридору поля концентрації окислів азоту (4.10), необхідно провести щонайменше $N=m=5$ вимірювальних експериментів. Оскільки невідомі апріорні статистичні характеристики похибки вимірювань, то для мінімізації кількості вимірювань скористаємося планом насиченого експерименту, що забезпечує мінімізацію максимальної ширини коридору критеріальних функцій, тобто насиченим I_G -оптимальним планом. Для вибору такого плану з метою мінімізації витрат на проведення вимірювального експерименту лабораторії СЕС було запропоновано використати таку методику [62]: враховуючи тип вибраної залежності (4.10) (неповна квадратична модель), I_G -оптимальний насичений

план експерименту виберемо з додатка А оптимальних планів, попередньо пронормувавши координати x, y :

$$x_1 = 2 \frac{x}{x^{\max}} - 1, x_2 = 2 \frac{y}{y^{\max}} - 1.$$

Матриця I_G -оптимального насиченого плану

$$X^T = \begin{pmatrix} 1 & -0,227 & -1 & -1 & 0,386 \\ 1 & 1 & 0,227 & -1 & -0,386 \end{pmatrix}.$$

Область експерименту після масштабування задано у вигляді квадрата:
 $-1 \leq x_1 \leq 1, -1 \leq x_2 \leq 1.$

Тоді залежність (4.10) для нормованих вхідних змінних буде така:

$$K(x_1, x_2) = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \beta_3 \cdot x_1^2 + \beta_4 \cdot x_2^2.$$

Реальні значення координат x, y відповідно до I_G -оптимального насиченого плану для побудови критеріальної функції, якщо $x^{\max} = 2500$, $y^{\max} = 1500$, визначались згідно з формулами (4.6):

$$x = \frac{x^{\max}}{2}(x_1 + 1), y = \frac{y^{\max}}{2}(x_2 + 1).$$

Результати вимірювань наведено в таблиці 4.3.

Таблиця 4.3 - Результати вимірювань в точках насиченого плану

№ точки	x_1	x_2	$x, м$	$y, м$	Вулиця	$K, мг/м^3$
1	1	1	2500	1500	Збаразька	0,099
2	-0,227	1	966,25	1500	Гоголя	0,1055
3	-1	0,227	0	920,25	Замонастирська	0,0988
4	-1	-1	0	0	Парк Нац.Відродження	0,023
5	0,386	-0,386	1732,5	460,5	Ген.Тарнавського	0,077

Запропоновані лабораторії СЕС точки для вимірювання концентрацій окислів азоту наведено на схемі досліджуваного фрагменту території міста на рис. 4.8.

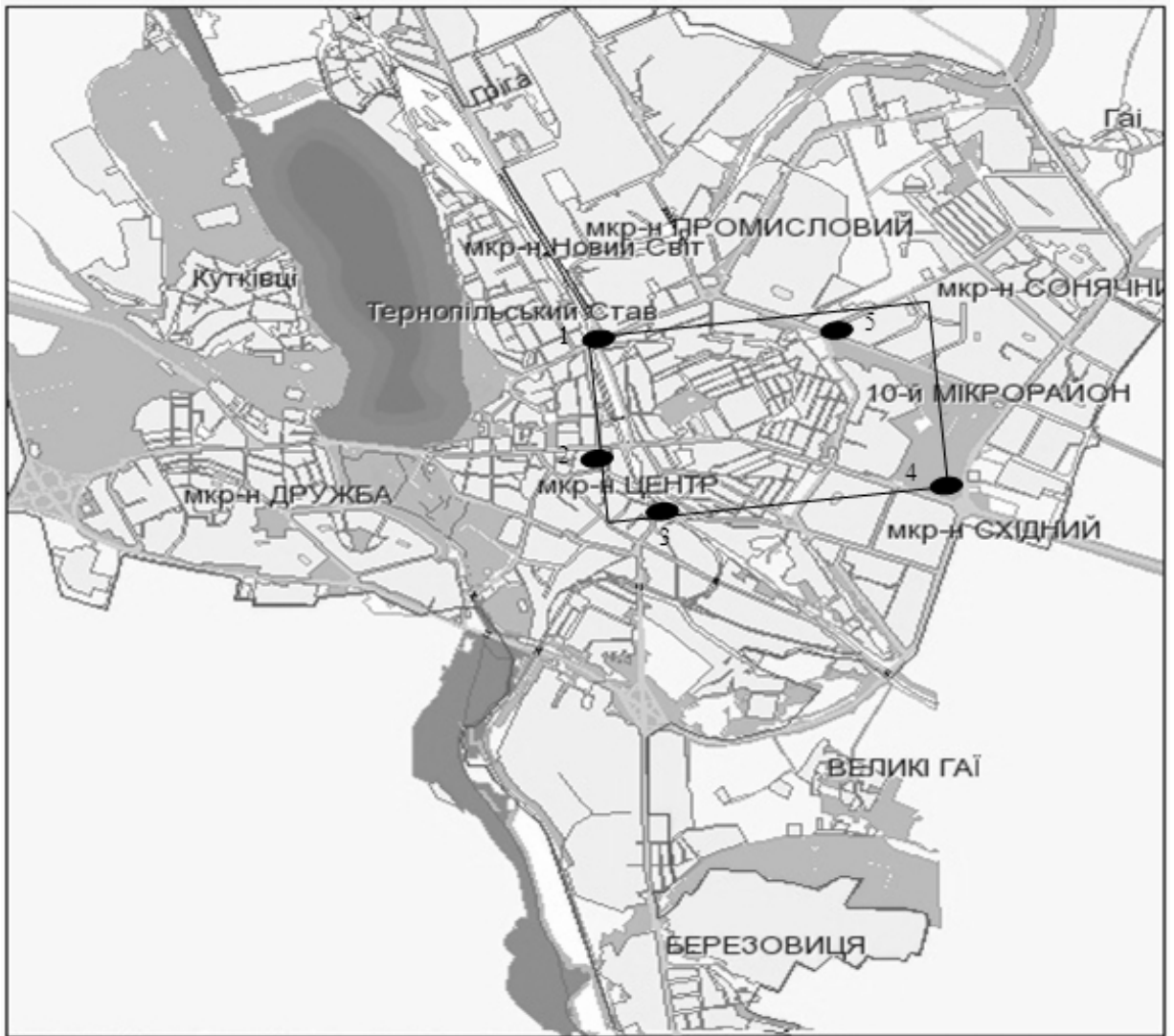


Рис.4.8. Фрагмент схеми міста Тернополя

На основі даних проведеного лабораторією СЕС насиченого I_G -оптимального експерименту отримаємо таку інтервальну критеріальну функцію:

$$[\hat{K}(x, y)] = 0,097 + 0,0001545x + 0,038y - 0,004944x^2 - 0,031y^2 \pm \frac{1}{2} \Delta_{\hat{K}(x, y, F)}, (4.11)$$

$$\Delta_{\hat{K}(x,y,F)} = 2,236 \cdot 10^{-3} \cdot (260,123 - 60,994 \cdot x - 16,416 \cdot y - 168,872 \cdot x \cdot y - 189,731 \cdot x^2 - 144,585 \cdot y^2 + 24,754 \cdot x \cdot y^2 + 11,460 \cdot y \cdot x^2 - 273,942 \cdot x^2 \cdot y^2 + 184,154 \cdot x^3 + 22,482 \cdot y^3 + 423,259 \cdot x^4 + 300,348 \cdot y^4)^{\frac{1}{2}}.$$

Тепер, користуючись формулами (2.1), (2.3) та отриманим коридором (4.11) критеріальних функцій – полів концентрацій окисів азоту, побудуємо модель контролю порогового рівня параметра системи, представлену на рис. 4.9.

На рис. 4.9 зображено коридор полів концентрацій шкідливих викидів, побудований відповідно до насиченого I_G -оптимального експерименту, з означенням порогового значення на рівні ГДК, та множини рівнозначних рішень.

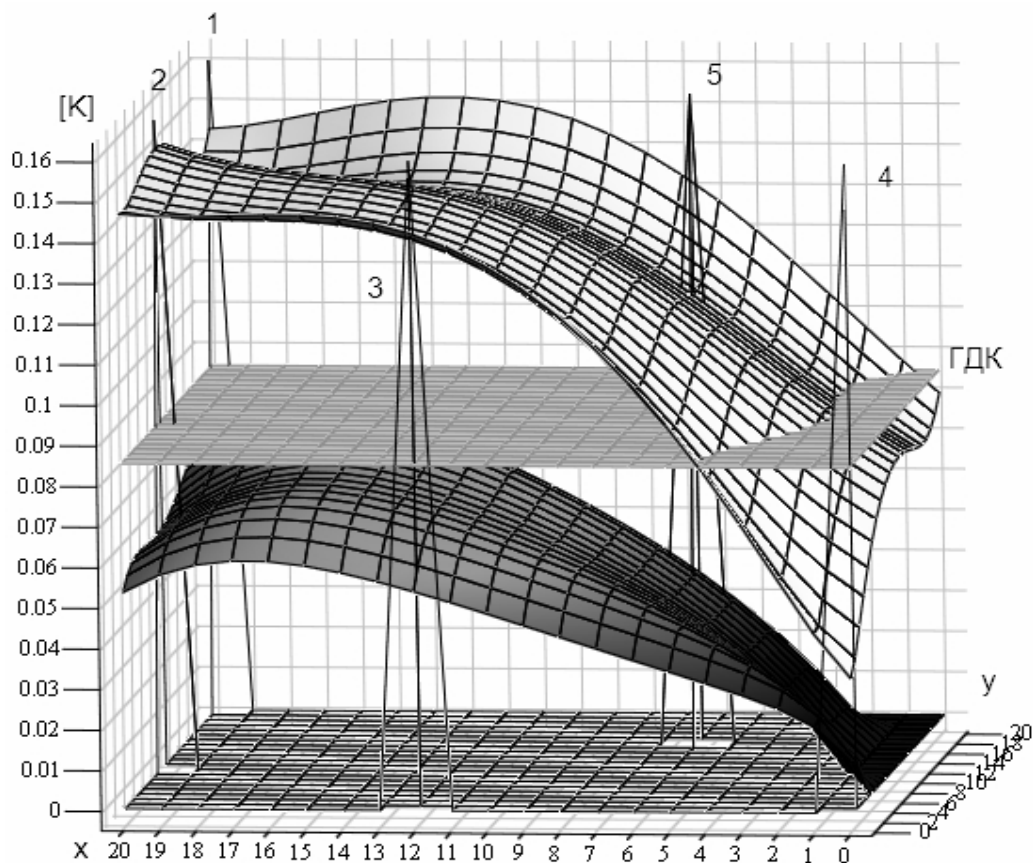


Рис. 4.9. Модель контролю порогового рівня окислу азоту

Як видно з рис. 4.9, ширина коридору критеріальних функцій є досить

великою, що не дозволяє прийняти однозначного рішення стосовно наявності чи відсутності перевищень ГДК окислами азоту на означеному схемою (рис.4.8) фрагменті міста. Для зменшення розмірів області рівнозначних рішень (де не можна прийняти рішення стосовно перевищення ГДК) необхідно провести повторні вимірювання (таблиця 4.4) для компенсації випадкової складової похибки.

Таблиця 4.4 – Кількість повторних вимірювань у точках насиченого плану

№ точки вимірювання	1	2	3	4	5
Кількість повторних вимірювань	12	9	15	0	14

Оптимальний послідовний експеримент для задачі контролю порогового рівня окислу азоту (4.11) побудовано на основі методу та алгоритму, наведених в підрозділі 3.3.

Значення об'єму області рівнозначних рішень після проведення 50 повторних вимірювань в точках насиченого плану наведено в таблиці 4.5 і представлено у кількостях одиничних паралелепіпедів, на які розбита область рівнозначних рішень.

Таблиця 4.5 – Об'єм області рівнозначних рішень

Кількість повторних вимірювань (N)	0	10	20	30	40	50
Об'єм області, (Sq)	355	227	120	80	79	55

На рис. 4.10 наведено графік зміни об'єму області рівнозначних рішень залежно від кількості повторних вимірювань в точках насиченого плану.

Як видно з таблиці 4.5 та рис. 4.10, проведення послідовного експерименту дозволило зменшити область рівнозначних рішень приблизно у 7 разів. Із таблиці 4.5 також видно, що подальше збільшення кількості спостережень не має сенсу, оскільки не призводить до суттєвого зменшення об'єму області рівнозначних рішень на обраній території вимірювань через наявність систематичної похибки. З рис. 4.10 можна також зробити висновок,

що для даного випадку запропонована процедура побудови послідовного I_G -оптимального експерименту є найбільш ефективною, коли загальна кількість повторних вимірювань, розподілених в п'яти точках, сягає 14.

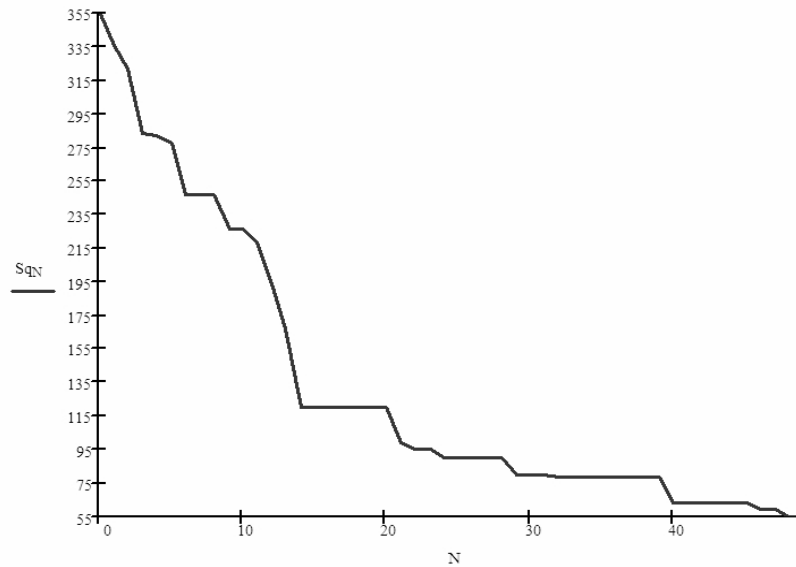


Рис. 4.10. Графік зміни об'єму області рівнозначних рішень при збільшенні кількості повторних вимірювань

Результуюча інтервальна модель поля концентрацій окислу азоту наведена на рис. 4.11.

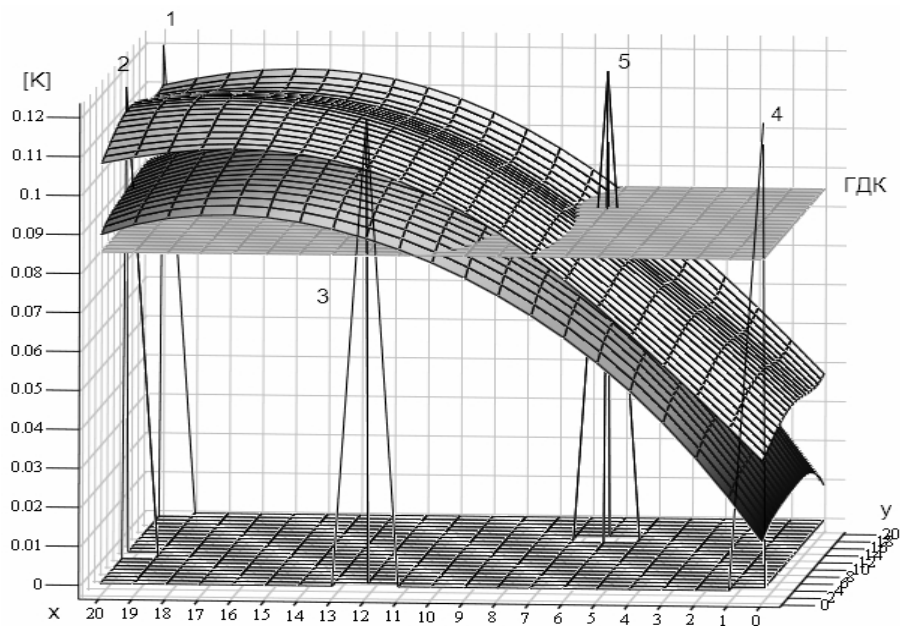


Рис.4.11. Інтервальна модель поля концентрацій окислу азоту після повторних вимірювань

Проекція області рівнозначних рішень на територію досліджень зображена на рис. 4.12.



Рис.4.12. Територія досліджень із виділенням області рівнозначних рішень

З рис. 4.12 можна прийняти рішення про наявність перевищення концентрації окислів азоту у частині міста, де є розгалужена транспортна система, і про відсутність перевищення ГДК у парковій зоні та у районі суцільної житлової забудови, однак існує значна частина території, яка складає майже 14% від усієї площі області досліджень, де не можна прийняти однозначних рішень. У зв'язку з цим необхідно мінімізувати вплив або величину систематичної похибки при отриманні даних в результаті проведення вимірювальних експериментів.

Таким чином, послідовний план експерименту, запропонований на основі методики, наведеної в підрозділах 3.1 та 3.3, дозволив мінімізувати витрати на проведення експериментальних досліджень з метою побудови інтервальної моделі поля концентрацій окислів азоту для задачі контролю ГДК окислу азоту.

4.3. Програмний комплекс для реалізації та досліджень оптимальних послідовних планів для побудови та оптимізації моделей у задачах прийняття оптимальних рішень

Розроблені у другому розділі критерії оптимальності послідовних експериментів за умов інтервальних даних, призначені для побудови моделей у задачах прийняття оптимальних рішень, а також методи їх побудови, наведені у третьому розділі, досліджували та використовували для розв'язування прикладних задач із застосуванням створеного програмного забезпечення, структура якого наведена на рис. 4.13.

Усі програмні модулі, за винятком програмного модуля, призначеного для синтезу насичених I_G -оптимальних планів, реалізовано в середовищі MATHCAD. Модуль синтезу насичених I_G -оптимальних планів реалізовано в середовищі MATLAB. Лістинг цього модуля наведено в додатку Б.

Використання середовища MATHCAD дозволило створити програмне забезпечення, що включає також достатньо велику кількість прикладів, на яких перевірялась ефективність розроблених методів, і з успіхом було використане для навчальних цілей в процесі вивчення дисципліни „Моделювання систем” студентами спеціальності ПЗАС. Усі розроблені програмні модулі, призначені для побудови моделей прийняття рішень, функціонують у двох режимах: імітаційного експерименту, коли досліджується ефективність запропонованого методу та порівняння з іншими методами, та в режимі реального експерименту, коли даний модуль використовується в інтерактивному режимі для пошуку однієї точки повторного вимірювання. Для реалізації імітаційного експерименту проводиться імітація вимірювального процесу, шляхом формування випадкового вимірюваного значення критеріальної функції за рівномірним законом розподілу. Приклад програми для реалізації задачі вибору оптимального параметра статичної системи за критерієм максимуму

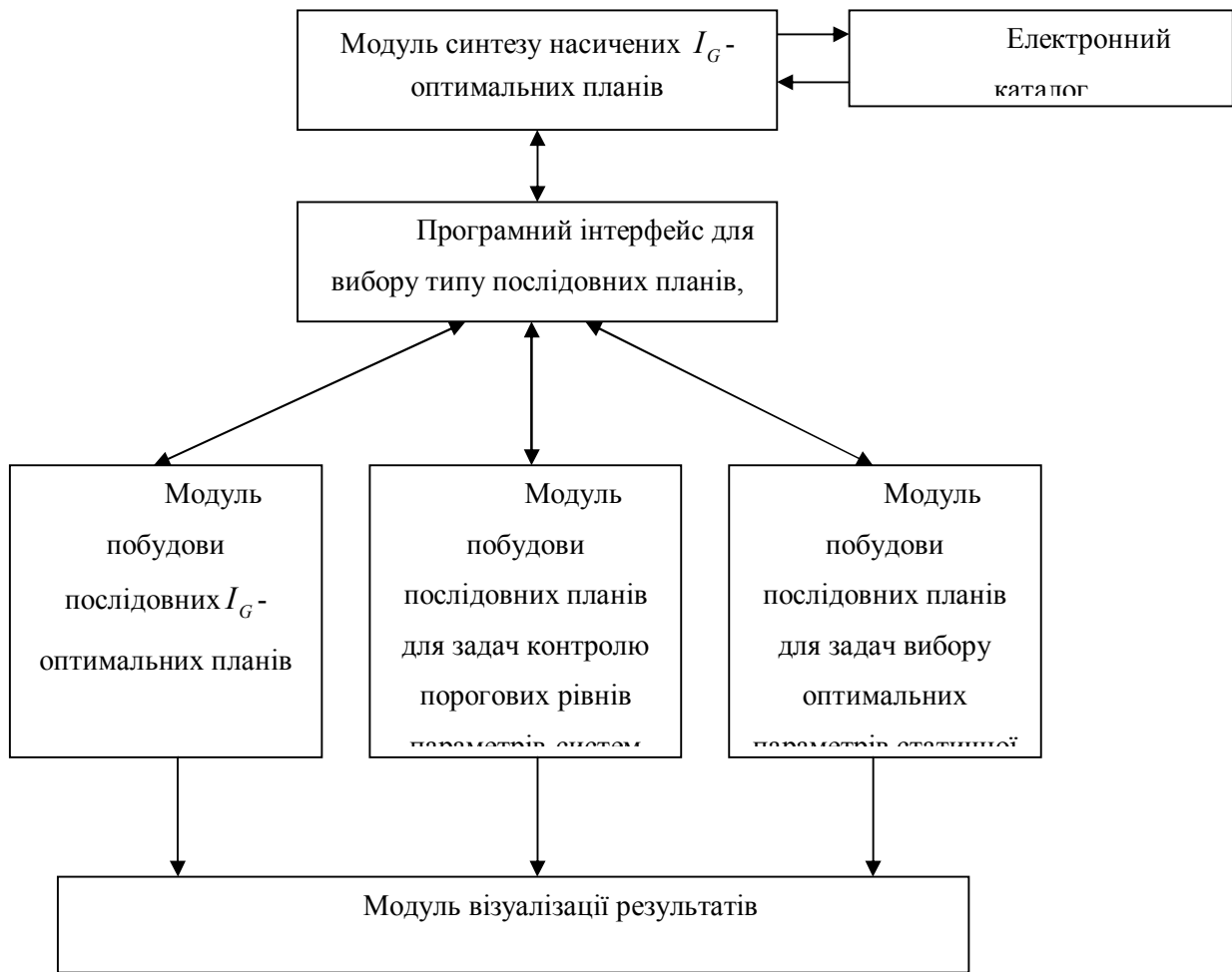


Рис.4.13. Структура програмного забезпечення для побудови моделей прийняття рішень

наведено в додатку В.

Модуль синтезу насичених I_G -оптимальних планів побудовано на основі підпрограм (тулбокса), призначених для розв'язування детермінованих задач нелінійної оптимізації. Слід зауважити, що даний програмний модуль має самостійне значення, оскільки при інтерактивній реалізації дозволяє поповнювати таблиці насичених I_G -оптимальних планів.

Для підтримки роботи даного модуля із використанням Microsoft Visual C++ було виконано електронний каталог насичених I_G -оптимальних планів та модуль побудови послідовних планів згідно розроблених методів, інтерфейсні вікна якого наведено на рис. 4.14-4.15.

The screenshot shows the 'IntModel' window with the following settings:

- Задання кількості вхідних змінних: 1
- План на: Кубі
- Вибір структури моделі: (empty dropdown)
- Результати вимірювань:
 - Задання точності рівня деталізації: 0.1
 - Межі області експерименту: $x1 = [-1.000000; 1.000000]$
- План насиченого експерименту: (empty text box)
- Тип експерименту: Імітаційний
- Побудова моделі: (button)

Рис. 4.14. Форма задання початкових параметрів експерименту

The 'Імітаційний експеримент' dialog box contains the following parameters:

- Область допустимих значень Y : $-1 \leq Y \leq 1$
- Кількість ітерацій: 100
- Бажана кількість рішень: 0
- Похибка в точках спектру: 0
- Обчислення: (button)
- Результати: (display area showing a 3D wireframe mesh of a curved surface).

Рис. 4.15. Форма задання параметрів імітаційного експерименту

У результаті роботи програми на основі таких заданих початкових даних, як кількість вхідних змінних моделі, структура моделі, області експерименту, точності рівня дискретизації та типу експерименту видається з каталогу план насиченого експерименту, який використовується для побудови інтервальної моделі, якщо користувач натисне кнопку «побудова моделі». Далі користувач, ввівши межі області допустимих значень функції y , кількість ітерацій імітаційного експерименту, похибку в експериментальних точках та достатню точність моделі для ПР, отримує інтервальну модель та, у випадку $\vec{x} \in R^{n \leq 2}$, її графічне представлення.

Розроблене в дисертаційній роботі програмне забезпечення впроваджене в навчальний процес в ТНЕУ при вивченні дисципліни „Моделювання систем” студентами напряму „комп’ютерні науки”, що засвідчено довідкою про впровадження (додаток Д).

ВИСНОВКИ ДО ЧЕТВЕРТОГО РОЗДІЛУ

1. Побудовано інтервальну модель енергетичної характеристики високочастотних магнітних підсилювачів уніфікованого ряду імпульсних джерел електроживлення на основі методу планування насиченого I_G -оптимального експерименту та виконано її оптимізацію за критерієм підвищення точності на основі послідовного I_G -оптимального експерименту. Використання методики вибору насичених I_G -оптимальних планів та методу і алгоритму побудови послідовних I_G -оптимальних планів експерименту дозволило знизити собівартість кожного джерела живлення на 12% за рахунок оптимального вибору ВМП на основі енергетичної характеристики.

2. Побудовано та оптимізовано математичну модель поля концентрацій окислів азоту, яка використовується для задачі екологічного моніторингу, на основі запропонованого методу планування послідовного експерименту, що дозволило зменшити витрати на проведення експериментальних вимірювань лабораторіями СЕС і забезпечило можливість прийняття рішення про наявність або відсутність перевищення ГДК даної речовини на досліджуваній ділянці м.Тернополя.

3. Розроблено програмний комплекс для реалізації та досліджень оптимальних послідовних планів для побудови та оптимізації моделей у задачах прийняття оптимальних рішень.

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі розв'язано важливу науково-технічну задачу створення методів планування експериментів з інтервальними даними, що оптимізують математичні моделі для задач ПР за критеріями мінімізації потужності множин рішень. Розроблені методи послідовного планування експериментів дозволяють будувати та оптимізувати математичні моделі статичних об'єктів для задач ПР на основі інтервальних даних у різних сферах, зокрема екологічного моніторингу, проектування технічних пристроїв та ін. з мінімальними витратами. Підсумуємо основні наукові результати та висновки дисертаційного дослідження:

1. Проведено аналіз методів побудови математичних моделей для задач ПР, зокрема математичних моделей критеріальних функцій, що будуються за результатами експерименту в умовах невизначеності. Показано необхідність використання методів інтервального аналізу для побудови цих моделей за умов невідомих статистичних характеристик похибок.

2. Досліджено критерії оптимальності та методи планування регресійних та інтервальних експериментів. Показано їх непридатність для побудови моделей для задач ПР. Побудовано математичні моделі критеріїв для задачі контролю порогових рівнів параметрів статичної системи та задачі вибору оптимального рішення на основі критерію мінімуму або максимуму, які спрямовані, на відміну від існуючих, на оптимізацію потужності множин рівнозначних рішень у випадку представлення експериментальних даних в інтервальному вигляді.

3. Обгрунтовано для побудови моделей критеріальних функцій для задач ПР на основі аналізу інтервальних даних використання методу еліпсоїдальної локалізації області параметрів, що дозволить представити критеріальні функції в аналітичному вигляді і зменшити обчислювальні витрати на їхню побудову.

4. Розроблено метод побудови послідовних I_G -оптимальних планів, застосування якого забезпечує вигреш в середньому 34,8%, що підтверджує

високу ефективність. При однаковій кількості спостережень запропонований метод порівняно з існуючими забезпечує меншу максимальну ширину коридору критеріальних функцій щонайменше на 9,6%.

5. Розроблено метод побудови послідовних планів для задач контролю порогових рівнів параметрів систем, застосування якого забезпечує вигреш в середньому 23,6%, що підтверджує його високу ефективність. При однаковій кількості спостережень запропонований метод порівняно з існуючими забезпечує менший об'єм області рівнозначних рішень щонайменше на 3,22%.

6. Розроблено метод побудови послідовних планів для задач вибору оптимальних параметрів системи на основі критерію мінімуму або максимуму, застосування якого забезпечує вигреш в середньому 25,6%, що підтверджує його високу ефективність. При однаковій кількості спостережень запропонований метод у порівнянні з існуючими забезпечує меншу область рівнозначних рішень щонайменше на 12,10%. Ефективність запропонованих методів побудови послідовних планів для задач ПР підтверджена результатами комп'ютерного моделювання.

7. Побудовано інтервальну модель енергетичної характеристики високочастотних магнітних підсилювачів уніфікованого ряду імпульсних джерел електроживлення на основі методу планування насиченого I_G -оптимального експерименту та виконано її оптимізацію за критерієм підвищення точності на основі послідовного I_G -оптимального експерименту. Використання методики вибору насичених I_G -оптимальних планів та методу і алгоритму побудови послідовних I_G -оптимальних планів експерименту дозволило знизити собівартість кожного джерела живлення на 12% за рахунок оптимального вибору ВМП на основі енергетичної характеристики.

8. Побудовано та оптимізовано математичну модель поля концентрацій окислів азоту, що використовується для задачі екологічного моніторингу, на основі запропонованого методу планування послідовного експерименту, що дозволило зменшити витрати на проведення експериментальних вимірювань

лабораторіями СЕС і забезпечило можливість прийняття рішення про наявність або відсутність перевищення ГДК даної речовини на досліджуваній ділянці м. Тернополя.

9. Розроблено програмний комплекс для реалізації та досліджень оптимальних послідовних планів для побудови та оптимізації моделей у задачах прийняття оптимальних рішень, а також електронний каталог I_G -оптимальних та наближених до них насичених планів експериментів, які дозволяють задавати спектри оптимальних планів для побудови моделей у задачах ПР для різних критеріальних функцій.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика. – М.: Финансы и статистика, 1983. – 471 с.
2. Алефельд Г., Херцбергер Ю. Введение в интервальные вычисления. – М.: Мир, 1987. – 360 с.
3. Архиреева И.Н., Бородюк В.П., Полванов Ф.Ю. Формирование оптимальной регрессионной структуры по данным пассивного эксперимента // Заводская лаборатория. – 1987. - №10. – С. 71 – 74.
4. Багриновский К.А., Бусыгин В.П. Математика плановых решений. - М.: Наука, 1980. – 224 с.
5. Бакан Г.М., Куссуль Н.Н. Аппроксимация пересечения четкого и нечеткого множеств в методе размытых эллипсоидов // Кибернетика и вычислительная техника.- 1995. – Вып.105. – С. 18 – 27.
6. Бакан Г.М., Куссуль Н.Н. Размытые эллипсоидальные множества в задачах нестохастического оценивания // Автоматика. – 1989. - №5. – С. 11 – 17.
7. Бакан Г.М., Куссуль Н.Н. Размытый эллипсоидальный алгоритм фильтрации состояний статического объекта // Проблемы управления и информатики.- 1996. - №5. – С. 77 – 93.
8. Бакан Г.М., Куссуль Н.Н. Теоретико-множественная идентификация линейных объектов в классе размытых эллипсоидальных множеств // Автоматика.- 1990. - №4.- С. 72 - 78.
9. Барткова Л.М., Дивак М.П. Реалізація методики вивчення комплексного впливу господарської діяльності підприємств на соціо-екологічне середовище для АТП-16127 міста Тернополя // Вісн. Тернопільського держ. техніч. ун-ту.- 1999.- Т. 4. - №4. -С.166-170.
10. Бахвалов Н.С. Численные методы. – М.: Наука, 1975. – 631 с.
11. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. - М.: Наука, 1987. – 589 с.
12. Беклемешев Д.В. Дополнительные главы линейной алгебры. – М.:

Наука, Гл. ред. физ. - мат. литер., 1983 – 336 с.

13. Бердышев С.В., Субботин Ю.М. Численные методы приближения функций. – Свердловск: Сред.-Урал. кн. изд-во, 1979. – 118 с.

14. Бестань С. Г. Методи та програмно-апаратні засоби оптимального планування експерименту при дослідженні технологічних процесів: Автореф. дис. канд. техн. наук: 01.05.02 / Харківський національний ун-т радіоелектроніки. — Харків, 2003. — 20 с.

15. Большаков В.Д. Теория ошибок наблюдений: Учебник для вузов – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Недра, 1983. – 223 с.

16. Бочков А.Ф., Воцинин А.П., Сотиров Г.Р. Интервальный анализ как альтернатива регрессионному анализу // Заводская лаборатория. – 1990. - №7. – С. 76 – 81.

17. Бочков А.Ф., Воцинин А.П., Сотиров Г.Р. Интервальный анализ как альтернатива регрессионному анализу // Планирование и автоматизация эксперимента в научных исследованиях: Тез. докл. IX Всесоюзной конф. – М.: Изд-во МЭИ, 1989. – Часть 1. – С. 35-36.

18. Брагинський О. Л. Моделі, методи та програмні засоби інформаційно-аналітичного ядра інтелектуальної системи для підтримки прийняття рішень: Автореф. дис. канд. техн. наук: 01.05.03 / Національний технічний ун-т України "Київський політехнічний ін-т". — К., 2001. — 16с.

19. Бродский В.З. Введение в факторное планирование эксперимента. – М.: Наука, 1976. – 223 с.

20. Бродский В.З., Бродский Л.И., Голикова Т.И., Никитина Е.П., Панченко Л.А. Таблицы планов эксперимента. - М.: Металлургия, 1982. – 751 с.

21. Ватолин А. А. О задачах линейного программирования с интервальными коэффициентами // Журн. вычисл. математики и матем. физики. - 1984. - Т. 24. -С. 1629-1637.

22. Вознесенский В.А., Ковальчук А.Ф. Принятие решений по статическим моделям. – М.: Статистика, 1978. – 192 с.

23. Волков Е.А. Численные методы. – М.: Наука, 1987. – 254 с.

24. Волосов В.В. Об одном способе построения эллипсоидальных оценок в задачах нестохастической фильтрации и идентификации параметров управляемых систем // Автоматика. – 1991. - № 3. – С. 24-32.

25. Волосов В.В., Калита А.С., Нижниченко Е.А. Исследование одного вида нестохастических алгоритмов идентификации с помощью прямого метода Ляпунова // Автоматика. – 1989. - № 3. – С. 34-42.

26. Воцинин А. П., Акматбеков Р. А. Оптимизация по регрессионным моделям и планирование эксперимента. - Бишкек: Илим, 1991. - 164 с.

27. Воцинин А. П. Выделение множества предпочтительных решений в задачах оптимизации в условиях неопределенности // Тр. МЭИ. – 1982. – Вып.594. – С. 51-58.

28. Воцинин А. П., Дывак М. П. Планирование оптимального насыщенного эксперимента в задачах построения интервальных моделей // Заводская лаборатория. – 1993. - №1. – С.56 – 59.

29. Воцинин А. П., Дывак М. П. Планирование эксперимента при интервальном анализе данных // Перспективы и опыт внедрения статистических методов в АСУ ТП // Тезисы докладов IV Всесоюзной конференции – Тула, 1990. – Часть 1. – С. 90-91.

30. Воцинин А. П. Метод оптимизации объектов по интервальным моделям целевой функции. – М.: МЭИ, 1987. – 47 с.

31. Воцинин А. П. О неразличимости решений и оптимальном планировании эксперимента при анализе приращений в регрессионных задачах // Заводская лаборатория, 1981. - №7. – С. 65-69.

32. Воцинин А. П. Решение задач оптимизации по интервальным оценкам критерия // Заводская лаборатория.- 1987.- №7. – С. 68 – 71.

33. Воцинин А. П., Сотиров Г. Р. Оптимизация в условиях неопределенности. – М.: МЭИ - София: Техника, 1989. – 224 с.

34. Воцинин А. П., Сотиров Г. Р. Метод оптимизации объектов в условиях неопределенности целевой функции // Перспективы и опыт внедрения статистических методов в АСУ ТП // Тезисы докладов III

Всесоюзной конференции – Тула, 1987. – С. 28-29.

35. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. - Москва: Наука, 1967. – 575 с.

36. Глазунов А.В., Лapidус В.А. Оптимальное планирование эксперимента при гарантированном подходе в нестатистических моделях // Испытания, контроль и техническая диагностика в процессах разработки и постановки изделий на производство // Тезисы докладов науч.-техн. конференции - Горький. – 1988. – С.158-160.

37. Глонь О.В., Дубовой В.М. Моделювання систем керування в умовах невизначеностей. - Вінниця: УНІВЕРСУМ – Вінниця, 2004. – 169с.

38. Говор В.И. Разработка программных средств автоматизации картографирования: В сб.: Автоматизация исследований и анализ географических данных. – Владивосток, 1985. – С.92-100.

39. Горский В.Г., Адлер Ю.П., Талалай А.П. Планирование промышленных экспериментов. - М.: Металлургия, 1978. - 122 с.

40. Горстко А.Б. Познакомьтесь с математическим моделированием. – М.: Знание, 1991. – 160с.

41. Грановский В.Г., Сирая Т.Н. Методы обработки экспериментальных данных при измерениях. - Ленинград: Энергоатомиздат, 1990. – 288 с.

42. Демиденко Е.З. Линейная и нелинейная регрессии. – М.: Финансы и статистика, 1981. – 302 с.

43. Демківський О. Б. Система підтримки прийняття рішень при моделюванні та прогнозуванні фінансово-економічних показників: Автореф. дис. канд. техн. наук: 05.13.06 / Національний технічний ун-т України "Київський політехнічний ін-т". — К., 2003. — 22 с.

44. Дивак М.П. Аналіз точності лінійної інтервальної моделі в задачах статичної ідентифікації // Вісн. ДУ “Львівська політехніка”. Автоматика, вимірювання та керування. - 1999.- № 366. - С. 31-35

45. Дивак М.П. Використання властивостей інтервальних моделей у задачах послідовного планування оптимальних експериментів // Вісн. НУ “Львівська політехніка”. Електроенергетичні та електромеханічні системи.-

2001. - № 418. - С. 53-58.

46. Дивак М.П. Використання насиченого експерименту для оцінювання параметрів інтервальної моделі при аналізі інтервальних даних // Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы. - 1999. - №2(5).- С.33-36.

47. Дивак М.П. Властивості інтервальних моделей при інтервальній формі їх параметрів // Сб. науч. тр. международного науч.-учеб. центра информ. технологий и систем, науч. совет НАН Украины по пробл. “Кибернетика”. Моделирование и управление состоянием эколого-экономических систем региона. – К., 2001. - С.58-63.

48. Дивак М.П., Гладій Г.М, Волощук С. В. Проектування інтервальних моделей соціально-екологічних систем на основі нечітких даних // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах: Зб. наук. праць. - 2002. – Вип. 9. – С. 130 – 135.

49. Дивак М.П. Допустиме оцінювання множини параметрів статичної системи в класі багатомірних еліпсоїдів // Комп'ютинг. – 2002. – Том 1. - №1. – С.108-114.

50. Дивак М.П. Інтервальні методи компресії картографічної інформації // Тез. доп. міжн. наук. – техн. конф., присвяченої 150- річчю від дня народження видатного українського фізика і електротехніка І. Пулюя. – Тернопіль: ТПІ. - 1995р. - С. 78- 79.

51. Дивак М.П., Крамар О.В. Алгоритм наближення області параметрів інтервальної моделі в задачах лінійної ідентифікації // Вісн. Тернопільської акад. нар. господарства. - 2000.- №10.- С.98-103.

52. Дивак М.П. Метод локалізації гарантованих оцінок в задачах параметричної ідентифікації // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2000. - №4.-С.12 - 17.

53. Дивак М.П. Обчислювальні аспекти методів локалізації розв'язків задач параметричного оцінювання в умовах обмежених похибок // Відбір та обробка інформації. - 2002. - №16 (92). - С. 43-47.

54. Дывак Н.П. Планирование I_G - и I_E - оптимальных экспериментов в задачах идентификации интервальных моделей // Проблемы управления и информатики. - 2001. - №2. - С.42-49.

55. Дывак М.П. Побудова інтервальної моделі для прогнозування кількості захворювань в системі екологічного контролю м. Тернопіль // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2001. - №3.- С.177-183.

56. Дывак М.П. Послідовне планування експерименту при локалізації області параметрів інтервальної моделі // Доп. спільної українсько - польської школи – семінару “Актуальні проблеми теоретичної електротехніки: наука і дидактика”. - Алушта, 2001. - С.20-22.

57. Дывак М.П., Пукас А.В. Таблиці оптимальних планів експерименту у випадку локалізації області параметрів інтервальної моделі // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. - 2002.-№2. - С.181-190.

58. Дывак М.П., Пукас А.В. Послідовне планування I_G -оптимальних експериментів для побудови інтервальных моделей статичних систем // Наукові космічні дослідження: Школа-семінар для молодих науковців: Матеріали виступів. – К.: ІВЦ "Видавництво "Політехніка"", 2004.- С. 50-51.

59. Дывак М.П., Пукас А.В., Манжула В.І. Оцінка ефективності застосування оптимальних локалізаційних планів при побудові інтервальных моделей статичних систем // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах: Тези ІХ науково-техн. конф. - Хмельницький: ТУП, 2003. - С.8.

60. Дывак М.П., Пукас А.В., Сапожник Г.В. Оптимальна адаптивна процедура прийняття рішень на основі інтервальных моделей // Відбір і обробка інформації. – 2006.-№100.-С.15-21.

61. Дывак М.П., Пукас А.В., Шпінталь М.Я. Послідовне планування експериментів для побудови інтервальных моделей прийняття рішень // Вісник НУ «Львівська політехніка». Радіоелектроніка та телекомунікації. –2005. –

№534.-С.138-147.

62. Дывак М.П., Пукас А.В., Яськів В.І. Планування оптимального експерименту для побудови інтервальної моделі енергетичної характеристики високочастотних магнітних підсилювачів імпульсних джерел живлення // Вісник Тернопільського державного технічного університету.-Тернопіль, 2006, Том 11, № 3. – С. 169 – 177.

63. Добронец Б. С., Шайдуров В. В. Двусторонние численные методы. - Новосибирск: Наука, 1990. – 208 с.

64. Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. В 2- х кн. – М.: Финансы и статистика, 1986. кн. 1. – 355с., кн. 2. –349 с.

65. Дывак Н.П. Интервальные модели ошибок в прикладных задачах // Актуальные проблемы прикладной математики: Материалы Всесоюз. конф. – Ч. 1.- Саратов: Государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, 1991. – С. 70-75.

66. Дывак Н.П. Оптимальное планирование эксперимента в случае локализации области параметров интервальной модели // Кибернетика и вычислительная техника. - 2001. - Вып. 132. - С.39-47.

67. Дывак Н.П., Пукас А.В. Последовательное планирование I_G -оптимальных экспериментов для построения интервальных моделей статических систем // Проблемы управления и информатики. - 2004. - №5. С.31-38.

68. Ермаков С.М., Жиглявский А.А. Математическая теория оптимального эксперимента. – М.: Наука, 1987. – 319 с.

69. Закалик Л.І., Ткачук Р.А. Основи мікроелектроніки: Навч. посібник. – Тернопіль: ТДТУ ім. І. Пулюя, 1998. – 352 с.

70. Захаров А.В., Шокин Ю.И. Синтез систем управления при интервальной неопределённости параметров их математических моделей // Докл. АН СССР. – 1988. - Т. 299 - №2. - С. 292-295.

71. Иванов В.В. Методы вычисления на ЭВМ. – К.: Наукова думка, 1986. – 582 с.

72. Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. – М.: Мир, 1971.
73. Калмыков С. А., Шокин Ю. И., Юлдашев З. Х. Методы интервального анализа. - Новосибирск: Наука, 1986. – 222с.
74. Канторович Л.В. О некоторых новых подходах к вычислительным методам и обработке наблюдений // Сиб. математ. журнал. - 1962. - Т. 3 - №5. - С. 701-709.
75. Кибалко І. І. Моделі систем підтримки прийняття рішень в управлінні виробництвом на основі теорії нечітких множин: Автореф. дис. канд. техн. наук: 05.13.06 / Херсонський держ. технічний ун-т. — Херсон, 1999. — 18с.
76. Киселев О.Н., Поляк Б.Т. Эллипсоидальное оценивание по обобщенному критерию // Автоматика и телемеханика. – 1991. - № 9. – С. 133-145.
77. Киселев О.Н., Яковлев А.Ф. О представлении картографической информации в ЭВМ. – М.: ВЦ АН СССР, 1979. – 123 с.
78. Клыков Ю.И., Горьков Л.Н. Банки данных для принятия решений. - М.: Сов.радио. 1980. – 208 с.
79. Корноушенко Е.К. Интервальные по координатным оценки для множества достижимых состояний линейной стационарной системы // Автоматика и Телемеханика. – 1980. - Ч.1. - №5. С. 12-22.
80. Кривошейкин А.В. Точность параметров и настройка аналоговых радиоэлектронных цепей. - М.: Радио и связь, 1983. 136 с.
81. Кузнецов В.П. Интервальные статистические модели. – М.: Радио и связь, 1991. – 352 с.
82. Лазарев Ю.В. Початки програмування у середовищі MATLAB: Навч. посібник. – К.: Корнійчук, 1999. – 160с.
83. Лебедев А.Н. Моделирование в научно-технических исследованиях. – М.: Радио и связь, 1989. – 224с.
84. Леган Э. Проверка статистических гипотез. – М.: Наука, 1979. – 258с.
85. Лецкий Э.К. Планирование испытаний технических объектов // Сб. тр. Вопросы кибернетики. Планирование и автоматизация эксперимента в

научных исследованиях. – М., 1982. – С. 62 – 76.

86. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений. – М.: Физ. мат. изд., 1962. – 187 с.

87. Литвак Б.Г. Экспертные оценки и принятие решений. – М.: Патент, 1996. – 271 с.

88. Литвин І.С., Дивак М.П., Гладій Г.М. Інформаційно-картографічна система контролю екологічної ситуації // Тез. доп. 1 Української конференції з автоматичного керування “Автоматика 94”. – К.: - 1994.

89. Лоева И. Д. Статистические методы анализа, прогноза и оптимального планирования уровня загрязнения атмосферы большого города: Автореф. дис. д-ра геогр. наук: 11.00.09 / Ленинградский гидрометеорологический ин-т. — СПб., 1992. — 41с.

90. Математическая теория планирования эксперимента / Под ред. С.М.Ермакова. - М.: Наука, 1983. – 392 с.

91. Мессарович М., Такахара Я. Общая теория систем: Математические основы. – М.: Мир, 1978. – 311 с.

92. Налимов В.В. Теория эксперимента. М.: Наука, 1971. – 207с.

93. Науман Э. Принять решение – но как? Пер. с нем. – М.: Мир, 1987. – 198 с.

94. Недашковський М.О. Збалансовані обчислення для задач лінійної алгебри в комп'ютерних мережах // Вісн. Тернопільської акад. нар. господ. - 2000. - №10.- С. 9-14.

95. Орлов А.И. Задачи оптимизации и нечеткие переменные. – М.: Знание, 1980. - 64 с.

96. Орлов А.И. Теория принятия решений // Учебное пособие. – М.: Экзамен, 2005. – 656 с.

97. Пакеты прикладных программ. Программное обеспечение вычислительного эксперимента. – М.: Наука, 1987. – 150 с.

98. Пакеты прикладних програм: математическе моделювання / АН СРСР. – М.: Наука, 1989. – 128с.

99. Потемкин В.Г. Система MATLAB: Справ. пособие. – М.: Диалог-

МИФИ, 1997. – 350 с.

100. Потемкин В.Г. Система инженерных и научных расчетов MATLAB 5.x: В 2-х т. – М.: Диалог-МИФИ, 1999. – Т.1. - 366 с.; Т.2. - 304 с.

101. Программное оборудование и вопросы принятия решений: Сб. трудов / Под ред. Л.Н. Королева, П.С. Краснощекова. – М.: Из-во МГУ, 1989. – 244с.

102. Прокопенко Р. В. Моделювання слабоструктурованих задач в системах підтримки прийняття рішень: Автореф. дис. канд. екон. наук: 08.03.02 / Донецький національний ун-т. — Донецьк, 2003. — 16с.

103. Райбман Н.С., Чадеев В.М. Построение моделей производства. – Л.: Энергия, 1975. – 375 с.

104. Сеньо П.С., Дивак М.П., Гладій Г.М., Венгерський П.С. Інтервальні моделі в медико - екологічному прогнозуванні // Вісн. Львівського державного університету. Задачі та методи прикладної математики. – 1995.- Вип. 41. – С.105- 108.

105. Сильвестров Д.С. и др. Пакеты прикладных программ статистического анализа / Д.С. Сильвестров, Н.А. Семенов, В.В. Марищук. – К.: Техника, 1990. – 173с.

106. Ситник В.Ф. Системи підтримки прийняття рішень. – К.: КНЕУ, 2004. – 425 с.

107. Справочник по типовым программам моделирования / А.Г. Ивахненко, Ю.В. Коппа, В.С. Степашко и др. / Под ред. А.Г. Ивахненко. – К.: Техника, 1980. – 150с.

108. Спьяк Г. І. Розробка систем планування на основі використання експертних систем (на прикладі системи планування Міністерства освіти України): Дис. канд. екон. наук: 05.13.16 / Тернопільський ін-т народного господарства. — Тернопіль, 1993. — 183с.

109. Статистические методы и методы оптимизации в условиях неопределенности // Вопросы кибернетики. Планирование эксперимента и оптимизация в системах управления // Под. ред. Воцинина А.П., Круга Г.К.. – М.: АН СССР. - 1981. – С. 32-57.

110. Степанюк В.В. Методи математичного програмування. – К.: Вища шк., 1977. - 272 с.
111. Таблицы планов эксперимента / Бродский В.З., Бродский Л.И., Голикова Т.И. и др. - М.: Металлургия, 1982. – 751 с.
112. Теория выбора принятия решений : Учеб. пособие для вузов по спец. «Прикл. математика», «Экон. кибернетика» / И.М. Макаров, Т.М. Виноградская, А.А. Рубчинский, В.Б. Соколов. – М.: Наука, 1982. – 327с.
113. Теория моделей в процессах управления: Информационные и термодинамические аспекты. – М.: Наука, 1978. – 222с.
114. Теория прогнозирования принятия решений / Под ред. С.А. Саркисяна – М.: Высш. школа, 1977. – 351с.
115. Теория сложности вычислений. 4: Сборник работ / Под ред. Д.Ю. Григорьева. – Ленинград: Наука, 1989. – 154с.
116. Томашевський В.М. Моделювання систем. – К.: Видавнича група ВНУ, 2005. – 352 с.
117. Удовіченко Л. В. Моделі та алгоритми планування і управління в організаційно-технічних системах в умовах невизначеності: Автореф. дис. канд. техн. наук: 05.13.06 – Херсонський держ. техн. ун-т. Херсон, 1997. – 22с.
118. Федоров В.В. Теория оптимального эксперимента. – М.: Наука, 1971.- 312 с.
119. Хартман К., Лецкий Э.К., Шефер В. Планирование эксперимента в исследовании технологических процессов. – М.: Мир, 1977. – 552 с.
120. Черноусько Ф.Л., Оптимальные гарантированные оценки неопределенностей с помощью эллипсоидов // Изв. АН СССР. Техн. киберн. – 1980. - №3. - С. 3 – 11.
121. Шарый С.П. Интервальный анализ: прошлое, настоящее и будущее // Наука в Сибири. - 1997. - №41 (2127). - С. 3.
122. Шокин Ю.И. Интервальный анализ. – Новосибирск: Наука, 1981. – 116 с.
123. Яковлев А.Г. Интервальные вычисления – предмет исследований и

полезный инструмент // Интервальные вычисления. – 1991. - №1. - С. 10 – 26.

124. Яськів В.І. Математична модель імпульсного стабілізатора напруги на магнітних ключах // “Технічна електродинаміка”, №6, 2002 р., с. 20-22.

125. Яськів В.І. Нові методи проектування імпульсних джерел вторинного електроживлення засобів комп’ютерної техніки // “Теоретична електротехніка” Збірник наукових праць Випуск 56, Львівський національний університет імені Івана Франка, 2002.- С. 135-141.

126. Aubin J.-P., Frankowska H. Set-Valued Analysis. - Boston: Birkhauser, 1990.

127. Bartkova L., Hladij G., Dywak M., Kogut P. Badanie i regulacja kompleksowego wpływu gospodarczej działalności przedsiębiorstw na środowisko socjoekologiczne // V krajowa konf. "Modelowanie cybernetyczne systemow biologicznych".- Krakow: 2000. -P. 139 - 141.

128. Design of experiments and data analysis: New trends and results / Letzky E.K., Voshinin A.P., Dyvak N.P., Simoff S.J., Orlov A.I., Gorsky V.G., Nikitina E.P., Nosov V.N. / Edited by E.K. Letzky. – Moscow.: ANTAL., 1993 – 192p.

129. Dyvak M., Hladij G. Application interval methods in static identification of the medical and ecological conditions of on average industrial city // Ref. IV krajowa konf. “Modelowanie Systemow Biologicznych”.- Krakow: 1995. -P. 95-99.

130. Dyvak M., Hladij G., Dnistrian S. The geographic information systems for control of medical and ecological conditions of on average industrial city // Materiały 8 krajowa konf. naukowa “Uniwersalność cybernetyki” .- T.1.- Krakow: 1996.-P.3-4.

131. Dyvak M., Hladij G., Zhang D. Identification socio - ecological system and design of interval model on the basis fuzzy – data // Abstracts 2nd IMACS International Multiconference CESA’98 “Computational engineering in systems applications”. – Tunisia: 1998. P.234.

132. Dyvak M., Pukas A. Identification of the static system interval models by application of optimal localization experiment // The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics: Proceedings of the VII international conference.-Lviv-Slavske: National University „Lviv Polytechnic”, 2003. - P. 180-184.

133. Dyvak M., Pukas A. Design of experiment for tasks of the ecological monitoring systems // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science. Proceedings of the VI International Conference TCSET'2004. - Lviv-Slavsko: National University „Lviv Polytechnic”, 2004.-P.67-69.

134. Dyvak M., Pukas A. Serial planning of I_G -optimal experiments for constructing interval models of static systems // Journal of Automation and Information Sciences. – 2004. - vol.36. - issue 9. P. 23-28.

135. Dyvak M., Pukas A. Design of experiments for creation of interval model of decision support systems // The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics: Proceedings of the VIII International Conference.- Lviv-Polyana, Ukraine: National University „Lviv Polytechnic”, 2005. - P.318-321.

136. Dyvak M., Pukas A. Optimum interactive procedure of decision support based on unimodal interval models of criterion // International Symposium on Theoretical Electrical Engineering: Proceedings of the XIII International Symposium ISTET'05, Lviv, Ukraine: National University „Lviv Polytechnic”, 2005.- P.259-263.

137. Dyvak M., Pukas A. Criterion of design of experiments for tasks of decision support interval model creation // Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications: Proceedings of the III International Workshop.-Sofia, Bulgaria, 5-7 September 2005, P.495-497.

138. Dyvak M., Pukas A. Estimation of efficiency of adaptive procedure of creation of interval models for decisions support // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science. Proceedings of the VII International Conference TCSET'2006.- Lviv-Slavsko: National University „Lviv Polytechnic”, 2006. - P. 173-175.

139. Dyvak M., Pukas A., Mangula V. Estimation efficiency of optimal localization designs for interval models synthesis // Computational problems of electrical engineering. Proceedings of the Vth international workshop. - Jazleevets, 2003, - P. 86-88.

140. Dyvak M., Pukas A., Yaskiv V., Gurnik O. Interval model of power characteristic of high-frequency magnetic amplifier of pulse power supplies //

Computational problems of electrical engineering. Proceedings of the Vth international workshop. - Odessa, 2006, - P. 22-25.

141. Hadjihassan S., Walter E., Pronzato L. Quality improvement via optimization of tolerance intervals during the design stage // Applications of Interval Computations / Kearfott R. B., Kreinovich V., eds. - Dordrecht: Kluwer, 1996. - P.91-131.

142. Hansen E. R. Global optimization using interval analysis — the multidimensional case // Numerische Mathematik. - 1980. - Vol. 34, №3. - P. 247-270.

143. Hansen E. R. Global optimization using interval analysis — the one-dimensional case // Journal of Optimization Theory and Applications. - 1979. - Vol. 29. - P. 331-344.

144. K. Harada, T. Nabeshima. Applications of magnetic amplifiers to high-frequency dc-to-dc converters. Proc. of the IEEE, 1988, vol. 76, N. 4, p. 355-361.

145. Moore R.E. Interval Analysis. - Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1966. - 145 p.

146. Moore R.E. Methods and Applications of Interval Analysis. - SIAM, Philadelphia, 1979 – 190 p.

147. Ratschek H. Inclusion functions and global optimization // Mathematical Programming. - 1985. - Vol. 33. - P. 300-317.

148. Rohn J. Input-output model with interval data // Econometrica. - 1980. - Vol. 48.- P. 767-769.

149. Walter E., Pronzato L. Identification of parametric model from experimental data. - London, Berlin, Heidelberg, New York, Paris, Tokyo: Springer, 1997. – 413 p.

Додаток А

Таблиця А.1 - Характеристики оптимальних планів локалізаційного експерименту на кулі

№ плану	n	m	N	Матриці планів	Тип моделі	Особливості плану
1	2	2	2	Ортогональна (2*2)	II	I_G - оптимальний
2	3	3	3	Ортогональна (3*3)	II	I_G - оптимальний
3	4	4	4	Ортогональна (4*4)	II	I_G - оптимальний
4	5	5	5	Ортогональна (5*5)	II	I_G - оптимальний
5	6	6	6	Ортогональна (6*6)	II	I_G - оптимальний
6	7	7	7	Ортогональна (7*7)	II	I_G - оптимальний
7	8	8	8	Ортогональна (8*8)	II	I_G - оптимальний
8	9	9	9	Ортогональна (9*9)	II	I_G - оптимальний
9	10	10	10	Ортогональна (10*10)	II	I_G - оптимальний

Таблиця А.2 – Характеристики оптимальних планів локалізаційного експерименту на кубі

№ плану	n	m	N	Матриці планів	Тип моделі	Особливості плану
10	2	2	2	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$	II	Наближений I_G -оптимальний
11	3	3	3	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$	II	Наближений I_G -оптимальний
12	4	4	4	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	II	Наближений I_G -оптимальний
13	5	5	5	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	II	Наближений I_G -оптимальний
14	6	6	6	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	II	Наближений I_G -оптимальний
15	7	7	7	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$	II	Наближений I_G -оптимальний
16	8	8	8	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$	II	Наближений I_G -оптимальний

№ плану	n	m	N	Матриці планів	Тип моделі	Особливості плану
17	9	9	9	$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	II	Наближений I_G -оптимальний
18	3	7	7	$\begin{pmatrix} 0,999 & 0,999 & 0,533 \\ -0,533 & 0,999 & -0,999 \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 0,999 & 0,533 & -0,999 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	III	Наближений I_G -оптимальний
19	3	7	7	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0,528 \\ -0,528 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & -0,528 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	III	Наближений I_G -оптимальний
20	2	5	5	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -0,227 & 1 \\ -1 & 0,227 \\ -1 & -1 \\ 0,386 & -0,386 \end{pmatrix}$	IV	Наближений I_G -оптимальний
21	2	5	5	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -0,215 & 1 \\ -1 & 0,218 \\ 0,985 & -1 \\ 0,25 & -0,25 \end{pmatrix}$	IV	Наближений I_G -оптимальний
22	2	5	5	$\begin{pmatrix} 1 & 0,833 \\ -0,162 & 1 \\ -1 & 0,163 \\ -0,833 & -1 \\ 0,044 & -0,044 \end{pmatrix}$	IV	Наближений I_G -оптимальний

№ плану	n	m	N	Матриці планів	Тип моделі	Особливості плану
23	1	3	3	$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$	IV, V	Наближений I_G -оптимальний
24	2	6	6	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ -1 & -1 \\ 0,4 & -1 \\ 1 & -0,4 \\ -0,099 & 0,099 \end{pmatrix}$	V	Наближений I_G -оптимальний
25	3	10	10	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 0,3 & -1 & 1 \\ -1 & 0,3 & 1 \\ -1 & -1 & -0,3 \\ -0,2 & 1 & 0,2 \\ -0,2 & -0,2 & -1 \\ 1 & 0,2 & 0,2 \end{pmatrix}$	V	Наближений I_G -оптимальний
26	4	15	15	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & -1 \\ -0,25 & 1 & 0,25 & -0,25 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & -0,25 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -0,5 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -0,25 & 1 & 0 \\ -1 & -0,25 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \\ -0,5 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0,5 & 1 \end{pmatrix}$	V	Наближений I_G -оптимальний

Додаток Б

Лістинги програм, виконаних в середовищі MATLAB, для синтезу
 I_G -оптимальних насичених планів

```
function f=M_Id(e,q)
d=1;
for i=1:length(q)
    d=d*(16/(q(i)+1)^2+8*(q(i)-1)/((q(i)+2)*(q(i)+1)^2));
end
f=det(inv(e*e.'))*d;

function f=M_Ie(xx,v)
m=length(v);
for i=1:m
    n(i)=8*(v(i)-1)/((v(i)+2)*(v(i)+1)^2);
end

for i=0:2^(m-1)-1
    b=dec2bin(i,m);
    for j=1:m
        if b(j)=='0'
            a(j)=-4/(v(j)+1);
        else
            a(j)=4/(v(j)+1);
        end
    end
    r(i+1)=a*inv(xx*xx.').*a.' ;
end
f=max(r)+(diag(inv(xx*xx.')).'*n.');
```

```
function f=opti(x)
xx=[ 1.0000 1.0000 1.0000 0.5275 1.0000 0.5275
0.5275
1.000 -0.5275 1.0000 -1.000 -0.5275 0.5275 -1.00
1.000 -1.0000 -1.0000 1.000 1.0000 -1.0000 -1.00
1.000 -1.0000 -1.0000 -1.000 1.0000 1.0000 1.00
1.000 1.0000 -0.5275 -1.000 -0.5275 -1.0000 0.5275
1.000 1.0000 -1.0000 1.000 -1.0000 1.0000 -1.00
1.000 -1.0000 1.0000 1.000 -1.0000 -1.0000 1.00];
m=length(x);
for i=1:m
    n(i)=16/(x(i)+1)^2+8*(x(i)-1)/((x(i)+2)*(x(i)+1)^2);
end
f=2^(m-1)*(diag(inv(xx*xx.')).'*n.');
```

```

clc;
Aeq=[0 0 0 0 0 0 ...
      0 0 0 0 0 0 ...
      0 0 0 0 0 0 ...
      0 0 0 0 0 0 ...
      0 0 0 0 0 0 ...
      0 0 0 0 0 0 ...
      1 1 1 1 1 1 ];
beq =[6];

lb=[1 -1 -1 -1 -1 -1 ...
     1 -1 -1 -1 -1 -1 ...
     1 -1 -1 -1 -1 -1 ...
     1 -1 -1 -1 -1 -1 ...
     1 -1 -1 -1 -1 -1 ...
     1 -1 -1 -1 -1 -1 ...
     1 1 1 1 1 1];

ub=[1 1 1 1 1 1 ...
     1 1 1 1 1 1 ...
     1 1 1 1 1 1 ...
     1 1 1 1 1 1 ...
     1 1 1 1 1 1 ...
     1 1 1 1 1 1 ...
     5 5 5 5 5 5];
x0 =[ 4 4 4 2 ];
options = optimset('LargeScale','off');

[x,fval,exitflag,output] =
fmincon(@M_Ia,x0,[],[],Aeq,beq,lb,ub,@confun6,options )
function d=delta(x)
F=[ 1.0000    0.5000    0.8000    0.2500    0.6400
    1.0000   -0.3000    0.2      0.0900    0.04
    1.0000    0.4      -0.700   0.16     0.49
    1.0000   -0.200   -0.3     0.0400   0.090
    1.0000    0.0      0.0     0.0     0.0];
v(1)=1;
v(2)=x(1);
v(3)=x(2);
v(4)=x(1)^2;
v(5)=x(2)^2;
d=2*sqrt((v*inv(F.*F)*v.)*5);

```

```
function [c, ceq] = confun(x)
c = [];
ceq = [x(4)-x(2)^2;
      x(10)-x(8)^2;
      x(16)-x(14)^2;
      x(22)-x(20)^2;
      x(28)-x(26)^2;
      x(34)-x(32)^2;
      x(5)-x(3)^2;
      x(11)-x(9)^2;
      x(17)-x(15)^2;
      x(23)-x(21)^2;
      x(29)-x(27)^2;
      x(35)-x(33)^2;
      x(6)-x(2)*x(3);
      x(12)-x(8)*x(9);
      x(18)-x(14)*x(15);
      x(24)-x(20)*x(21);
      x(30)-x(26)*x(27);
      x(36)-x(32)*x(33)];
```

Додаток В

Приклад програми в середовищі Mathcad для реалізації методу послідовного планування експерименту

Ініціалізація змінних

Матриця IG-оптимального плану

$$x_Ig := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -0.227 & 1 \\ -1 & 0.227 \\ -1 & -1 \\ 0.386 & -0.386 \end{pmatrix}$$

Кількість спостережень в насиченому плані

$sz_dsgn := rows(x_Ig)$

$ind_sz_dsgn := 0..sz_dsgn - 1$

Структура моделі

$y(x_1, x_2, b) := b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_1^2 + b_4 \cdot x_2^2$

Область допустимих значень X

$low := -1 \quad high := 1 \quad step := 0.1$

Генерування вибірки випадкових чисел згідно рівномірного закону розподілу

$Rand_unif := runif(it, -delta, delta)$

Обчислення вектора параметрів b для початкової моделі

$b_0 := FO \cdot Y_0$

Вектор базових функцій

$$f_i(x_1, x_2) := \begin{pmatrix} 1 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_1^2 \\ x_2^2 \end{pmatrix}$$

Матриця базових функцій

$$F := \begin{bmatrix} 1 & x_Ig_{0,0} & x_Ig_{0,1} & (x_Ig_{0,0})^2 & (x_Ig_{0,1})^2 \\ 1 & x_Ig_{1,0} & x_Ig_{1,1} & (x_Ig_{1,0})^2 & (x_Ig_{1,1})^2 \\ 1 & x_Ig_{2,0} & x_Ig_{2,1} & (x_Ig_{2,0})^2 & (x_Ig_{2,1})^2 \\ 1 & x_Ig_{3,0} & x_Ig_{3,1} & (x_Ig_{3,0})^2 & (x_Ig_{3,1})^2 \\ 1 & x_Ig_{4,0} & x_Ig_{4,1} & (x_Ig_{4,0})^2 & (x_Ig_{4,1})^2 \end{bmatrix}$$

Область допустимих значень Y

$min_Y := 1 \quad max_Y := 9 \quad it := 20000$

Генерування по рівномірному закону значень вихідної величини в діапазоні min_Y..max_Y

$Y_0 := runif(sz_dsgn, min_Y, max_Y)$

Бажана кількість рішень у моделі прийняття рішень

$Decis := 25$

Діагональна матриця похибок в точках вимірювань

$$E_0 := delta \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Розмір вибірки

Похибка в точках спектру

$delta := 1$

Результати експерименту у точках послідовного плану

$$Y_R := \begin{pmatrix} 9 \\ 7.5 \\ 5 \\ 6 \\ 7.8 \\ 7.1 \\ 1.23 \\ 3.2 \\ 3.4 \\ 1.8 \end{pmatrix}$$

Спосіб додавання нового спостереження до матриці спостережень Y_R

$Y_R_{10,0} := 9.01$

Кількість проведених повторних спостережень

$N := rows(Y_R)$

Функція визначення максимуму нижньої межі коридору та його координат

Вхідні параметри: діагональна матриця похибок; вектор параметрів моделі; нижня та верхня межі області зміни параметрів x1; нижня та верхня межі області зміни параметрів x2.

Вихідні параметри: максимум нижньої межі коридору

```
max_y(_E, v_b, x1_l, x1_h, x2_l, x2_h) :=
    max ← 0
    for x1 ∈ x1_l, x1_l + step .. x1_h
        for x2 ∈ x2_l, x2_l + step .. x2_h
            dlt ← √ [ f_i(x1, x2)^T · [ FT · ( _E^-1 · _E^-1 ) · F ]^-1 · f_i(x1, x2) · sz_dsgn ]_0
            Y_mid ← ( f_i(x1, x2)^T · v_b )_0
            Y_floor ← Y_mid - dlt
            max ← Y_floor if max < Y_floor
    max
```

Функція визначення об'єму області рівнозначних рішень та її меж

Вхідні параметри: максимум нижньої межі коридору; діагональна матриця похибок; вектор параметрів моделі; нижня та верхня межі області зміни параметрів x_1 ; нижня та верхня межі області зміни параметрів x_2

Вихідні параметри: об'єм області рівнозначних рішень; нижня та верхня межі області зміни параметрів x_1 ; нижня та верхня межі області зміни параметрів x_2

```

Square(maxy, _E, _b, x1_l, x1_h, x2_l, x2_h) :=
  volume ← 0
  m ← sz_dsgn
  x1_s ← x1_h
  x1_e ← x1_l
  x2_s ← x2_h
  x2_e ← x2_l
  for x1 ∈ x1_l, x1_l + step .. x1_h
    for x2 ∈ x2_l, x2_l + step .. x2_h
      dlt ←  $\sqrt{[f_i(x_1, x_2)^T \cdot [F^T \cdot (E^{-1} \cdot E^{-1}) \cdot F]^{-1} \cdot f_i(x_1, x_2) \cdot m]_0}$ 
      Y_mid ←  $(f_i(x_1, x_2)^T \cdot _b)_0$ 
      Y_ceil ← Y_mid + dlt
      if maxy ≤ Y_ceil
        volume ← volume + 1
        x1_s ← x1 if x1_s > x1
        x2_s ← x2 if x2_s > x2
        x1_e ← x1 if x1_e < x1
        x2_e ← x2 if x2_e < x2
  x1_l ← x1_s
  x2_l ← x2_s
  x1_h ← x1_e
  x2_h ← x2_e
  (
    volume
    x1_l
    x1_h
    x2_l
    x2_h
  )

```

Функція визначення номера точки наступного спостереження в насиченому плані

Вхідні параметри: діагональна матриця похибок; вектор параметрів моделі; об'єм області рівнозначних рішень та її меж

- - -

```

Next_Point (_E, _b, _sq) :=
  max_reac_pts ← _sq 0
  for c ∈ ind_sz_dsgn
    E_ch ← _E
    E_chc,c ← _Ec,c · 0.95
    max_y_low ← max_y(E_ch, _b, _sq 1, _sq 2, _sq 3, _sq 4)
    reac_ptsc ← Square(max_y_low, E_ch, _b, _sq 1, _sq 2, _sq 3, _sq 4)
    if reac_ptsc < max_reac_pts
      max_reac_pts ← reac_ptsc
      ind_change ← c
  cnt ← 0
  for c ∈ ind_sz_dsgn
    if max_reac_pts = reac_ptsc
      indexcnt ← c
      cnt ← cnt + 1
  if cnt > 1
    mx ← _Eindex0, index0
    for i ∈ 1..cnt - 1
      if _Eindexi, indexi > mx
        mx ← _Eindexi, indexi
        ind_change ← indexi
  ind_change

```

Функція визначення ширини результуючого перетину інтервалів

Вхідні параметри: ; новий інтервал; вектор існуючих інтервалів; діагональна матриця похибок; номер змінюваного інтервалу

Вихідні параметри: вектор результуючих інтервалів; результуюча діагональна матриця похибок;
показник виконання операції перетину інтервалів

```

Decr_interval (Y_ch, Y_, E_, ind) :=
  informed ← 0
  if (Y_ch + delta) < (Y_ind + E_ind, ind)
    Yold ← Y_ind
    Y_ind ←  $\frac{(Y\_ch + delta) + (Yold - E\_ind, ind)}{2}$ 
    E_ind, ind ←  $\frac{(Y\_ch + delta) - (Yold - E\_ind, ind)}{2}$ 
    informed ← 1
  if (Y_ch - delta) > (Y_ind - E_ind, ind)
    Yold ← Y_ind
    Y_ind ←  $\frac{(Y\_ch - delta) + (Yold + E\_ind, ind)}{2}$ 
    E_ind, ind ←  $\frac{(Yold + E\_ind, ind) - (Y\_ch - delta)}{2}$ 
    informed ← 1
  (
    Y_
    E_
    informed
  )

```

Функція виконання імітаційного експерименту

Вхідні параметри: кількість повторних спостережень; індекс початку вибірки випадкових чисел

Вихідні параметри: вектор параметрів b ; діагональна матриця інтервальних похибок E ; об'єм області рівнозначних рішень; початкове значення максимуму нижньої межі; кінцеве значення максимуму нижньої межі; номер точки наступного спостереження

```

Experiment ( mod , it , start ) :=
  Y ← Y0
  E ← E0
  b ← FO · Y
  start_max_y ← max_y ( E , b , low , high , low , high )
  start_square ← Square ( start_max_y , E , b , low , high , low , high )
  informed ← 1
  iter ← 0
  lst_sq ← start_square
  while 1
    ind_change_y ← Next_Point ( E , b , lst_sq ) if informed = 1
    ind_ch_y_iter ← ind_change_y
    Y_ch ← Y0_ind_change_y + Rand_unif_iter+start
    Intersect ← Decr_interval ( Y_ch , Y , E , ind_change_y )
    Y ← Intersect_0
    E ← Intersect_1
    informed ← Intersect_2
    if informed = 1
      b ← FO · Y
      e_max_y ← max_y ( E , b , lst_sq_1 , lst_sq_2 , lst_sq_3 , lst_sq_4 )
      lst_sq ← Square ( e_max_y , E , b , lst_sq_1 , lst_sq_2 , lst_sq_3 , lst_sq_4 )
      Sq_iter ← lst_sq_0
      break if Sq_iter < Decis + 1
    iter ← iter + 1
    break if ( iter = it )
  while 1
    ind_change_y ← Next_Point ( E , b , lst_sq ) if informed = 1
    ind_ch_y_iter ← ind_change_y
    break if N = 0
    Y_ch ← Y_R_iter
    Intersect ← Decr_interval ( Y_ch , Y , E , ind_change_y )
    Y ← Intersect_0
    E ← Intersect_1
    informed ← Intersect_2
    if informed = 1
      b ← FO · Y
      e_max_y ← max_y ( E , b , lst_sq_1 , lst_sq_2 , lst_sq_3 , lst_sq_4 )
      lst_sq ← Square ( e_max_y , E , b , lst_sq_1 , lst_sq_2 , lst_sq_3 , lst_sq_4 )
      Sq_iter ← lst_sq_0
      break if Sq_iter < Decis + 1
    iter ← iter + 1
    if ( iter = N )
      next_point_ind ← Next_Point ( E , b , lst_sq )
      break
  (
    b
    E
    Sq
    start_max_y
    e_max_y
    ind_ch_y
    next_point_ind
  )

```

if mod = 0

otherwise

Приклад роботи програми в режимі імітаційного експерименту

Результат розрахунків для 20 повторних спостережень

i := 20 s := 0 Result := Experiment(Mode, i, s)
 b := Result₀ E := Result₁ Sq := Result₂ ind_ch_y := Result₅

$$E = \begin{pmatrix} 0.315 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.324 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.218 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.98 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.509 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 3.795 \\ -2.95 \\ 2.727 \\ 0.611 \\ -1.873 \end{pmatrix}$$

Result₃ = 6.181 Result₄ = 7.752

Sq =

	0
0	138
1	110
2	106
3	98
4	89
5	89
6	56
7	58
8	54
9	42
10	39

ind_ch_y =

	0
0	2
1	4
2	1
3	1
4	1
5	2
6	2
7	0
8	4
9	1
10	0

Приклад роботи програми в режимі реального експерименту

Mode := 1

Результат розрахунків для 10 повторних спостережень

Result := Experiment(Mode, i, s)
 b := Result₀ E := Result₁ Sq := Result₂ ind_ch_y := Result₅

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.05 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.662 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 4.081 \\ -3.105 \\ 2.746 \\ 0.346 \\ -2.05 \end{pmatrix}$$

Result₃ = 6.181 Result₄ = 8.07

Sq =

109
75
66
59
59
31
24

ind_ch_y =

2
2
1
1
2
2
4

Точка наступного спостереження

next_point := Result₆ x := (x_Ig_{next_point,0} x_Ig_{next_point,1})

next_point = 0 x = (1 1)

sz := $\frac{|low| + |high|}{step}$

ind_c := 0..sz ind_r := 0..sz

maxYlow_šnd r, ind c := Result₃ maxYlow_čnd r, ind c := Result₄

Функція визначення всіх значень нижньої межі Y_n до та після повторних вимірювань

Вихідні параметри: матриця значень нижньої межі Y_n кінцевої інтервальної моделі;

матриця значень нижньої межі Y_n початкової інтервальної моделі;

```

yn := | i ← 0
      | for x1 ∈ low, low + step .. high
      |   | j ← 0
      |   | for x2 ∈ low, low + step .. high
      |   |   | ynuzi,j ← (fi(x1, x2)T · b)0 - [√fi(x1, x2)T · [FT · (E-1 · E-1) · F]-1 · fi(x1, x2) · sz_dsgn]0
      |   |   | ynuz0i,j ← (fi(x1, x2)T · b0)0 - [√fi(x1, x2)T · [FT · (E0-1 · E0-1) · F]-1 · fi(x1, x2) · sz_dsgn]0
      |   |   | j ← j + 1
      |   |   | i ← i + 1
      |   |   | ( ynuz )
      |   |   | ( ynuz0 )

```

Функція визначення всіх значень верхньої межі Y_v до та після повторних вимірювань

Вихідні параметри: матриця значень верхньої межі Y_v кінцевої інтервальної моделі;

матриця значень верхньої межі Y_v початкової інтервальної моделі;

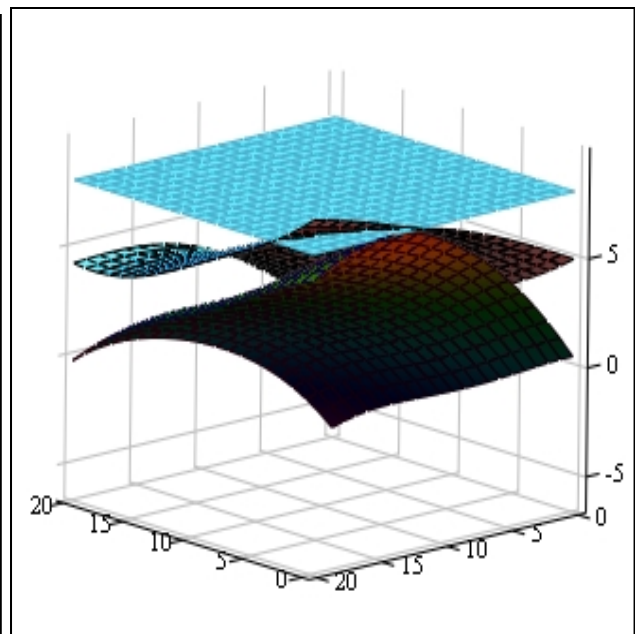
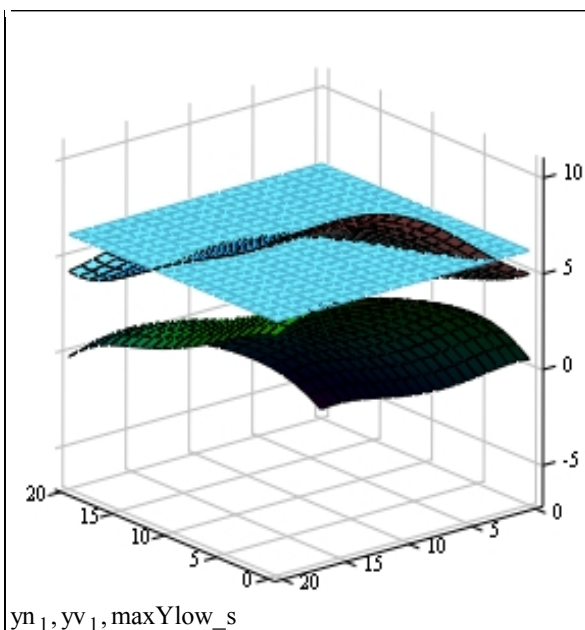
```

yv := | i ← 0
      | for x1 ∈ low, low + step .. high
      |   | j ← 0
      |   | for x2 ∈ low, low + step .. high
      |   |   | yveri,j ← (fi(x1, x2)T · b)0 + [√fi(x1, x2)T · [FT · (E-1 · E-1) · F]-1 · fi(x1, x2) · sz_dsgn]0
      |   |   | yver0i,j ← (fi(x1, x2)T · b0)0 + [√fi(x1, x2)T · [FT · (E0-1 · E0-1) · F]-1 · fi(x1, x2) · sz_dsgn]0
      |   |   | j ← j + 1
      |   |   | i ← i + 1
      |   |   | ( yver )
      |   |   | ( yver0 )

```

Графік початкової моделі

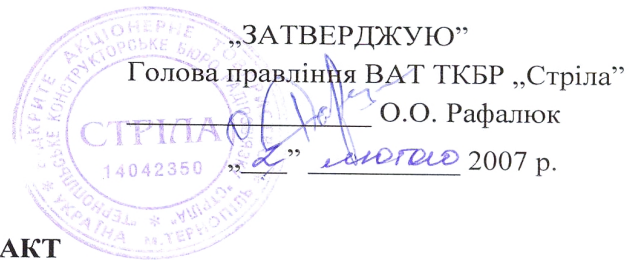
Графік кінцевої моделі



$yn_1, yv_1, \max Y_{low_s}$

Додаток Д

Акти про впровадження результатів дисертаційної роботи



„ЗАТВЕРДЖУЮ”

Голова правління ВАТ ТКБР „Стріла”

О.О. Рафалюк

„2” лютого 2007 р.

АКТ

про впровадження результатів дисертаційної роботи

Пукаса Андрія Васильовича

„Методи планування експериментів для оптимізації математичних
моделей на основі інтервальних даних”

Ми, комісія в складі: Піскун Сергій Олександрович, Карпів Володимир Богданович, Кульпа Михайло Володимирович склали даний акт про те, що у розробці та виробництві джерел вторинного електроживлення використані такі результати дисертаційної роботи аспіранта кафедри комп'ютерних наук Тернопільського державного економічного університету Пукаса Андрія Васильовича:

1. Оптимальний план проведення експерименту для побудови інтервальної моделі універсальної енергетичної характеристики високочастотного магнітного підсилювача з метою подальшого її використання при створенні уніфікованого ряду імпульсних джерел вторинного електроживлення в широкому діапазоні вихідних потужностей.
2. Метод послідовного I_G -оптимального планування експерименту для підвищення точності інтервальної моделі універсальної енергетичної характеристики високочастотного магнітного підсилювача.

Використані метод та план проведення експерименту дозволили зменшити масогабаритні характеристики імпульсних джерел вторинного електроживлення, а також знизити собівартість кожного джерела живлення в середньому на 12 відсотків за рахунок вибору високочастотних магнітних ключів на основі енергетичної характеристики.

Зам. Голови правління

Карпів В.Б.

Головний конструктор

Піскун С.О.

Інженер 1 категорії

Кульпа М.В.

„ЗАТВЕРДЖУЮ”

Головний лікар Тернопільської міської
санітарно-епідеміологічної станції

В.О. Паничев

02 2007 р.

АКТ

про впровадження результатів дисертаційної роботи

Пукаса Андрія Васильовича

**„Методи планування експериментів для оптимізації математичних
моделей на основі інтервальних даних”**

Ми, комісія в складі: Періг Анна Володимирівна, Горпініч Надія Сергіївна склали даний акт про те, що при проведенні екологічної експертизи використані такі результати дисертаційної роботи аспіранта кафедри комп'ютерних наук Тернопільського національного економічного університету Пукаса Андрія Васильовича:

1. Оптимальний план проведення експерименту для побудови інтервальної моделі поля концентрацій окислів азоту з метою подальшого її використання при визначенні наявності перевищення гранично-допустимої концентрації даної речовини у населеній частині міста Тернополя.
2. Метод послідовного I_G -оптимального планування експерименту для підвищення точності інтервальної моделі поля концентрацій окислів азоту.

Використані метод та план проведення експерименту дозволили зменшити витрати на проведення вимірювань концентрацій окислів азоту в середньому на 27 відсотків за рахунок зменшення кількості вимірювань.

Завідувач санітарно-гігієнічного відділу

Періг А.В.

Завідувач санітарно-гігієнічної лабораторії

Горпініч Н. С.

„ЗАТВЕРДЖУЮ”

Проректор з наукової роботи
Тернопільського національного
економічного університету
д.с.н., проф. Мельник А.Ф.

” 16 ” лютого 200 7 р.

про використання результатів кандидатської дисертаційної роботи
«Методи планування експериментів для оптимізації математичних моделей на
основі інтервальних даних» Пукаса Андрія Васильовича

Комісія у складі голови – завідувача кафедри комп’ютерних наук, керівника науково-дослідної роботи, д.т.н., проф. Дивака М.П. та членів: начальника науково-дослідної частини Письменного В.І. і начальника відділу прогнозування і маркетингу Голоднюк О.Ф. склали цей акт про те, що дослідження та результати дисертаційної роботи Пукаса А.В. використані під час виконання науково-дослідних робіт на кафедрі комп’ютерних наук факультету комп’ютерних інформаційних технологій з безпосередньою участю автора, а саме: науково-дослідної роботи «Співпраця між Україною та Румунією в галузі розподілених систем (CobURDiS)» за першим етапом (03.2006-12.2006 р.) (номер державної реєстрації 0106U005307), у якій автором на основі розроблених методів планування експериментів для оптимізації математичних моделей та аналізу особливостей функціонування нестаціонарних розподілених об’єктів сформовано вимоги до архітектури вимірювальної мережі, придатної для збору інформації та управління типовими розподіленими об’єктами; науково-дослідної роботи “Методи, апаратні та програмні засоби для дослідження та моделювання нестаціонарних розподілених об’єктів на основі інтервальних даних” (номер державної реєстрації 0106U000529), у якій автором розроблено критерії ефективності оптимальних послідовних планів інтервальних експериментів для вимірювання концентрацій шкідливих викидів; науково-дослідної роботи “Розробка теоретичних основ апаратного і програмного забезпечення для дослідження та моделювання широкого класу об’єктів методами аналізу інтервальних даних на базі дистрибутивної вимірювально-керуючої мережі” (номер державної реєстрації 0103U005903), у якій автором розроблено метод послідовного I_G -оптимального планування інтервальних експериментів.

Голова комісії

завідувач кафедри комп’ютерних наук,
керівник НДР,
д.т.н., проф.

Дивак М.П.

Члени комісії

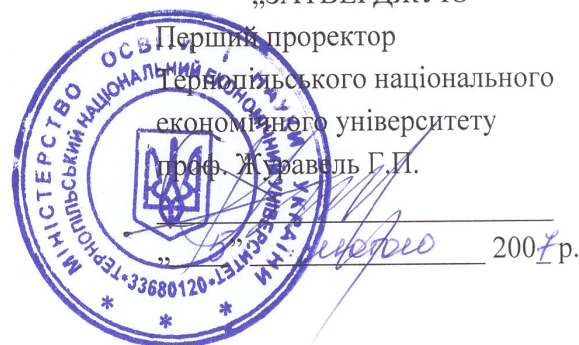
начальник НДЧ

Письменний В.І.

начальник відділу ПМ

Голоднюк О.Ф.

„ЗАТВЕРДЖУЮ”



АКТ

про впровадження в навчальний процес Тернопільського національного економічного університету результатів дисертаційної роботи
Пукаса Андрія Васильовича
„Методи планування експериментів для оптимізації математичних моделей на основі інтервальних даних”

Даний акт складений про те, що результати дисертаційної роботи аспіранта кафедри комп'ютерних наук Пукаса Андрія Васильовича на тему „Методи планування експериментів для оптимізації математичних моделей на основі інтервальних даних” використані в навчальному процесі факультету комп'ютерних інформаційних технологій Тернопільського національного економічного університету для студентів напряму підготовки 0804 – „Комп'ютерні науки” спеціальності 6.080400 „Програмне забезпечення автоматизованих систем”.

При викладанні дисципліни „Моделювання систем” у розділі планування імітаційних експериментів з моделями:

- надається інформація щодо створення та оптимізації моделей статичних систем на основі методів планування послідовних експериментів з інтервальними даними;
- використовується у процесі виконання лабораторних робіт розроблене у дисертаційній роботі програмне забезпечення для побудови та оптимізації моделей статичних систем на основі методів планування послідовних експериментів з інтервальними даними.

Декан факультету комп'ютерних інформаційних технологій,
зав. кафедри комп'ютерних наук,
д.т.н., проф.

М.П. Дивак

Доцент кафедри комп'ютерних наук,
к.т.н.

М.Я. Шпінталь