

Лекція 1. Теоретичні основи кількісних методів моделювання та прогнозування економічних процесів

1.1. Кількісні методи в економічних дослідженнях

Процесам функціонування економічних систем властиві кількісні та якісні характеристики. До якісних характеристик можна віднести, наприклад, податкову реформу, приватизацію власності, радикальну перебудову зовнішньої діяльності, зміну інфраструктури, реформу аграрного сектора та ін.

Якісні характеристики економічної системи тісно зв'язані зі структурними зсувами в економіці.

У свою чергу кількісні характеристики охоплюють множину тих питань, які пов'язані з регулюванням ринкової кон'юнктури, використанням фінансових і матеріальних ресурсів, вибором оптимальних технологічних способів виробництва, структури портфеля цінних паперів, оптимальних стратегій бізнес-планів та ін.

Кількісний аспект оцінки функціонування економічної системи, як на мікро-, так і на макрорівнях, ґрунтується на використанні математичного інструментарію кількісних методів і моделей.

Використання кількісних методів в економічних дослідженнях дає можливість, по-перше, виділити та формально описати найбільш важливі й суттєві закономірності функціонування економічних систем і об'єктів у вигляді моделей.

По-друге, на основі сформульованих за певними правилами логіки вхідних даних і співвідношень, методами дедукції зробити висновки, які адекватні об'єкту дослідження в міру зроблених припущень.

По-третє, кількісні методи дозволяють отримати дедуктивним шляхом нові дані про об'єкт дослідження.

По-четверте, використання мови математики дозволяє компактно описати основні положення економічної теорії, формулювати їх змістовний апарат і робити відповідні висновки.

Як свідчить економічна теорія, в економіці діють певні стійкі кількісні закономірності, що піддаються формалізованому математичному опису.

Кількісні методи в економічному дослідженні – поняття дуже широке. Цим загальним терміном охоплюється цілий спектр застосування сучасною наукою підходів, інструментів, способів

вимірювання, опису, аналізу та прогнозування економічних явищ і процесів. Сюди входять різноманітні статистичні методи обробки соціально-економічних даних, мікро- та макроекономічні моделі з відповідним математичним апаратом.

Доводиться зізнатися в тому, що на сьогодні ще не існує загальноприйнятої єдиної класифікації кількісних методів.

Кількісні методи – це, найперше, вимірювання, які завжди були в економіці. Разом із тим, кількісні методи – не тільки засоби математичної інтерпретації економічних законів і процесів, а й могутній математичний інструментарій їх виявлення, теоретичного формулювання й прийняття оптимальних рішень (рис.1.1).

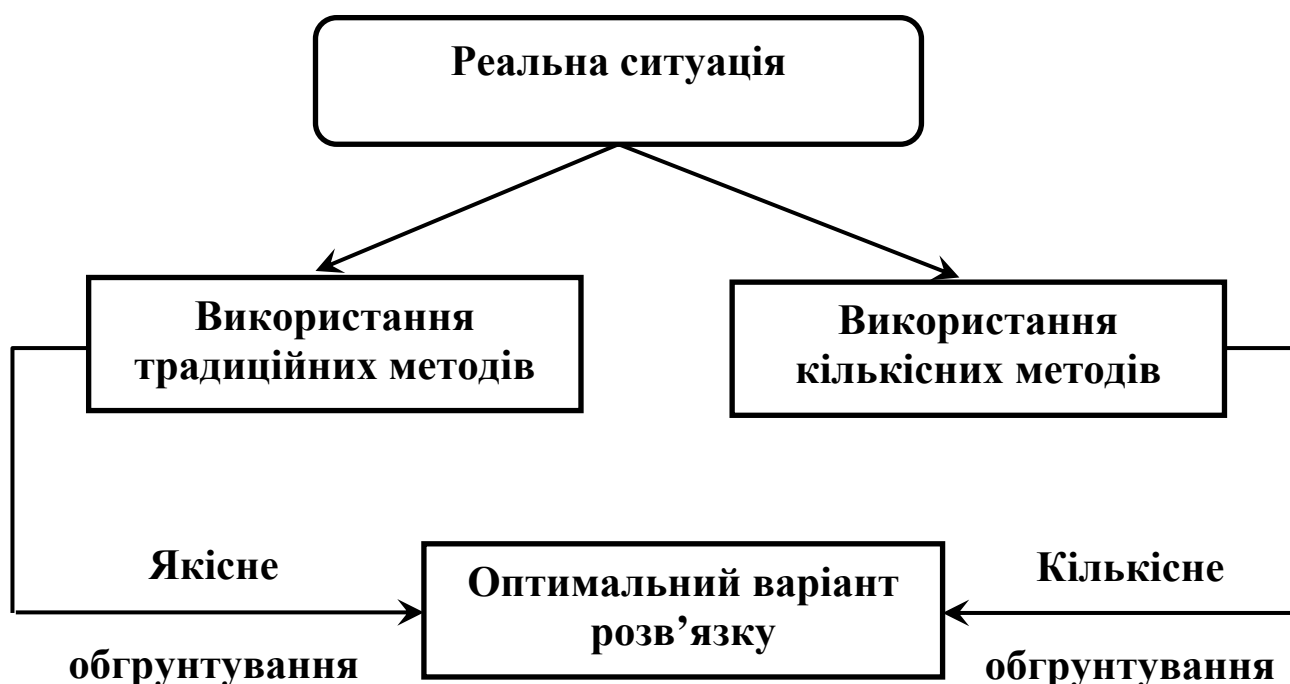


Рис. 1.1. Схематичне представлення кількісних методів

Кількісні методи в економіці серед інших методів посідають чільне місце – в кінці кінців треба перейти до чисел: обсягів випуску продукції, попиту, цін, термінів і т.д., тобто до змінних, виміряних кількісною шкалою.

Підсумовуючи сказане, можна сформулювати такі тези:

1. Економіка, як будь-яка теоретична наука, в якості інструментарію своїх досліджень використовує моделі, формальною мовою опису яких є математика. Більше того, наявний математичний апарат кількісних методів дає можливість знайти чисельні розв'язки побудованих моделей.

2. Наукові розробки з питань ринкової економіки неможливі без використання досить складного й одночасно доступного математичного інструментарію. У протилежному випадку, праці на цю тему мають чисто описовий характер або ж є звичною економічною публіцистикою.

Перша теза покликана захищати економіку й особливо економічні дисципліни від насильного наповнення їх абстрактним математичним апаратом.

На другу тезу можна не зважати, але й не можна нею ігнорувати – вона відображає реальні вимоги до наукових досліджень у галузі економіки, прийняті у країнах з економікою ринкового типу.

Практично всі Нобелівські премії з економіки, якими почали відзначати з 1969 р., були присуджені вченим, які активно використовували та розвивали математичні методи і моделі. При цьому все ширше використовується кількісний інструментарій сучасної математики та наявне програмне забезпечення.

В іноземних журналах і монографіях присутність математичного апарату практично стала необхідною умовою при вирішенні тих або інших задач соціально-економічного розвитку.

Міжнародна практика переконує нас у високій ефективності застосування кількісних методів при розв'язанні задач різних рівнів і напрямків економічного розвитку, в тому числі при дослідженні механізмів функціонування фінансової системи.

Розвиток нових напрямків фінансової теорії та практики став основною передумовою широкого використання кількісних методів математики, статистики та економетрії в прикладних дослідженнях.

Фінансовий аналітик у своїй повсякденній роботі при прийнятті управлінських рішень і обґрунтуванні прогностичних параметрів перспективного розвитку повинен уміло користуватися наявним математичним апаратом кількісних методів. Надійні прогнози дають можливість успішного прийняття рішень у галузі фінансових відносин.

Інструментарій математичного моделювання не дає однозначної відповіді та рекомендації, проте надає великі можливості проведення імітаційних розрахунків із використанням моделей при виборі різноманітних співвідношень параметрів. Це дає можливість обминути безпідставні дискусії про вибір тієї чи іншої фіскальної політики, визначення величини ставки податку на додану вартість, яка не призведе до інфляції.

Отже, моделювання соціально-економічних явищ і процесів тісно пов'язане з певною тріадою, перша складова котрої – математичне моделювання. Математична модель будується на основі певних спостережень, емпіричних досліджень, або на базі існуючої економічної теорії чи гіпотез.

Наступною складовою даного процесу є побудова прообразу моделей, на яких можна проводити експерименти.

Завершальною ланкою тріади є реальні моделі, тобто моделі, що імітують реальну дійсність. У них представлені не якісь умовні величини, а цифри, що відображають реальний стан макро- та мікроекономічного розвитку відповідних організаційно-економічних структур.

Як бачимо, в кількісних методах головним інструментом виступає математичне моделювання. Для побудови математичної моделі необхідно мати строге уявлення відносно мети функціонування об'єкта дослідження, володіти інформацією про обмеження, що визначають область допустимих значень керованих змінних. Мета та обмеження повинні бути представлені у вигляді функцій від керованих змінних. Проведений економіко-математичний розрахунок має привести до визначення оптимальної стратегії впливу на об'єкт керування за умови виконання множини накладених обмежень.

При розв'язанні конкретних прикладних задач використання кількісних методів припускає:

- побудову економіко-математичних моделей для задач прийняття рішень у складних ситуаціях або в умовах ризику та невизначеності;
- вивчення взаємозв'язків і залежностей, які в майбутньому послужать основою прийняття вигідних рішень і вироблення критеріїв ефективності, які дають можливість оцінити перевагу того чи іншого сценарію розвитку.

Можна сказати, що кількісні методи – математична теорія використання методів аналізу в процесі прийняття рішень у різних галузях цілеспрямованої діяльності. При цьому основним методом є метод математичного моделювання в тісному поєднанні з використанням програмних продуктів і засобів комп'ютерної техніки.

1.2. Системний підхід та моделювання економічних процесів

Кількісні методи – наукова дисципліна, яка займається розробкою та практичним використанням математичного апарату найбільш вигідного керування різними організаційними системами.

Керування довільною системою реалізується як процес, який підпорядковується певним закономірностям. Знання цих закономірностей допомагає визначити умови необхідності та достатності успішного відбуття даного процесу. Для цього всі параметри, що характеризують процес і зовнішні умови, повинні бути кількісно визначеними. Отже, кількісні методи – кількісне обґрунтування прийняття рішень відносно організаційного керування.

Сучасна економічна наука, як на мікро-, так і на макрорівнях у своїх прикладних дослідженнях широко використовує наявний інструментарій математичних методів для формалізованого опису існуючих стійких кількісних характеристик та закономірностей розвитку соціально-економічних систем.

Під соціально-економічною системою будемо розуміти складну ймовірнісну динамічну систему, яка включає в себе процеси виробництва, обміну, розподілу та споживання матеріальних та інших благ. Вона відноситься до класу кібернетичних, тобто керованих систем.

Складність і велика розмірність систем, зокрема, соціально-економічних, може дуже ускладнити процес відображення мети та обмежень в аналітичному вигляді. Тому виникає необхідність у проведенні процедури зменшення реальної розмірності задачі до таких меж, які б із достатнім ступенем точності адекватно відобразили реальну дійсність. Не дивлячись на велике число змінних і обмежень, які на перший погляд слід враховувати при аналізі реальних ситуацій, лише невелика їх частина виявляється суттєвою для опису поведінки досліджуваних систем. Тому при виконанні процедури спрощення опису реальних систем, на основі якої буде побудована та чи інша модель, насамперед необхідно ідентифікувати домінуючі змінні, параметри та обмеження.

Схематичне зображення рівнів абстракції, які відповідають процедурі процесу переходу від системи-оригіналу до її моделі, представлено на рис. 1.2.

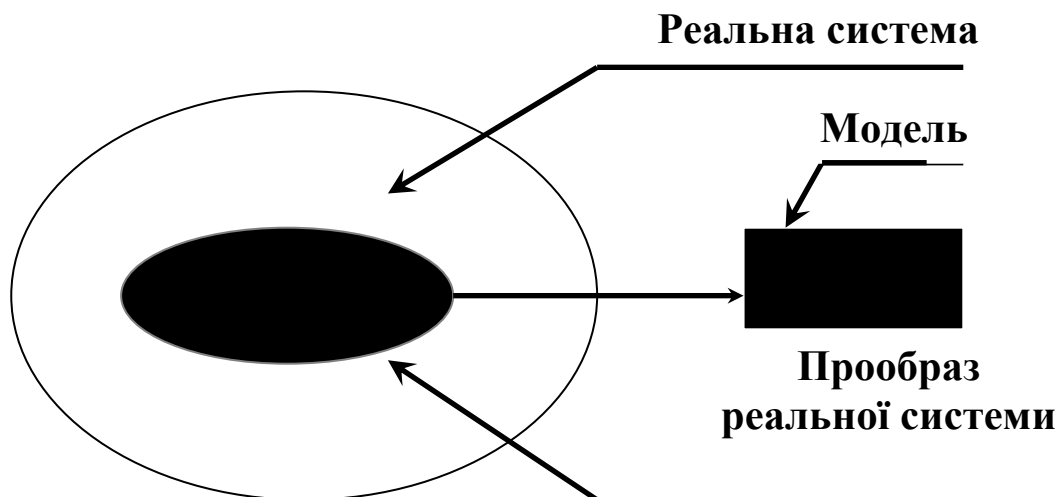


Рис. 1.2. Абстрактне зображення рівнів системи

Прообраз реальної системи відрізняється від системи-оригіналу тим, що в ньому знаходять відображення тільки домінуючі чинники (змінні, параметри й обмеження), які визначають генеральну стратегію поведінки реальної системи.

Модель, будучи прообразом реальної системи в подальшому, представляє собою найбільш суттєві для опису системи співвідношення у вигляді цільової функції та сукупності обмежень.

Єдиного визначення категорії системи не існує. У своїх дослідженнях ми будемо користуватися наступним: системою називається сукупність взаємозв'язаних структурних елементів, які сумісно реалізують певні визначені цілі. Множину елементів, що досліджується, можна розглядати як систему, якщо виконуються наступні чотири ознаки:

- цілісність системи, тобто незвідність властивостей системи до суми властивостей складових її елементів;
- наявність мети та критерію дослідження даної множини елементів;
- наявність більш структурно-логічної, зовнішньої по відношенню до даної, системи, так званої “середовищем”;
- можливість виділення в даній системі взаємозв'язаних частин (підсистем).

З поняттям системи тісно взаємопов'язані категорії надсистеми і підсистеми. Надсистема – оточуюче систему середовище, в якому

функціонує система. Підсистема – підмножина елементів, які реалізують цілі, погоджені з цілями системи.

Існує декілька підходів математичного опису складної системи. Найбільш загальним і доступним є теоретико-множинний підхід, при якому система S представляється відношенням $S \subset X \times Y$, де X і Y – відповідно, вхідні та вихідні об'єкти системи. Тобто, припускається, що задано сім'ї множин V_i , де $i \in I$ - множина індексів, а система задається на V_i як деяка власна підмножина декартового добутку, всі компоненти котрого є об'єктами системи.

Прийнято вважати, що системний аналіз – це методологія вирішення певних проблем, яка ґрунтується на структуризації системи та кількісному порівнянні альтернатив. Отже, системним аналізом буде логічно об'єднана сукупність теоретичних, емпіричних положень із предметних областей природничих та економічних наук і практики розробки складних систем, які забезпечують наукову обґрунтованість вирішення конкретної проблеми.

У системному аналізі використовується як математичний апарат загальної теорії систем, так і інші якісні та кількісні методи прикладної математики й інформатики. До складу задач системного аналізу входять задачі декомпозиції, аналізу та синтезу.

Задача декомпозиції означає представлення системи у вигляді підсистем, які складаються з менших елементів.

Задача аналізу полягає в знаходженні різного роду властивостей системи і середовища, що оточують цю систему. Метод аналізу - визначення закону перетворення інформації і опис поведінки системи. Тут може йти мова і про композицію (агрегацію) системи в єдиний елемент.

Задача синтезу системи протилежна до задачі аналізу. До заданого закону необхідно побудувати систему, що в дійсності виконує перетворення на основі певного алгоритму.

Основними методами дослідження системи являється метод моделювання, тобто інструмент системного аналізу та практичних дій, спрямований на розробку, вивчення та використання моделей.

Моделювання – процес побудови моделі, за допомогою якого вивчається функціонування об'єктів різної природи. Він складається з трьох основних елементів: суб'єкта, об'єкта дослідження та моделі, за допомогою якої суб'єкт пізнає об'єкт.

Модель – це такий матеріально або розумово зображуваний об'єкт, який у процесі дослідження заміняє об'єкт-оригінал таким

чином, що його безпосереднє вивчення дає нові знання про цей об'єкт. Іншими словами, модель – умовне зображення об'єкта, що з певною мірою адекватності описує його функціональні характеристики, які істотно важливі для поставленої мети дослідження.

В означенні моделі можна визначити декілька наступних важливих моментів:

- ✓ модель може бути матеріальним об'єктом або абстрактним представленням, і як наслідок, конкретне втілення моделі не буде суттєвим для мети моделювання;

- ✓ основна властивість моделі – здатність представити об'єкт при дослідженні його властивостей;

- ✓ моделлю може бути тільки така структура, що дозволить отримати на її основі повнішу інформацію, в порівнянні з безпосереднім дослідженням об'єкта.

Загальне схематичне зображення основних етапів цього процесу моделювання показано на рис. 1.3.

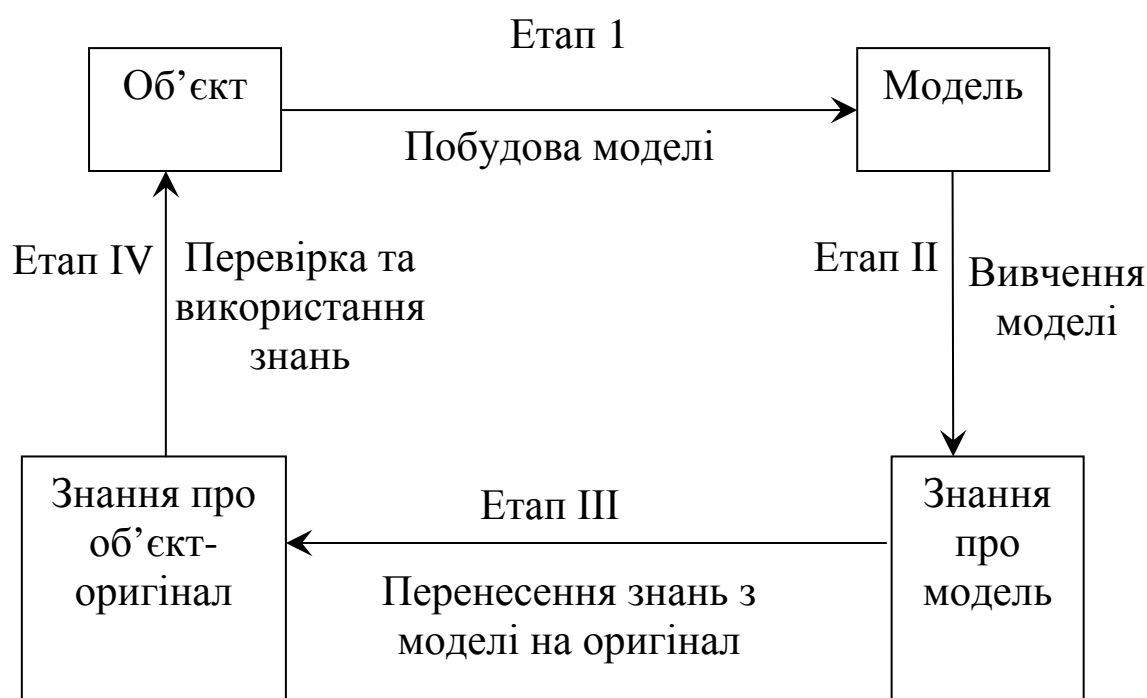


Рис. 1.3. Основні етапи моделювання.

Розрізняють фізичне та математичне моделювання. Математичне моделювання – універсальний та ефективний інструмент пізнання внутрішніх закономірностей, властивих явищам і процесам. Воно дає можливість вивчити кількісні взаємозв'язки, взаємозалежності моделюючої системи та вдосконалити її подальший розвиток і функціонування з допомогою математичної моделі.

Під математичною моделлю розуміємо формалізований, тобто представлений математичними співвідношеннями, набір правил, які описують фактори суттєвого впливу на функціонування об'єкта дослідження.

Отже, математична модель являє собою систему математичних формул, нерівностей або рівнянь, які більш-менш адекватно описують явища та процеси, що властиві оригіналу.

Процес побудови та використання математичної моделі для її розв'язання з допомогою прикладних задач називається математичним моделюванням.

Опис математичної моделі виконується термінами кількісних характеристик-показників (змінних, невідомих), значення яких підлягає визначенню в процесі розв'язку задачі та параметрів, величини котрих апріорно відомі.

Вигода математичного моделювання очевидна: вона полягає у можливості отримати інформацію про об'єкт вивчення без проведення дійсних експериментів. А це в свою чергу виправдовує витрати на розробку та придбання інструментарію кількісних методів.

Моделювання доцільно застосовувати в наступних випадках:

- ✓ об'єкт недоступний для безпосереднього дослідження;
- ✓ об'єкт настільки складний, що дослідження його втрачає сенс через складність самого дослідження, або ж через наявність великої кількості побічних для даного дослідження факторів;
- ✓ дослідження на реальному об'єкті неможливі з інших міркувань (моральних, фінансових або конкурентних).

Моделюючи конкретну ситуацію, аналітик має в'яснити наскільки чітко й точно модель відображає реальну дійсність і надійність отриманих кількісних оцінок.

Серед існуючих систем економічна є найбільш складною. Процес дослідження економічної системи безпосередньо пов'язаний з поняттям економіко-математичної моделі, яка представляє собою концентрований вираз існуючих взаємозв'язків і закономірностей

процесу функціонування економічної системи в математичній формі. Даний вираз складається із сукупності пов'язаних між собою математичних залежностей у вигляді формул, рівнянь, нерівностей, логічних умов та факторних величин, всі або частина яких має економічний зміст. За своїм призначенням в економіко-математичних моделях ці фактори доцільно поділити на параметри та характеристики. При цьому параметрами об'єкта називають фактори, які характеризують властивості об'єкта або складових його елементів. У процесі дослідження об'єкта ряд параметрів може змінюватися, тому їх називають змінними, які в свою чергу поділяються на змінні стану та змінні керування. Як правило, змінні стану об'єкта являються функцією змінних керування та дій зовнішнього середовища. Характеристиками (вихідними характеристиками) називаються безпосередні кінцеві результати функціонування об'єкта (зрозуміло, що вхідні характеристики являються змінними станів). Відповідно характеристики зовнішнього середовища описують його властивості, які впливають на процес та результат функціонування об'єкта. Значення ряду факторів, які визначають початковий стан об'єкта або зовнішнього середовища, називаються початковими умовами.

При побудові моделей економічних систем слід відображати тільки найважливіші та найхарактерніші властивості процесів або явищ, що вивчаються. Внаслідок цього всі моделі є спрощеним відображенням реальної системи, але якщо цей процес виконано коректно, то отримане наближене відображення реальної ситуації дає можливість мати достатньо точні характеристики об'єкта дослідження.

Для того щоб моделювання стало дієвим інструментом пізнання, необхідно правильно побудувати математичну модель, адекватну процесу, що вивчається.

Найчастіше кількісні методи використовують для вирішення класичних задач оптимізації, імітації чи прогнозування. При цьому основні труднощі, подолати які необхідно, полягають у забезпеченні адекватності цієї моделі до об'єкта дослідження.

Адекватність побудованих математичних моделей слід оцінювати з урахуванням наступних чинників (рис. 1.4):

- ✓ відповідність структури та властивостей об'єкта керування (процесу управління);

- ✓ відповідність властивостей і можливостей методів формування інформаційної бази моделей, виконання їх на основі процедури імітації;
- ✓ відповідність до вимог розв'язання управлінських задач.

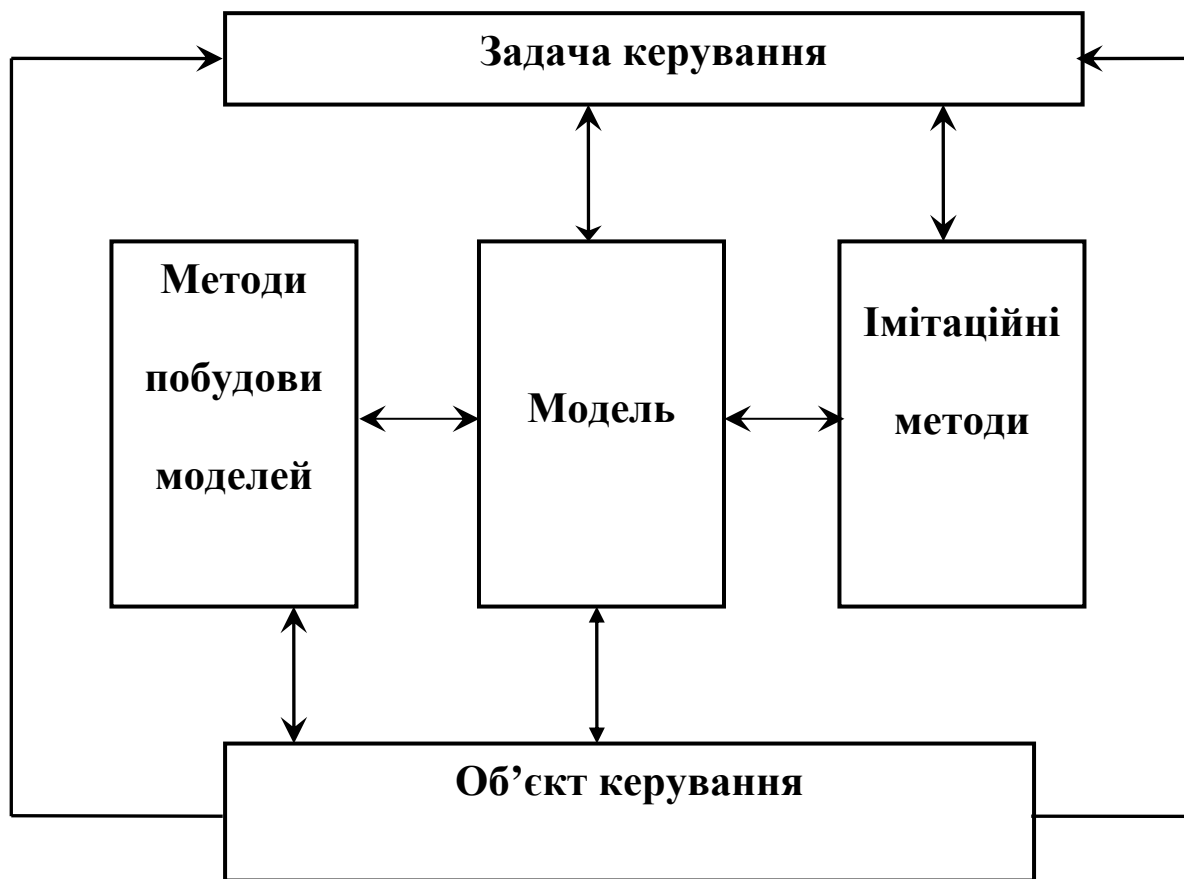


Рис. 1.4. Формування вимог адекватності моделей

Економіко-математичні моделі самі по собі не створюють нових і не змінюють існуючих принципів та методологічних основ економічної теорії, а тільки, спираючись на них, змінюють способи їх використання для всебічного кількісного та якісного аналізу закономірностей і взаємозв'язків економічних процесів.

При побудові економіко-математичної моделі слід уміло володіти наступними поняттями: критерій оптимальності, цільова функція, система обмежень, рівняння зв'язку, розв'язок моделі.

Критерієм оптимальності називається деякий показник, який має економічний зміст та служить способом формалізації конкретної мети керування і виражається за допомогою цільової функції через фактори моделі. Критерій оптимальності визначає розуміння змісту

цільової функції. У деяких випадках в якості критерію оптимальності може виступати одна із вихідних характеристик об'єкта моделювання.

Цільова функція математично зв'язує між собою фактори моделі, і її значення визначається значеннями цих величин. Змістовне тлумачення цільовій функції надає тільки критерій оптимальності.

Не слід змішувати критерій оптимальності та цільову функцію. Так, наприклад, критерій прибутку та критерій загальної вартості випущених інвестиційною компанією акцій можуть описуватися однією і тією ж цільовою функцією:

$$Z = \sum_{i=1}^n C_i X_i \rightarrow \max, \quad (1.1)$$

де i - індекс виду акцій $i = \overline{1, n}$; X_i - обсяг випуску акцій i -го виду; C_i - прибуток від випуску одиниці акцій i -го виду або вартість одиниці акцій i -го виду в залежності від змісту критерію оптимальності.

Критерій прибутку може бути розрахований за допомогою нелінійної цільової функції:

$$Z = \sum_{i=1}^n C_i(X_i) X_i \rightarrow \max, \quad (1.2)$$

якщо прибуток від випуску одиниці акцій i -го виду (C_i) є функцією від обсягу випуску X_i .

При наявності декількох критеріїв оптимальності кожний з них буде формалізований своєю частковою цільовою функцією Z_k , де k - індекс критерію оптимальності, $k = \overline{1, K}$. Для компромісного вибору оптимального розв'язку можна сформулювати нову цільову функцію:

$$Z = f(Z_1, \dots, Z_k) \rightarrow \text{extr}. \quad (1.3)$$

Проте дана цільова функція може вже не мати економічного змісту, в такому випадку критерій оптимальності для неї відсутній.

Система обмежень визначає границі існування області дійсних та допустимих розв'язків і характеризує основні зовнішні та внутрішні властивості об'єкта. Обмеження визначають область відбуття процесу, границі зміни параметрів та характеристик об'єкта.

Рівняння зв'язку являються математичною формалізацією системи обмежень. Між поняттями "система обмежень" та "рівняння зв'язку" існує точно така сама аналогія, як між поняттями "критерій оптимальності" та "цільова функція": різні за змістом обмеження

можуть описуватися однаковими рівняннями зв'язку, а одне і те ж саме обмеження в різних моделях може записуватись різними рівняннями зв'язку.

Таким чином, саме критерій оптимальності та система обмежень в першу чергу визначають концепцію функціонування майбутньої математичної моделі, її концептуальну модель, а їх формалізація, тобто побудова цільової функції та рівнянь зв'язку, представляють собою математичну модель.

Розв'язком математичної моделі називається такий набір (сукупність) значень змінних, які задовольняють її рівняння зв'язку. Розв'язки, які мають економічний зміст, називаються структурно допустимими. Моделі, які мають багато розв'язків, називаються варіантними на відміну від безваріантних, які мають один розв'язок. Серед структурно допустимих варіантних розв'язків моделі, як правило, знаходиться один розв'язок, при якому цільова функція в залежності від змісту моделі має найбільше або найменше значення. Такий розв'язок, як і відповідне значення цільової функції, називається оптимальним.

1.3. Теоретичні засади математичного моделювання та класифікація моделей

Економіко–математичне моделювання є одним із ефективних методів опису функціонування складних соціально-економічних об'єктів та процесів у виді математичних моделей, об'єднуючи тим самим в єдине ціле економіку та математику.

У структурі економіко-математичних методів можна виділити наступні дисципліни та їх розділи, які складають теоретичну основу математичного моделювання:

- економічну кібернетику (системний аналіз економіки, теорію економічної інформації, теорію керуючих систем і т.д.);
- економетрію (дисперсійний аналіз, кореляційний аналіз, регресійний аналіз, багатомірний аналіз, факторний аналіз, кластерний аналіз і т.д.);
- математичну економіку (теорію економічного росту, теорії виробничих функцій, міжгалузеві баланси, національні рахунки, аналіз попиту та пропозицій, регіональний та просторовий аналіз, глобальне моделювання і т.д.);

- методи дослідження операцій (математичне програмування, сіткове моделювання, теорію масового обслуговування, методи керування запасами, теорію ігор та методи прийняття рішень і т.д.);
- експертні методи економіки (математичні методи аналізу і планування економічних експериментів, імітаційне моделювання, ділові ігри, методи експертних оцінок і т.д.);
- методи прогнозування.

У прикладних дослідженнях економічних процесів і явищ використовуються різні типи моделей, які відрізняються цільовим призначенням моделі, характером задачі, ступенем адекватності, математичним апаратом та ін. Побудова однієї єдиної математичної моделі функціонування будь-якої економічної системи або її складових практично не представляється можливим без розробки допоміжних моделей, тобто певного комплексу взаємозв'язаних моделей.

Вид і характер економіко-математичних моделей визначається взаємозв'язками та взаємозалежностями економічних систем. Взаємозв'язки одних систем можна описати на основі лінійних рівнянь і нерівностей, других – на основі рівнянь і нерівностей більш високих порядків, третіх – на основі кореляційного аналізу, четвертих – на основі теорії ймовірностей і т.д.

В основу класифікації економіко-математичних моделей покладено наступні ознаки:

- 1) за цільовим призначенням – теоретико-аналітичні та прикладні моделі;
- 2) за ступенем агрегування об'єктів – макроекономічні та мікроекономічні моделі;
- 3) за конкретним призначенням – балансові, трендові, оптимізаційні, імітаційні моделі;
- 4) за типом інформації, використаної в моделі – аналітичні та ідентифіковані моделі;
- 5) за врахуванням фактора невизначеності невідомих величин – детерміновані, стохастичні і моделі з елементами невизначеності;
- 6) за характером математичного апарату – матричні моделі, моделі лінійного та нелінійного програмування, кореляційно-регресійні моделі, моделі теорії масового обслуговування,

моделі сіткового планування та керування, моделі теорії ігор і т.п.;

- 7) за типом підходу до досліджуваних систем – дескриптивні (описові) моделі (наприклад, балансові та трендові моделі) та нормативні моделі (оптимізаційні та моделі рівня життя);
- 8) за структурою моделей та характером їх складових – одно- та багатофакторні моделі, статичні та динамічні моделі, моделі простої та складної структури;
- 9) за часовими характеристиками – довготермінові, середньотермінові та короткотермінові моделі;
- 10) за числом показників оцінки ефективності побудованої моделі – однокритеріальні та багатокритеріальні.

До числа складної комбінованої економіко-математичної моделі можна віднести, наприклад, економіко-математичну модель міжгалузевого балансу, яка є за вище приведеною класифікацією прикладною, макроекономічною, аналітичною, дескриптивною, детермінованою, балансовою, матричною моделлю, причому розрізняють як статичні, так і динамічні моделі.

Розглянемо коротко основні якісні характеристики деяких економічних моделей.

Макроекономічні моделі переважно описують економіку країни як єдине ціле, зв'язуючи між собою узагальнюючі матеріальні та фінансові показники: валовий внутрішній продукт, споживання, інвестиції, зайнятість, бюджет, інфляцію, ціноутворення, оподаткування та ін.

Мікроекономічні моделі описують взаємодію структурних та функціональних складових економіки або їх автономну поведінку в перехідному або ринковому середовищі, стратегії поведінки фірм в умовах олігополії з використанням методів оптимізації та теорії ігор та ін.

Теоретичні моделі відображають загальні властивості економіки та її компонентів з дедукцією висновків із формальних передумов. Прикладні моделі забезпечують можливість оцінки параметрів функціонування конкретних техніко-економічних об'єктів та обґрунтування висновків для прийняття управлінських рішень (до їх числа відносяться насамперед економетричні моделі, які дають

можливість статистично оцінювати числові значення економічних показників на основі наявних спостережень).

Рівновагові моделі описують поведінку суб'єктів господарювання як в стабільних стійких станах, так і в умовах нестійкого економічного середовища, де нерівновага за одними параметрами компенсується іншими факторами. Оптимізаційні моделі зв'язані в основному з мікрорівнем, на макрорівні результатом раціонального вибору поведінки суб'єктів являється деякий стан рівноваги.

Статичні моделі описують стан економічного об'єкту в конкретний поточний момент або період часу, динамічні моделі, навпаки, включають взаємозв'язки змінних в часі.

У статичних моделях переважно зафіксовані значення деяких величин, які є змінними в динаміці, наприклад, капітальні вкладення, ціни і т.д.

Динамічна модель не зводиться до простого сумування деяких статичних величин, а описує сили та взаємодії в економіці, які визначають хід процесів в ній. Динамічні моделі переважно використовують апарат диференціальних та різницевих рівнянь, варіаційного числення.

Детерміновані моделі припускають існування функціональних зв'язків між змінними моделі, а стохастичні моделі допускають наявність випадкових дій на досліджувані показники, використовуючи в якості інструментарію методи теорії ймовірності та економетрії.

Враховуючи вище сформульовані класифікаційні ознаки, представимо загальну схему математичних моделей, які в подальшому складуть основу моделювання фінансових процесів (рис.1.5).

У даному навчальному посібнику в основному будемо розглядати детерміновані моделі функціонування сфер і ланок фінансової системи. Крім цього, деякі задачі будуть описані з

допомогою стохастичних моделей і моделей з елементами невизначеності та ризику.

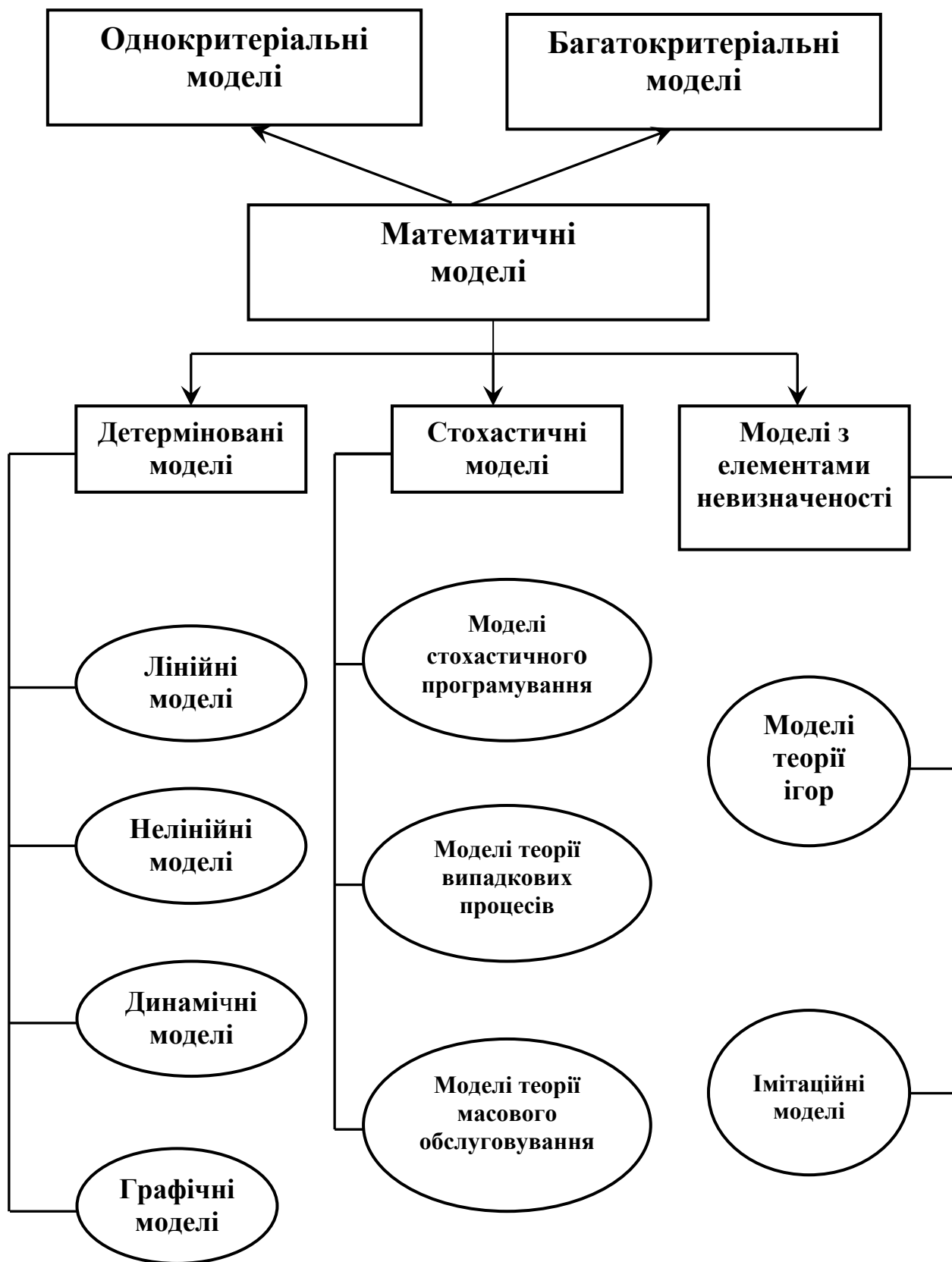


Рис. 1.5. Схема класифікації математичних моделей

1.4. Принципи та етапи побудови економіко-математичних моделей

Для побудови як комплексу взаємозв'язаних економіко-математичних моделей, так і будь-якої окремої моделі, необхідна певна сукупність принципів (правил гри), які дають можливість коректно здійснювати процес формалізації моделюючих систем та об'єктів.

Загальні принципи економіко-математичного моделювання випливають із загальних основ системного аналізу, тобто вони повинні бути відповідями на наступні запитання: 1) що повинно бути зроблено; 2) коли повинно бути зроблено; 3) з допомогою кого повинно бути зроблено; 4) на основі якої інформації здійснюються відповідні дії; 5) який результат повинен бути отриманий на основі цих дій?

Тому в якості загальних принципів економіко-математичного моделювання доцільно прийняти наступні принципи: достатності та інваріантності використаного інформаційного забезпечення, наступності та ефективності реалізації систем моделей. Розглянемо ширше кожний із цих принципів.

Принцип достатності використаної інформації означає, що в кожній окремій моделі повинно використовуватися тільки те інформаційне забезпечення, яке відоме з необхідною для результатів моделювання точністю. Під відомим інформаційним забезпеченням розуміють нормативні, довідкові, звітні та інші характеристичні дані про реальні економічні системи та їх складові, наявні до моменту моделювання. У зв'язку з послідовною розробкою комплексу моделей, які описують складний об'єкт і формалізовані окремою моделлю, вся інформація про моделюючу систему може бути не повністю відома до моменту розв'язку деякої задачі. Проте це не заважає використанню окремої моделі, якщо вона побудована з дотриманням принципу достатності. Крім цього, виконання принципу достатності дає можливість переходити від загальних моделей до більш детальних, поступово уточнюючи та конкретизуючи результати досліджень.

Принцип інваріантності інформації вимагає, щоб у моделі вхідна інформація була незалежна від параметрів моделюючої системи, які ще не відомі на даній стадії дослідження. Використання цього принципу дає можливість позбутися при побудові моделей

замкнутого кола, що часто зустрічається, коли в моделі використовується інформація, що може бути відома тільки за результатами моделювання.

Використання принципів достатності та інваріантності приводить до формування ієрархії економіко-математичних моделей для складного об'єкту, дозволяє строго визначити вхідні параметри рівняння зв'язку та цільової функції, формалізувати критерії оптимальності і обмеження для кожної окремої моделі. Так, вхідними параметрами для загального випадку можуть бути або вхідні дані моделей попереднього рівня, або результати функціонування моделей нижніх рівнів ієрархії, але отримані на основі інформації, інваріантної відносно шуканих на даному рівні змінних.

Зміст принципу наступності зводиться до того, що кожна модель не повинна порушувати властивостей об'єкту, встановлених або відображених у попередніх моделях комплексу. Отже, вибір критеріїв та моделі повинен в першу чергу ґрунтуватися на принципі наступності при умові, що забезпечується виконання принципів достатності та інваріантності використаної інформації. Якщо ж наступна модель не є складовою попередніх, то раніше побудовані моделі повинні бути скориговані для забезпечення принципу наступності.

Важливим із точки зору практичного використання комплексу моделей є принцип ефективності реалізації. Для його виконання необхідно, щоби кожна окрема модель могла бути реалізована з допомогою сучасних програмних та технічних засобів. З другої сторони, виконання даного принципу вимагає забезпечення відповідної точності вхідних даних, точності розв'язку задачі і тієї точності результуючої інформації, яка достатня для практичних цілей.

Наведені принципи дають можливість побудувати довільну окрему модель функціонування економічних систем і гарантують можливість її повної сумісності з іншими економіко-математичними моделями.

У залежності від конкретної ситуації можливі такі підходи до побудови моделей:

- ✓ безпосередній аналіз функціонування системи;
- ✓ проведення обмеженого експерименту над самою системою;
- ✓ використання аналогів;
- ✓ аналіз вхідних даних.

Процедуру побудови моделі та підготовку управлінського рішення на основі економіко-математичних методів можна представити з допомогою ряду взаємозв'язаних етапів, хоча в конкретних випадках деякі етапи можуть опускатися, а ряд робіт для побудови моделі – проводитись паралельно.

Базовою основою для побудови моделі об'єкта є його концептуальна модель. Під концептуальною моделлю об'єкта розуміємо сукупність якісних залежностей критеріїв оптимальності і різного роду обмежень від факторів, суттєвих для адекватного відображення функціонування об'єкта. Концептуальна модель відображає наступні основні моменти:

- умови функціонування об'єкта, визначені характером взаємодій між об'єктом та його оточенням, а також між елементами об'єкта;
- мету дослідження об'єкта та напрямок покращення його функціонування;
- можливості керування об'єктом, визначення складу керованих змінних об'єкта.

У процесі формулювання концептуальної моделі об'єкта можуть виникати такі проблеми:

- побудова спрощеного і в той же час адекватного поставленій меті дослідження сценарію функціонування об'єкта;
- формулювання та уточнення мети дослідження;
- формалізація мети в критерії оптимальності;
- формалізація зовнішніх та внутрішніх обмежень;
- вибір факторів, які описують об'єкт і його оточення, котрі повинні бути враховані при дослідженні і відповідно включені в математичну модель;
- класифікація факторів і вибір серед них в першу чергу керованих змінних.

Побудова концептуальної моделі є важливим етапом моделювання, оскільки він визначає напрямки, цілі та область дослідження. Завершальним кроком побудови концептуальної моделі є оцінка її адекватності моделюючій ситуації.

Наступним етапом є формування на основі концептуальної моделі числової математичної моделі об'єкта. Головна проблема даного етапу – визначення кількісних математичних співвідношень, які формалізують якісні залежності концептуальної моделі. Навіть

при наявності повністю побудованого сценарію ці співвідношення можуть бути неочевидними. У зв'язку з цим часто виникає необхідність у виконанні проміжного етапу між побудовою концептуальної і математичної моделей об'єкта – перетворення сценарію в алгоритм, який моделює взаємодію елементів між собою та з оточенням в динаміці.

Для реалізації математичної моделі на персональних комп'ютерах вона повинна бути представлена у числовій формі, тобто задані числові значення констант, границі зміни невизначених факторів та керованих змінних, закони розподілу випадкових величин. Завершальним кроком формування математичної моделі є оцінка її адекватності по відношенню до концептуальної моделі.

Етап дослідження математичної моделі починається з її аналізу (відношення до певного класу моделей), вибору відповідного методу її розв'язку та програмного забезпечення. Головна проблема цього етапу – розробка алгоритму оптимального або найкращого в заданих умовах розв'язку певної задачі.

Завершальним кроком процедури побудови економіко-математичної моделі є оцінка точності одержаних розрахунків та вироблення на їх основі ефективних прикладних рішень.

Ефективність прийняття рішень у великій мірі залежить від рівня досягнутої цілі дослідження, яка в свою чергу визначається метою побудови моделі. Моделі можуть будуватись для досягнення наступних цілей:

1. Виявлення функціональних співвідношень – визначення кількісних залежностей між вхідними факторами моделі та вихідними характеристиками об'єкта дослідження. Подібного роду моделі за своїм характером є описовими і присутні при побудові математичних моделей будь-яких типів.

2. Аналіз чутливості – вибір із великого числа наявних факторів тих, які у великій мірі впливають на вихідні характеристики об'єкта дослідження. Моделі аналізу чутливості повинні обов'язково передбачати можливість варіації ряду факторів і можуть бути використані так само для оцінки точності розв'язків, отриманих за моделями будь-яких типів.

3. Прогноз – оцінка поведінки об'єкта на часовому інтервалі при деякому допустимому поєднанні зовнішніх умов. Переважно задачі прогнозу є динамічними відносно вхідних параметрів, і в якості

незалежної змінної виступає час. Моделі прогнозу також є описовими.

4. Оцінка – визначення, наскільки адекватно об'єкт дослідження буде відповідати деяким критеріям. На відміну від розглянутих вище типів моделей моделі оцінки включають розрахунки інтегральних характеристик – критеріїв, які формалізують мету дослідження. Моделі оцінки займають проміжне місце між описовими та оптимізаційними моделями. У них задані критерій і його деяке “критичне” значення, але проводиться не оптимізація, а лише порівняння розрахункового значення з “критичним”, після чого приймається рішення про задоволення характеристик об'єкта поставленим вимогам.

5. Порівняння – співставлення обмеженого числа альтернативних варіантів систем або співставлення декількох припустимих принципів чи методів дій.

Число варіантів припускається незначним, у зв'язку з чим оцінюються всі варіанти, тобто здійснюється прямий перебір усієї множини. Хоча моделі даного типу близькі до оптимізаційних, спеціальний блок оптимізації у них відсутній.

6. Оптимізація – точне визначення такого поєднання змінних керування, при якому забезпечується екстремальне (максимальне або мінімальне в залежності від змісту критерію оптимальності) значення цільової функції. Суттєва різниця від наведеного вище випадку – наявність спеціального блоку оптимізації, який дозволяє цілеспрямовано і найбільш ефективно з обчислювальної точки зору переглядати множину альтернативних варіантів.

1.5. Фінансова система як об'єкт моделювання та прогнозування

Значний клас математичних моделей, які мають назву макроекономічних, використовується для розробки сценаріїв розвитку соціально-економічних систем. Вони дають можливість дати відповідь на запитання: «Що буде, якщо...?», тобто, що станеться з іншими параметрами, якщо один із них змінити. Простий приклад. Якщо підвищити ставку податку на додану вартість на $P\%$, то яким чином це відіб'ється на дефіциті чи профіциті бюджету?

Одним із прикладів макроекономічних моделей є теорія економічних циклів (хвиль). Вона виявляє циклічні коливання в

економіці, які мають різну періодичність і викликані інвестиційною активністю, технічним прогресом, нормою прибутку капіталовкладень і продуктивністю праці. Такі моделі можуть служити для виявлення довготермінових тенденцій і прогнозів. У даному класі моделей досліджуються різноманітні припущення стосовно залежності властивостей елементів моделі від часу та поєднання самих елементів.

Моделі міжгалузевого балансу, шляхом групування підприємств за галузевими та регіональними ознаками, зменшують діапазон різноманітності в економічному просторі. Наприклад, відома модель Леонт'єва дозволяє оцінити: наслідки зміни кінцевого попиту для різних секторів економіки; наслідки загального росту заробітної плати для кожної групи діяльності; вузькі місця економіки; наслідки перетворень в секторах економіки; вплив зовнішньоекономічних зв'язків.

Моделі динамічної ринкової рівноваги дозволяють вивчити взаємний вплив попиту, пропозиції певного ресурсу чи товару на різних ринках і цін на них. Такі моделі дають можливість також оцінити вплив податкової та бюджетної політики на інфляцію та стимуляцію чи на стримування економічного росту. Знання згаданих залежностей допомагає спрогнозувати розвиток ситуації при тих або інших діях і намірах уряду. Наприклад, при формуванні бюджету.

При виконанні своєї головної функції економічна система здійснює наступні дії: розміщує ресурси, виробляє продукцію, розподіляє предмети споживання та здійснює нагромадження (рис.1.6).

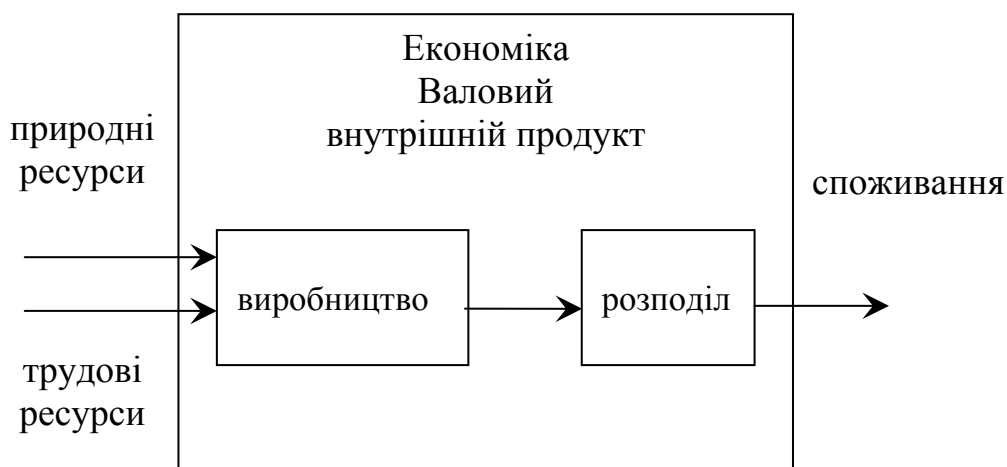


Рис. 1.6. Економіка як підсистема природи та суспільства

Основна мета економіки – забезпечення суспільства предметами споживання, в тому числі такими, які створюють умови для безпеки суспільства. Економіка складається з елементів – господарських одиниць (підприємств, фірм, банків, компаній і т.д.). Надсистема економіки – природа і суспільство, дві її головних підсистеми – виробнича та фінансово-кредитна. Функція фінансово-кредитної підсистеми полягає в регулюванні фінансових потоків (які йдуть в зворотному напрямку по відношенню до матеріальних) таким чином, щоб забезпечити стабільний і справедливий обмін товарами та послугами як між господарськими одиницями та їх об'єднаннями, так і між окремими членами суспільства, а також забезпечити фінансові умови для розвитку виробництва. В цих умовах гроші та цінні папери складають основу фінансових ресурсів.

Предметна область економіко-математичного моделювання включає в себе три різних, але взаємопов'язаних складових:

економічну теорію, тобто сукупність категорій, понять, означень, термінів, уявлень про взаємну залежність або інваріантність тих або інших процесів, явищ чи їх функціональних характеристик, про систему факторів цих процесів;

господарську практику, тобто реальне господарство, процеси виробництва, оборотність, розподіл, споживання, що розглядаються з економічної точки зору;

економічні рішення, тобто результати колективного чи індивідуального вибору варіантів оптимальних дій.

Дана теза припускає наявність тісних взаємозв'язків та принципових відмінностей між цими предметними областями. Конкретна модель досліджує лише фрагменти цих областей, а кількісний аналіз дає можливість виявити метод дослідження: побудову моделі теорії, моделі господарських процесів або моделі прийняття рішень. Окрім цього, можливий варіант поєднання цілей на основі глобального критерію оцінки корисності.

Процесам управління економікою властиві характерні аспекти, серед яких важливе місце займає велика кількість взаємопов'язаних елементів, їх різновидність, ступінь керованості кожного з них, і на завершення – активна роль людського фактора в прийнятті вигідних управлінських рішень.

Виділені аспекти економіки вказують на необхідність прийняття особливих заходів, пов'язаних із постановкою задачі та формальним описом структурних елементів. Для вирішення даної проблеми

використовується математичний опис елементів економічної системи, який у своїй структурі містить три основних розділи: матеріальний, фінансовий і соціальний.

Матеріальний розділ опису включає баланси продуктів, виробничих потужностей, трудових і природних ресурсів, нових проектів і технологій. Такий опис здійснюється на першому етапі конструювання економічної системи управління, при якому регулюючі механізми не визначені, а розв'язується задача побудови допустимого чи оптимального плану. У даному випадку тільки технологічні зв'язки виступають жорстко заданими зовні. Якщо регулятори вже визначені, то їх слід враховувати при описі через те, що вони можуть бути джерелом обмежень і надавати об'єктові нові властивості.

В економічній системі для організації зворотних зв'язків використовується фінансово-кредитний механізм, через це матеріальний опис економічних об'єктів необхідно доповнити фінансовим. Фінансовий розділ опису має містити баланси грошових потоків, порядок формування та використання різних ресурсів і фондів, умови ціноутворення, систему оподаткування та кредитування.

Необхідність соціального розділу в описі економіки обумовлюється значенням людського фактора на стадіях економічного процесу. Проте, за певних обставин, формалізація поведінки характеристик людини значно менше описана, ніж матеріальні та фінансові розділи.

Розглянемо характерні особливості математичного моделювання фінансових процесів.

По-перше, математичне моделювання як методологія наукових досліджень поєднує в собі досвід різних галузей науки про природу та суспільство, а саме: прикладної математики, інформатики та системного аналізу для вирішення фундаментальних проблем, які мають важливе макроекономічне значення. Математичне моделювання об'єктів складної природи – єдиний замкнутий цикл розробок від фундаментального дослідження проблеми до конкретних числових розрахунків показників ефективності функціонування об'єкта. Результатом розробок може бути система математичних моделей, які описують якісно різноманітні закономірності функціонування об'єкта та його еволюцію в цілому, як складної фінансової системи в різних умовах. Розрахункові

експерименти з допомогою математичних моделей дають вихідні дані для оцінки показників ефективності функціонування об'єкта. Тому математичне моделювання, як методологія організації наукової експертизи великих проблем, є незамінним при розробці макроекономічних рішень.

По-друге, за своєю суттю математичне моделювання є методом розв'язку нових складних проблем, тому дослідження відносно математичного моделювання повинно бути упереджувачим: слід завчасу розробляти нові методи та готувати спеціалістів-аналітиків, які вміють зі знанням справи використовувати ці методи для розв'язання нових прикладних задач.

По-третє, ті, від кого залежить розподіл фінансових ресурсів, ще не повністю усвідомили, що методи математичного моделювання мають велике прикладне значення і від їх розвитку залежить розвиток соціально-економічного та науково-технічного прогресу країни. Досвід показує, що відносно компактні, але добре структуровані математичні моделі дають можливість отримувати нетривіальні розв'язки складних економічних програм.

У той же час необхідно звернути увагу на дві важливі особливості фінансової системи як об'єкта моделювання:

- у фінансовій системі неможливі моделі подібності, які з великим успіхом використовуються в техніці;
- у фінансовій системі дуже обмежені можливості локальних експериментів, оскільки всі її складові тісно взаємопов'язані між собою, і як наслідок, "чистий" експеримент неможливий.

У такому випадку прогнозний розвиток та передбачення його наслідків можливі лише на основі концептуальних моделей функціонування фінансової системи, які в свою чергу складають фундамент математичного моделювання.

Процес розробки математичних моделей досить трудомісткий, але ще важче досягти високої степені адекватності об'єкта дослідження та моделі.

У залежності від можливостей і ступеню впливу випадкових некерованих факторів, розрізняють такі види постановок задач, розв'язок яких знаходимо з допомогою кількісних методів:

- детерміновані, в яких випадкові фактори відсутні чи настільки незначні, що ними можна знехтувати;
- стохастичні, розв'язок задач яких знаходиться з урахуванням випадкових факторів. Умови розв'язку цих задач вимагають

урахування некерованих збурень, при умові, що відомі стохастичні закони розподілу цих випадкових впливів;

- задачі, в яких рішення приймаються в умовах невизначеності. У даному випадку ймовірності та стохастичні характеристики збурюючих некерованих впливів невідомі.

Впровадження методологічних і методичних розробок моделювання процесів прийняття фінансових рішень у практику фінансового менеджменту повинно здійснюватися за наявності точного розмежування уявлень стосовно вектора дій, початкових передумов, структурної специфіки та інших функціональних характеристик моделей. Багато непорозумінь і розчарувань у результаті використання кількісних методів виникають через застосування неточної чи невідповідної моделі при розв'язанні відповідних задач.

В якості об'єкта управління може виступати будь-яка сфера чи ланка фінансової системи.

Розглянемо класифікацію та наглядну інтерпретацію факторних характеристик, під впливом яких функціонує об'єкт (сфера чи ланка фінансових відносин) управління (рис. 1.7).

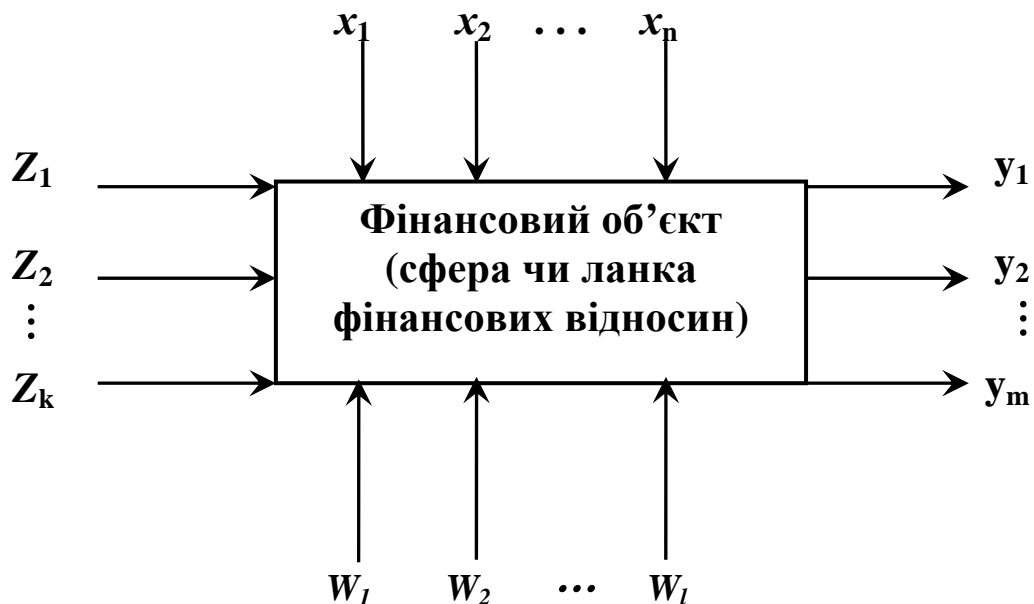


Рис. 1.7. Схема взаємодії факторних характеристик об'єкта управління

Z_1, Z_2, \dots, Z_k - функціональні параметри стратегії і тактики фінансової системи; x_1, x_2, \dots, x_n - характеристичні параметри

фінансового механізму; W_1, W_2, \dots, W_l - параметри випадкових впливів; y_1, y_2, \dots, y_m - вихідні характеристики об'єкта управління.

Відповідно до приведеної схеми, функціональні характеристики об'єкта управління можна розділити на чотири групи: вхідна група (Z_1, Z_2, \dots, Z_k); вихідна група (y_1, y_2, \dots, y_m); група регулюючих дій (x_1, x_2, \dots, x_n) та група випадкових впливів (W_1, W_2, \dots, W_l).

Фінансові процеси служать для формування та розподілу фінансових ресурсів у відповідності до певних правил, які можуть бути представленими у вигляді алгоритмів і програмних систем.

У фінансовому процесі основні операції, що необхідні для переміщення фінансових ресурсів, здійснюються з допомогою певної керуючої підсистеми. Дана підсистема має справу з центром нагромадження - розподілу, сукупністю платників і користувачів фінансових ресурсів. Її функціонування базується на закономірностях, визначених для кібернетичних систем керування. Розглянемо основні положення, що впливають із кібернетичного підходу, стосовно до відношень і подій соціально-економічних систем.

Як відомо, процес керування певним об'єктом соціально-економічної системи можна представити у вигляді замкнутого контура, схематичне зображення якого подане на рис. 1.8.

Об'єкт або процес, керування яким здійснюється в заданому контурі, має певну кількість ступенів вільності чи координат. Сукупність значень координат задає положення об'єкта в заданому просторі. Так, якщо об'єктом є автомобіль, то він має дві просторові координати, а літак – три. Для економічних об'єктів часто координатами виступають незалежні показники. Об'єкт може бути складним і складатися з певного числа частин або елементів, тобто є системою. Наприклад, бюджет складається з розділів, кожен із яких в свою чергу ділиться на глави, а глава складається з параграфів, які включають у себе статті.

Для нас представляють інтереси динамічні об'єкти, тобто ті, для яких однією з координат буде час. Вони мають властивість змінювати свій стан на протязі часу, причому перехід від одного стану до іншого не стається миттєво.

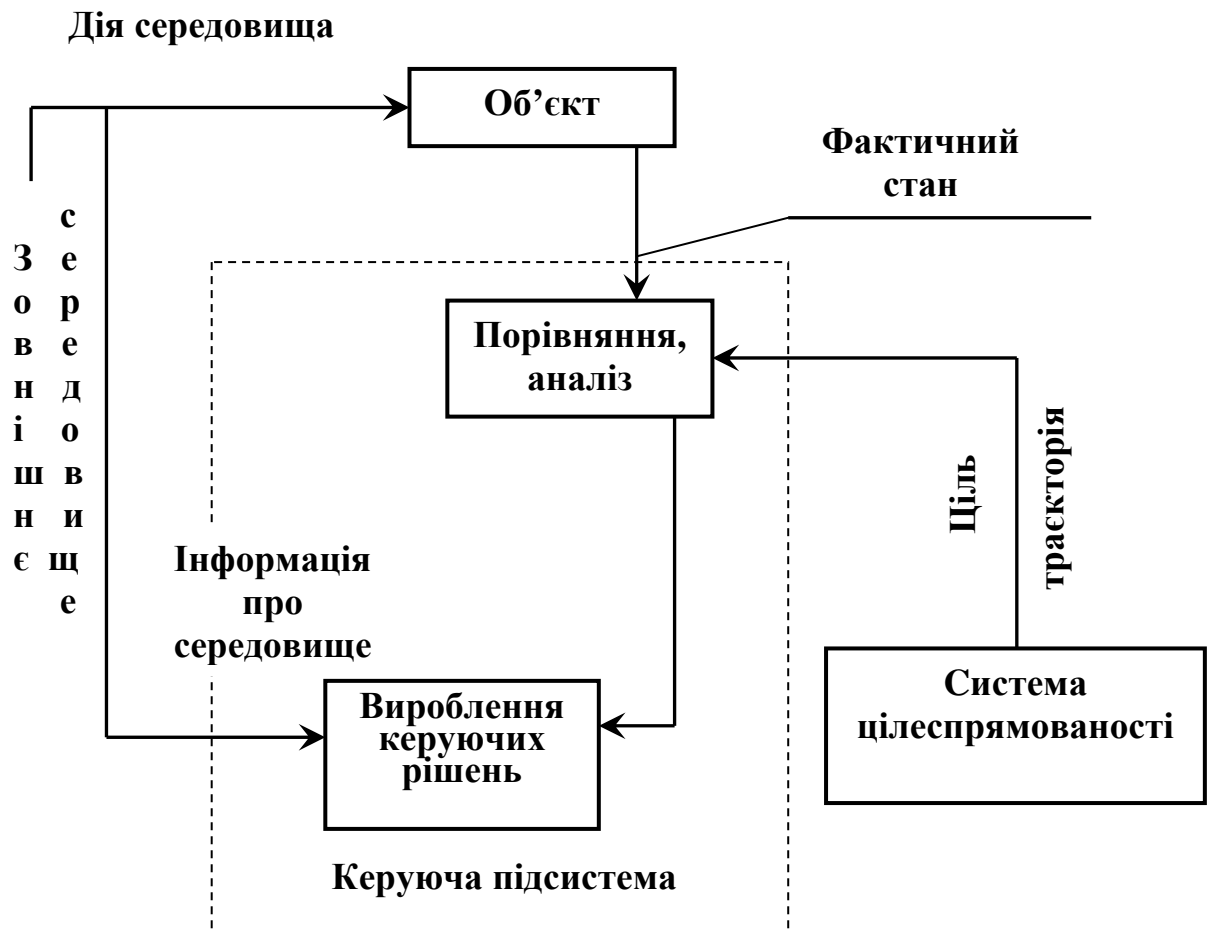


Рис. 1.8. замкнутий контур керування динамічним об'єктом

Перед тим як керувати об'єктом, необхідно визначити його початковий стан (значення координат у початковий момент часу) та мету (ціль) – положення об'єкта в певний майбутній момент часу. Якщо мати на увазі державні фінанси, то метою може бути розмір бюджетного дефіциту, пропорції в асигнуванні, що виділяються для різноманітних цілей (розділів і глав), поквартальні розміри цих асигнувань. Значення показників визначаються у процесі складання бюджету і приймаються як законодавчий акт.

Завданням керування є досягнення об'єктом заданої мети, починаючи із заданого стартового стану за заданий час. У загальному випадку просування до мети може здійснюватися множиною способів. При кожному із них координати об'єкта приймають множину значень за час свого руху. Ця множина має назву траєкторії (рис. 1.9). Якщо ми розглянемо тільки одну координату економіки, а саме – рівень інфляції, то послідовність її подекадних значень за рік й буде фактичною траєкторією. Той, хто керує об'єктом (керуюча

система), із можливої множини повинен вибрати найбільш доцільну (вигідну, корисну)

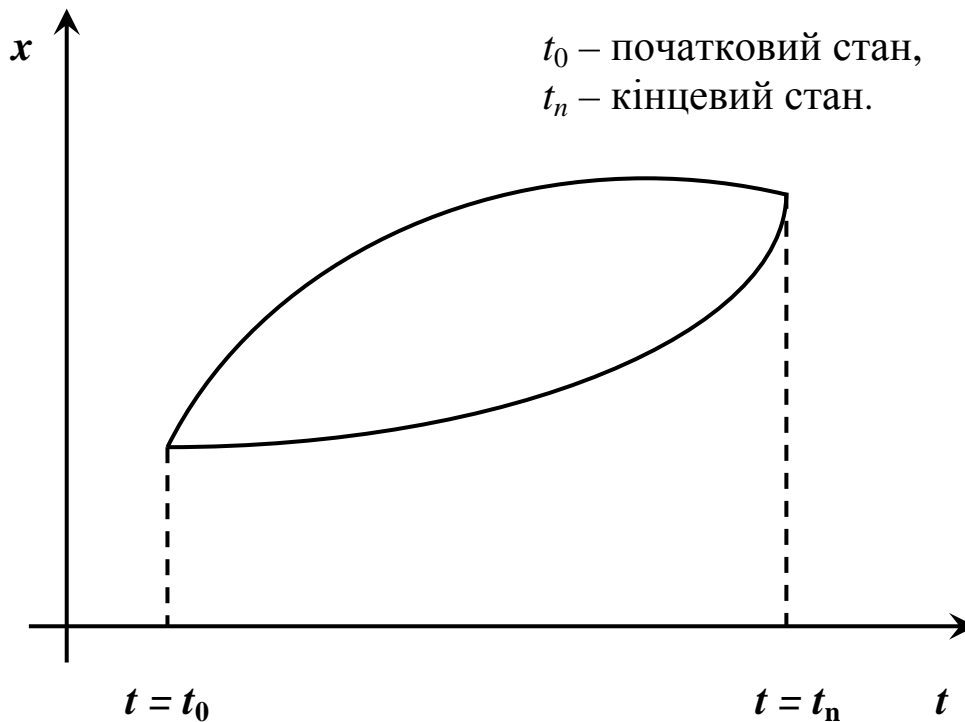


Рис. 1.9. Область можливих траєкторій об'єкта

траєкторію руху до мети. Тут ми свідомо опускаємо термін оптимальність, оскільки для реальних систем (податкової чи бюджетної) у більшості випадків критерій оптимальності важко сформулювати конструктивно, тим паче практично реалізувати.

Об'єкт перебуває у деякому певному середовищі, яке здатне в процесі руху впливати на нього й “збивати” із вигідної траєкторії, що призводить до переходу на іншу, яка не проходить через задану цільову точку. Якщо ми маємо справу з бюджетом, то це може бути, наприклад, стихійне лихо, на ліквідацію котрого будуть потрібні значні асигнування, або ж інші події, що призведуть до збільшення виплат і компенсацій з бюджету.

У реальних системах, навіть при відомих параметрах управління, процес вироблення керуючих дій і доведення їх до об'єкту керування дуже складний. Особливо це стосується процесу прийняття рішень і організації їх виконання. Насамперед для прийняття рішень необхідна добра інформаційна база – дані про фактичний стан об'єкта керування на поточний момент і інформація про поведінку за попередній відрізок часу, плюс дані, на основі

котрих була розрахована вигідна траєкторія, і, звичайно, сама ж траєкторія. Слід теж мати деяку модель, яка дозволить оцінити й спрогнозувати поведінку об'єкта при різних варіантах поведінки середовища та керуючих дій. Ця модель або система моделей може бути представлена системою рівнянь і нерівностей, які складають основу алгоритмів програмних продуктів.

Фінансовий процес, як об'єкт керування, можна представити у вигляді трьох структурних складових: множина платежів X ; множина організацій, які відображають центр нагромадження розподілу Z ; множина користувачів V .

Кожна з цих множин має деякі властивості, сукупність яких позначимо $G(X), G(Z)$ і $G(V)$ відповідно. Ці властивості часом називають змінними об'єкта керування. Вони визначають систему координат для опису фінансового процесу. Наприклад, кожний із включених в об'єкт елементів має в якості властивостей рахунки в банках. Сукупність значень властивостей елементів об'єкта керування $\{G_t(X), G_t(Z), G_t(V)\}$ однозначно визначає стан фінансового процесу у вибраній системі координат на деякий момент часу t .

За останні роки зріс інтерес до еволюційних моделей, у яких множина економічних об'єктів розглядається у вигляді певної популяції, в якій елементи можуть з'являтися, зникати, нагромаджуватися, передавати досвід і зазнавати мутацій. До цих моделей слід віднести нейронні мережі та імітаційні моделі.

Більшість фінансових процесів можна описати з допомогою математичного апарату перехідних процесів. До моделей перехідних процесів можна віднести моделі динамічного програмування, моделі марківських процесів, системи масового обслуговування. Для цих моделей характерні поняття: стан системи, можливі переходи системи під дією певних факторів із одного стану в інший. У залежності від правил і умов таких переходів, існує класифікація процесів (дискретні, неперервні, випадкові, керовані та інші).

Моделі різного виду систем, функціонування котрих залежить від ряду випадкових факторів, можуть бути сформульованими з допомогою термінів, так званих, випадкових процесів. Для їх аналізу будуються ймовірнісні моделі поведінки, що враховують вплив цих випадкових факторів на значення основних шуканих параметрів і оцінюють рівень ризику.

При формуванні бюджету, здійсненні оцінки його виконання протягом фінансового року приходиться мати справу з прогнозом

його дохідної частини на основі фактичної траєкторії за попередній період. Тут використовується математичний апарат динамічних рядів. У період структурної перебудови економіки ці моделі недостатньо адекватно описують наявні економічні процеси, оскільки в їх основу закладаються негативні тенденції відносно темпів економічного зростання.

Виходячи з цього, можна сказати, що моделювання фінансових процесів використовується як для оцінки статичної чи порівняльної статичної, так і для аналізу та прогнозу їх динаміки на короткостроковій та довгостроковій перспективі. У той же час потребує подальшого розвитку концепція побудови моделей представлення фінансових технологій, що визначають правила руху фінансових ресурсів, моніторинг даного процесу. Крім цього, динаміка змін в економіці у 90-х роках ХХ століття теж вимагає нових підходів при моделюванні сфер і ланок фінансових відносин.

1.6. Запитання та завдання для самостійної роботи

1. Опишіть характерні можливості використання кількісних методів в економічних дослідженнях.
2. Дайте тлумачення та схематичне зображення кількісних методів.
3. Охарактеризуйте основні складові моделювання соціально-економічних процесів.
4. Що означає термін “соціально-економічна система”?
5. Схематично опишіть абстрактне зображення рівнів системи.
6. Дайте тлумачення системи та підсистеми.
7. Охарактеризуйте підходи математичного опису складної системи.
8. Які задачі входять до класу задач системного аналізу?
9. Дайте тлумачення моделі та моделювання.
10. Опишіть основні етапи моделювання та їх характеристики.
11. Які елементи входять до складу моделі?
12. Дайте тлумачення основних складових економіко-математичної моделі.

13. Які дисципліни складають теоретичну основу математичного моделювання? Коротко опишіть їхню структуру.
14. Чим визначається вид і характер економіко-математичної моделі?
15. Які ознаки покладені в основу класифікації економіко-математичної моделі?
16. Опишіть якісні характеристики основних економічних моделей.
17. Дайте схематичну класифікацію математичних моделей.
18. Дайте тлумачення загальних принципів економіко-математичного моделювання.
19. Охарактеризуйте поняття концептуальної моделі.
20. Для яких цілей будуються моделі?
21. Що включає в себе предметна область економіко-математичного моделювання?
22. Назвіть і опишіть характерні особливості математичного моделювання.
23. Сформулюйте особливості фінансової системи як об'єкта моделювання.
24. Опишіть схему взаємодії факторних характеристик фінансового об'єкта управління.
25. Схематично охарактеризуйте процес керування динамічним об'єктом.
26. Опишіть структурні складові фінансового процесу.

Лекція 2. Кількісні методи прогнозування

1. Кому і для чого потрібні прогнози?

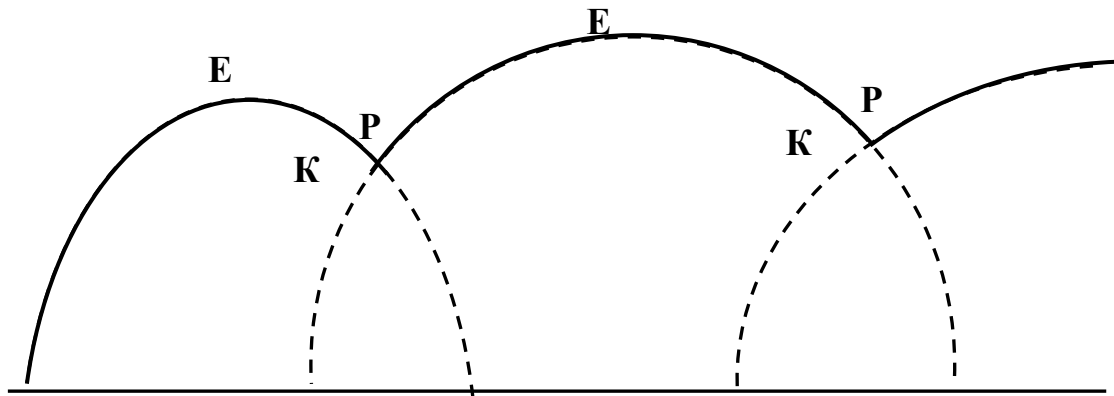
Сьогодні всі намагаються зазирнути в майбутнє, передбачити – коли та яким чином наша країна вийде з кризового становища, які тенденції будуть переважати на ринку, в чому проявляться зміни в політичних і соціальних відносинах, чи зуміє виробник знайти та реалізувати свої можливості на ринку? Такі запитання не є поодинокими, викликані вони не тільки простою цікавістю, а необхідністю вибору найбільш надійного та вірного шляху майбутнього розвитку сім'ї, підприємства, регіону, країни.

Прогнози потрібні всім: вченим – адже в передбаченні майбутнього (на основі пізнання закономірностей динаміки об'єкта дослідження в минулому) зміст і мета науки, а підтвердження наукових прогнозів – головний доказ істинності висунутих теорій і парадигм; підприємцям і менеджерам – без короткострокового та довгострокового прогнозу кон'юнктури ринків неможливо розробити ефективну тактику й стратегію, прийняти правильне рішення про обсяг та структуру виробництва, рівень цін і т.і.; працівникам державних органів місцевого, регіонального та міжнародного рівня – оскільки будь-яка помилка в передбаченні тенденцій регіональної, галузевої чи глобальної структурної динаміки та при виборі стратегії соціально-економічного розвитку матиме негативні наслідки; політичним діячам, які при обґрунтуванні своїх передвиборчих платформ, партійних програм, виборі тактики соціально-політичних курсів повинні враховувати передбачення майбутніх змін, можливостей виконати свої обіцянки, завоювати авторитет або зазнати краху. Тобто, кожна свідома людина прагне передбачити своє майбутнє.

Ріст попиту на прогнози за останні роки пояснюється декількома причинами.

Перша причина полягає в такому. Наприкінці ХХ століття людство зазнало впливу глобальних криз і становлення нової цивілізації. Цей період особливо гостро проявився в нашій країні. Це зумовило нестійкість існуючих тенденцій інерційного руху та їх зміну на протилежні.

У динаміці будь-якої системи (економічної, соціальної чи екологічної) можна виділити три фази (рис. 2.1):



Е – еволюційна фаза

К - фаза кризи

Р – фаза революційного перевороту

Рис. 2.1. Зміна еволюційних, кризових і революційних фаз динаміки систем

1. Стабільного, стійкого розвитку, при якому переважає інерція руху. Потрібно докласти багато зусиль, щоби хоч трохи змінити траєкторію руху, а прогнозувати найближче майбутнє порівняно просто та надійно – досить пролонгувати в майбутнє чітко виражені тенденції.

2. Кризи, при яких пануюча тенденція в основному вичерпала свій потенціал, а в протиріччя з нею вступає наступна система. Динаміка є нестійкою, відбувається перелом тенденцій, з'являється множина альтернатив майбутнього розвитку. Навіть незначне прикладання зусиль спричинить зміну траєкторії руху. В таких умовах передбачити майбутнє надзвичайно складно, але життєво важливо.

3. Революційного стрибка, підйому, бурхливого розвитку нової системи, при яких перевага надається найбільш оптимістичним прогнозам. Ці тенденції теж обмежені в часі. Небезпечно пропустити момент, при якому динаміка системи знову перейде у фазу стабільності, за якою неминуче наступає криза.

На сьогоднішній день наша країна перебуває в стані загальної кризи, що охопила всі сторони життя. Через це зростає потреба в

передбаченні можливих альтернатив майбутнього соціально-економічного розвитку.

Друга причина визначається особливостями переходу від централізовано-планової системи до ринкової економіки. Розпад тоталітарно-унітарної системи та перехід до централізованої збільшує кількість людей, які змушені самотійно приймати рішення й нести відповідальність за їхню обґрунтованість, ефективність і вигідність. Такі люди безумовно мають потребу в надійних прогнозах. Піраміда прийняття рішень перевернулася. Якщо раніше рішення приймалися в центрі вищими партійними органами (що мали потребу в прогнозах і старалися їх засекретити), а середньому (міністерства, регіональні органи) рівню давалася роль виконавців (із невеликою свободою вибору виконання директив), то в даний час ситуація змінилася на протилежну. Тепер передбачення майбутнього в ринковій децентралізованій економіці стає невід'ємним її елементом.

Третя причина в тому, що наприкінці ХХ століття переважає тенденція швидкого зростання наукомісткості не тільки виробництва, а й усього життя. Розвиваються процеси деконцентрації, диверсифікації та підвищення маневреності виробництва, його інтелектуалізація. Зростає число соціальних груп, проявляються національні інтереси. Більшість людей проводить активне політичне життя. За таких умов неможливо в будь-якій сфері діяти без наукового передбачення. Прогнозні дослідження стають невід'ємною складовою частиною будь-якої предметної галузі знань, вимогою повсякденної практики.

Узагальнюючи вище висловлене, можна зробити висновок про те, що прогнози необхідні через такі дві основні обставини – майбутнє невизначене і загальний ефект корисності багатьох управлінських рішень, які приймаються в даний момент, не відчутний на протязі певного часу. Ось чому прогнозне передбачення майбутнього значно підвищує ефективність процесу прийняття вигідних рішень.

Більшість рішень приймається з метою впливу на майбутнє: інвестор, який прийшов на фондову біржу, купує акції, сподіваючись на прибуток у вигляді дивідендів або збільшення вартості цих акцій у майбутньому; підприємець або банкір купує іноземну валюту для зменшення ризику збитків від коливання обмінного курсу. Наведені ситуації певним чином потребують прогнозу перспективи розвитку

відповідних якісних характеристик явищ або процесів для того, щоб можна прийняти оптимальне для даної ситуації рішення.

Фінансові аналітики фірм і установ використовують прогнози у повсякденному плануванні та управлінні фінансовими операціями відповідних виробничих і організаційних структур. Надійні прогнози роблять можливим прийняття раціональних і вигідних рішень, які базуються на обґрунтуванні стратегічних бізнес-планів або фінансових операцій.

2. Функції прогнозування та види прогнозів

Прогноз – імовірнісне наукове обґрунтування міркувань про перспективи, можливі стани розвитку того чи іншого явища в майбутньому і (або) про альтернативні шляхи та терміни їх здійснення. Процес розробки прогнозу назвемо прогнозуванням.

Основна суть прогнозування полягає у передбаченні тенденцій майбутнього розвитку об'єкта досліджень (системи, процесу чи явища) на основі глибокого та всебічного вивчення закономірностей, взаємодії внутрішніх і зовнішніх чинників у динаміці з метою обґрунтування перспективних рішень і виявлення їхніх можливих наслідків. Правдивість тих або інших тверджень відносно методологічних основ прогнозу суттєво залежить від його визначення. Прогноз означає перенесення певних закономірностей або тенденцій розвитку параметрів взаємозв'язків економічної системи з минулого та теперішнього стану в майбутнє. Така постановка висуває на передній план інформаційний аспект ретроспективної бази даних, тобто процес прогнозування можна представити як перетворення вхідного масиву інформації A в інформацію майбутнього стану A_{τ} з допомогою оператора прогнозування F :

$$F : \{A, \tau\} \rightarrow A_{\tau}, \quad (2.1)$$

де τ – час випередження або глибина прогнозу.

Основна умова запоруки успіху прогнозу полягає в об'єктивному формуванні передумов перетворення інформації. Розглянемо основні підходи до прогнозування відносно різних передумов характеру вхідної інформаційної бази:

- прогноз за фактором часу або інерційний прогноз;
- факторний прогноз на основі часової сукупності спостережень;

- факторний прогноз на основі просторової сукупності спостережень;
- комбінований підхід.

Наведені підходи представляють собою якісно різні варіанти обробки вхідної інформаційної бази прогнозування, що певним чином визначають рівень невизначеності прогнозу.

В основі прогнозування лежить три взаємодоповнюючих джерела про майбутнє:

- оцінка перспектив розвитку та майбутнього стану прогнозування явища на основі досвіду в поєднанні з процедурою аналогій;

- умовне продовження в майбутньому (екстраполяція) тенденцій, закономірностей розвитку, яким у минулому та теперішньому часі властива висока ступінь інертності;

- модель майбутнього стану того чи іншого явища (процесу), побудована відповідно до сподіваних або бажаних змін ряду умов і перспектив розвитку, що досить добре відомі.

У відповідності до цього мають місце такі способи побудови прогнозів:

- анкетування – метод вивчення думок населення, спеціалістів (експертів, аналітиків) з метою впорядкування і об'єктивності суб'єктивних оцінок прогнозного характеру. Особлива роль тут належить експертним оцінкам;

- екстраполяція та інтерполяція – побудова динамічних рядів розвитку показників прогнозного явища на основі базового періоду прогнозу та розробка варіанту випередження прогнозу на майбутнє (ретроспекція і проспекція прогнозних розробок);

- моделювання – побудова пошукових і нормативних моделей із урахуванням імовірносних або бажаних змін прогнозного явища на період випередження прогнозу на основі даних про масштаби та напрямки змін. Найбільш ефективна прогнозна модель – система одночасних рівнянь.

Прогнозування виконує три основних функції і має три етапи розвитку:

- передбачення можливих тенденцій зміни в майбутньому тієї галузі діяльності (об'єкта, процесу чи явища), з якою в майбутньому необхідно мати справу, вияв закономірностей, тенденцій, факторів, які характеризують ці зміни (етап дослідження);

- виявлення альтернативних варіантів взаємодії траєкторії розвитку об'єкта в результаті прийняття тих чи інших вигідних рішень, кількісна оцінка наслідків реалізації цих рішень (етап обґрунтування управлінських рішень);

- оцінка моніторингу та наслідків виконання рішень, передбачення змін зовнішнього середовища з метою своєчасного коригування оцінок (етап моніторингу та коригування).

Ці функції і етапи тісно взаємопов'язані між собою та ітеративно повторюються. Вони є складовим елементом управлінської діяльності будь-якої сфери і реалізуються через множину прогнозів.

Основною складовою процесу прогнозування є розробка прогнозної моделі, що дозволить отримати в певному обсязі прогнозну інформацію про його розвиток. Для проведення прогнозного експерименту, крім моделі об'єкта, треба також мати у своєму арсеналі сукупність методів і прийомів прогнозування, що використовуються при його реалізації. Ось чому в процесі аналізу мають бути вибрані методи прогнозування, що адекватні об'єкту та меті розробки цього прогнозу.

Розглянемо основні методичні принципи, яких необхідно дотримуватися при аналізі об'єкта прогнозування, а саме: системність, природня специфіка, оптимізація та аналогія.

Принцип системності вимагає розглядати об'єкт прогнозування як єдину систему взаємопов'язаних характеристик самого об'єкта та прогнозної бази у відповідності до мети і задач дослідження.

Принцип природньої специфікації припускає обов'язкове врахування природи об'єкта прогнозування, закономірності його розвитку, абсолютних і розрахункових значень границь розвитку.

Принцип оптимізації допомагає розробити такий опис об'єкта прогнозування, який би забезпечив задану достовірність і точність прогнозу при мінімальних затратах на його розробку. Даний принцип можна розкласти на ряд складових:

- принцип оптимальності ступені формалізованості опису вимагає використання формалізованих моделей і апарату евристичних, інтуїтивних, творчих методів вирішення проблем;

- принцип мінімізації розмірності опису намагається адекватно описати об'єкт, використовуючи при цьому мінімальну кількість змінних і параметрів, і одночасно забезпечити задану точність та достовірність прогнозу;

- принцип оптимального вимірювання показників для прогнозної бази вимагає вигідної шкали оцінювання;

- принцип дисконтування даних вимагає звернути більше уваги на майбутню вартість прогнозних значень.

Принцип аналогії припускає при аналізі об'єкта постійне співставлення його властивостей з відомими в даній галузі схожими об'єктами і їх моделями для знаходження об'єкта-аналога, щоб у подальшому використовувати його модель для аналізу.

Прогнози можна класифікувати як суб'єктивні та такі, що базуються на моделях. Суб'єктивні прогнози, які ґрунтуються на здогадках, досвіді, інтуїції, не підлягають строгим правилам і базуються на неформальних міркуваннях експерта. Цілком імовірно, що на основі ідентичної інформації два експерти дадуть різні суб'єктивні прогнози.

У той же час модельні прогнози ґрунтуються на певних правилах, процедурах або моделях, в яких взаємовідносини, зв'язки між певною сукупністю досліджуваних змінних величин формалізовані. Зрозуміло, що основною метою кількісного аналізу об'єкта прогнозування буде побудова його прогнозної моделі.

Прогнозна модель – модель об'єкта прогнозування, дослідження котрого дозволяє отримати інформацію про можливі його стани в майбутньому та шляхи настання цих станів. Метою прогнозної моделі є отримання інформації не про сам об'єкт взагалі, а про його майбутні стани й визначення при цьому меж можливих траєкторій розвитку. Схематичне зображення такого процесу подане на рис. 2.2.

Основними способами опису прогнозних моделей є такі форми:

✓ словесний опис – найбільш простий неформальний спосіб задання моделей;

✓ графічне представлення – у вигляді кривих і діаграм;

✓ блок-схеми, матриці рішень – один із найбільш поширених способів опису моделей;

✓ математичний опис – у вигляді формул і математичних операцій над змінними;

✓ програмний опис – у вигляді програмних продуктів.

Побудована прогнозна модель повинна задовольняти таким вимогам:

1) повнота, адаптованість і еволюційність. Вона повинна забезпечувати можливість включення досить широкого діапазону

змін і доповнень з метою більш повного наближення моделі до реального об'єкта;

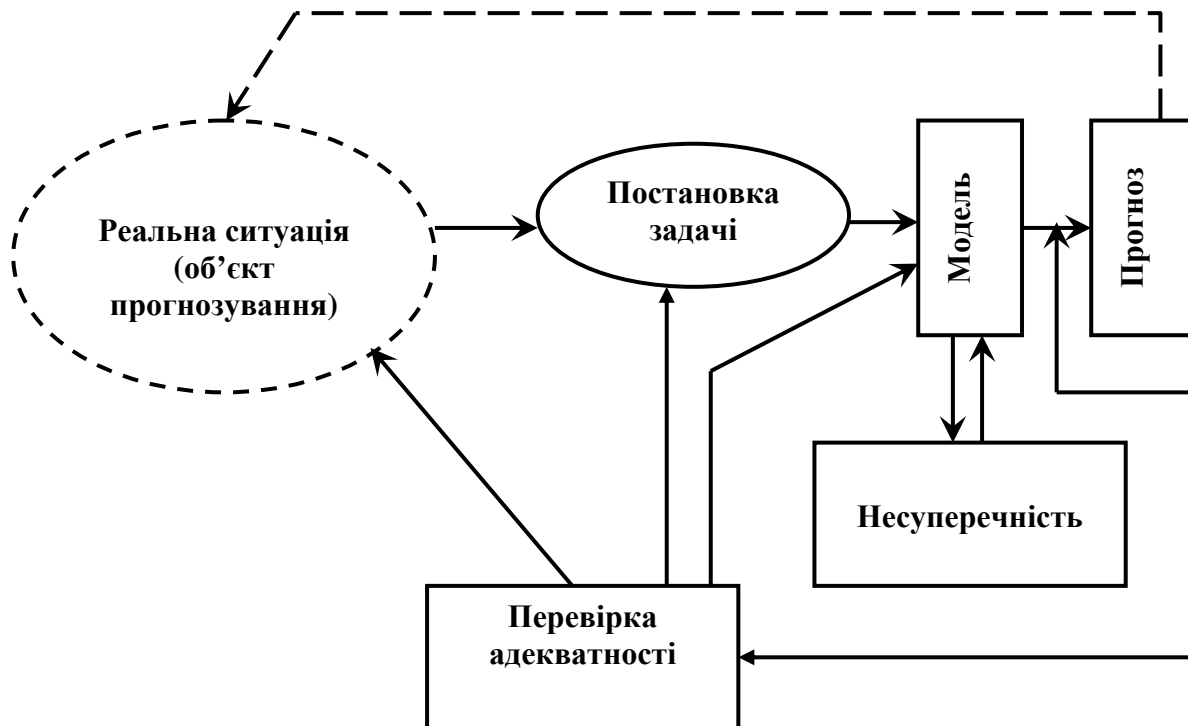


Рис. 2.2. Модельне представлення процесу прогнозування

2) бути достатньо адекватною для можливості варіації більшим числом змінних, але не настільки абстрактною, щоби виникли сумніви в надійності та практичній корисності отриманих результатів;

3) задовольняти мінімальні умови відносно часу розв'язку;

4) орієнтуватися на реалізацію при допомозі існуючих програмних і технічних засобів;

5) забезпечити отримання корисної інформації стосовно об'єкта з урахуванням постановки задачі прогнозування;

6) будуватися з використанням наявної математичної логіки та термінології;

7) передбачати можливість процедури перевірки ступеню точності отриманого прогнозу.

Класифікація прогнозів може бути виконаною з різних позицій і ознак. Найважливішою ознакою при класифікації прогнозів буде сам об'єкт прогнозування. Відповідно до класифікації можна виділити таких п'ять груп: соціальні, економічні, науково-технічні, екологічні та зовнішньоекономічні (рис. 2.3).

Цілковим зрозуміло, що найважливішим видом прогнозів є економічний прогноз. Ці прогнози дають можливість передбачити зміни в структурі виробництва, динаміці відтворення, ринковій кон'юнктурі, фінансово-кредитній сфері тощо.

Згадані прогнози можуть мати різні горизонти – від короткострокових (зв'язаних із коливанням цін, курсів валют, біржової кон'юнктури) до довгострокових (на десятки років). Перший вид прогнозів має більш деталізований, оперативний характер. Чим довший горизонт, тим більшого значення набувають теоретичні дослідження та довжини ретроспектив.

При побудові короткострокових прогнозів робиться припущення про незначні відхилення в далекому минулому від даних інформаційної бази. Короткострокові прогнози, як правило, складаються на найближчих декілька місяців. Досить часто на практиці виникає необхідність прогнозування поточної ситуації з допомогою оперативних прогнозів.

Період середньострокового прогнозу може становити декілька років (скажімо, від одного до трьох). Протягом цього часу під впливом зовнішніх факторів ринкові умови для товару чи урядова політика можуть змінитися, наприклад, на ринку з'явилися нові фірми, розроблені нові вироби. У таких випадках проста екстраполяція попередніх тенденцій дає помилкові прогнози. Урядова політика може змінюватися під впливом таких зовнішніх чинників, як швидка зміна обмінного курсу. Прогнози різної довжини доповнюють і уточнюють один одного.

Важливою характерною ознакою прогнозів є рівень управління, відповідно до якого маємо: макроекономічні, мезоекономічні, глобальні та локальні. Очевидно, що рівень прогнозу залежить від ситуації та його деталізації.

Макроекономічні прогнози потрібні для розробки фінансової політики держави. Для прикладу: річний бюджет потребує оцінки майбутніх доходів (прибутковий податок, податок на прибуток, податок на додану вартість, акцизний збір тощо) і майбутніх видатків (допомога по безробіттю, державні пенсії, дотації тощо).

Неоднаковий і характер самого прогнозу. Він може відноситися до будь-якого показника (окремий прогноз) або ж мати загальний, комплексний характер (загальний прогноз). Розглянемо один із можливих варіантів майбутнього розвитку (одноваріантний) або вектор альтернатив (багатоваріантний).

Принципове значення має різниця між генетичним і нормативним підходом до прогнозування, а також поєднання цілей у вигляді комбінованого прогнозу.

Враховуючи форми представлення результатів, прогнози можуть поділятися на детерміновані, невизначені, імовірнісні та змішані.

Прогноз буде детермінованим, якщо для кожного виділеного моменту часу в середині та на правій границі інтервалу прогнозування значення досліджуваного показника задані числами.

Невизначений прогноз тоді, коли для кожного виділеного моменту часу значення прогнозного показника задані інтервалами їхніх змін. При цьому в середині кожного з цих інтервалів значення досліджуваного показника вважаються рівноймовірними.

Імовірнісний прогноз – для кожного виділеного моменту часу значення досліджуваного прогнозного показника задається інтервалами їх зміни. Причому для кожного інтервалу відомий закон розподілу прогнозного показника.

Змішаний прогноз – серед моментів часу, виділених у середині та на правій границі інтервалу прогнозування, існує хоч би два результати прогнозування, що належать до двох довільних із розглянутих раніше трьох груп.

Слід зазначити, що у зв'язку із впливом на функціонування та розвиток фінансової системи значного числа випадкових факторів, детермінований прогноз окремих аспектів її розвитку розглядається як ексклюзивний випадок. Для фінансової системи прогнози найменше будуть імовірнісними, а більше стохастичними чи змішаними.

3. Класифікація методів прогнозування

Інтенсивне використання та подальший розвиток наукового потенціалу призвели до створення потужного арсеналу методів, процедур, прийомів прогнозування та систем їх програмного забезпечення. Відсутність чіткої систематизації методів прогнозування призводить до подальшого розширення їхнього кількісного інструментарію, часом за рахунок малоефективних і компільованих методів.

Методами прогнозування є сукупність прийомів, процедур і оцінок, які дають змогу на основі ретроспективного аналізу

внутрішніх та зовнішніх зв'язків, властивих об'єкту дослідження, а також їхніх динамічних характеристик зробити з певною вірогідністю висновок щодо майбутнього розвитку даного об'єкта.

Сформулюємо основні принципи класифікації методів прогнозування:

- 1) достатня повнота охоплення прогнозних методів більшості предметних областей;
- 2) єдність класифікаційної ознаки на кожному структурному рівні розподілу;
- 3) неперетин розділів класифікації;
- 4) відкритість класифікаційної схеми (можливість доповнення новими методами);
- 5) адекватність прогнозів до реальних ситуацій.

Розглянемо трьохрівневу класифікацію методів прогнозування. Кожний рівень деталізації визначається своїми класифікаційними ознаками: ступенем формалізації, загальними принципами дії та способом отримання прогнозної інформації.

Стосовно ступеня формалізації всі методи прогнозування можна поділити на інтуїтивні та формалізовані (рис. 2.4). Інтуїтивне прогнозування використовується тоді, коли об'єкт прогнозування є дуже простим, або ж настільки складним, що врахувати аналітично вплив багатьох факторів практично неможливо. У таких випадках вдаються до експертних оцінок.

У залежності від загальних принципів інтуїтивні методи прогнозування можна поділити на індивідуальні та колективні експертні оцінки.

До групи індивідуальних експертних оцінок належать такі методи: інтерв'ю, аналітична записка, побудова сценаріїв і генерація ідей. Група колективних експертних оцінок включає в себе такі методи: комісії, мозкової атаки, Дельфі та анкетування.

Клас формалізованих методів, у залежності від загальних принципів дій, можна поділити на групи економетричних і системно-структурних методів, методів моделювання та випередження інформації.

До групи економетричних методів можна віднести методи: найменших квадратів, експонентного згладжування, ковзної середньої, ймовірнісного моделювання, колокаційний, кореляційно-регресійний, групового врахування аргумента, авторегресійний, теорії розпізнавання образів, спектрального, дискримінантного та

факторного аналізу.

До групи системно-структурних методів належать: функціонально-ієрархічне моделювання, морфологічний аналіз, матричний метод, сіткове моделювання, структурна аналогія, прогнозний граф, “дерево цілей”.

Методи математичного моделювання включають балансові, оптимізаційні, імітаційні, стохастичні моделі, нейронні мережі, варіаційне числення, моделі Маркова та теорії ігор.

Ефективність вибору методів прогнозування залежить від таких факторів: мета прогнозу, його завдання; період, на який формується прогноз; специфіка та особливості об’єкта прогнозування; вірогідність та повнота інформаційної бази; фактори, які обмежують прогнозування.

Система раціонального вибору методів прогнозування повинна відповідати таким вимогам:

- давати способи апріорної оцінки методів, які поєднують суб’єктивну цінність і об’єктивну значимість оцінок;
- застосування оцінок має бути чітким і не допускати різних тлумачень щодо вибору методів;
- спотворювати можливість нагромадження статистики використання методів прогнозування.

У процесі побудови математичних моделей для прогнозування складних об’єктів може бути використана така схема:

- визначення мети та завдань прогнозу;
- змістовний виклад і розробка формалізованої схеми прогнозованого процесу, що відображає гіпотезу про механізм функціонування об’єкта;
- складання схеми взаємозв’язків системи моделей, які реалізують системний, цілеспрямований модельний опис об’єкта;
- вибір базової мови формального опису;
- визначення вимог до технологій, характеристик і умов застосування в рамках прийнятої процедури прогнозування.

Розробка системи моделей прогнозування проходить у три етапи.

На першому етапі здійснюється розробка локальних методик прогнозування. Конструюються окремі моделі та підсистеми моделей прогнозування, що об’єднуються в єдину систему для цілей прогнозування згідно до конкретних вимог.

На другому етапі уточнюються та узгоджуються підсистеми моделей, перевіряється їхня взаємодія, визначається послідовність використання окремих моделей, прийомів оцінки та методів перевірки отриманих комплексних прогнозів. На цьому етапі розробляється програмне забезпечення.

На третьому етапі здійснюється практична реалізація та уточнення окремих локальних систем і методик комплексного прогнозування.

Тезисно опишемо основні вимоги до методик розробки окремих моделей і систем:

- чіткий опис послідовності правил складання окремих прогнозів;
- використання методів і технічних засобів, які дають змогу здійснювати розрахунки своєчасно та багаторазово, враховуючи наявну інформацію;
- врахування складних, багатофакторних зв'язків прогнозованих процесів і показників;
- відображення проблеми погодження окремих прогнозів у їх системі, що не допускає суперечностей і забезпечує коригування прогнозів.

4. Нейронні мережі як інструмент прогнозування

Підвищений інтерес до методів нейронних мереж можна пояснити їх успішним застосуванням у різноманітних галузях економічної діяльності при розв'язанні задач прогнозування, класифікації та управління. Такі характеристики нейромереж, як можливість нелінійного моделювання та порівняно проста реалізація, часом роблять їх незамінними при розв'язанні складних багатомірних задач.

Нейронні мережі – це інструмент прогнозування, який на основі моделей для обробки сигналів використовує явища, аналогічні до тих, які відбуваються в нейронах живих організмів.

Ідея нейронних мереж зародилася під час досліджень у галузі штучного інтелекту, а саме, в результаті спроб відтворити властивість біологічних нервових систем навчатися та виправляти помилки, моделюючи низькорівневі структури мозку. Мозок складається з дуже великої кількості нейронів, які з'єднані між собою. Кожен нейрон володіє багатьма якостями, характерними іншим елементам

тіла, і водночас його характерною властивістю є прийом, обробка та передача електрохімічних сигналів по нервових шляхах, які утворюють комукаційну систему мозку.

На рис. 2.5 наглядно відображена спрощена структура взаємозв'язків біологічних нейронів. Нейрон має тіло з стандартним набором органел, які мають назву сома, всередині котрої розміщене ядро. Із нейрона виходять численні волокна, які відіграють основну роль у його взаємодії з іншими нервовими клітинами. Можна виділити два типи волокон: численні тонкі (дендрати), по яких приймається інформація та товстіші (аксон), по яких передається результуючий імпульс.

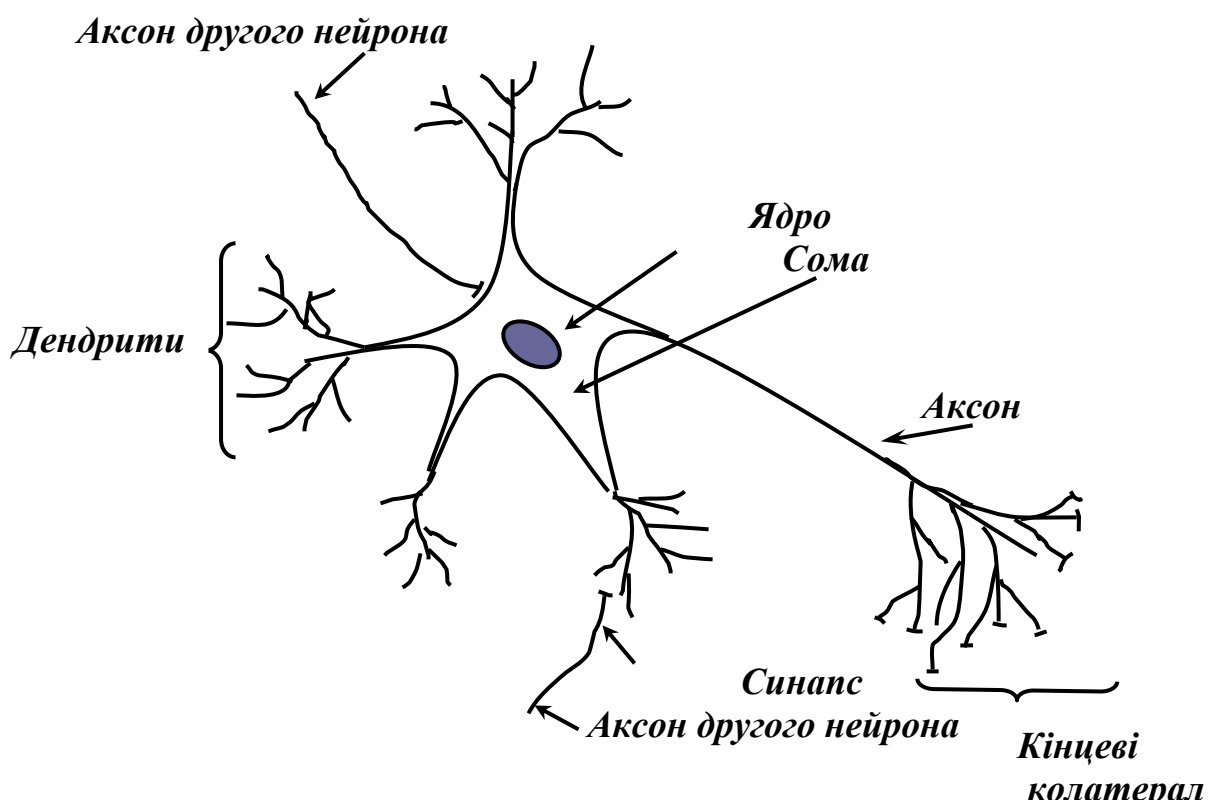


Рис. 2.5. Спрощена структура взаємозв'язків біологічних нейронів

Вхідні сигнали поступають у клітину через синапси, а вихідний сигнал виводиться аксоном через його численні нервові закінчення, що називаються колатералами. Колатерали контактують із сомою та дендритами інших нейронів, утворюючи при цьому чергові синапси. Очевидно, що синапси, які підключають до клітини виходи інших нейронів, можуть знаходитися як на дендритах, так і безпосередньо на тілі клітини.

При активації нейрон посилає електрохімічний сигнал через свій аксон. Прийняті синапсом входні сигнали підводяться до тіл інших нейронів, які в свою чергу можуть активуватися. Нейрон активується тоді, коли сумарний рівень сигналів, які прийшли з дендритів у його ядро, перевищує певний пороговий рівень активації. У розглянутій функціональній схемі біологічного нейрона багато складностей і протиріч, але більшість штучних нейронних мереж моделює лише ці прості властивості.

Із наведених вище міркувань виходить, що кожний нейрон можна вважати своєрідним функціональним процесором, який: сумує сигнали з відповідними вагами; виконує нелінійну передаточну функцію та передає значення результатів, зв'язаних з ним нейронів. У відповідності з діючим правилом “усе або нічого” в простих моделях нейронів вихідний сигнал приймає двійкове значення: 0 або 1. Значення 1 відповідає перевищенню збудження нейрону, а 0 – збудження нижче від порогового рівня.

Під штучними нейронними мережами розуміють сукупність обчислювальних процедур, які з певною точністю імітують прості біологічні процеси, основу котрих складають функціональні властивості нервових клітин.

Однією з перших моделей нейрона є модель МакКоллока-Пітса у бінарному варіанті, структурна схема котрої представлена на рис.2.6.

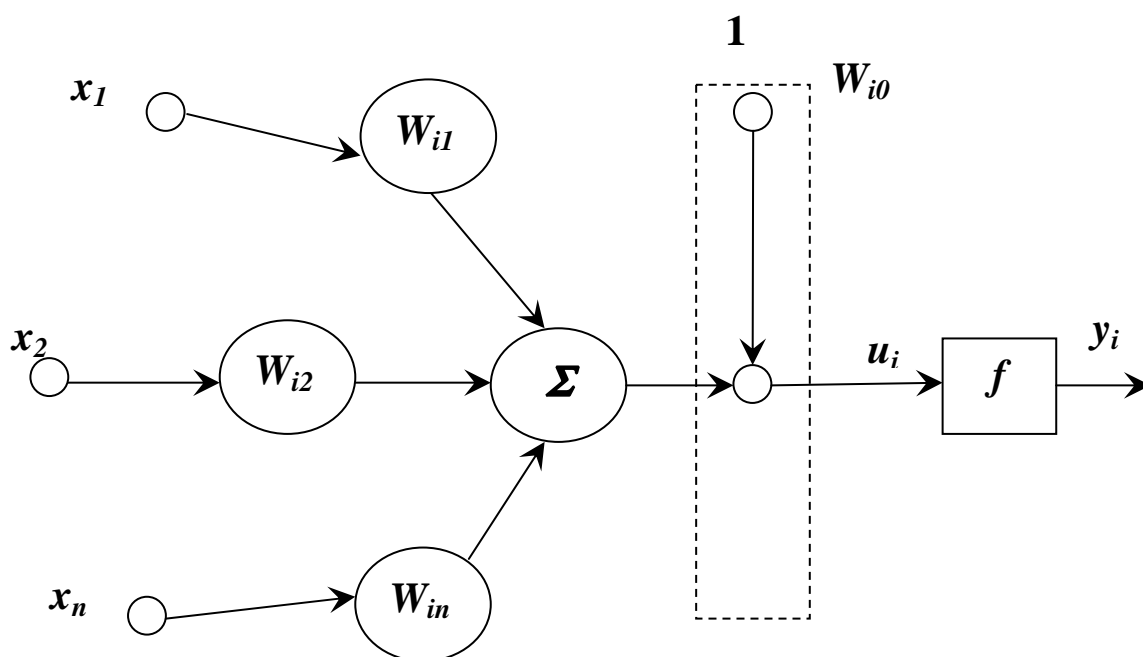


Рис. 2.6. Спрощена схема моделі МакКоллока-Пітса.

Вхідні сигнали $x_j (j = \overline{1, n})$, у залежності від відповідних ваг W_{ij} (сигнал поступає від вузла i до вузла j), сумуються в суматорі, а потім результати порівнюються з пороговими значеннями W_{i0} . Вихідний сигнал нейрону y_i визначається за наступною формулою:

$$y_i = f\left(\sum_{j=1}^n W_{ij} \cdot x_j(t) + W_{i0}\right), \quad i = \overline{1, n}. \quad (2.2)$$

Аргументом функції виступає сумарний сигнал $u_i = \sum_{j=1}^n W_{ij} \cdot x_j(t) + W_{i0}$. Функція $f(u_i)$ називається функцією активації. Для моделі МакКоллока-Пітса – це порогова функція виду:

$$f(u_i) = \begin{cases} 1 & \text{для } u_i \geq 0 \\ 0 & \text{для } u_i < 0, i = \overline{1, n}. \end{cases} \quad (2.3)$$

Коефіцієнти W_{ij} являють собою ваги синаптичних зв'язків між i -им та j -им вузлом. Додатне значення W_{ij} відповідає збуджуючим синапсам, а від'ємне – гальмівним, тоді як $W_{ij}=0$ вказує на відсутність зв'язку між i -им та j -им нейронами. Дана модель є дискретною моделлю, для якої стан нейрону в момент $(t+1)$ розраховується за значенням його вхідних сигналів у попередній момент часу t .

Розвиваючи дану тематику, Д. Хебб у процесі дослідження асоціативної пам'яті запропонував теорію навчання (підбір ваг W_{ij}) нейронів. При цьому він скористався спостереженням про те, що ваги міжнейронних з'єднань при активації нейронів можуть зростати. У моделі Хебба приріст ваг ΔW_{ij} у процесі навчання пропорційний добутку вхідних сигналів y_i та y_j нейронів, зв'язаних вагою W_{ij} :

$$\Delta W_{ij} = W_{ij}(k+1) - W_{ij}(k) = \eta y_i(k) y_j(k) \text{ або} \\ W_{ij}(k+1) = W_{ij}(k) + \eta y_i(k) y_j(k), i = \overline{1, n}; j = \overline{1, n}, \quad (2.4)$$

де k – означає номер циклу, а η - коефіцієнт навчання.

На початку 60-х років минулого століття Ф. Розенблатт розробив теорію динамічних нейронних мереж для моделювання, яка базувалася на перцепторній моделі МакКоллока-Пітса.

На сьогоднішній день штучні нейронні моделі представляють собою високо розвинуту галузь знань як у теоретичному, так і в прикладному аспекті. Підтвердженням цього є широкомасштабне використання генетичних алгоритмів.

Поєднання генетичних і нейронних алгоритмів забезпечує значний потенціал макроекономічних досліджень у різних предметних областях.

Генетичні алгоритми ґрунтуються на теоретичних досягненнях синтетичної теорії еволюції, з врахуванням мікробіологічних механізмів спадковості ознак природних і штучних популяцій, а також на досвіді людей у селекції тварин і рослин.

Методологія генетичних алгоритмів базується на ідеї селекції: чим значніше пристосування особини, тим вища ймовірність того, що в її потомстві, ознаки, що визначають пристосованість, будуть сильніше вираженими.

Прикладне застосування програмних продуктів генетичних алгоритмів включає в себе такі етапи:

- формування в пошуковому просторі області допустимих значень змінних і вибір у ній деякої пробної точки;
- з допомогою математичної моделі відображають точки з пошукового простору на простір критеріїв, що дає можливість співставити зображення відносно поверхні критеріїв;
- на основі отриманої інформації й у відповідності до вибраної пошукової стратегії здійснюється маніпуляція координатами точок у просторі змінних величин, і тим самим завершується процес генерації координат нових пробних точок.

Прикладні аспекти нейромереж можна розділити на декілька основних груп: апроксимація та інтерполяція; розпізнавання та класифікація; прогнозування; ідентифікація; управління та асоціація.

Для кожної з названих прикладних областей нейронна мережа відіграє роль універсального апроксиматора функції від декількох змінних такого виду:

$$Y = f(X),$$

де X – вхідний вектор, а Y – реалізація векторної функції декількох змінних. Постановка значної кількості задач моделювання, ідентифікації та обробки сигналів можуть бути зведеними до апроксимаційного відображення.

Для класифікації та розпізнавання образів мережа навчається властивим для них ознакам, а саме – геометричному відображенню точкової структури зображення відносно розміщення важливих елементів образу, процесам перетворення Фур'є та ін. У процесі навчання виділяються ознаки, які відрізняють образи один від одного.

Дані ознаки складають базу для прийняття рішень про віднесення образів до відповідних класів.

При розв'язанні задач прогнозування роль нейромереж полягає у передбаченні майбутньої реакції системи з урахуванням їх попередньої поведінки (ретроспективного аналізу). Володіючи інформацією про значення змінної X у моменти, що передують прогнозуванню $X(t-1), X(t-2), \dots, X(t-n)$, мережа вибирає рішення, яким буде найбільш імовірне значення послідовності $X(t)$ у даний момент t . Для адаптації вагових коефіцієнтів мережі використовують фактичну похибку $\varepsilon = X(t) - \hat{X}(t)$ і значення цієї похибки в попередні моменти часу.

При розв'язанні задач ідентифікації та управління динамічними процесами нейромережі, як правило, виконують декілька функцій. Вони представляють собою нелінійні моделі даного процесу, які забезпечують прийняття відповідних керованих рішень.

У задачах асоціації нейронна мережа відіграє роль асоціативного запам'ятовуючого пристрою (ЗП). Можна виділити ЗП асоціативного типу, з допомогою яких визначається кореляція між окремими компонентами одного й того ж вхідного вектора, та ЗП гетероасоціативного типу, засобами яких встановлюються кореляції між двома різними факторами. Якщо на вхід мережі подається неструктурований вектор (наприклад, він містить білий шум компоненти чи взагалі не містить окремих компонент), тоді нейромережа зможе відновити правдивий і очищений від шумів вектор, а в подальшому згенерувати при цьому повну версію асоційованого з ним вектора.

Важлива властивість нейромереж, яка говорить про їх великий потенціал і широкі прикладні можливості, полягає в паралельній обробці інформації всіма нейронами. Завдяки даній властивості при великій кількості міжнейронних зв'язків досягається значне прискорення процесу обробки інформації.

Інша, не менш важлива, властивість нейронних мереж полягає у здатності навчання та узагальнення отриманих знань. Мережа володіє рисами так званого штучного інтелекту. Натренована на обмеженій множині навчальних вибірок, вона узагальнює набуту інформацію та виробляє очікувану реакцію стосовно даних, які оброблялися в процесі навчання.

Тут можна виділити дві стратегії навчання мережі: з учителем і без нього.

При навчанні з учителем припускається, що крім вхідних сигналів, які складають вектор X , також відомі й очікувані вихідні сигнали нейрону d_i , що складають основу цільового вектора d . Разом вони утворюють навчальну пару, а мережа тренується на основі деякого числа таких пар. У даній ситуації вибір вагових коефіцієнтів повинен бути організований таким чином, щоб фактичні вихідні сигнали нейрону y_i приймали значення, найбільш близькі до очікуваних значень d_i . Основним елементом процесу навчання з учителем є знання стосовно очікуваних значень d_i вихідного сигналу.

Якщо такий підхід неможливий, то залишається користуватися стратегією навчання без учителя. У даному випадку підбір вагових коефіцієнтів здійснюється на основі конкуренції нейронів між собою чи з урахуванням кореляції навчальних і вихідних сигналів. На превеликий жаль, при навчанні без учителя на етапі адаптації нейрона ми не можемо прогнозувати його вихідні сигнали.

Для більш адекватного відображення процесу, що вивчається, представляє інтерес застосування логістичної функції активації нейрона виду:

$$f(u) = \frac{1}{1 + e^{-\beta u}}. \quad (2.5)$$

Параметр β підбирається самим аналітиком. Його значення впливає на форму функції активації. Графік функції сильно залежить від значень β (рис. 2.7).

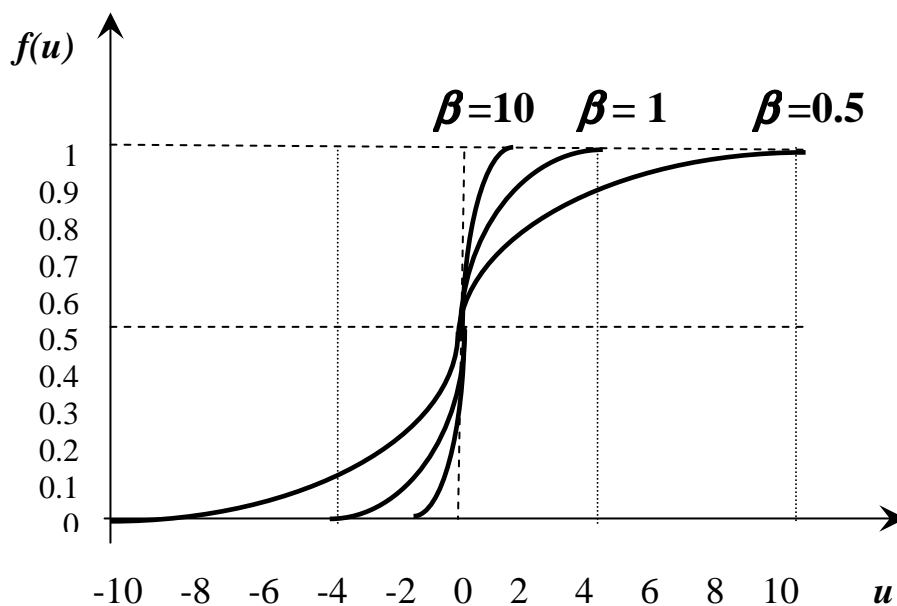


Рис. 2.7. Графік логістичної функції

При малих значеннях β графік функції досить пологий, а при $\beta = 0$ вироджується в горизонтальну лінію на рівні 0.5. При $\beta \rightarrow \infty$ функція перетворюється у функцію однорідного скачка.

Даний тип нейромережі має назву сигмоїдного нейрону. Як правило, він навчається з учителем за принципом мінімізації цільової функції, яка для одиничного навчального кортежу $\langle x, d \rangle$ i -го нейрону визначається у вигляді:

$$E_i = \frac{1}{2}(y_i - d_i)^2. \quad (2.6)$$

Розглянемо основні етапи побудови та функціонування самонавчаючих алгоритмів, які складають основу нейромережі:

1. Комплексний аналіз інформаційної бази.
2. Вибір програмного нейроімітатора та методів навчання нейромережі.
3. Формування аналітиком навчальної вибірки з допомогою нейроімітатора.
4. Вибір аналітиком структури нейромережі та навчання її на навчальній вибірці з допомогою нейропакета.
5. Автоматичний аналіз з допомогою нейропакету відібраної на попередніх етапах інформації з використанням натренованої мережі.
6. Якщо параметри результатів задовольняють початкові вимоги, то відбувається інтеграція нейромоделі в інформаційну систему для подальшого прикладного використання її.

До основних програмних продуктів нейронних мереж слід віднести наступні:

1. Пакет All Triloquy (Word Systems Group). Він складається із трьох модулів: інструментальної системи для розробки нейромереж NeuroShell, бібліотеки для розробки застосування NeuroWindows, програми оптимізації з використанням генетичних алгоритмів GeneHunter.
2. Пакет Neural Connection 2.0. Даний пакет включає в себе систему прогнозів і класифікації, що ґрунтується на методах нейромереж.
3. Пакет Braincel. Даний пакет є простим у роботі. Дані представляються стовпцем. Далі з меню вибирається пункт "Тренування" і виконується тест мережі на тестовому наборі даних.

4. Пакет STATISTIKA Neural Networks, який містить великий арсенал статистичних методів, реалізований у ньому потужний генетичний алгоритм і всі види нейромереж.
5. Пакет SPSS. Цей пакет є універсальним пакетом статистичного аналізу та має повний набір усіх типів нейромереж.

На сьогоднішній день багато фінансових аналітиків використовують програмний продукт нейронних мереж для прогнозування цін акцій на основі множини чинників. Наприклад, поведінка у минулому цін тих та інших акцій у сукупності з різними іншими макроекономічними показниками.

Математичний апарат програмних продуктів нейронних мереж дає можливість не тільки отримувати в дискретному вигляді шукані параметри, але й мати функціональне представлення вихідного параметра від вхідного при умові незмінності інших, тобто вияв якісного співвідношення між ними.

Завдяки своїй універсальності мережі можна використовувати для визначення оптимальних структур портфелів цінних паперів і інвестицій, прогнозу банкрутства фінансових і виробничих структур, визначення кредитних ризиків, кредитоспроможності позичальників, прогнозування інфляційних процесів, курсів валюти, ліквідності комерційних банків, податкових надходжень до бюджету та інших економічних показників.

Наприклад, при наданні кредиту банк володіє певною базою знань про особу, яка звернулася за кредитом. Це може бути її вік, освіта, професія, власність та інше. Навчивши нейромережу на цій базі, аналітик може визначити найсуттєвіші характеристики клієнта і на цій основі віднести його до певної категорії кредитного ризику. Для кількісної оцінки альтернативних рішень також можна використати дискримінантний або кластерний аналіз.

Важливим напрямком використання нейромережевих технологій є розробка цінового механізму в розвитку ВЕС. Ціна – дуже важливий елемент у бізнесі. Вона має бути тісно пов'язаною з виробничою програмою і товарним асортиментом фірми, тобто стратегією підприємства. Для оптимізації процесу інвестування необхідно мати в наявності імітаційну модель, яка дасть можливість визначити попит на ринку у відповідності до кон'юнктури та економіки регіону.

Визначити функцію попиту – завдання досить складне, оскільки вона має фрактальні властивості. Проте економетричну залежність між найбільш важливими мезо- та мікроекономічними показниками, що моделюють економічні стани регіону, можна визначити. Для розв'язку такого типу задач можна використати нейромережевий підхід.

На вхід нейронної мережі подаються показники, що характеризують і одночасно визначають ринок регіону для заданого виду продукції чи наданих послуг. Дана вхідна інформація може бути поділеною на ряд блоків: блок макро- та мезоекономічних і соціальних показників регіону; блок даних витрат на рекламу; блок даних, які характеризують вартість і якість послуг; блок даних стосовно кон'юнктури ринку та блок статистичної інформації внутрішнього характеру.

Для практичної реалізації даного підходу з допомогою нейронної мережі нам необхідно визначити: вхідні та вихідні змінні; принцип функціонування та вигляд мережі.

Виконання даної процедури дозволить, змінюючи ціни та витрати на рекламу, досягти необхідних показників попиту у відповідності з прийнятою стратегією підприємства. Поряд з цим, нейронна мережа дає можливість визначити кількісні значення для вхідних показників. Дана методика є досить ефективною при використанні в окремих маркетингових міроприємствах на конкретних ринках збуту. Одночасно вона допоможе звести до мінімуму витрати на рекламу та створити максимальний зовнішній ефект впливу на величину попиту.

Нейронні мережі є добрим програмним продуктом для розв'язання задачі прогнозування інвестиційного потенціалу регіону. Його можна визначити як здатність до отримання максимально можливого обсягу інвестиційної складової валового регіонального продукту, яка реалізується через використання інвестиційного фактору економічного росту. Даній задачі властиві наступні особливі ознаки:

- великий обсяг вхідної інформації;
- неповнота або надлишок даних, їх зашумленість і часткове протиріччя;
- відсутність однозначного формалізованого алгоритму прогнозування.

Для розв'язання поставленої задачі необхідно побудувати модель, яка буде аналізувати поступлення інформації відносно кількісної оцінки потенціалу, виявити в ній закономірності, враховувати неоднорідність і невизначеність даних і виконати прогноз.

У формалізованому виді задачу прогнозування інвестиційного потенціалу регіону з допомогою нейромереж можна сформулювати наступним чином. Нехай нам відомо n дискретних значень кількісної оцінки інвестиційного потенціалу регіону $\{y(t_\tau), \tau = \overline{1, n}\}$ в попередні моменти часу. Задача полягає в знаходженні прогнозного значення $y(t_{n+1})$ в деякий майбутній момент часу t_{n+1} . Кількісна оцінка розраховується за певних умов з допомогою вектора $\{x_i(t_n), i = \overline{1, m}\}$. Елементи даного вектора є фактори, під впливом яких формується в момент часу t_n кількісна оцінка потенціалу. Разом з тим, вони складають основу для оцінки інвестиційного потенціалу в наступний момент часу t_{n+1} :

$$\{y(t_n); x_i(t_n), i = \overline{1, m}\} \Rightarrow y(t_{n+1}) \quad (2.7)$$

В якості таких основних факторів можна прийняти: чисельність трудових ресурсів, основні виробничі і невиробничі фонди, обсяги випуску промислової та сільськогосподарської продукції і т.д. Для практичної реалізації розробленої моделі необхідно розв'язати наступні задачі:

-формування інформаційної бази і на її основі виділення навчальної і тестової вибірки виду (2.7);

-проведення попередньої обробки вибірки: нормування, кодування даних, конструювання мережі (вибір топології мережі, функції активації нейронів, алгоритм навчання);

-навчання мережі на основі ретроспективних даних;

-оцінки функціонування розробленої моделі та якості навчання мережі.

Інструментарій нейронних мереж можна використати при виконанні процедури оцінки ліквідності та надійності комерційних банків на основі інтегрального показника (правил рішень). Для знаходження даного показника в нейромережах виконуються наступні процедури вибору:

- системи кодування вхідного значення чи їхні множини;
- топології чи архітектури мережі, тобто число елементів і структура зв'язків (входи, шари, виходи);

- функції активації;
- алгоритму навчання мережі.

Для отримання правила рішень, яке визначає категорію банку (“надійний” або “проблемний”), з допомогою процедури “класифікація з учителем” отримуємо декілька сценаріїв, в залежності від поставленої мети:

- передбачення групи проблемних банків за критерієм НБУ;
- прогнозування банкрутства банку;
- вибір надійних контрагентів при кредитуванні.

Тут основну роль відводиться навчальній вибірці, яка формується для кожного із перелічених випадків за своїми правилами на основі нормативної та статистичної бази.

Ще одним прикладним застосуванням нейронних мереж є податкова та митна системи. Так, наприклад, для відбору платників податку – кандидатів для проведення податкових перевірок на вхід навчальної мережі подається послідовність векторів, компонентами яких є параметри цих платників. Нейронна мережа відбирає тих платників податку, які володіють тими самими характеристиками, що й навчальна вибірка.

Алгоритм будується таким чином, що він буде розбивати податкові декларації, відносно проведення перевірок, на два класи:

- можуть дати великі дорахування;
- дорахування малоїмовірні.

Для навчання нейромережі розпізнавання класів декларацій використовується навчальний файл, який містить інформацію про результати попередніх перевірок і дані з податкових декларацій перевірених платників податку. Після виконання процедури навчання мережі її можна використовувати для класифікації податкових декларацій, для яких такі перевірки ще не проводилися.

Податкові декларації, відібрані мережею як потенційно продуктивні, в подальшому розглядаються експертом-аналітиком, який і приймає остаточне рішення: варто їх проводити чи ні, і якщо варто, то на які питання необхідно в першу чергу звернути увагу. Дану методику можна використовувати як метод виявлення зв'язків між значеннями, які вказуються в конкретних пунктах декларацій, і імовірнісним ухиленням сплати податків, тобто в якості попередньої процедури відбору для економетричного моделювання процесів оподаткування з допомогою регресійного та дискримінантного аналізів.

Аналогічні процедури моделювання за допомогою нейромереж можна застосовувати до кількісного аналізу та прогнозування економічних показників у митній справі.

2.5. Запитання та завдання для самостійної роботи

1. Кому та для чого потрібні прогнози?
2. Опишіть основні причини зросту попиту на прогнози.
3. Назвіть і опишіть основні фази динамічного розвитку систем.
4. Дайте тлумачення прогнозу та прогнозування.
5. У чому полягає основна суть прогнозування?
6. Що лежить в основі прогнозування?
7. Які способи побудови прогнозів вам відомі?
8. Дайте характеристику основних функцій, які виконує прогнозування.
9. Опишіть основні етапи прогнозування.
10. Сформулюйте основні принципи, яких слід дотримуватися при аналізі об'єкта прогнозування.
11. Дайте схематичне модельне представлення процесу прогнозування.
12. Дайте визначення прогнозної моделі.
13. Які способи опису прогнозних моделей Ви знаєте?
14. Охарактеризуйте основні вимоги до прогнозних моделей.
15. Опишіть основні ознаки класифікації прогнозів.
16. Дайте схематичне зображення класифікації прогнозів і їх характеристики.
17. Опишіть основні принципи класифікації методів прогнозування.
18. Що являють собою методи прогнозування?
19. Які ознаки покладені в основу класифікації методів прогнозування?
20. Яким вимогам повинна відповідати система вибору методів прогнозування?

21. Опишіть основні етапи побудови системи моделей прогнозування.
22. Нарисуйте умовну схему класифікації методів прогнозування.
23. Опишіть основні етапи процесу моделювання методом Монте-Карло.
24. Дайте тлумачення нейромережі.
25. Наглядно опишіть структурну схему взаємозв'язків біологічних нейронів.
26. Побудуйте спрощену схему моделі МакКоллока-Пітса.
27. Дайте тлумачення ваг нейронів.
28. Охарактеризуйте основні властивості нейронних мереж.
29. Опишіть основні стратегії навчання мережі.
30. Приведіть основні види функцій активації нейронів.
31. Опишіть основні етапи побудови та функціонування самонавчаючих алгоритмів нейромереж.
32. Дайте характеристику програмних продуктів нейромереж.

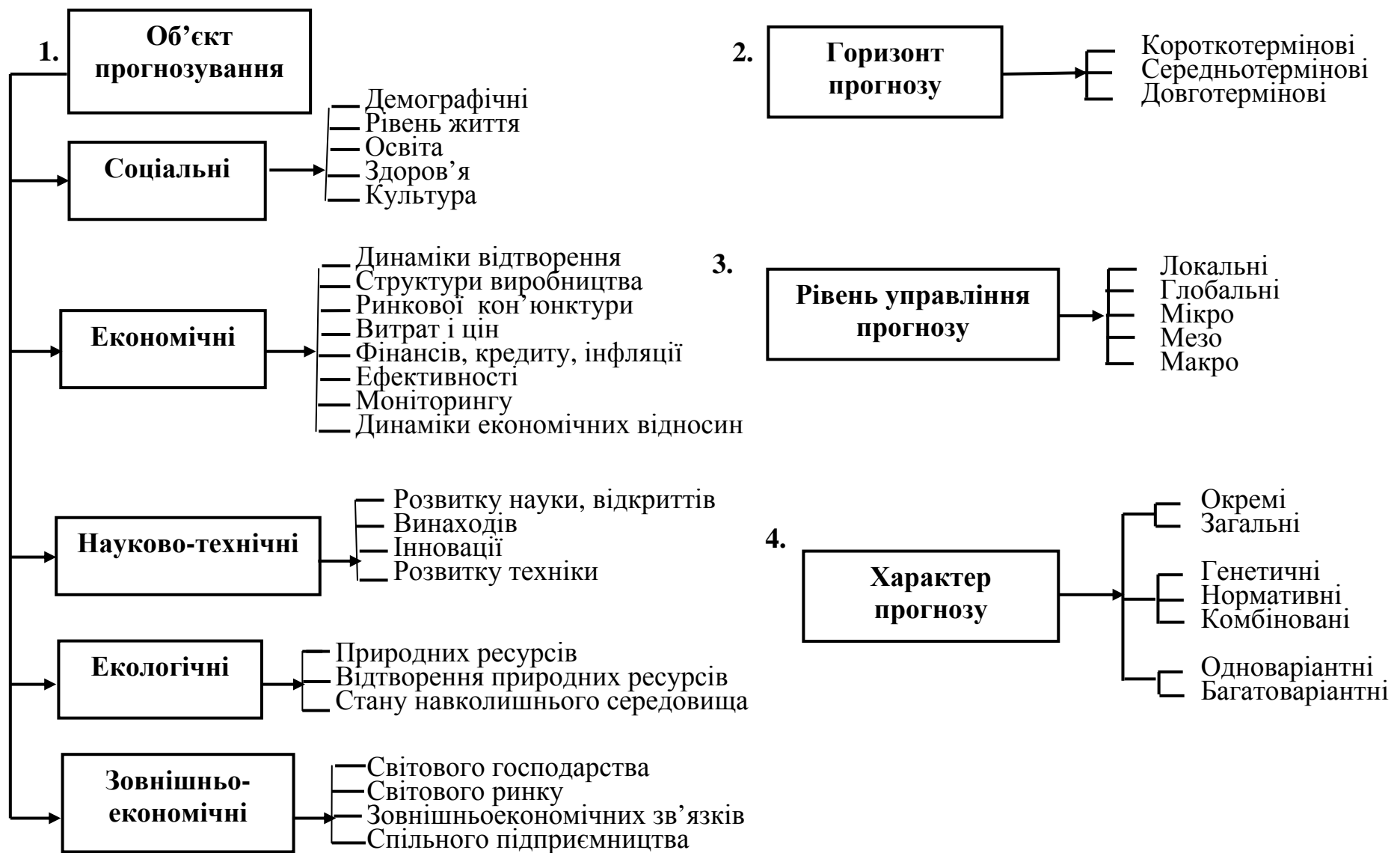


Рис. 2.3. Класифікаційна схема прогнозів



Рис. 2.4. Умовна схема класифікації методів прогнозування

Лекція 3. Оптимізаційні моделі системи оподаткування. Економетричне моделювання податкових надходжень. (3 год)

1. Основні засади формалізації задач оподаткування

Податковими структурами різних рівнів ієрархії управляє деякий об'єкт керування, який приймає рішення у відповідності до мети, поставленої законодавчими та виконавчими органами влади. В якості суб'єкта може виступати як одна особа (керівник податкової адміністрації чи його заступник), так і група осіб (члени колегії податкової адміністрації). Основна мета податкових органів – побудова роботи з платниками податків таким чином, аби вони були справленими у повному обсязі згідно діючого законодавства. Цього можна досягти з допомогою контролю за дотриманням платниками податків законодавства про податки і збори, введення комп'ютерного обліку платників податків, проведення серед них роз'яснювальної та інформаційної роботи відносно змін, доповнень у діючому податковому законодавстві та інше.

Суб'єкти керування різних ієрархічних рівнів можуть досягнути поставлених цілей за умови, що вони володіють системою реалізації цих цілей, тобто системою керування у вигляді процедур і функціональних операторів. Особливе місце в процесі формування та подальшого функціонування систем керування відводиться фактору ступеню складності об'єктів керування. Відомо, що всі об'єкти управління можна поділити на два класи: прості та складні. Така класифікація звичайно є умовною, оскільки важко провести чітке розмежування між цими категоріями.

У більшості випадків функціонування простого об'єкта можна описати з допомогою звичайних і диференціальних лінійних рівнянь і тотожностей. Тобто, якщо на даний момент часу t_0 відомі початкові стани та оператор керування такого об'єкта, то з певною ступенню адекватності можна визначити його новий стан у довільний момент часу t .

Розглянемо основні характерні властивості складного об'єкта. Складний об'єкт є важким у керуванні. Він складається з множини взаємопов'язаних простих об'єктів і різновидних структурних частин. Труднощі при керуванні складним об'єктом пояснюються наявністю випадкових факторів і невизначеністю можливих станів як самого об'єкта, так і зовнішнього середовища. На одні й ті ж параметри

керування реакція об'єкта може бути різною. Це в свою чергу не дає повної можливості суб'єкту керування спрогнозувати точно значення та рівень вихідних параметрів на перспективу. Ступінь складності об'єкта керування можна визначити й через обсяг інформаційної бази, що є необхідною для повного опису реальної системи. Перелічені властивості складного об'єкта повною мірою властиві податковим структурам, оскільки результати функціонування системи оподаткування характеризуються великим числом параметрів, які відображені у формах звітності.

Для ефективного керування складним об'єктом необхідно володіти даними про його стан на будь-який момент часу, мати оперативний доступ до бази даних, яка описує його стан у минулому, вміти прогнозувати його поведінку під впливом різних керуючих параметрів і вибрати з них ті, які сприяють виконанню сформованих цілей. Керування складним об'єктом можливе тільки за активної участі ОПР (особи, що приймає рішення). Обробка даних і формування варіантів альтернативних рішень робиться з допомогою обчислювальних процедур і комп'ютерної техніки. Кінцеве рішення приймає суб'єкт керування (ОПР) (рис.3.1).

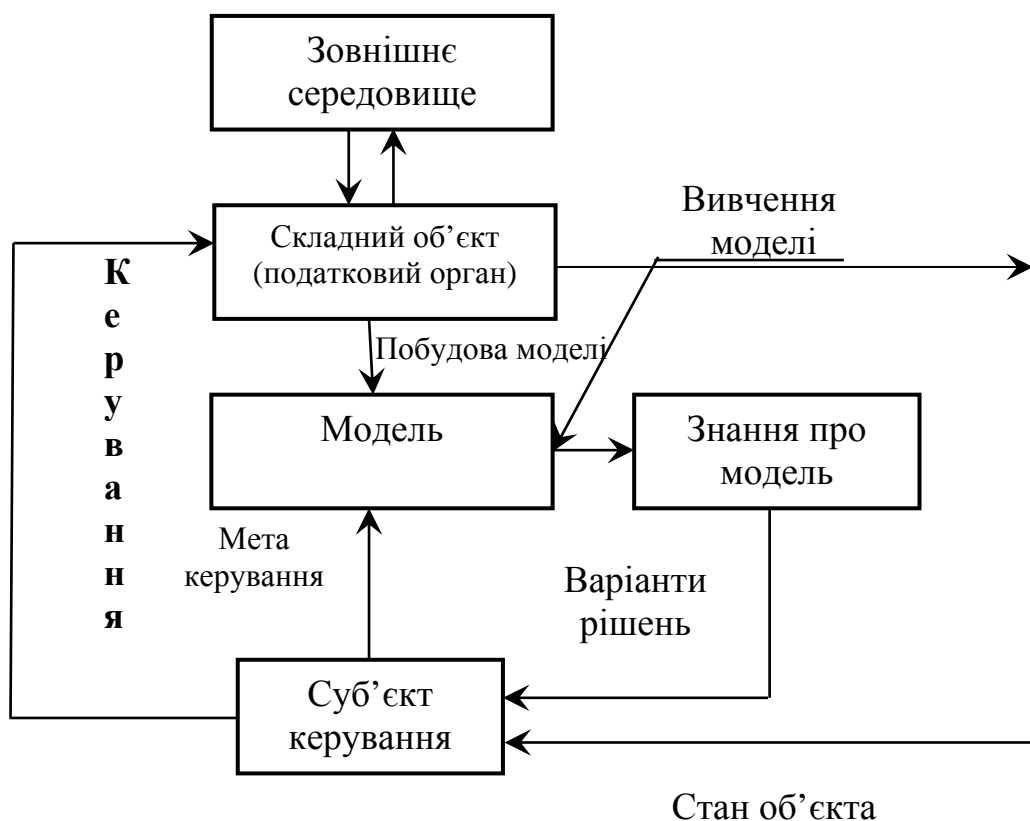


Рис. 3.1. Концептуальна схема процесу керування складним об'єктом

Складний об'єкт, наприклад податкова структура, перебуває в тісному взаємозв'язку з зовнішнім середовищем. Під середовищем розуміємо платників податків, реєструючі органи, банки, митна система і т.і.

Суб'єкт керування отримує інформацію про характерні властивості та особливості стану об'єкта дослідження. Для формування керуючого впливу суб'єкт керування, провівши комплексний аналіз отриманої інформації, формує мету керування як постановку задачі з наступним кроком побудови формалізованої моделі. Наприклад, при виборі з множини альтернативних варіантів зміни податкового законодавства потрібно визначити допустимі межі податкових поступлень із урахуванням прогнозу відносно звуження чи розширення бази оподаткування. При формуванні масиву платників податків для вибіркового перевірок слід урахувувати ту особливість, що включення тільки "великих" платників, за якими в дійсності справляються найбільші поступлення, може призвести до спаду податкової активності "середніх" і "малих" платників.

У загальному випадку з допомогою побудованої моделі розраховується множина альтернативних варіантів, із яких суб'єкт керування вибирає той, який має найбільшу корисність. Відомості про модель формуються на основі процедури математичного опису (формалізації) явищ і процесів, властивих об'єкту дослідження. Під математичним описом складного об'єкта розуміємо побудову концептуального алгоритму, який дасть можливість визначити його стан S на основі вхідних параметрів X . Поняття стану визначається як мінімальна кількість інформації, необхідної для опису функціональної поведінки об'єкта в довільний момент часу t .

Припустимо, що об'єкт керування на момент часу t знаходиться в деякому стані S_t , який характеризується n параметрами, $S_t = \{S_{it}, i = \overline{1, n}\}$. Цілком зрозуміло, що значення S_t залежить від керування $X_t = \{x_{tj}, j = \overline{1, m}\}$, де j - індекс керованого параметра.

У даному випадку процес керування схематично можна представити таким чином:

$$S_t(X_{t-1}) = \{S_{it}(X_{t-1}), i = \overline{1, n}\}. \quad (3.1)$$

Наприклад, функціональними параметрами, що визначають стан об'єкта (міська податкова інспекція) на момент часу t , є зростаюча

сума податкових платежів поточного року, додаткові нарахування податкових платежів, які поступили до бюджету, суми заборгованості за податковими платежами. Інтервал часу τ між суміжними моментами оцінки стану об'єкта t_τ і $t_{\tau-1}$, який використовується в податковій системі, можна скласти за добу, п'ять діб, декаду, місяць, квартал, півріччя, рік. Дані, що поступають з інтервалом до одного місяця, як правило, обмежені і їм властивий попередній характер. Суми податкових платежів можуть розкладатися за видами податків, бюджетів і формами власності.

Окрім цього, в податковій системі використовуються фінансово-економічні параметри: показники фінансових ринків, фондові індекси, показники зовнішньо-економічної діяльності, економічні індикатори рівня життя населення, динаміка цін на ринках і т.і.

Досягнення об'єктом заданої мети може бути забезпеченим завдяки процедурі вибору відповідних значень керованих параметрів. При цьому під керованістю об'єкта ми розуміємо ймовірність досягнення заданої мети за певний скінченний період часу за умов ризику та невизначеності. Так, до керованих параметрів можна віднести: число виїздних податкових перевірок, кількість повідомлень про сплату податків, кількість перевірок касових апаратів і т.і.

Кількісну оцінку ефективності роботи податкових інспекцій можна представити з допомогою визначеного інтеграла від цільової функції, яка включає в себе суму податкових і інших платежів, що поступили до бюджету за певний період, витрати на забезпечення функціонування податкової структури та сума податкової заборгованості за цей період. Отже, для нашого випадку цільову функцію можна представити таким чином:

$$S_i(t) = \left(1 - \frac{W(t)}{Q(T)}\right) \cdot \left(1 - \frac{Z(t)}{Q(t)}\right), t \in T, \quad (3.2)$$

де $Q(t) = Q(A(t), \Phi(t), W(t))$ - сумарні податкові надходження до бюджету на момент часу t ; $A(t)$ - стан економіки держави чи конкретного регіону в період t ; $\Phi(t)$ - рівень виконання податковою структурою своїх функціональних зобов'язань в період t ; $W(t)$ - витрати на забезпечення функціонування податкової структури в період t ; $Z(t) = Z(A(t), \Phi(t), W(t))$ - податкова заборгованість в період t .

Зрозуміло, що цільова функція набуде мінімального значення ($F(t)=0$), якщо витрати чи заборгованість в періоді t будуть рівними податковим надходженням.

На завершення виразимо кількісну оцінку ефективності роботи податкової інспекції в момент часу t з допомогою наступної функції корисності:

$$u = \int_{t_n}^{t_k} \left(1 - \frac{W(t)}{Q(t)}\right) \left(1 - \frac{Z(t)}{Q(t)}\right) dt, \quad (3.3)$$

де (t_n, t_k) – границі початку та кінця інтервалу планового горизонту.

Представлені вище функціональні залежності в кожному конкретному випадку можна знайти з допомогою економетричного моделювання.

У першому розділі подана загальна класифікація математичних моделей на основі ознак, які стосуються об'єкта мети та інструментарію моделювання. Такий підхід до класифікації моделей можна застосувати і до моделей оподаткування. Кількісний аналіз теоретико–прикладних досліджень дає можливість розглянути наступну класифікацію моделей:

1. Моделі впливу ставок певних податків на господарську активність окремо взятих підприємств.
2. Моделі дії різних принципів оподаткування на результати господарської діяльності підприємств.
3. Моделі теоретичного, емпіричного та імітаційного моделювання сукупного ефекту оподаткування.
4. Моделі кількісної оцінки безпосереднього впливу податків на темп економічного росту.
5. Моделі кількісного аналізу податкового регулювання в умовах інфляції.

Для здійснення процедури математичного моделювання процесів системи оподаткування доцільно провести класифікацію податків у залежності від змісту податкової бази, яка включає в себе:

1. Податки на статику, які беруться з реального капіталу й тільки посередньо залежать від фінансових результатів діяльності підприємств і власних доходів фізичних осіб. До них належать податки на нерухомість і майно.

2. Податки на динаміку, якими є платежі, пропорційні до суми отриманого платником податків доходу. Це – податок на прибуток

підприємств, прибутковий податок з громадян, податок на додану вартість, акцизи, мито, відрахування з фонду зарплати.

Основними властивостями податків на динаміку є:

1. Орієнтація на фіскальну функцію.

2. Вплив на темпи росту цін: збільшення податкових ставок призводить до їх росту й зниження обсягів виробництва. Звідси випливає висновок про те, що зниження податків на динаміку призводить до прискорення економічного розвитку при деякому збільшенні на початку дефіциту бюджету за рахунок зменшення фіскальних поступлень. Однак, поява в даному випадку бюджетного дефіциту, який покривається емісією грошової маси, майже не впливає на темпи росту цін: збільшення грошової маси поглинається ростом обсягів виробництва продукції.

Характерні особливості має прибутковий податок із фізичних осіб. Обґрунтування ставок даного податку з допомогою економіко-математичних методів є не настільки економічним, як соціально-політичним питанням. Ось чому він більше від інших пов'язаний із соціальною стороною економічних проблем. Переважно порядок його нарахування передбачає неоподаткований мінімум і прогресивність оподаткування.

У теорії оподаткування робляться спроби з допомогою кількісних методів розв'язати основну проблему, а саме що доцільніше: забезпечити формування бюджету чисто фіскальними методами чи зниженням податків намагатися стимулювати підприємницьку діяльність, яка розширить базу оподаткування?

Припустимо, що в результаті економетричних досліджень отримана кількісна оцінка граничної податкової ставки x^* . Тоді можна сформулювати таку задачу: треба знизити діючу ставку оподаткування x_0 до рівня x^* , забезпечуючи при цьому оптимальний рівень поповнення бюджету. Якби збільшення ставки податку не впливало на податкову базу, то мала би місце така залежність $D = y_0 \cdot x$, де D – доходи бюджету; y_0 – вихідна база оподаткування; x – ставка податку. На практиці ж це відбувається по іншому: бюджет несе втрати. Використовуючи ретроспективні дані, можна знайти функцію корисності втрат бюджету F від ставки податку, тобто: $F = F(x)$ і тоді матиме місце:

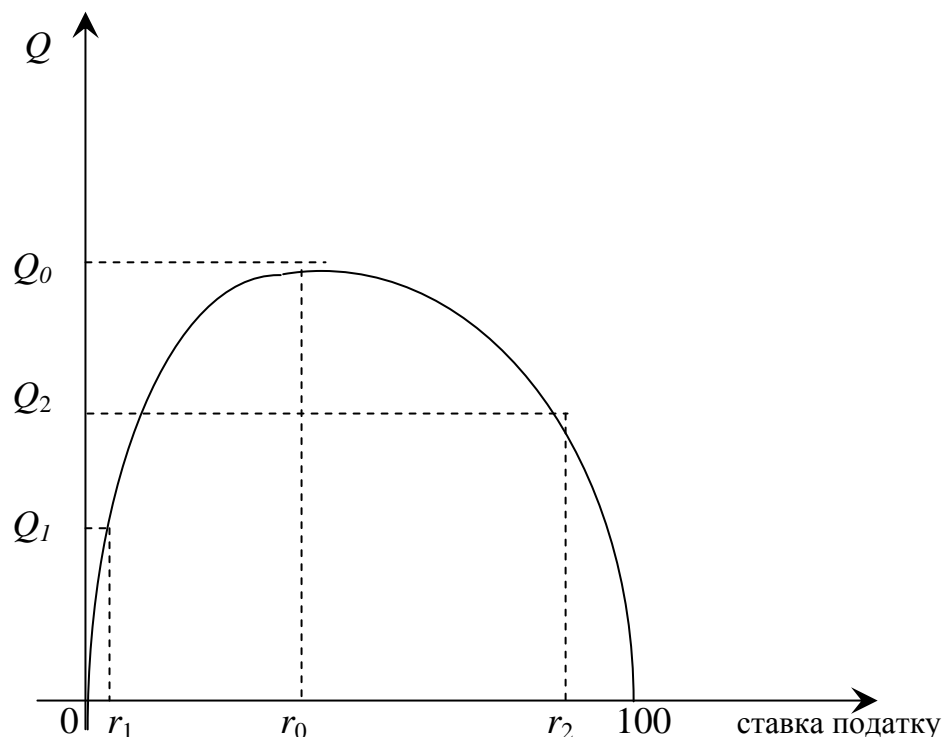
$$D = y_0 \cdot x - F(x).$$

Оскільки грошово-кредитна політика проявляє свою дію на економічну систему з певним лагом, то короткочасна еластичність

доходів бюджету D від ставки податку x повинна бути значно вищою за короточасну еластичність D від втрат $F(x)$ (податкова ставка діє відразу після прийняття відповідного акту, а реакція платників податків на зміну ставки стане помітною лише за деякий час). Таким чином значне зниження ставки податків x призводить до різкого зменшення доходів бюджету, що є неприйнятним. Звідси випливає необхідність визначення оптимального поетапного сценарію фінансової тактики зниження ставки податку з величини x_0 до значення x^* . Рішення про черговість і як саме скорочувати податки повинно прийматися на основі кількісного фінансового аналізу всієї існуючої податкової системи. Для реалізації процедури визначення податків, ставки яких треба знизити, можна використати метод аналізу ієрархій. Упорядковуючи критерій за ступенем їх важливості і розв'язуючи поставлену задачу, ми маємо можливість визначити, за рахунок яких саме податків повинна бути зниженою сукупна ставка податку. Одним із варіантів такого розв'язку може стати модель адаптивного управління з цільовою причинністю, тобто модель поточного управління, що будується на ретроспективній екстраполяції системи й одночасно враховує цільові аспекти деякого майбутнього моменту часу.

Для будь-якої системи оподаткування принциповим є питання про встановлення оптимальної відсоткової ставки та її залежності від розміру доходу суб'єкта господарювання.

Розв'язати проблему встановлення оптимального рівня відсоткової ставки можна з допомогою кривої Лаффера, схематичне зображення котрої представлено на рисунку.



На графіку по осі абсцис відкладені величини відсоткової ставки (r %), а по ординаті – величина податкових надходжень Q . Якщо $r = 0$, то держава жодних податкових надходжень не отримає. При $r = 100$ % повністю відпадають усі стимули до виробництва (адже всі доходи виробників забираються). Результат для держави знову нульовий. При інших же значеннях r ($0 < r < 100$) держава отримує податкові надходження в певних обсягах. При певному конкретному значенні ставки ($r=r_0$) загальна сума цих надходжень стає максимальною ($Q_0 = Q_{max}$).

Звідси випливає такий висновок. Ріст відсоткової ставки до якогось певного значення ($r = r_0$) призводить до збільшення податкових надходжень; подальше ж її збільшення, навпаки, – до зменшення. Тобто, $r_0 > r_1$, $r_0 > r_2$.

Загальні властивості кривої Лаффера можна охарактеризувати наступним чином. При послабленні податкового тиску одні суб'єкти починають працювати інтенсивніше, збільшуючи при цьому свій дохід, інші ж досягають бажаної величини доходу з меншими зусиллями, оскільки приведена крива є похилою і відносно слабо реагує на незначні зміни податкових ставок. Окрім цього, реакція економічних суб'єктів на динаміку цих ставок проявляється не миттєво, а за певний часовий інтервал.

Крива Лаффера відображає об'єктивну залежність. У той же час теоретично знайти величину r_0 є неможливим. Визначається вона емпіричним шляхом. При цьому дуже важливо визначити, де знаходиться фактична ставка – справа чи зліва від r_0 . Оскільки ж кардинальні макроекономічні експерименти маєть негативні явища, на це питання переважно дають відповідь, опираючись на аналіз реакції виробників на податкові пільги в тих чи інших конкретних галузях.

Питання про залежність рівня відсоткової ставки від розміру доходу певним чином поєднується з проблемою економічної справедливості та рівності. До цього часу в різних країнах світу проходять дискусії на тему, як побудувати справедливую систему податків, яка б забезпечила рівність усіх економічних суб'єктів.

У зв'язку з цим неможливо не відзначити труднощі, що існують при узгодженні між собою принципів справедливості та рівності. Останнє можна трактувати як виплату всіма економічними суб'єктами однакових податків, які не залежать від розмірів доходів, або ж диференційованих, при яких всі суб'єкти володіють однаковим

майном. Очевидно, що ці два тлумачення протирічать принципу справедливості. Через це поміркована податкова політика здійснюється на основі знаходження відповідного компромісу.

Певним чином поєднання принципів справедливості та рівності можна забезпечити шляхом оцінки прогресивності оподаткування, під якою розуміють відношення величини податку до розміру майна та доходу економічного суб'єкта. При цьому існує три варіанти:

- 1) пропорційні податки, величина котрих пропорційна розміру доходу;
- 2) регресивні податки, величина котрих росте меншими темпами, ніж розмір доходу;
- 3) прогресивні податки, величина котрих росте швидше від розмірів доходу.

У більшості країн світу система оподаткування є пропорційною. Для оцінки ступеню прогресивності оподаткування знову треба звернутися до кривої Лаффера. Цілком зрозуміло, що прискорений ріст податків у порівнянні з розміром доходу допустимий тільки в інтервалі $(0; r_0)$.

2. Модель оптимізації ставки податку на прибуток підприємств

Розглянемо регіональну економічну систему, що об'єднує в собі підприємства, які спеціалізуються на певному виді діяльності. Позначимо через i – індекс виду діяльності, $i = \overline{1, m}$.

Припустимо, що на території регіону, де встановлюється податкова ставка x_i на i -й вид діяльності, є N_i підприємств-виробників, які займаються цією діяльністю чи потенційно готові займатися нею. В залежності від рівня ставки податку x_i на i -й вид діяльності ($0 < x_i < 1$), підприємство може на власний розсуд прийняти одне з двох рішень – або займатися i -им видом діяльності, або ні (зупинити діяльність, перепрофілюватися, зареєструватися в іншому регіоні). Звернемо початкову увагу на фіскальну функцію податку, тобто на формування стійких, по можливості найбільш високих, доходів до бюджету [30].

Якщо ставка податку на i -й вид діяльності буде нульовою ($x_i=0$), то всі N_i підприємства почнуть працювати, але до бюджету нічого не поступить, а якщо ставка виявиться рівною 100% ($x_i=1$), то жодне з N_i підприємств i -им видом діяльності не буде займатися, тобто

бюджетні поступлення знову будуть нульовими. Отже, оптимальна ставка податку міститься в інтервалі $(0;1)$.

Розглянемо геометричну інтерпретацію визначення оптимального рівня ставки оподаткування (рис.3.2).

Точки $A(0;N_i)$ та $B(1;0)$ відповідно відображають описані вище два можливих крайніх випадки.

З'єднавши точки A та B , отримаємо пряму AB , яка буде моделювати залежність кількості підприємств, що беруть участь у виробничому процесі, від рівня ставки оподаткування. Запишемо рівняння прямої, яка проходить через задані точки A та B :

$$\frac{n(x_i)}{N_i - 0} = \frac{x_i - 1}{0 - 1} \text{ або } n(x_i) = N_i(1 - x_i). \quad (3.4)$$

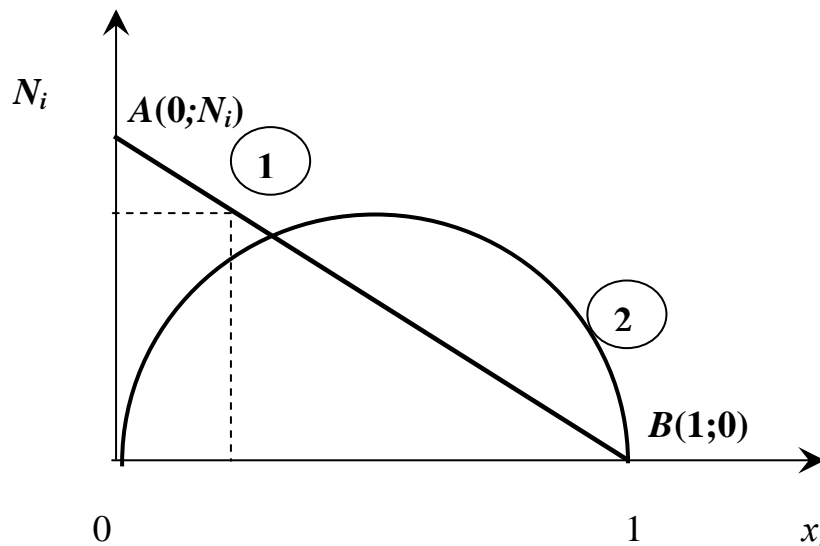


Рис. 3.2. Лінійна залежність кількості підприємств $n(x_i)$, що беруть участь в i -му виробничому процесі, від рівня ставки оподаткування x_i (1) та відповідна їй крива надходжень до бюджету (2)

Отже, (3.4) є залежністю кількості підприємств $n(x_i)$, які приймають участь в i -му виробничому процесі від рівня ставки податку x_i . Причому має місце нерівність: $0 \leq n(x_i) \leq N_i$. Тоді при такій ставці податку та середнім при цьому доходом підприємства Q_i від i -го виду діяльності, загальні поступлення до бюджету від усіх працюючих підприємств регіону становитимуть:

$$F(x) = \sum_{i=1}^m Q_i \cdot N_i \cdot x_i(1 - x_i), \quad (3.5)$$

де $x = (x_1, \dots, x_m)$ - вектор ставок податків.

Для знаходження оптимального значення ставки податку необхідно розв'язати систему рівнянь

$$\frac{\partial F(x)}{\partial x_i} = 0, i = \overline{1, m}. \quad (3.6)$$

Тобто,

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[\sum_{i=1}^m Q_i N_i x_i (1 - x_i) \right] = Q_i N_i - 2Q_i N_i x_i = 0, i = \overline{1, m}. \quad (3.7)$$

Звідси, оптимальне значення ставки буде:

$$x_i^{on} = \frac{Q_i N_i}{2Q_i N_i} = 0.5, i = \overline{1, m}. \quad (3.8)$$

При цьому максимальне надходження до бюджету складе:

$$F^{on}(x) = \sum_{i=1}^m 0.25 Q_i N_i. \quad (3.9)$$

З'єднання крайніх точок прямої (рис.3.2) було зроблене без достатньо строгого обґрунтування. Реальна крива $n(x_i)$ залежна від рентабельності даного типу виробництва (або виду наданих послуг), а також від психології характеру підприємця чи колективу, який приймає конкретне рішення стосовно роботи підприємства, може мати більш складний характер. У монотонності цієї кривої немає жодних сумнівів. Якщо виробництво чи запропонований вид послуг прогнозує великі доходи і, крім цього, підприємці, що бажають зайнятися даним видом діяльності, твердо впевнені у своєму успіху, то на встановлення невеликої або навіть середньої податкової ставки вони відреагують слабо (в розумінні відмови від своєї діяльності), і лише при дуже високому рівні оподаткування кількість виробників $n(x_i)$ буде різко скорочуватися.

Таку залежність можна назвати оптимістичною та описати з допомогою функції

$$n(x_i) = N_i (1 - x_i)^\alpha, \quad (3.10)$$

де $0 < \alpha < 1$ (рис. 3.3, крива 1 та 2).

У такому випадку, функція, що моделює обсяг поступлення до бюджету від i -го виду діяльності, буде мати вид:

$$F(x_i) = Q_i N_i x_i (1 - x_i)^\alpha \quad (\text{рис. 3.4, крива 1 та 2}), \quad (3.11)$$

$$F'(x_i) = 0, i = \overline{1, m}. \quad (3.12)$$

Для знаходження максимального обсягу надходжень до бюджету від i -го виду діяльності необхідно знайти розв'язок системи рівнянь:

$$F'(x_i) = Q_i N_i (1 - x_i)^\alpha - Q_i N_i x_i \alpha (1 - x_i)^{\alpha-1} = 0, \quad (3.13)$$

$$Q_i N_i (1 - x_i)^{\alpha-1} [1 - x_i - x_i \alpha] = 0, \quad x_i (1 + \alpha) = 1. \quad (3.14)$$

$$\text{Отже, } x_i^{on} = \frac{1}{1 + \alpha}, i = \overline{1, m}.$$

(3.11)

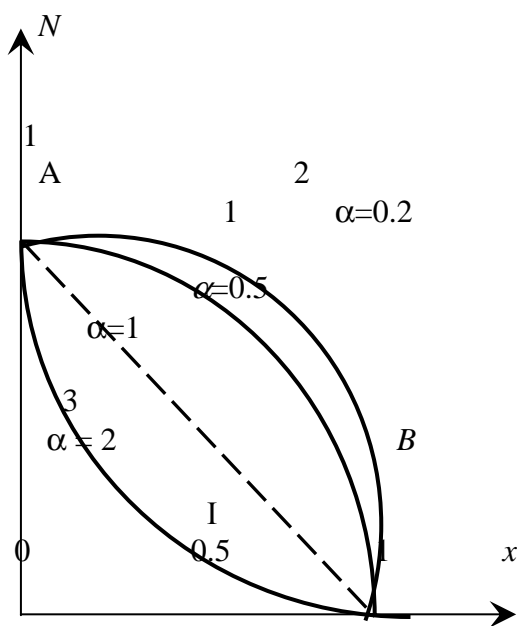


Рис. 3.3. Криві залежності числа підприємств, які приймають участь у виробництві, від рівня ставки податку: “оптимістичні” ($\alpha = 0.5$, крива 1; $\alpha=0.2$, крива 2) та “песимістичні” ($\alpha=2$, крива 3)

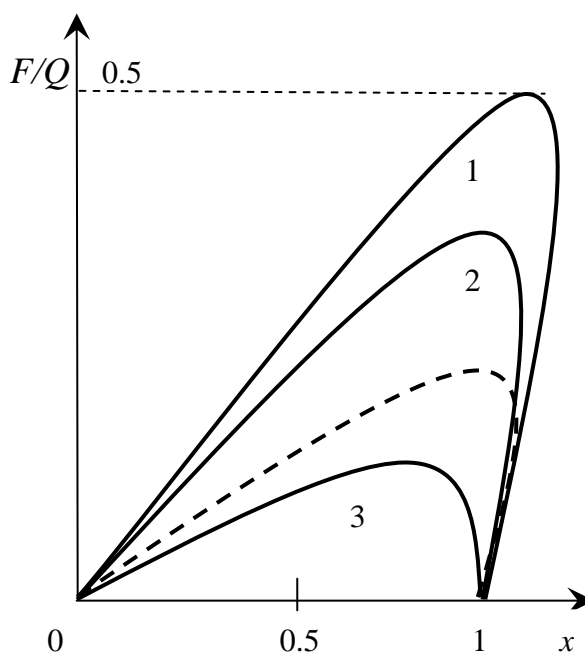


Рис. 3.4. Криві залежності поступлень до бюджету відповідно для “оптимістичного” (криві 1, 2) та “песимістичного” (крива 3) варіантів

У точці x_i^{on} функція (3.11) досягає максимуму, який рівний:

$$F(x_i^{on}) = Q_i N_i \left(\frac{1}{1 + \alpha} \right) \left(1 - \frac{1}{1 + \alpha} \right)^\alpha = Q_i N_i \frac{\alpha^\alpha}{(1 + \alpha)^{\alpha+1}}, i = \overline{1, m}. \quad (3.15)$$

Вирази (11) та (12) моделюють оптимальну стратегію оподаткування для “оптимістичного” варіанту, зокрема, для видів

підприємницької діяльності, в яких досить високий рівень рентабельності. Проте, враховуючи існуючу конкуренцію, для більшості видів виробничої діяльності та послуг немає гарантії

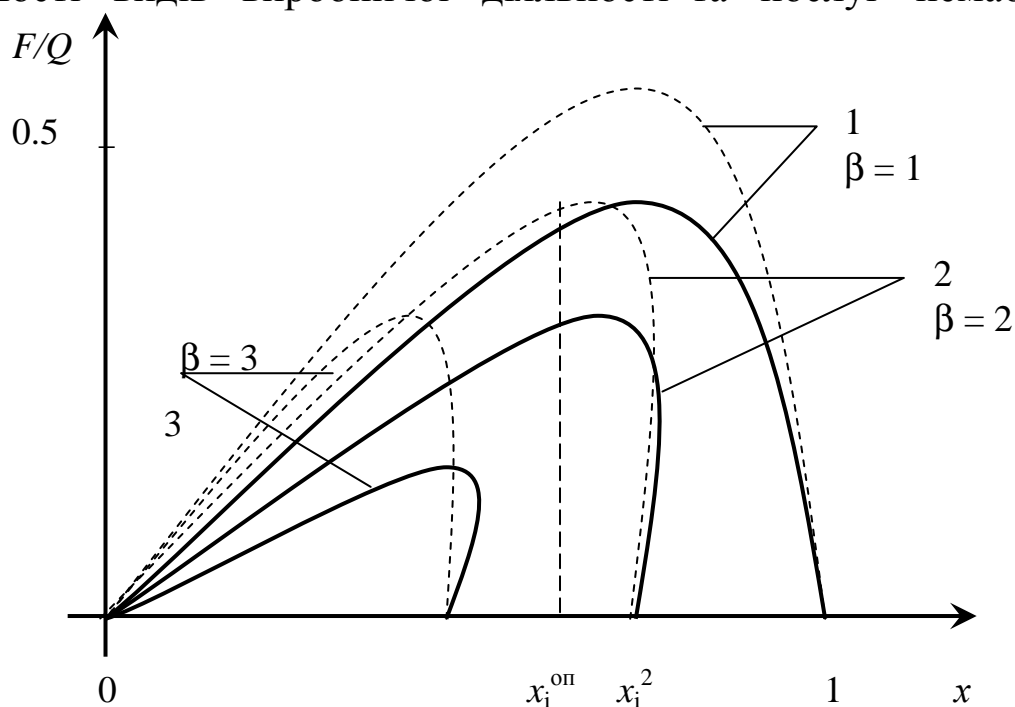


Рис. 3.5. Криві поступлення до бюджету, що описуються функцією $F(x, \alpha, \beta)$

досягнення високого рівня рентабельності. Крім цього, в ринкових умовах багато підприємців відчувають невпевненість у своїх силах, і встановлення навіть відносно невисоких ставок податків на прибуток можуть зменшити їх зацікавленість у тому чи іншому виді діяльності. Високі ставки взагалі відштовхують від справи абсолютну більшість підприємців, в принципі готових організувати певний виробничий процес. Такий песимістичний підхід може бути описаний тими ж функціями $n(x_i) = N_i(1 - x_i)^\alpha$ та $F(x_i) = Q_i N_i x_i (1 - x_i)^\alpha$, врахувавши, що $\alpha > 0$ (рис. 3.3 - крива 3 та рис. 3.4 – крива 3). Враховуючи (3.14), оптимальний рівень оподаткування, при якому досягається максимальне поступлення до бюджету, в даному випадку буде міститися лівіше від значення $x = 0.5$ ($x_i^{op} < 0.5$).

Найбільш імовірно, що оптимістичний або песимістичний погляд на дану ситуацію в одних і тих же підприємствах може залежати від рівня ставки оподаткування. При малих і помірних ставках більшість з них будуть вести себе як оптимісти, тобто

продовжувати працювати, а при великих як песимісти – зупиняти виробництво.

Описати таку поведінку підприємця можна, наприклад, вважаючи що α не є постійною величиною, а є функцією $\alpha(x_i)$, яка змінює свої значення від $0 < \alpha_1 < 1$ при $x_i = 0$ до $\alpha_2 > 1$, при $x_i = 1$, тобто $\alpha(x_i) \in [\alpha_1; \alpha_2]$.

Проте, якщо припустити, що перевищення певного рівня податків приводить до не вигідності для більшості підприємств випускати даний вид продукції, і всі вони в подальшому призупинять роботу, то можна записати функцію $n(x_i)$ у виді:

$$n(x_i) = N_i(1 - \beta x_i)^\alpha. \quad (3.16)$$

Відповідні криві поступлення до бюджету (рис.3.5) будуть описані з допомогою функцій

$$F(x_i) = Q_i N_i x_i (1 - \beta x_i)^\alpha, \quad i = \overline{1, m}, \quad (3.17)$$

$$F'(x_i) = Q_i N_i (1 - \beta x_i)^\alpha - Q_i N_i x_i \alpha \beta (1 - \beta x_i)^{\alpha-1} = 0. \quad (3.18)$$

Знайдемо оптимальні значення відповідних параметрів:

$$Q_i N_i (1 - \beta x_i)^\alpha [1 - \beta x_i - x_i \alpha \beta] = 0. \quad x_i^{on} = \frac{1}{\beta(1 + \alpha)}.$$

Отже, максимальне надходження до бюджету досягається у точці x_i^{on} :

$$F(x_i^{on}) = Q_i N_i \frac{1}{\beta(1 + \alpha)} \left(1 - \beta \frac{1}{\beta(1 + \alpha)} \right) = \frac{Q_i N_i \alpha^\alpha}{\beta(1 + \alpha)^{\alpha+1}}, \quad (3.19)$$

а нульовим стане при $x_i^1 = \frac{1}{\beta}$.

Отже, β^1 вказує на ту границю ставок оподаткування, наближення до якої, а тим більше перевищення її приводить до різкого скорочення виробництва. Параметр $(1 + \alpha)$ показує, на скільки необхідно відійти від цієї границі (вліво), щоб отримати максимальні поступлення до бюджету.

Відзначимо, що отримання максимальних поступлень до бюджету не завжди повинно бути метою податкової політики. Прямування до максимуму виправдане лише в тому випадку, коли, по-перше, є тверда впевненість, що всі очікувані бюджетні видатки абсолютно необхідні і не можуть бути скорочені, і, по-друге, якщо розвиток сфери виробництва, з якої справляються податки за ставками, що забезпечують максимальне поступлення, повністю

достатні і темпи її подальшого розвитку можуть без особливих втрат бути зменшеними, а в крайньому випадку спрямованими до нуля. Таким чином, знайдену величину x_i^{on} , яка забезпечує максимальне надходження до бюджету, необхідно розглядати як границю або верхню межу, прямування до якої необхідно здійснювати лише з урахуванням вище згаданих умов.

Монотонне зростання кривих $F(x_i)$ (рис.3.5) до точки x_i^{on} і різке їх спадання після досягнення функцією максимуму, свідчать про те, що підходи до максимуму необхідно здійснювати із сторони менших податкових ставок. Податкові пільги, особливо на нові види діяльності, сприяють прискореному розвитку даної сфери і закладають тим самим міцну фінансову базу під майбутній бюджет. Підвищення податкових ставок повинно поєднуватися з фінансовим аналізом динаміки числа підприємств регіону та їхнім рівнем рентабельності.

У кінцевому результаті ефективний вибір рівня ставки податку якраз і повинен полягати в знаходженні компромісного варіанту між вимогами відносно фінансування бюджету та умовами швидкого і стійкого розвитку економіки регіону.

3. Податок на додану вартість за умов максимізації прибутку підприємства

Введення податку на додану вартість (ПДВ) поєднувалося швидше всього з необхідністю розв'язання таких задач, як призупинення подальшого спаду виробництва, зниження інфляційного тиску, стабілізація системи державних доходів. Одночасно було відмінено податок з обороту, недоліки якого визначалися, насамперед, тим, що, по-перше, не являючись універсальним і будучи зв'язаним навіть не з економічним оборотом взагалі, а лише з окремими товарами, він фактично перетворився в акциз, і по-друге, безпосередньо залежав від кількості стадій виробництва. Кожне підприємство виплачувало податок з обороту, пропорційно вартості, створеної не тільки ним самим, але і всіма учасниками виробництва товару на його більш ранніх стадіях. При ПДВ ситуація міняється: розмір нового податку з підприємства тепер залежить лише від величини вартості створеної лише ним самим.

В умовах вільного ціноутворення потенційні можливості використання ПДВ в якості бар'єру на шляху скорочення обсягів виробництва визначаються як характером попиту, так і мотивацією виробників і степенню монополізації у відповідній галузі. Реакція ж окремого підприємства на ПДВ відображає, крім всього іншого, положення в процесі послідовного випуску продукції: воно різне для тих, хто безпосередньо зв'язаний з споживачем кінцевого продукту і для тих, хто виробляє проміжний продукт, призначений для подальшої обробки. Причини такої різниці зв'язані насамперед із специфікою ціноутворення в умовах ПДВ.

Заходи відносно призупинення подальшого спаду виробництва та стабілізації доходів державного бюджету не являються абсолютно ідентичними. Так, зниження податкових ставок на доходи підприємств зовсім не обов'язково приведе до збільшення поступлень податку до бюджету, принаймні на коротких часових інтервалах, бо невідомо, на якій частині кривої Лаффера – зростаючій чи спадній – знаходиться економіка. Якщо на спадній частині кривої така політика викликає ріст державних доходів, то на зростаючій, навпаки, доходи бюджету скорочуються.

При аналізі діяльності економічного суб'єкту у загальному випадку необхідно приймати до уваги всі податки, діючі на даному рівні, оскільки ефекти їх стягнення взаємозв'язані. Проте за ступенем свого впливу на поведінку суб'єкта податки можуть суттєво відрізнятися. Якщо мати на увазі підприємство, то при дослідженні впливу на його рішення фіскальної політики держава в якості першого наближення може обмежитись розглядом ситуації, що враховує лише ПДВ та податок на прибуток [31, 32].

Припустимо, що обсяг продукції Q , виробленої підприємством протягом деякого періоду часу, визначається з допомогою формули:

$$Q = F(K, L), \quad (3.31)$$

де K - вартість основних виробничих фондів, L - кількість використаних трудових ресурсів, F - агрегована виробнича функція з додатною і спадною граничною продуктивністю праці, тобто

$$\frac{\partial F}{\partial L} > 0, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0. \quad (3.32)$$

Припустимо, що частка затрат матеріальних ресурсів в ціні продукції не залежить від обсягу виробництва і рівна h . Тоді балансовий прибуток підприємства:

$$П = (1 - h)p_0 \cdot Q - \omega \cdot L - \delta \cdot K, \quad (3.33)$$

де p_0 - вільна ціна продукції при відсутності ПДВ; ω - заробітна плата робітника протягом деякого періоду; δ - норма амортизаційних відрахувань. Права частина (3.33) – це величина балансового прибутку підприємства при відсутності ПДВ.

У загальному випадку p_0 може залежати від ставки податку на прибуток, бо в умовах вільного ціноутворення рівень прямого податку на нього являється одним з факторів, які враховуються виробником при встановленні цін. Для підприємства, яке функціонує в сьогоденних умовах, де конкуренція – швидше виняток, ніж правило, дана гіпотеза виявляється повністю правдоподібною, оскільки навряд чи при посиленні прямого податкового тиску виробники не зроблять спробу утримати прибутковість шляхом підвищення цін. Проте для нас важлива не можливість підвищення вільної ціни в зв'язку з прямим податком на прибуток, а можливість її зниження в результаті непрямого податку на додану вартість.

Припустимо, що в систему оподаткування підприємства вводиться пропорційний ПДВ за ставкою τ . Оскільки додана вартість V , створена підприємством (при включенні в неї заробітної плати, амортизації та прибутку), рівна $V = (1 - h)p_0Q$,

$$(3.34)$$

то виплачуваний підприємством ПДВ складе $(1 - h)\tau p_0 \cdot Q$.

У відповідності з чинним законодавством, продаж продукції споживачам повинна здійснюватись за ціною $r_0 = (1 + \tau)p_0$. Якби це завжди було дійсно так, тоді у припущенні, що після підвищення ціни в $(1 + r)$ раз попит не стане “вузьким місцем” процесу реалізації, прибуток підприємства, зменшений на величину ПДВ, буде точно таким же, як і до введення ПДВ. І в даному випадку ПДВ не вимагає від підприємства ніяких додаткових платежів, хоча саме воно безпосередньо і виплачує цей податок. Тут, як майже завжди при непрямих оподаткуваннях, тягар податку падає не на того, хто його платить, а на споживача кінцевої продукції.

Процес реалізації продукції в умовах ПДВ на практиці може відбуватися трохи по іншому. Якщо p_0 - вільна ціна продукції при відсутності ПДВ, тоді після його введення результати господарської діяльності підприємства зовсім не обов'язково будуть інваріантними відносно змін цієї ціни. Коли попит еластичний по ціні, для підприємства-виробника не завжди вигідно повністю перекладати

тягар ПДВ на споживача. І те, що в ціні продукції вказується повна сума компенсації, зовсім не означає, що справа саме в тому полягає: не виключено, що виробник, прагнучи запобігти скороченню попиту на свою продукцію, звернеться до зниження ціни (без урахування ПДВ), перш ніж добавляти до неї компенсацію. Це означає, що продукція споживачам буде продаватися не за ціною r_0 , яка забезпечує виробнику повну компенсацію платежів ПДВ (при достатньому попиті), а за більш низькою, і тоді податковий тягар ляже і на підприємство.

Якщо попит не обмежується реалізацією продукції, то при ціні r_0 і в припущенні, що затрати на придбання матеріальних ресурсів також зросте в $(1+r)$ раз, прибуток підприємства з врахуванням платежів на ПДВ складе:

$$\begin{aligned} \Pi &= r_0 \cdot Q - (1-h)\tau p_0 \cdot Q - (1+\tau)hp_0 \cdot Q - \omega \cdot L - \delta \cdot K = \\ &= (1-h)p_0 \cdot Q - \omega \cdot L - \delta \cdot K, \end{aligned}$$

тобто буде таким самим, як і при відсутності ПДВ.

Оскільки, за припущенням, окрім ПДВ підприємство обкладається ще і пропорційним податком на прибуток, то в його розпорядженні чистий прибуток буде становити $(1-t)\Pi$ де t - ставка податку на прибуток.

Далі припустимо, що підприємство має за мету отримати максимальний чистий прибуток $(1-t)\Pi$.

Якщо обмежитися статичним підходом, врахувавши вартість основних виробничих фондів фіксованою, то задача максимізації чистого прибутку зводиться до оптимального вибору кількості використаних трудових ресурсів, а необхідна умова оптимальності запишеться у виді:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial L} = \frac{\partial Q}{\partial L} (1-h)p_0 - \omega = 0. \quad \frac{\partial F}{\partial L} = \frac{\omega}{(1-h)p_0}. \quad (3.35)$$

Нехай L_0 - розв'язок даного рівняння і D - попит на продукцію підприємства. Оскільки в загальному випадку попит залежить від ціни, за якою пропонується продукція, то при відсутності ПДВ $D = D(p_0)$. Якщо $D(p_0) \geq Q_0 = F(K, h_0)$, тоді за умов одного тільки податку на прибуток L_0 та Q_0 були би відповідно оптимальною кількістю використаних трудових ресурсів та оптимальним обсягом виробництва.

Припустимо, що і після введення ПДВ попит, залежний тепер від r_0 , не стає фактором, що обмежує реалізацію, тобто $D(p_0) \geq Q_0$. Тоді оптимальні величини ресурсів праці обсягів виробництва залишаються попередніми, як і максимальний прибуток:

$$\Pi_0 = (1-h)p_0 \cdot Q_0 - \omega \cdot L_0 - \delta \cdot K. \quad (3.36)$$

Зміниться лише сумарна величина податкових платежів до бюджету, яка замість $t\Pi_0$ стане рівною:

$$T_0 = (1-h)\tau p_0 \cdot Q_0 + t\Pi_0. \quad (3.37)$$

Проте, при достатньо еластичному попиті ситуація міняється. Збільшення ціни продукції в $(1+r)$ раз, в результаті введення ПДВ, може негативно відобразитися на попиті та зменшити можливий обсяг реалізації продукції підприємства. Припустимо, це зниження таке, що $D(r_0) < Q_0$. Тоді виробник повинен прийняти яесь рішення. Обмежимося двома, найбільш реальними, альтернативами: підприємство або скорочує обсяги виробництва до рівня попиту $D(r_0)$ при збереженні ціни r_0 (оскільки модель носить статичний характер, можна виключити із розгляду ситуацію створення запасів за рахунок нереалізованої готової продукції), або знизити ціну r_0 до деякого рівня r (або, що те саме, ціну p_0 до p) з метою розширення попиту на свою продукцію.

Припустимо, що ціна виготовленої продукції рівна r_0 , але після введення ПДВ підприємство зменшує обсяги виробництва до рівня $Q_1 = D(r_0)$, а кількість трудових ресурсів – до L_1 , визначеного з умови $F(K, L_1) = D(r_0)$. Тоді прибуток і сума виплачених підприємством податків складуть:

$$\Pi_1 = (1-h)p_0 \cdot Q_1 - \omega \cdot L_1, \quad (3.38)$$

$$T_1 = (1-h)\tau p_0 \cdot Q_1 + t\Pi_1. \quad (3.39)$$

Використовуючи (3.32) і (3.35), неважко показати, що $\Pi_1 < \Pi_0$. Звичайно, це очевидно і так, оскільки обидві ситуації відрізняються лише тим, що в першій визначається безумовний (по відношенню до попиту) максимум прибутку, а в другій – при $D(r_0) < Q_0$.

Порівняння правих частин (3.36) і (3.38) показують, що в другій ситуації підприємство несе збитки чистого прибутку, що залишається в його власності, у розмірі

$$(1-t)[(1-h)p_0(Q_0 - Q_1) - \omega(L_0 - L_1)].$$

Саме ці втрати і складають тягар податку на додану вартість для підприємства, вимушеного звертати обсяги виробництва продукції при достатньо еластичному попиті.

Але втрати, в порівнянні із ситуацією повної компенсації, виникають не тільки для підприємства, але і для бюджету. В результаті скорочення обсягів виробництва при достатньо еластичному попиті бюджетні доходи (стосовно до даного підприємства) зменшаться, як це впливає з (3.37) та (3.39), на величину $T_0 - T_1 = \tau p_0(1-h)(Q_0 - Q_1) + t(\Pi_0 - \Pi_1) > 0$, оскільки $Q_1 < Q_0$, $\Pi_1 < \Pi_0$.

Припустимо тепер, що підприємство приймає друге рішення, тобто знижує ціну своєї продукції з $r_0 = (1+r)p_0$ до рівня $r = (1+\tau)p$, $p < p_0$, а ціна (агрегована) матеріальних ресурсів, придбаних підприємством, залишається незмінною, так що їх витрати на одиницю продукції так само складуть $(1+\tau)hp_0$ (при цьому величина податку на придбані підприємством матеріальні ресурси не включається в його витрати виробництва). В такому випадку прибуток від реалізації продукції рівний:

$$\Pi = (p - hp_0)Q - \omega L - \delta K. \quad (3.40)$$

Припустимо далі, що, по-перше, підприємство вибирає нову ціну r так, щоби максимізувати прибуток, і, по-друге, що розв'язок цієї задачі існує. Очевидно, що в описаній ситуації оптимальне значення використовуваних ресурсів праці та обсягів виробництва стають функціями ціни, тобто $L = L(r)$, $Q = Q(r)$. При цьому у правій частині (3.40) обсяги виробництва можна замінити попитом, оскільки в розглянутій ситуації обидві величини співпадають. Дійсно, якщо припустити протилежне і рахувати, що при кожній даній ціні оптимальний (в розумінні максимуму прибутку) випуск нижче рівня попиту, то простим підвищенням ціни продукції можна було би при тому самому обсязі виробництва досягти збільшення прибутку, що протирічить припущенню про те, що вихідний прибуток максимальний.

Якщо додатково припустити, що для розглядуваних значень ціни $(p - hp_0) > 0$ (порушення цієї умови означало би збитковість

підприємства), то необхідна умова оптимальності $\frac{\partial \Pi}{\partial r} = 0$ залишається у виді:

$$\frac{\partial F}{\partial L} = \frac{\omega}{p - hp_0} - \frac{F}{(1 + \tau)(p - hp_0)} \left(\frac{\partial L}{\partial r} \right)^{-1}. \quad (3.41)$$

Нехай розв'язок цього рівняння - r_2 , а відповідне оптимальне значення кількості трудових ресурсів і обсягів виробництва $L_2 = L_2(r_2)$ і $Q_2 = F(K, L_2)$. Оскільки в даному випадку, як уже відзначалося, $F(K, L) = D(r)$, то

$$\frac{\partial F}{\partial L} \cdot \frac{dL}{dr} = \frac{dD}{dr}. \quad (3.42)$$

Із (3.42) і звичайного припущення про те, що ріст ціни викликає скорочення попиту, випливає, що $\frac{dL}{dr} < 0$ і, значить, права частина

(3.41) виявляється більшою, ніж $\frac{\omega}{p_2 - hp_0}$. Але оскільки за

побудовою $r_2 < r_0$, то $p_2 = \frac{r_2}{(1 + \tau)} < p_0$ і $\frac{\omega}{(p_2 - hp_0)} > \frac{\omega}{(1 - h)p_0}$ при $(p_2 - hp_0) > 0$. Таким чином, права частина (3.40) більша за праву (3.35), звідси $L_2 < L_0$. Проте L_2 відповідає більшому, від $D(r_0)$, значенню попиту, так що $L_2 > L_1$.

Порівняння розв'язків рівнянь (3.35) і (3.41) дозволяє отримати ще один висновок, зв'язаний із критичним змістом еластичності попиту при введенні ПДВ. Якщо попит не являється фактором, який обмежує можливості реалізації продукції, то, як випливає із (3.35), ставка ПДВ не діє на величину оптимального обсягу виробництва та максимального прибутку (хоча від нього, звичайно, залежить сума податків, виплачених підприємством). Ця незалежність визначається фактом повної компенсації виробнику платежів ПДВ. Стан міняється, якщо попит створює ефективне обмеження для обсягу реалізації. Тоді, як випливає з (3.41), оптимальне значення ціни, а значить, і оптимальна кількість трудових ресурсів, і оптимальний обсяг виробництва залежить від ставки ПДВ.

Для максимізації прибутку і відповідної суми податкових платежів до бюджету в даній ситуації маємо:

$$\Pi_2 = (p_2 - hp_0)Q_2 - \omega \cdot L_2 - \delta K, \quad (3.43)$$

$$T_2 = \tau(p_2 - hp_0)Q_2 + t\Pi_2. \quad (3.44)$$

Порівняння Π_0 та Π_2 показує, що:

$$\begin{aligned} \Pi_0 - \Pi_2 = & [p_0(1-h)F(K, h_0) - (p_2 - hp_0)F(K, h_2)] - \\ & - \omega(L_0 - L_2). \end{aligned} \quad (3.45)$$

Якщо використати:

$$\begin{aligned} F(K, L_0) = & F(K, L_2) + \frac{\partial F(K, L_2 + \xi(L_0 - L_2))}{\partial L} \cdot \\ & \cdot (L_0 - L_2), \quad 0 < \xi < 1, \end{aligned} \quad (3.46)$$

а також (3.32) і (3.35), то із (3.45) випливає:

$$\begin{aligned} \Pi_0 - \Pi_2 > & (p_0 - p_2)F(K, L_2) + (1-h)p \cdot \frac{\partial F(K, L_0)}{\partial L} (L_0 - L_2) - \\ & - \omega(L_0 - L_2) = (p_0 - p_2)F(K, L_2) > 0. \end{aligned} \quad (3.47)$$

У той же час, в силу (3.37), (3.44) і (3.47) маємо:

$$T_0 - T_2 = \tau p_0(1-h)Q_0 - \tau(p_2 - hp_0)Q_2 + t(\Pi_0 - \Pi_2) > \tau p_0(1-h)(Q_0 - Q_2) > 0.$$

Таким чином, якщо після підвищення ціни внаслідок введення ПДВ попит стає обмежуючим фактором реалізації продукції, то стратегія зниження ціни з метою розширення попиту (так само, як і політика скорочення обсягів виробництва при незмінній ціні) веде до зменшення випуску, прибутку та суми відрахованих податків. Це значить, що в даній ситуації тягар ПДВ поширюється не тільки на споживачів, але й на виробника і бюджет.

Для виявлення умов, при яких підприємство, що максимізує прибуток, може бути зацікавлене у вказаній вище стратегії, продиференціюємо обидві частини (3.40) по r , замінивши попередньо Q на $D(r)$, оскільки, як відзначалося, в описаній ситуації обсяг виробництва співпадає з попитом. Тоді, враховуючи (3.42), отримаємо:

$$\frac{d\Pi}{dr} = \frac{dD}{(1+r)} + (p - hp_0) \frac{dD}{dr} - \omega \frac{dL}{dr} = \frac{dD}{(1+r)} \left[1 + \frac{b\eta}{\eta_{F,L}} (\eta_{F,L} - \rho) \right], \quad (3.48)$$

де $\eta = \frac{dD}{dr} \cdot \frac{D}{r}$ - еластичність попиту на продукцію підприємства за

ціною; $\eta_{F,L} = \frac{dF}{dL} \cdot \frac{F}{L}$ - еластичність обсягу виробництва за працею;

$b = \frac{p - hp_0}{p}$ - відношення доданої вартості до вартості продукції (без

врахування ПДВ); $\rho = \frac{\omega L}{(p - hp_0)F}$ - частка зарплати в доданій вартості.

Оскільки еластичність попиту за ціною – величина від’ємна, з (3.48) випливає, що у випадку $(\eta_{F,L} - \rho) < 0$ похідна $\frac{d\Pi}{dr} > 0$. (3.49)

Це означає, що, якщо справедлива нерівність (3.49), то, незалежно від характеру попиту, підприємству вигідніше знижувати обсяги виробництва до рівня $D(r_0)$, зберігаючи ціну r , ніж зменшувати ціну з метою розширення попиту та обсягу реалізації.

Якщо

$$(\eta_{F,L} - \rho) > 0 \quad (3.50)$$

то, як випливає із (3.48), зниження обсягів виробництва при незмінній ціні виявляється для виробника переважаючим, ніж зменшення ціни тоді, коли еластичність попиту задовольняє нерівність:

$$\eta > \frac{-\eta_{F,L}}{b(\eta_{F,L} - \rho)}.$$

І лише коли поряд з (3.50) виконується нерівність

$$\eta < -\frac{\eta_{F,L}}{b(\eta_{F,L} - \rho)}, \quad (3.51)$$

підприємство, що максимізує прибуток, може бути зацікавленим у тому, щоби при введенні ПДВ знижувати ціну своєї продукції з метою розширення обсягів реалізації.

4. Методи прогнозування обсягів податкових надходжень

Процес надходження до бюджету податкових платежів, як і будь-який інший економічний процес, доцільно розглядати з точки зору стохастичних характеристик, оскільки його рівні в послідовні періоди відображають вплив множини взаємодіючих чинників, які можна трактувати як випадкові величини, що мають певну закономірність у динаміці. Кількісний аналіз основних показників

поступлень доходів до бюджету підтверджує випадковість цього процесу. В якості вхідної інформації про поступлення податкових платежів можна використати місячні звітні дані податкових адміністрацій за певний період часу в розрізі наступних платежів: загальний обсяг поступлень ПДВ, податок на прибуток підприємств, прибутковий податок з громадян, акцизний збір, плата за землю та інші поступлення. Основні статистичні характеристики (математичне сподівання, середньоквадратичне відхилення, коефіцієнт варіації, асиметрія, ексцес) умовного об'єкта можна дослідити (табл. 3.3) з допомогою процедури “Описательная характеристика” програмного продукту STADIA [13].

Таблиця 3.3.

Основні статистичні характеристики показників поступлень доходів до умовного бюджету

Показники	Математичне сподівання	Середньоквадратичне відхилення	Коефіцієнт варіації	Асиметрія	Ексцес
Всього поступлень	60.35	9.374	0.1553	0.5634	1.899
Податок на прибуток підприємств	7.49	1.078	0.1439	0.3946	2.476
Прибутковий податок з громадян	14.79	8.092	0.5471	0.6468	2.003
ПДВ	16.17	1.431	0.0885	-0.2314	2.285
Акцизний збір	6.409	1.969	0.30721	-0.0011	2.198
Плата за землю	2.749	0.575	0.2092	0.322	1.78
Інші поступлення	12.75	1.874	0.1469	0.7874	1.897

Для передбачення розвитку процесів у майбутньому необхідно дослідити динамічні ряди минулого. Через це, етапу прогнозування податкових поступлень повинно передувати комплексне вивчення рядів динаміки, що дасть можливість визначити тенденцію зміни даного економічного явища.

Основна мета кількісного аналізу часових рядів – виявлення головної тенденції розвитку дослідного явища (встановлення закономірності зміни рівня даного показника в часі). Переважно при практичному аналізі часових рядів використовують наступні етапи:

- графічне представлення та інтерпретація часового ряду;

- визначення та вилучення детермінованих складових ряду, що залежать від часу (тренду, сезонних і циклічних складових);
- дослідження випадкової складової часового ряду після вилучення детермінованих складових;
- вибір математичної моделі для опису випадкової складової та перевірка адекватності;
- прогнозування майбутнього розвитку процесу, що описується з допомогою побудованого динамічного ряду;
- дослідження взаємодії між різними часовими рядами.

Базові знання про можливий характер тренду дає графічне представлення часового ряду. При явній нестационарності часового ряду необхідно визначити й вилучити нестационарні складові (тренд, сезонну та періодичну компоненти).

У більшості випадків першим кроком виявлення основної тенденції є згладжування. Традиційним методом згладжування часового ряду є метод ковзних середніх [11], який ґрунтується на переході від початкових значень ряду до їхніх середніх на інтервалі часу. Отриманий таким чином ряд ковзних середніх за рахунок укрупнення відхилень вихідного ряду веде себе гладше, ніж початковий. Така процедура дає представлення про загальну тенденцію поведінки ряду. На практиці можна використовувати згладжування з допомогою середнього арифметичного трьох і дев'ятимісячним ковзними середніми. Так можна визначити степінь тенденції росту податкових надходжень.

Вивчення основної тенденції розвитку методом ковзної середньої є лише емпіричним способом попереднього кількісного аналізу. Для побудови кількісної моделі, яка відобразить загальну тенденцію зміни рівня динамічного ряду, треба скористатися аналітичним вирівнюванням. При цьому зміна дослідного чинника оцінюється як функція від часу (буде функцією від часу).

Інколи виникає необхідність розрахувати декілька моделей і серед адекватних до експериментальних даних вибрати ту, для якої мінімальна стандартна помилка чи максимальний коефіцієнт кореляції. Проте, все залежить від конкретної задачі: так, для вдалої локалізації області максимуму, можна скористатися і неадекватною моделлю для сильно зашумлених даних. Необхідно враховувати, що

ряд нелінійних моделей у процесі обчислень зводиться до лінійної моделі з попереднім перетворенням значень залежної змінної. Дана процедура приводить до ліквідації не самих відхилень експериментальних точок від регресійної кривої, а зважених цим перетворенням відхилень.

Познайомимося з основними формулами моделей, які можна використати в прогнозуванні з допомогою системи STADIA [14]:

1) лінійна	$Y=a+b \cdot t$
2) парабола	$Y=a+b \cdot t+c \cdot t^2$
3) поліноміальна	$Y = \sum_{i=0}^m a_i \cdot t^i$
4) степені $\frac{1}{2}$	$Y = a + b \cdot \sqrt{t}$
5) логарифмічна	$Y=a+b \cdot \ln(t)$
6) степенева	$Y=a \cdot t^b$ або $Y=\exp(a+b \cdot \ln(t))$
7)	$Y=a+b \cdot t^c$
8) експонента	$Y=\exp(a+b \cdot t)$
9)	$Y=\exp(a+b/t)$
10)	$Y = \exp(a + b \cdot \sqrt{t})$
11)	$Y=\exp(a+b \cdot t+c \cdot t^2)$
12)	$Y=a+b \cdot \exp(c \cdot t)$
13) гіпербола	$Y=a+b/t$
14)	$Y=1/(a+bt)$
15)	$Y=1/(a+b/t)$
16)	$Y = 1/(a + b \cdot \sqrt{t})$
17)	$Y=1/(a+b \cdot \ln(t))$
18)	$Y=a+1/(b+ct)$
19) оптимума	$Y=1/(a+b \cdot t+c \cdot t^2)$
20)	$Y=x/(a+b \cdot t+c \cdot t^2)$
21) логістична	$Y=a+b/(1+\exp(c+d \cdot t))$
22) лінійна з синусом	$Y=a+b \cdot x+c \cdot \sin(d+e \cdot t),$

де t - часовий інтервал.

Побудуємо прогнозні моделі діяльності умовного об'єкта на основі ретроспективних даних обсягів основних видів податкових платежів до бюджету (табл. 3.4). Процедуру моделювання виконаємо

з допомогою програмного продукту STADIA. Результати даного процесу представимо табл. 3.5.

Таблиця 3.4.

Динаміка та структура надходження податкових платежів до бюджету умовного об'єкта

Поступлення	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
Всього поступлень, млн. грн., питома вага, % (y)	50,3 100	54,2 100	52,69 100	57,03 100	63,3 100	69,23 100	75.62 100
Податок на прибуток підприємств, млн. грн., питома вага, % (x ₁)	6,02 11.94	6,88 12.69	6,72 12.75	7,66 13.43	8,01 12.65	7,79 11.19	9.35 12.36
Прибутковий податок з громадян, млн. грн., питома вага, % (x ₂)	7,05 13.99	7,64 14.1	9,33 17.71	11,96 20.97	17 26.86	22,19 32.05	28.37 37.52
ПДВ, млн. грн., питома вага, % (x ₃)	17,2 34.13	18,22 33.62	16,53 31.37	15,21 26.67	15,57 24.6	16,59 23.96	13.84 18.3
Акцизний збір, млн. грн., питома вага, % (x ₄)	6,12 12.14	7,83 14.45	5,93 12.55	3,42 6.0	4,89 7.73	7,27 10.5	9.4 12.43
Плата за землю, млн. грн., питома вага, % (x ₅)	2,1 4.17	2,39 4.41	2,18 4.14	3,13 3.6	2,66 4.2	3,13 4.52	3.65 4.83
Інші поступлення, млн. грн., питома вага, % (x ₆)	11,91 23.63	11,24 20.74	12 22.77	15,65 27,44	15,17 23.97	12,26 17.71	11.01 14.56

Запропоновані моделі тренду описують загальну характерну тенденцію поведінки динамічного ряду. Однак, виконання на основі цих моделей достатньо точного прогнозу місячних податкових надходжень до бюджету викликає певні труднощі, що породжені великою сезонною мінливістю ряду.

Сезонні коливання динамічного ряду пов'язані з особливістю термінів сплати податків. Через це при кількісному аналізі коливань динамічних рядів, поряд із виділенням випадкових коливань, виникає

задача вивчення періодичних (сезонних) коливань, якими можуть бути всі явища, що мають у своєму розвитку чітко виражену закономірність внутрішніх річних змін.

Таблиця 3.5.

Показник	Вид залежності та статистичні оцінки, t - часовий інтервал	Прогнозні значення	
		2004	2006
Всього поступлень, млн. грн.	$y = 43.73 + 4.155t, R = 0.957$	76.97	85.28
Податок на прибуток підприємств, млн. грн.	$x_1 = e^{1.756+0.062t}, R = 0.944$	9.527	10.79
Прибутковий податок з громадян, млн. грн.	$x_2 = 0.4014 + 3.598t, R = 0.96$	29.18	36.38
ПДВ, млн. грн.	$x_3 = \frac{t}{0.0002 + 0.05172t + 0.00248t^2}, R = 0.996$	13.97	13.07

Існують різні економетричні методи для виміру сезонних коливань. Одним із методів виділення сезонної хвилі є спектральний аналіз і побудова на його підґрунті аналітичної моделі часового ряду [13]. Метою спектрального аналізу є знаходження прихованих періодичностей і оцінка їхньої інтенсивності. Це можна зробити з допомогою процедури “Спектральний аналіз” системи STADIA.

Одним із загальноприйнятих способів аналізу структури стаціонарних часових рядів є використання дискретного перетворення Фур’є для оцінки спектральної густини або спектру ряду. Цей метод може використовуватися в системі оподаткування в наступних напрямках:

- для отримання описової статистики одного часового ряду чи описової статистики залежностей між двома часовими рядами;
- для виявлення періодичних і квазіперіодичних властивостей часових рядів;
- для перевірки адекватності моделей, побудованих іншими методами;
- для компактного представлення даних;
- для інтерполяції динаміки часових рядів.

У даній версії пакету можливості спектрального (частотного) аналізу розширені за рахунок включення згладжувальних вікон і методів усереднення, але вони обмежені найбільш вживаними

частотними характеристиками: амплітудна та фазова, когерентність, передаточні функції.

Для моделювання хвильових коливань динамічного ряду використовується періодична функція Фур'є такого виду:

$$y = a_0 + \sum_{k=1}^K (a_k \cos 2\pi f_k t + b_k \sin 2\pi f_k t), \quad (3.92)$$

де f_k - частота; k - номер гармоніки.

Фур'є-моделі служать ефективним засобом моделювання нестационарних часових рядів, які мають виражені гармонічні складові. До подібних рядів можна звести й багато кривих росту після усунення тренду. Фур'є-моделі є багатоцільовими й можуть використовуватися як для прогнозування, так і для фільтрації чи згладжування часових рядів.

Розглянутий метод базується на Фур'є-перетворенні з часової області в частотну (спектральну) область (одержання амплітудно-частотної та фазочастотної характеристики) і навпаки (відновлення початкового часового ряду). Неможливість прямого використання АЧХ та ФЧХ для прогнозування визначається тим, що вони містять повну інформацію про часовий ряд і прогноз є точним повторенням часового ряду з його початку. Явний вихід – зниження ступені густини відтворення інформації про часовий ряд в АЧХ і ФЧХ. Тому цінність даної процедури полягає у методиці побудови спектральної моделі шляхом виключення із спектру незначних і шумових складових та наступної адаптації такої моделі до вхідного часового ряду.

Далі спектральна модель однозначно перетворюється у часову область, у результаті чого одержуємо власне модель часового ряду, яка відображає основні гармонічні складові. Дану модель можна використовувати для прогнозування або як результат фільтрації часового ряду, а ступінь адекватності моделі можна оцінити звичайними статистичними методами.

Таким чином, дана методика включає таких два етапи: побудова спектральної моделі та її адаптація.

Основними інструментами при побудові спектральної моделі є такі характеристики:

- експоненціальне усереднення спектральних характеристик;
- послідовна фільтрація – вилучення із спектру всіх складових у заданому діапазоні частот;

- очищення спектру – вилучення з нього всіх низько амплітудних гармонійних складових, які не перевищують заданий рівень.

Дані інструменти є взаємодоповнюючими, їх можна використовувати незалежно або в довільних комбінаціях один з одним.

Для усереднення задається число поділів часового ряду. Кожний поділ представляє собою відрізок вдвічі коротший від попереднього і приєднаний до кінця часового ряду. На кожному відрізку незалежно обчислюються частотні характеристики й проводиться їх експоненціальне усереднення, тобто наступні відрізки мають і більші ваги. Внаслідок цього усереднення у спектрі в більшій ступені проявляються високочастотні складові, характерні для часових відрізків, які лежать близько до дійсного (кінцевої точки часового ряду). Початкові відрізки виявляють довгохвильові складові.

Адаптація моделі здійснюється шляхом послідовного наближення трьох параметрів (амплітуди, фази, частоти) кожної спектральної складової до часового ряду за критерієм найменших квадратів. У випадку проведеного усереднення адаптація проводиться за кінцевим відрізком часового ряду, що дозволяє ще раз скоректувати модель. При відсутності усереднення адаптація проводиться для всього часового ряду.

Розглянемо прогнози моделі, що дають можливість відобразити більш складну динаміку, ніж проста регресійна залежність змінної від часового тренду. Тут піде мова про використання адаптивних моделей прогнозування обсягів податкових поступлень.

Мета адаптивних методів полягає в побудові моделей, які мають властивість відображати умови зміни процесів у часі, враховувати інформаційну значимість різних складових часової послідовності та дати досить точні оцінки майбутніх членів динамічного ряду.

В основу адаптивних методів покладена модель експотенціального згладжування, завданням якої є – згладжування часового ряду з допомогою ковзної середньої, з вагами, що спадають за експотенціальним законом в міру віддалення в минуле. Рівняння простого експотенціального згладжування має вигляд:

$$S_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)S_{t-1}, \quad (3.93)$$

де S_t - згладжений рівень для періоду t ; S_{t-1} - згладжений рівень попереднього періоду з t ; y_t - фактичний рівень періоду t ; α - параметр згладжування.

Параметр згладжування α вибирають після змістовного аналізу процесу податкових поступлень, залежно від відносної цінності ретроспективних даних. Якщо більшу вагу необхідно надати попереднім даним, то α вибирають близьким до одиниці, якщо ж необхідно враховувати більшу частину теперішніх даних - α надається мале значення. У більшості випадків параметр α оцінюється на основі квадратів залишків, тобто, чим менша помилка наступних прогнозів при заданому α , тим краща адаптація моделі до реальних умов.

Для опису та прогнозування податкових поступлень можна використати стандартну процедуру "ARIMA-моделі" системи STADIA [13]. Побудова моделей авторегресії та проінтегрованого ковзного середнього (ARIMA) є корисною при описі й прогнозуванні поведінки стаціонарних і нестаціонарних часових процесів податкових поступлень, які виявляють однорідні коливання довколо змінного середнього значення.

Основу моделей авторегресії складає рекурентне співвідношення виду:

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + \dots + a_\tau y_{t-\tau} + e(t), \quad (3.94)$$

де t – період часу; τ - порядок моделі авторегресії; $y_{t-\tau}$ - значення часового ряду, що відповідає періоду $t-\tau$; a_τ - коефіцієнти автокореляції; $e(t)$ - випадкова компонента.

В таких моделях прогнозне значення моделюючої змінної залежить від попередніх значень тієї ж змінної за декілька минулих періодів.

Розглянуті раніше моделі описують процес поступлення податкових платежів до бюджету як функції часу. Проте на практиці розвиток явищ і процесів зумовлений не часом, який пройшов від початкового моменту, а напрямком і інтенсивністю факторів, які впливають на їх розвиток. Розвиток явищ у динаміці виступає зовнішнім вираженням факторів і їх сумарною дією, що проявляють вплив на зміну рівня в окремо взяті проміжки часу.

Ось чому при побудові моделі динаміки податкових надходжень доцільно виділяти фактори притаманні даному процесові та оцінити ступінь їх впливу на даний процес. Побудована модель має враховувати загальні закономірності зміни процесу податкових надходжень за період дослідження та зміну впливу комплексу чинників в динаміці.

Прогноз податкових надходжень до бюджету, насамперед може бути здійсненим у розрізі основних найбільш доходних видів податків. На сьогоднішній день основу податкових надходжень складають: податок на прибуток підприємств, прибутковий податок з громадян, ПДВ, акцизний збір (табл. 3.4).

На основі перелічених видів податків і використання програмного продукту STADIA нами отримані економетричні моделі прогнозу загального обсягу податкових поступлень.

Аналіз отриманих моделей на предмет адекватності та статистичної значущості показав, що найкращою є модель типу Кобба-Дугласа:

$$y = 6.228x_1^{0.3412} \cdot x_2^{0.2365} \cdot x_3^{0.3487}, R = 0.9907.$$

Обсяг податкових надходжень до бюджету тісно пов'язаний із рівнем виробничо-фінансової діяльності виробничих і підприємницьких структур та рядом соціальних факторів.

При дослідженні процесу податкових поступлень до бюджету необхідно враховувати, що даний процес реагує на інформацію впливу чинників з деякою затримкою. Якщо сума всіх таких затримок (лагів) вимірюється деяким постійним числом t , яке рівне цілому числу заданих періодів часу, то при встановленні економічних зв'язків необхідно в праву частину рівняння включити лагові значення пояснюючих змінних:

$$y_t = a_0x_t + a_1x_{t-1} + \dots + a_kx_{t-k}. \quad (3.95)$$

Так, наприклад, для кількісного аналізу розподілених лагів можна використати модель, яка описує залежність загальної суми поступлень до бюджету від значень показника випуску товарів і послуг за попередніх шість місяців:

$$y_t = a_0x_t + a_1x_{t-1} + \dots + a_6x_{t-6}, \quad (3.96)$$

де x_t - обсяг випуску товарів і послуг в періоді t .

Така процедура тільки підвищить рівень якості прогнозних значень.

Лекція 5-6. Методи оцінки тіньової економіки. Прикладні моделі системи оподаткування. (3 год)

1. Моделювання аспектів ухилення від сплати податків

Серед різноманітних технологій ухилення від сплати податків найбільш поширеною, напевно, буде заниження фактично отриманих доходів при заповненні податкової декларації [31].

Припустимо, що деякий суб'єкт, отримавши дохід розміром Q , вирішує яку суму свого доходу x йому необхідно вказати у своїй декларації. Дане рішення він змушений приймати в умовах невизначеності, оскільки у випадку $x \neq Q$ податкові служби з деякою ймовірністю p можуть (її переважно прирівнюють до частки перевірених декларацій у відповідному регіоні) виявити факт відхилення. У такому випадку дохід суб'єкта після податку та штрафу складе $(Q - F(x) - \Phi(Q - x))$, де $F(x)$ – податок на дохід x ; $\Phi(Q - x)$ - штраф при приховуванні доходу розміром $(Q - x)$. Якщо відхилення від сплати податку не виявлено, то дохід, залишений у розпорядженні суб'єкта, становить $(Q - F(x))$.

Далі припустимо, що поведінка суб'єкта задовольняє аксіомам прийняття рішень в умовах невизначеності, а його функція корисності U залежить лише від залишеного доходу. Тоді “оптимальний” розмір вказаного в декларації доходу x^* визначатиметься з умови максимізації сподіваної корисності (математичне сподівання):

$$x^* = \max_{0 \leq x \leq Q} M(U), \quad (3.75)$$

$$\text{де } M(U) = (1 - p)U(Q - F(x)) + pU(Q - F(x) - \Phi(Q - x)). \quad (3.76)$$

Отже, маємо:

$$x^* = \max_{0 < x < Q} \left\{ (1 - p)U(Q - F(x)) + pU(Q - F(x) - \Phi(Q - x)) \right\}. \quad (3.77)$$

Якщо особа намагається збільшити очікувану величину залишеного в її розпорядженні доходу (після сплати податку та штрафу), регулюючи для цього частку прихованого доходу λ , то задача (за умови, що у випадку штрафу податок береться з усього доходу) прийме вид:

$$\max_{\lambda} \left\{ (1 - p) \left[Q - F((1 - \lambda)Q) \right] + p \left[Q - F(Q) - \Phi(\lambda Q) \right] \right\}. \quad (3.78)$$

Для знаходження оптимальної стратегії необхідно розв'язати рівняння:

$$M'(U) = 0, \quad (3.79)$$

тобто:

$$\begin{aligned} &-(1-p)F'(x)U'(Q-F(x)) - p(F'(x) - \Phi'(Q-x))U'(Q-F(x)) - \\ &-\Phi(Q-x) = 0. \end{aligned} \quad (3.80)$$

Нехай r – ставка податку ($r > 0$), π – величина штрафу ($\pi > 0$). Тоді у випадку пропорційного податку $F(x) = rx$ та пропорційних штрафів $\Pi(x) = \pi x$ співвідношення (3.80) набуде виду:

$$(1-p)rU'(y) - p(\pi-r)U'(z) = 0, \quad (3.81)$$

де $y = y(x) = Q - rx$, $z = z(x) = Q - rx - \pi(Q - x)$.

Економічний зміст (3.81) полягає в тому, що при оптимальному виборі розміру вказаного доходу зважені граничні корисності в обох можливих станах (скриті та виявлені факти відхилення від сплати податку) будуть однаковими, так що будь-яке відхилення від цього вибору призводить до зменшення очікуваної корисності доходу. Якщо ваги вибираються рівними $p\pi=r$ (очікуваний штраф за приховання одиниці доходу співпадає з податковою ставкою), то платник податків веде себе абсолютно чесно в тому розумінні, що заявлений у його декларації дохід повністю співпадає з фактично отриманим.

Рівняння (3.81) визначає оптимальний розмір заявленого доходу x^* як функцію параметрів Q, π, h, r .

2. Еластичність і її використання в оподаткуванні

Структура системи оподаткування визначається, по-перше, необхідною сумою податкових надходжень, і по-друге, величиною податкових ставок. Проте, перед тим, як вводити ті чи інші податки, треба мати чітке представлення про наступне: на які товари вводити податок; з кого брати податок – з виробника чи споживача; якою буде величина додаткових поступлень до бюджету; на кого ляже основний податковий тягар; якщо податки беруться, то чи є сенс збільшувати податкову ставку для покриття бюджету?

На перший погляд здається, що основний податковий тягар ляже на тих, з кого буде братися податок і що чим більшою буде податкова ставка, тим більше буде податкових надходжень до бюджету. Кількісний фінансовий аналіз показує, що величина

податкового тягара визначається не формальними платниками податків, а величиною еластичності попиту та пропозиції. Так, наприклад [21], у випадку нееластичного попиту тягар податку на додану вартість повністю лягає на споживача, а сам факт стягнення податку ніяк не впливає на діяльність підприємства. У даному випадку ПДВ є податком лише на споживання, оскільки його виплата повністю компенсується виробникові відповідним підвищенням оптових цін. Аналогічна нейтральність ПДВ на рівні підприємства може виникнути й при надмірному попиті та регульованих цінах. Однак, при вільних цінах і еластичному попиті положення міняються, і якщо попит обмежує можливості реалізації, то ПДВ перестає бути нейтральним, а підприємства змушені адаптуватися до нових умов господарювання. Збут продукції за цінами, які забезпечують повну компенсацію сплати ПДВ, стає неможливим – підприємство змушене вибрати нові сценарії стратегії обсягу виробництва та ін. Аналогічно, збільшення ставки податку, еквівалентне збільшенню ціни оподаткованого товару, може призвести як до збільшення податкових надходжень до бюджету, так і до їхнього зменшення. Знову ж таки, все залежить від еластичності.

Розглянемо модель оподаткування, що ґрунтується на концепції попиту та пропозиції [11]. Припустимо, що спочатку податок стягується з виробників. Для спрощення вважаємо податок з одиниці продукції r постійним і незалежним від величини випуску. В даному випадку введення податку призводить до паралельного зсуву кривої пропозиції (f) на величину податкової ставки $r(f_r)$.

На рис. 3.19 бачимо, що при введенні податку ринкова ціна товару росте від P_c до P_t і відрізнятиметься від ціни виробника на величину податку r . Обсяг продажу при цьому спадає від q_c до q_r . Сумарна величина податкових надходжень до бюджету Q визначається як добуток податкової ставки r на обсяг продажу q_r :

$$Q = r \cdot q_r. \quad (3.82)$$

Одночасно цей вираз визначає й величину податкового тягару, частина якого

$$Q_t = q_r (P_t - P_c) \quad (3.83)$$

падає на плечі споживача, а друга частина

$$Q_k = q_r (P_c - P_k) \quad (3.84)$$

на виробника.

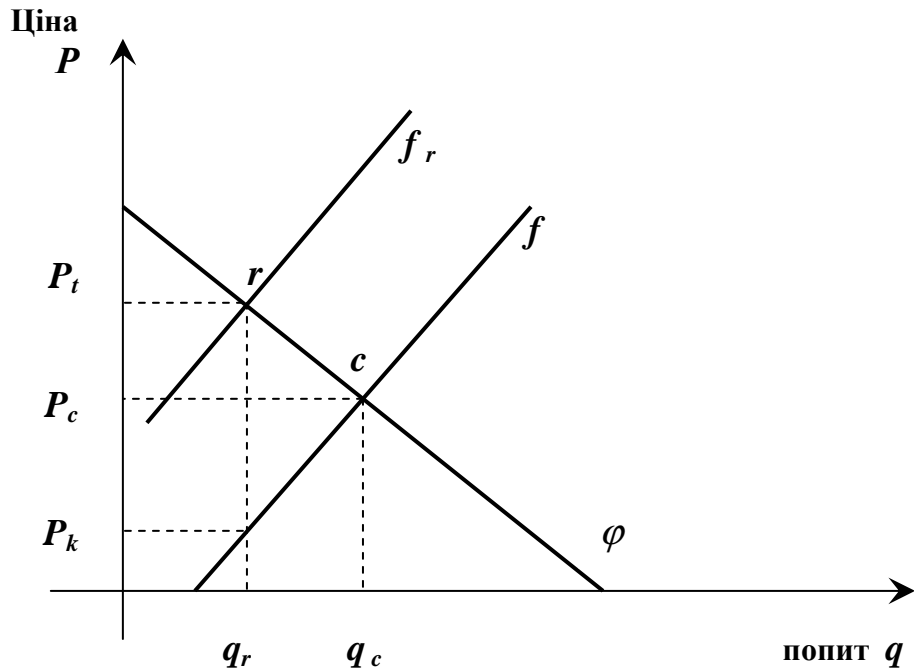


Рис. 3.19

Покажемо, що сума цих частин рівна величині податкових надходжень до бюджету:

$$Q_t + Q_k = q_r(P_t - P_c) + q_r(P_c - P_k) = q_r(P_t - P_k), \quad (3.85)$$

а співвідношення цих частин зворотно пропорційне до співвідношення еластичності попиту та пропозиції. Для доведення даного твердження скористаємось означенням еластичності, суть якого полягає в наступному: еластичність зміни змінної y при зміні

змінної x $E_x(y) = \frac{dy}{y} : \frac{dx}{x} = \frac{dy}{dx} : \frac{x}{y}$ показує відносну зміну залежного

економічного показника під дією одиничної зміни економічного фактора, від якого він залежить, при незміні інших впливових на нього факторів.

Використаємо дане означення для знаходження еластичності попиту (E_φ) та пропозиції (E_f):

$$E_\varphi = \frac{q_r - q_c}{q_c} : \frac{P_t - P_c}{P_c} = \frac{(q_r - q_c)P_c}{(P_t - P_c)q_c},$$

$$E_f = \frac{q_r - q_c}{q_c} : \frac{P_k - P_c}{P_c} = \frac{(q_r - q_c)P_c}{(P_k - P_c)q_c}. \quad (3.86)$$

Далі знайдемо співвідношення:

$$\frac{Q_t}{Q_k} = \frac{q_r(P_t - P_c)}{q_r(P_c - P_k)} = -\frac{P_t - P_c}{P_k - P_c} = -\frac{E_f}{E_\varphi}, \quad (3.87)$$

оскільки

$$\frac{E_f}{E_\varphi} = \frac{(q_r - q_c)P_c}{(P_k - P_c)q_c} \times \frac{(P_t - P_c)q_c}{(q_r - q_c)P_c} = \frac{P_t - P_c}{P_k - P_c}. \quad (3.88)$$

Кількісний аналіз отриманого співвідношення показує, що більший податковий тягар лягає на економічні суб'єкти з меншою еластичністю, тобто на ті, що мають меншу можливість уникнути податковий тягар. Зокрема, якщо еластичність попиту рівна нулю, то весь податковий тягар ляже на плечі виробників, оскільки незалежно від величини податку (як наслідок, і від ціни) споживачі не змінять обсягу купівлі. Якщо ж попит на якийсь товар характеризується досконалою еластичністю, то в програші є виробники, оскільки споживачі уникають податку, зменшуючи тим самим величину попиту і переходять до споживання товарів-замінників. У такому випадку весь податковий тягар лягає на плечі виробників (рис. 3.20). Більш широке висвітлення питання про вектор спрямованості реакції підприємств на варіацію ставок податків (зокрема ПДВ і податок на прибуток) з урахуванням еластичності можна знайти в роботі [21].

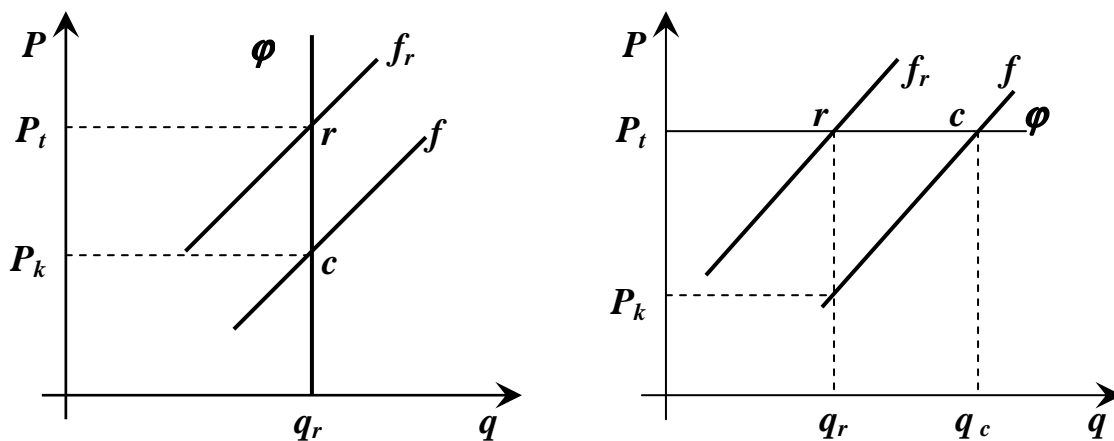


Рис. 3. 20

Аналогічно відбувається перерозподіл податкового тягаря у випадку формального стягнення податку з споживачів. Наприклад, купуючи товар, покупець платить державі за додатковим чеком певну суму чи відсоток від суми товару. В такому випадку введення податку призводить до зсуву кривої попиту вліво (рис. 3.21).

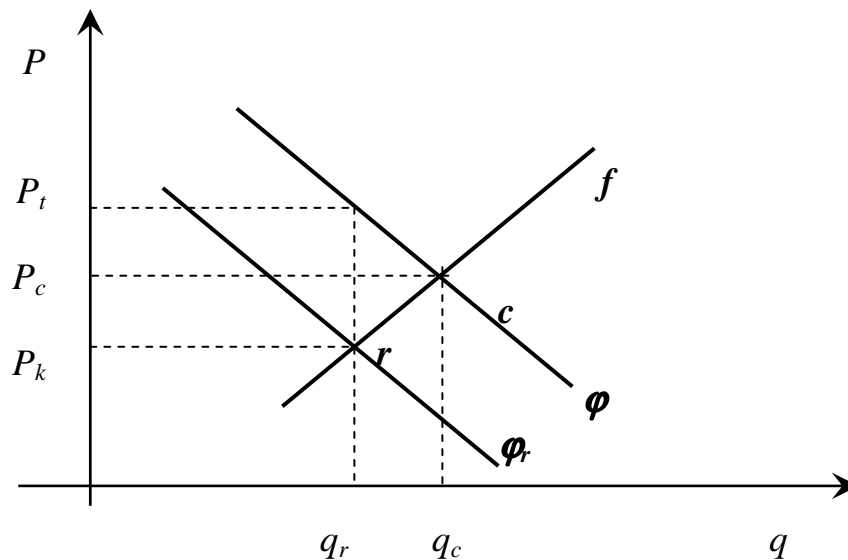


Рис. 3. 21

Порівнюючи рис. 3.21 і рис. 3.19, які представляють ситуацію стягнення податку з виробника, можна відзначити, що розподіл податкового тягару між споживачами та виробниками проходить так само, як і в попередньому випадку, тобто знову ж таки зворотно пропорційно до їх еластичності. Таким чином, формальні та фактичні платники податків не співпадають. Незалежно від того, хто є формальним платником податку, фактичним платником стає економічний суб'єкт з меншою еластичністю, особливо якщо еластичність попиту та пропозиції сильно різняться.

Розглядаючи питання впливу величини податкової ставки на величину податкових надходжень, бачимо що вони пов'язані між собою приблизно так, як і залежності обсягів поступлень від продажу та ціни товару, тобто підвищення податку на товар з еластичним попитом призведе до зменшення доходу від оподаткування.

Вивчимо ситуацію впливу величини податкової ставки на обсяг податкових надходжень і покажемо ступінь взаємозв'язку між ними. Ці величини пов'язані між собою приблизно так, як і залежні обсяги поступлень від продажу та ціни товару, тобто підвищення ставки податку на товар з еластичним попитом приведе до зменшення надходжень від оподаткування.

Покажемо кількісне вираження зв'язку еластичності з обсягом поступлень від продажу. Еластичність поступлень від продажу будь-якого продукту чи послуг тісно зв'язана з еластичністю попиту на нього. Нехай обсяг поступлень від продажу (R) знаходиться за формулою: $R = p \cdot q$, де P - ціна одиниці товару; q - попит на даний товар.

Далі використаємо формулу еластичності добутку двох функцій $u(x)$ та $v(x)$: $E_x(uv) = E_x(u) + E_x(v)$.

У нашому випадку будемо мати:

$$E_p(R) = E_p(q) + E_p(P) = E_p(q) + 1 = 1 - |E_p(q)| \quad (3.89)$$

оскільки еластичність попиту за ціною завжди від'ємна ($P'(q) < 0$).

Аналізуючи формулу (3.89), бачимо що еластичність поступлень від продажу за ціною від'ємна ($E_p(R) < 0$) для товарів, попит на котрі еластичний ($|E_p(q)| > 1$), і додатня ($E_p(R) > 0$) для товарів з нееластичним попитом ($|E_p(q)| < 1$). Це значить, що при нееластичному попиті зміна ціни викликає зміну поступлень від продажу в тому ж напрямку. Отже, продавцям вигідно підвищувати ціну (адже це призводить до збільшення виручки). Для еластичного попиту зміна поступлень від продажу проходить в напрямку, протилежному до зміни ціни, і для збільшення поступлень продавцям вигідно зменшувати ціни. Аналогічно, підвищення податку на товар з еластичним попитом призведе до зменшення надходжень до бюджету.

Виконаємо аналогічні процедури для кількісної оцінки впливу ставки оподаткування на величину податкових надходжень. Обсяг податкових поступлень розраховується формулою (3.82). Далі скористаємося формулою еластичності добутку двох функцій

$$E_r(Q) = E_r(r) + E_r(q_r) = 1 + E_r(q_r). \quad (3.90)$$

і доведемо, що має місце така формула:

$$E_r(Q) = 1 - \frac{r}{P_c} : \left(\frac{1}{\frac{1}{|E_\varphi|} + \frac{1}{E_f}} \right). \quad (3.91)$$

За означенням еластичності маємо:

$$E_r(q_r) = \frac{q_r - q_c}{q_c} : \frac{r - P_k}{r} = \frac{r(q_r - q_c)}{q_c(r - P_k)}.$$

$$\text{Треба довести, що } E_r(q_r) = -\frac{\frac{r}{P_k}}{\frac{1}{|E_\varphi|} + \frac{1}{E_f}} = \frac{r(q_r - q_c)}{q_c(r - P_k)}.$$

Виконаємо наступні перетворення

$$\begin{aligned} \frac{1}{|E_\varphi|} + \frac{1}{E_f} &= -\frac{1}{E_\varphi} + \frac{1}{E_f} = \\ &= -\frac{1}{\frac{q_r - q_c}{q_c} \cdot \frac{P_t - P_c}{P_c}} + \frac{1}{\frac{q_r - q_c}{q_c} \cdot \frac{P_k - P_c}{P_c}} = \\ &= -\frac{(P_t - P_c)q_c}{(q_r - q_c)P_c} + \frac{(P_k - P_c)q_c}{(q_r - q_c)P_c} = \frac{q_c(P_k - P_t)}{P_c(q_r - q_c)} = -\frac{q_c(P_t - P_k)}{P_c(q_r - q_c)}. \end{aligned}$$

Тоді

$$-\frac{r}{P_c} \cdot \left[-\frac{q_c(P_t - P_k)}{P_c(q_r - q_c)} \right] = \frac{r \cdot P_c(q_r - q_c)}{P_c \cdot q_c(P_t - P_k)} = \frac{r(q_r - q_c)}{q_c(P_t - P_k)} = \frac{r(q_r - q_c)}{q_c(r - P_k)},$$

що й треба було довести.

Формула (3.91) дає нам можливість зробити висновок про те, що податкові надходження зростають при збільшенні податкової ставки тільки до того часу, поки частка ставки податку в ціні товару менша від суми обернених величин еластичностей попиту та пропозиції. Це дає можливість встановлювати високі ставки оподаткування (які суттєво перевищують ціну товару) на товари, попит на котрі є нееластичним (або нееластична пропозиція на них).

Таким чином, кількісна оцінка еластичності попиту має важливе значення при реалізації цінової та податкової політики виробничо-економічних структур як на мікро- так і на макроекономічному рівні.

3. Кількісні методи аналізу та формування дохідної частини бюджету

Вивчення та використання кількісних методів аналізу й управління бюджетним процесом має ряд суттєвих аспектів. Серед них найістотнішими є управління процесом формування доходів бюджету, виявлення основних чинників і резервів, які визначають їх обсяг та кількісний аналіз, прогнозування, планування на основі багатоваріантних фінансових розрахунків.

Методичні підходи підвищення ефективності управління бюджетним процесом ставлять перед фінансовою системою задачу вдосконалення методів формування дохідної частини бюджету, оскільки це визначальний чинник розміру та структури витрат.

Формування дохідної частини бюджету залежить від багатьох взаємопов'язаних факторів. Задача кількісної оцінки їхнього впливу настільки складна та різноманітна, що вимагає застосування економетричних методів і імітаційного моделювання у подальших дослідженнях.

Для здійснення кількісного аналізу тенденцій планування та виконання доходів місцевих бюджетів доцільно використовувати ретроспективні показники питомої ваги запланованих і фактичних доходів у відповідному загальному обсязі доходів місцевих бюджетів.

Зробимо порівняльний кількісний аналіз питомої ваги фактичних місцевих бюджетів на базі даних Тернопільської області у загальній сумі доходів місцевих бюджетів області та відповідно запланованого показника у розрізі видів поступлень (прибутковий податок із громадян, платежі за користування надрами, плата за землю, податок на промисел, плата за державну реєстрацію суб'єктів підприємницької діяльності, місцеві податки та збори, фіксований сільськогосподарський податок) з допомогою економетричних методів. Для побудови економетричних моделей використовуємо програмний продукт STADIA, що дає можливість вирішити такі проблемні питання: дослідити структуру питомої ваги доходів бюджету області; побудувати прогностні моделі доходів бюджету області; зробити прогноз залежності запланованої та фактичної питомої ваги доходів бюджету області; дослідити причинно-наслідкові взаємозв'язки дохідної частини місцевих бюджетів.

Кількісний аналіз тенденцій планування виконання дохідної частини місцевих бюджетів виконаний на основі інформаційної бази, основу котрої складають звітні дані Головного фінансового управління Тернопільської області (табл. 3.6).

Для проведення числових розрахунків використовуємо такі види регресійних моделей:

$$y = a_0 + a_1x, y = a_0 + a_1\sqrt{x}, y = \frac{x}{a_0 + a_1x + a_2x^2}, \quad (3.60)$$

де y – питома вага фактичного виконання бюджету Тернопільської області в розрізі видів поступлень доходів місцевих бюджетів, %; x – питома вага запланованих доходів бюджету області в розрізі видів поступлень доходів місцевих бюджетів, %.

Враховуючи статистичну значущість оціночних параметрів регресійних рівнянь, для кожного виду поступлень доходів місцевих бюджетів вибираємо найбільш адекватну економетричну модель (табл. 3.7).

Таблиця 3.7.

Кореляційна залежність запланованої та фактичної питомої ваги доходів місцевих бюджетів Тернопільської області

Показник	Вид залежності
Прибутковий податок з громадян	$y = -0.4508 + 1.011x, R = 0.96456;$ $y = -42.1 + 13.16\sqrt{x}, R = 0.95146$
Платежі за користування надрами	$y = -2.396 + 129.8x, R = 0.9313;$ $y = -5.73 + 43.58\sqrt{x}, R = 0.87905$
Плата за землю	$y = -1.475 + 1.11x, R = 0.96286;$ $y = -12.89 + 7.176\sqrt{x}, R = 0.9479$
Податок на промисел	$y = 0.1264 + 1.045x, R = 0.96885;$ $y = -0.2174 + 0.9915\sqrt{x}, R = 0.9828$
Плата за державну реєстрацію СПД	$y = -0.01697 + 1.061x, R = 0.68657$ $y = -0.1684 + 0.8068\sqrt{x}, R = 0.70011$
Місцеві податки і збори	$y = -0.08138 + 1.036x, R = 0.97271;$ $y = -2.019 + 2.997\sqrt{x}, R = 0.94591$
Фіксований сільськогосподарський податок	$y = 0.5056 + 0.1442x, R = 0.2029;$ $y = 0.287 + 0.3596\sqrt{x}, R = 0.21382$

Кількісний аналіз отриманих результатів вказує на наявність тенденції росту питомої ваги фактичних доходів у розрізі всіх видів поступлень до місцевих бюджетів. Окрім цього, відслідковується тенденція до збільшення зазначеного показника з року в рік для поступлень від платежів за користування надрами ($a_1 = 129.8\%$), а для фіксованого сільськогосподарського податку цей показник нижчий ($a_1 = 0.1442\%$)

У загальному випадку для лінійних моделей коефіцієнт a_1 вказує на середню продуктивність. У наших дослідженнях це – середньорічний приріст питомої ваги фактичного виконання бюджету області в розрізі відповідних поступлень доходів місцевих бюджетів.

Таким чином, проведений кількісний аналіз виявив суттєву взаємозалежність між питомою вагою запланованих доходів бюджету області у запланованому обсязі доходів місцевих бюджетів і питомою вагою фактичного виконання доходів бюджету області у фактичному обсязі виконання місцевих бюджетів.

З метою визначення комплексного впливу факторів, які впливають на обсяг надходжень до бюджету області, можна побудувати таку економетричну модель:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 + a_5x_5 + x_6 + u, \quad (3.97)$$

де y – загальний обсяг надходжень до бюджету, млн. грн.; x_1 - обсяг виробництва промислової продукції, млн. грн.; x_2 – обсяг валових інвестицій, млн. грн.; x_3 - кредиторська заборгованість між підприємствами, млн. грн.; x_4 - обсяг виробництва сільськогосподарської продукції, млн. грн.; x_5 - статутний капітал комерційних банків, млн. грн.; x_6 - чисельність населення, тис. чол.; u – випадкова змінна.

Динамічний характер фінансових потоків наштовхує на аналіз бюджетних процесів регіону відносно поступлення коштів від місцевих податків і зборів. Результатом цього дослідження є економетрична модель виду:

$$y_t = a_0 + a_1x_{1t} + a_2x_{2t} + y_{t-1} \frac{D_t}{D_{t-1}} + y_{t-3} \frac{D_t}{D_{t-3}}, \quad (3.98)$$

де y_t - надходження до бюджету від місцевих податків і зборів у періоді t ; x_{1t} - випуск продукції промисловості в періоді t ; x_{2t} – чисельність населення в періоді t ; D_t - дефлятор ВВП у періоді t .

Для вдосконалення методики управління бюджетним процесом, підвищення наукової обґрунтованості фінансових рішень на основі

багатоваріантних розрахунків можна поєднати балансовий метод із імітаційним моделюванням. Розв'язати таку задачу можна з допомогою побудови матричної балансової моделі розрахунку доходів бюджету регіону, в основі котрої лежить матриця коефіцієнтів податкоємності реалізованої продукції та послуг у поєднанні з вектором реалізованої продукції та послуг за галузями (табл. 3.8).

Таблиця 3.8.

Види податків і платежів Назва галузі	1	...	m	Всього податків і платежів (за галузями)	Реалізовано продукції
1	$a_{11}x_1$...	$a_{1m}x_1$	$\sum_{j=1}^m a_{1j}x_1$	x_1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	$a_{n1}x_1$...	$a_{nm}x_1$	$\sum_{j=1}^m a_{nj}x_n$	x_n
Всього податків і платежів (за видами податків і платежів)	$\sum_{i=1}^n a_{i1}x_i$...	$\sum_{i=1}^n a_{im}x_i$	$\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n a_{ij}x_i$	$\sum_{i=1}^n x_i$

Для побудови моделі приймаємо такі позначення: i - індекс галузі, $i = \overline{1, n}$; j - індекс виду податку чи платежу, $j = \overline{1, m}$; x_i - обсяг реалізованої продукції чи надання послуг i -ою галуззю у вартісному вираженні; a_{ij} - коефіцієнт податкоємності i -ої галузі для j -го виду податку чи платежу.

Основним математичним співвідношенням даної моделі є таке рівняння:

$$\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n a_{ij}x_i = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_{ij}x_i = 0. \quad (3.99)$$

Економічний зміст (3.99) полягає в тому, що сума всіх доходів, які отримані від галузей-платників податків, дорівнює сумі всіх податків і платежів, що надійшли до бюджету регіону.

Використання побудованої моделі дає можливість здійснити багатоваріантні розрахунки доходів бюджету на основі імітації різних значень коефіцієнтів матриці податкоємності, що враховують можливі зміни видів податків, їхніх ставок і наявність пільг, а також прогнозних векторів обсягу реалізованої продукції та послуг. Окрім цього, побудовану модель можна використати для розрахунку прогнозних значень усієї суми доходів бюджету, суми надходжень до бюджету в розрізі галузей та окремих видів податків і платежів.

Запропонована модель може використовуватися при вивченні впливу темпів росту економіки в цілому та в розрізі окремих галузей на доходи бюджетів і кількісного аналізу ступеня податкового тиску на платників податків.

Таблиця 3.6.

Звітні дані головного фінансового управління в Тернопільській обласній державній адміністрації Тернопільської області за 1997 – 2001 роки

Рік	Прибутковий податок з громадян		Платежі за користування надрами		<i>Плата за землю</i>		Податок на промисел		Плата за державну реєстрацію СПД		Місцеві податки і збори		Фіксований с/г податок	
	план	факт	план	факт	план	факт	план	факт	план	факт	план	факт	план	факт
1997	33.08	29.71	0.02	0.02	8.46	7.47	0.18	0.2	0.18	0.13	1.1	1.6	1.78	0.4
1998	37.25	32.03	0.01	0.03	10.53	10.04	0.23	0.28	0.12	0.1	1.3	0.92	1.12	0.97
1999	26.3	32.28	0.02	0.04	7.27	7.6	0.19	0.22	0.1	0.08	0.76	0.68	1.06	0.82
2000	59.9	60.72	0.03	0.07	14.93	15.92	0.32	0.33	0.16	0.22	1.12	1.38	1.93	1.01
2001	61.17	63.01	0.06	6.03	11.57	10.14	0.13	0.13	0.18	0.17	4.45	4.24	0.92	0.31

Лекція 4. Прийняття вигідних фіскальних рішень в умовах нестійкого економічного середовища

1. Моделювання сценаріїв податкових шкал

Важливе значення при моделюванні процесу оподаткування підприємств мають такі складові: об'єкт оподаткування, форма нарахування податку, суб'єкт оподаткування. У подальших дослідженнях будемо розглядати податок на дохід підприємств. Суб'єктом оподаткування тут є підприємство, а об'єктом – дохід. Дослідимо дві форми оподаткування: єдина ставка податку для всіх підприємств і прогресивний податок, ставка якого змінюється за деякою шкалою. Єдина ставка податку має перевагу простоти та справедливості в результаті рівності тягару на річний дохід.

Прогресивна податкова шкала може будуватися в залежності від обсягу самого доходу або від інших показників ефективності функціонування підприємств. Розглянемо випадок, коли ставка податку визначається величиною доходу, і тим самим ставить податок в залежність від розміру підприємства та ефективності його роботи. З точки зору фіскальної політики такі шкали надають широкі можливості для управління розподілом засобів між підприємствами та державою.

Покажемо різні сценарії такого управління [2].

Сценарій 1. Побудуємо шкалу “байдужості”, згідно якої у власності підприємства завжди залишається одна й та сама кількість коштів, незалежно від величини доходу. Ця крива описується формулою:

$$N_1 = (P - C_1)/P, \quad C_1 = P - N_1P = (1 - N_1)P, \quad N_1P = P - C_1,$$

де N_1 – ставка податку, P – розмір доходу, C_1 – постійний залишок доходу у підприємства. Тоді для всіх підприємств, які мають дохід більший від C_1 , залишок буде $\theta_1 = P(1 - N_1) = C_1$, а розмір відрахувань до бюджету складе

$$B_1 = N_1P = P - C_1. \quad (3.20)$$

Зрозуміло, що такий податок не стимулює господарську активність підприємств. Ми можемо змінити шкалу так, щоб залишок монотонно зростав з ростом доходу.

N_1 – шкала байдужості; N_1^* – шкала лінійного росту залишку.

Приймемо, що

$$N_1^* = \frac{(P - C_1)}{k_1 P}, \quad (3.21)$$

де C_1 – неоподаткований рівень доходу, k_1 – коефіцієнт пропорційності. Тоді залишок буде зростати по прямій

$$\theta_1^* = P(1 - N_1^*) = \frac{P(k_1 - 1)}{k_1} + \frac{C_1}{k_1}.$$

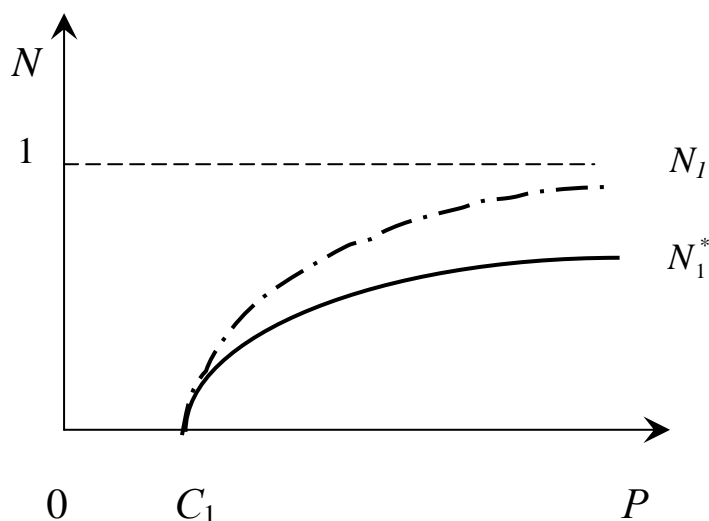


Рис. 3.6. Податкова шкала 1-го виду

Відрахування до бюджету складе $B_1^* = PN_1^* = \frac{(P - C_1)}{k_1}$. У даному

випадку норматив відрахувань, розмір відрахувань і залишок монотонно зростають (рис. 3.6). Цими властивостями володіють усі податкові шкали побудовані з використанням маржинальних ставок податку на всіх інтервалах, крім початкового. Чим менше число інтервалів передбачено в них, тим більше вони наближаються до “ідеальної” шкали. Обидві шкали є асимптотичними, причому ставка податку в шкалі “байдужість” прямує до одиниці, а для другої – до $1/k_1$. Покажемо це:

$$\lim_{P \rightarrow \infty} N_1 = \lim_{P \rightarrow \infty} \frac{P - C_1}{P} = \lim_{P \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{C_1}{P}\right) = 1; \quad (3.22)$$

$$\lim_{P \rightarrow \infty} N_1^* = \lim_{P \rightarrow \infty} \frac{P - C_1}{k_1 P} = \lim_{P \rightarrow \infty} \left(\frac{P}{k_1 P} - \frac{C_1}{k_1 P}\right) = \frac{1}{k_1}. \quad (3.23)$$

Таким чином, параметр k_1 може служити інструментом управління шкалою.

Сценарій 2. Побудуємо шкалу “байдужості” з точки зору держави, яка забезпечує постійний обсяг відрахувань C_2 : $N_2 = C_2/P$, величина відрахувань до бюджету $B_2 = PN_2 = C_2$, залишок

$\theta_2 = P(1 - N_2) = P - C_2$. Таку шкалу можна назвати орендою. Вона відповідає платежам, не пов'язаним з величиною доходу, причому частка доходу, виплачена у вигляді податку, постійно зменшується і при великому доході підприємство стає нечутливим до податку. Властивостями орендної шкали володіють платежі за ресурси.

Змінимо шкалу так, щоб відрахування росли з ростом доходу:

$$N_2^* = \frac{P(k_2 - 1) + C_2}{k_2 P}, \quad (3.24)$$

величина відрахувань $B_2^* = \frac{P(k_2 - 1) + C_2}{k_2}$, залишок $\theta_2^* = \frac{P - C_2}{k_2}$, де

k_2 – параметр шкали.

Розглянуті сценарії шкали є не прогресивними, а регресивними (рис. 3.7). Неважко побачити, що такі шкали сильно стимулюють ріст доходу.

Податкові шкали 2-го виду:

N_2 – “орендна” шкала, N_2^* – шкала лінійного росту відрахувань.

Сценарій 3. Будуємо шкалу із зростаючою прогресією, яка має вертикальну асимптоту a_3 (рис. 3.8):

$N_3^* = \frac{P - C_3}{k_3(a_3 - P)}$, величина відрахувань $B_3 = P \frac{P - C_3}{k_3(a_3 - P)}$, залишок

$\theta_3 = P - B_3$.

$$\theta_3 = P - P \frac{P - C_3}{k_3(a_3 - P)} = P \left[\frac{k_3(a_3 - P) - (P - C_3)}{k_3(a_3 - P)} \right], \quad (3.25)$$

де k_3 – параметри шкали.

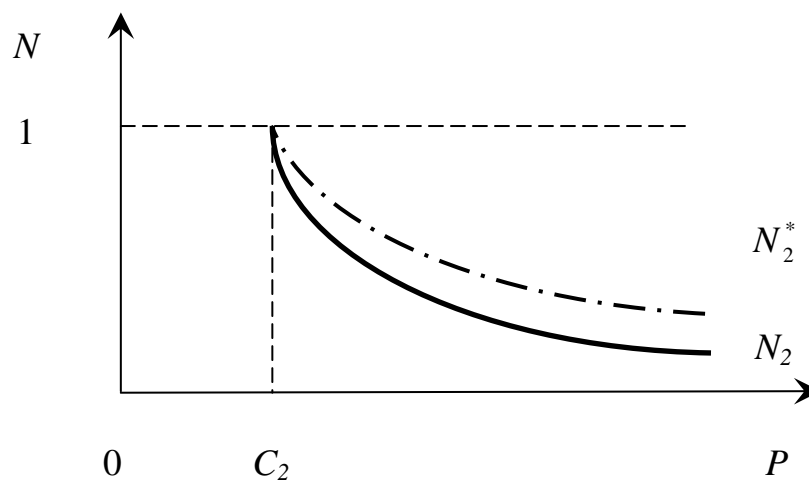


Рис. 3.7. Податкова шкала 2-го виду

У даному випадку сума податків на окремі доходи завжди менша, ніж податок на суму доходів. Тому така шкала стимулює розподіл доходів, тобто розкрупнення підприємств може розглядатися як один із способів боротьби з монополіями.

Необхідно зауважити, що всі податкові шкали побудовані в залежності від маси доходу і не враховують різниці в розмірах підприємств, тим самим сповільнюють процеси концентрації виробництва та капіталу навіть тоді, коли вони економічно ефективні. Звідси випливає, що від маси доходу, як правило, доцільно будувати лише пропорційний податок з єдиною ставкою. Різні прогресивні шкали використовуються у випадку рівності платників податку за розмірами, тобто при обкладанні особистих доходів громадян. Шкала із зростаючою прогресією (рис. 3.8) може використовуватися тоді, коли вимагається надати податку заборонений характер.

Сценарій 4. Теоретично можлива і обернена шкала із зростаючою прогресією (рис. 3.9):

$$N_4^* = \frac{P(k_4 + 1) - C_4 - k_4 a_4}{k_4(P - a_4)}, \quad (3.26)$$

$$B_4 = P \frac{P(k_4 + 1) - C_4 - k_4 a_4}{k_4(P - a_4)}, \quad (3.27)$$

$$\theta_4 = \frac{P(C_4 - P)}{k_4(P - a_4)}. \quad (3.28)$$

Практичне значення цього сценарію обмежене хіба що цільовими пільгами (податковими канікулами) в особливих випадках.

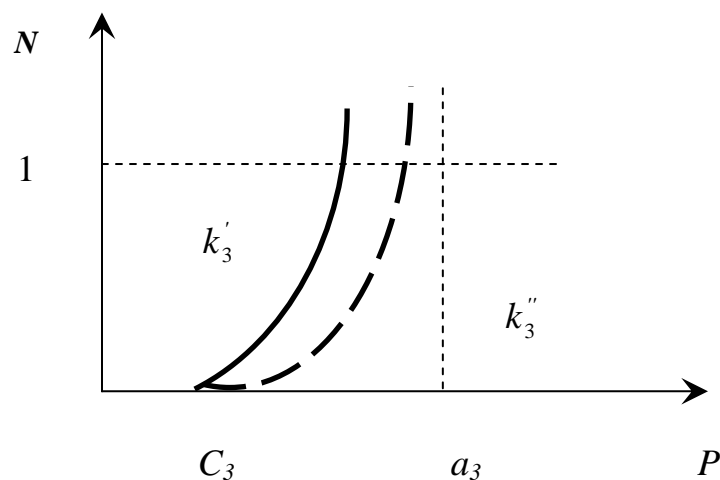


Рис. 3.8. Податкова шкала з сильною прогресією для різних значень коефіцієнтів $k_3'' > k_3' > 0$

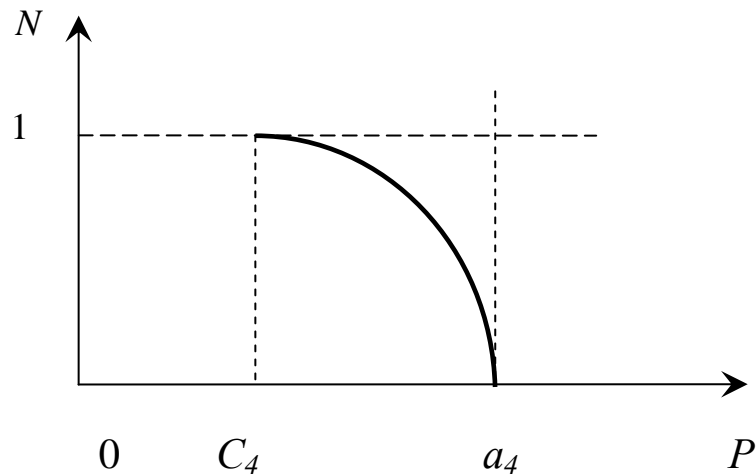


Рис. 3.9. Податкова шкала з сильною регресією

Іншим принципом побудови податкової шкали може бути залежність ставки податку від відносного показника доходності або рентабельності (до виробничих фондів або на одного робітника). Ці показники характеризують також ефективність діяльності підприємства. В умовах великих різниць між підприємствами подібні шкали повинні задовольняти дві вимоги: стимулювати підприємства до росту ефективності та запобігати розоренню малорентабельних, але необхідних для народного господарства підприємств. Ці вимоги суперечливі. Кожний конкретний варіант податкової шкали є компромісним між ними.

Розглянемо властивості податкових шкал, побудованих за показниками ефективності роботи підприємств. В якості показника приймемо рентабельність до виробничих фондів. Дослідимо залишок засобів підприємства S після відрахування податку, який також віднесений до основних фондів, тобто залишок на 1 грн. фондів. Нехай податкова шкала задається функцією $N(R)$, де R - рентабельність виробничих фондів. Тоді залишок засобів на 1 грн. фондів складе: $S = R(1 - N(R))$.

Визначимо, при яких податкових шкалах залишок не зміниться з ростом рентабельності, тобто

$$S = \text{const} = C, \quad R(1 - N(R)) = C, \quad N(R) = 1 - C/R.$$

Дана формула задає сімейство податкових шкал постійного залишку. Кожному значенню залишку відповідає своя шкала, для яких величина залишку рівна C . На рис. 3.10 тонкими лініями зображено криві цього сімейства.

В якості податкової шкали візьмемо одну з них, криву AD , якій відповідає залишок S_1 . Тоді при рентабельності підприємства R_1 прибуток на 1 грн. фондів рівний площі прямокутника OR_1BI (S_{OR_1BI}). Ставка податку при цьому буде становити N_1 . Тепер прибуток розділиться на дві частини. Площа прямокутника OR_1AN_1 рівна величині податку, а площа прямокутника N_1ABI - величині залишку. Тобто, маємо: $S_{OR_1BI} = S_{OR_1AN_1} + S_{N_1ABI}$.

Перейдемо до рентабельності R_2 . У даному випадку ставка податку за шкалою постійного залишку виявиться рівною площі прямокутника N'_2DEI ($S_{N'_2DEI}$). Крива AD визначена нами так, що $S_{N_1ABI} = S_{N'_2DEI}$, як сталі залишки. Якщо ж в якості податкової шкали взяти криву AC , то для рентабельності R_2 залишок буде рівний S_{N_2CEI} , більший, ніж $S_{N'_2DEI}$, тобто залишок зростає з ростом рентабельності. Якщо ж податкова шкала така, що з ростом рентабельності можна пересуватися на більш "високі" криві, то залишок зменшиться.

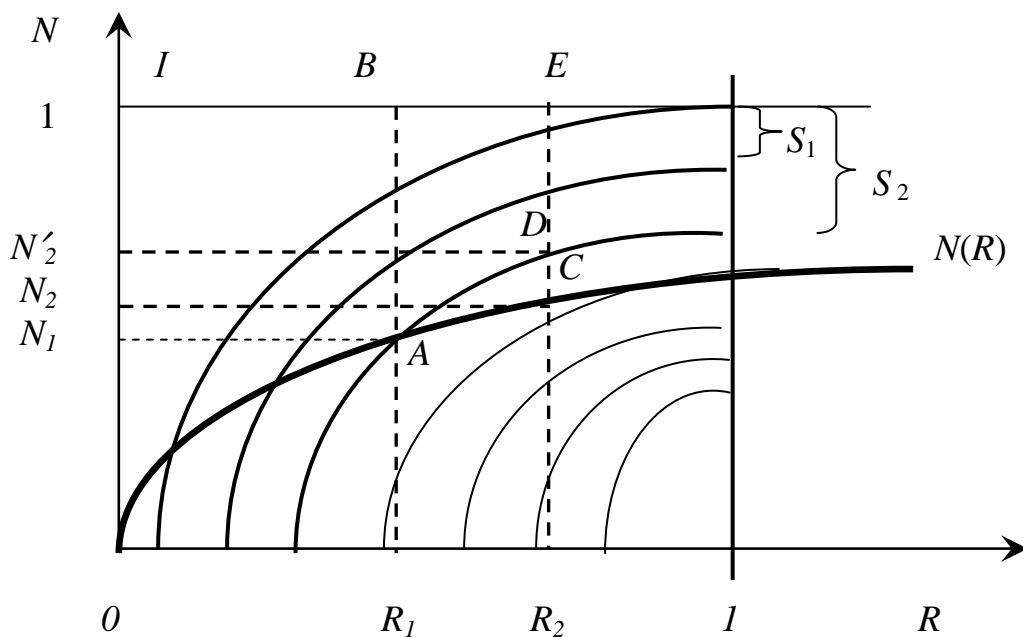


Рис. 3.10

Серед можливих шкал виділимо такі, для яких з ростом рентабельності залишок зростає. Ці шкали по крайній мірі не ставлять обмежень на ріст рентабельності, а сприяють всілякому її збільшенню і одночасному росту коштів, які залишаються у розпорядженні підприємства.

Для шкал, заданих диференційованими функціями, випишемо таку умову: $S'(R) > 0 \forall R \in (0; R_{\max})$, де R_{\max} – максимальний розмір рентабельності. Тобто одержимо нерівність:

$$1 - N(R) - RN'(R) > 0 \forall R \in (0; R_{\max}). \quad (3.29)$$

Назвемо шкали такого типу “справедливими”. Така шкала перетинає будь-яку криву постійного залишку не більше одного разу. Покажемо цю властивість на рис. 3.11. Нехай податкова шкала $N(R)$ перетинає будь-яку криву постійного залишку $AB'C$ два рази, в точках A та C . Тоді для будь-якого $R^* \in (R_1; R_2)$ ставка податку N^* за шкалою буде меншою від ставки N'_2 кривої постійного залишку.

Для будь-якого $R^* \in (R_1; R_2)$ маємо: $S_{N^*BEI} > S_{N'_2B'EI}$. Враховуючи, що $S_{N'_2B'EI} = S_{N_1ADI} = S_{N_2CFI}$, отримуємо: $S_{N'_2B'EI} > S_{N_2CEI}$ та $S_{N'_2B'EI} > S_{N_1ADI}$. Значить залишок у точці B більший, ніж в A та C . А це суперечить умові рівності залишків.

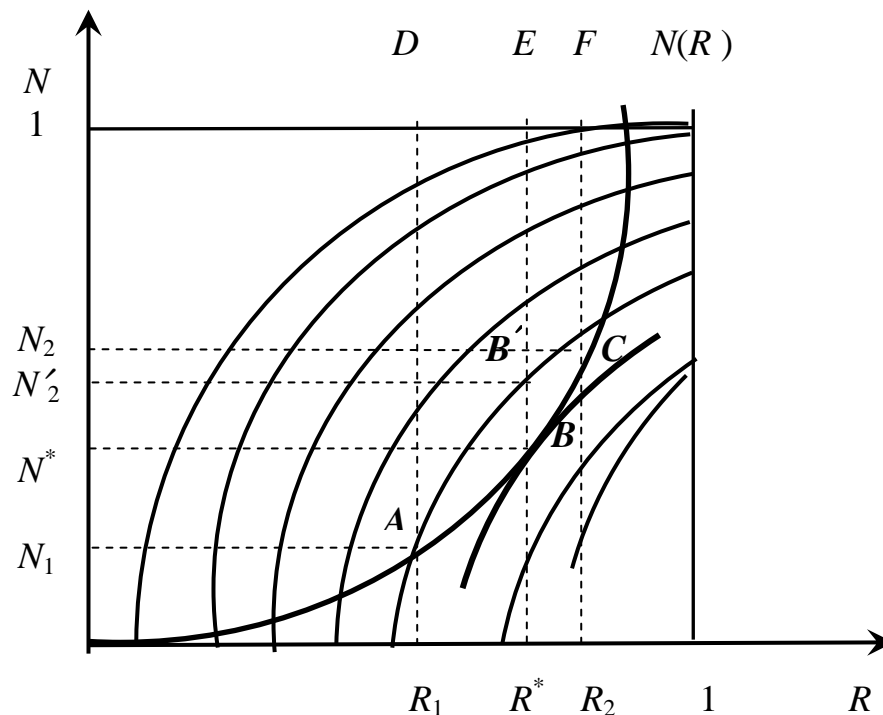


Рис. 3.11

Можна стверджувати, що для диференційованої функції $N(R)$ в такому випадку існує хоч би одна точка R^* , до якої величина залишків зростає, а після неї – зменшується. Якщо така точка єдина, то в ній залишок досягає максимуму S^* , а функція $N(R)$ дотикається до кривої постійного залишку, яка відповідає S^* в точці B . Це означає, що збільшуючи рентабельність до R^* , підприємство збільшує залишок. Вище даного рівня підвищувати рентабельність не вигідно, оскільки

залишок починає абсолютно зменшуватися. Шкали, що мають таку властивість, назвемо “обмежуючими”.

Часто податкові шкали задаються у вигляді таблиці, в якій весь інтервал зміни рентабельності розбитий на відрізки, кожній вершині якого відповідає ставка податку, а для внутрішніх точок відрізків заданий приріст ставки за кожний відсоток приросту рентабельності. Така шкала представляє собою кусково-лінійну функції від рентабельності. Для кожного її учасника слід вміти визначити, чи володіє він “справедливими” або “обмежуючими” властивостями. Нехай для $R \in (R_{\min}, R_{\max})$ задана лінійна податкова шкала $N(R) = k_1 R_1 + k_2$. Залишок визначається за формулою:

$$S(R) = R(1 - k_2 - k_1 R) = R - Rk_2 - k_1 R^2. \quad (3.30)$$

Випишемо умови “справедливості”:

$$S'(R) > 0; \quad 1 - k_2 - 2k_1 R > 0; \quad 2k_1 R + k_2 < 1.$$

Оскільки $R \leq R_{\max}$, отримуємо наступне обмеження на коефіцієнти: $2k_1 R_{\max} + k_2 < 1$, де R_{\max} – верхня границя відрізка; k_1 – коефіцієнт росту нормативу на відрізка; k_2 – різниця між верхньою та нижньою ставками податку на відрізка.

Подальше дослідження властивості шкал можна провести з допомогою імітаційного моделювання. Генеральна вибірка проводиться із сукупності підприємств, нормально розподілених за рівнем рентабельності. До них застосовуються різні податкові шкали. Досліджується розподіл підприємств за величиною відносного залишку коштів після відрахування податку. Розглядаються “справедлива” та “обмежуюча” шкали, а також єдина ставка податку. Шкала підбирається так, щоби загальна сума податку з усіх підприємств в сукупності була однаковою. Згладжені густини розподілу приведені на рис. 3.12.

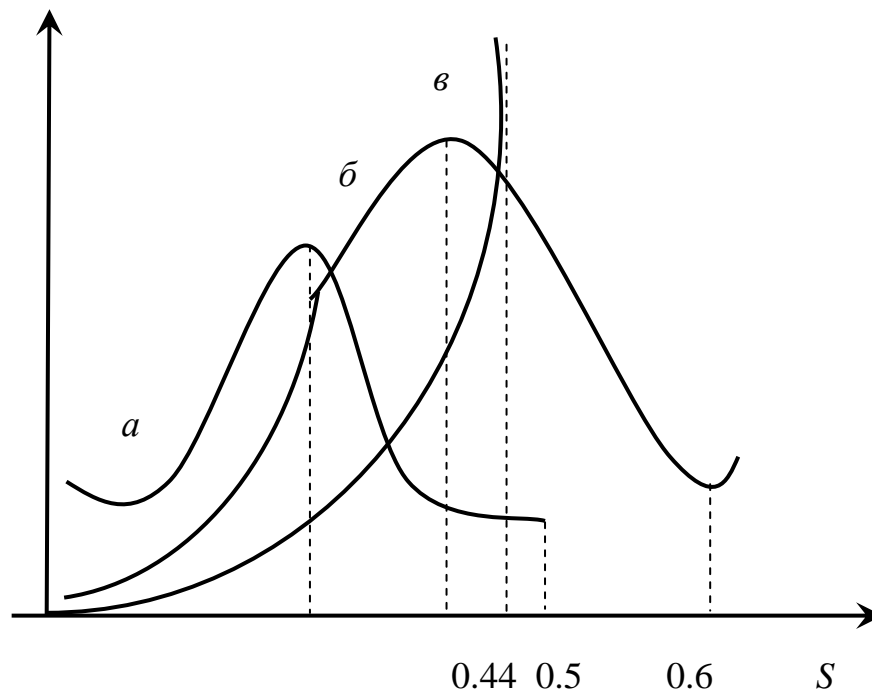


Рис. 3.12. Згладжені густини розподілу підприємств за відносною величиною залишку коштів після вилучення податку за різними шкалами: а) єдина ставка податку; б) “справедлива” шкала; в) “обмежувальна” шкала

Єдина ставка податку (крива *а*) зберігає нормальний розподіл підприємств за відносною величиною залишку коштів. Таке оподаткування жорстко зв’язує засоби з рентабельністю. Перерозподіл коштів між підприємствами не відбувається. “Справедлива” шкала (крива *б*) пом’якшує умови для низькорентабельних підприємств, за рахунок чого математичне сподівання залишку зміщується вправо. Відбувається деяке переміщення податкового тягару із слабких на сильні підприємства. Проте цей тягар “допомоги” розподіляється майже рівномірно між середньо- та високорентабельними підприємствами. Для них зберігається жорсткий зв’язок між рентабельністю та залишком коштів. “Обмежувальна” шкала (крива *в*) практично вирівнює підприємства за рівнем залишку, роблячи його незалежним від рентабельності. Проходить перерозподіл не податкового тягару, а фактично зароблених коштів – від високорентабельних підприємств до низькорентабельних.

Усе сказане про властивості різних податкових шкал стосується впливу податків на розподіл доходу (прибутку) між підприємствами та державою, а також на перерозподіл його між підприємствами. Проте для дослідження поведінки підприємств при різних умовах

оподаткування недостатньо розглянути, що буде вигідним для нього з точки зору мінімізації податку або максимізації залишку коштів. Можна припустити, що підприємство буде реагувати на величину податку динамікою виробництва. Податок обмежує можливості підприємства для задоволення своїх потреб в галузі виробничого та соціального розвитку за рахунок власних коштів. Для задоволення того ж кола потреб підприємству треба заробити більше коштів, тобто в умовах рівноваги цін збільшити випуск продукції, розширити виробництво. Але дуже високий податок може не зменшити підприємству можливостей для нормального розвитку або зменшити стимули до розширення виробництва. У загальному виді залежність зацікавленості підприємства в розширенні виробництва від сплати податку можна показати з допомогою параболи (рис. 3.13).

Можна припустити, що існує оптимальна ставка податку N^* , яка забезпечує максимальний стимулюючий ефект, а також, що для середньо- та високорентабельних підприємств ця ставка однакова. У такому випадку податкова шкала, що відповідає вимогам стимулювання та нерозорення низькорентабельних, прийме вид, показаний на рис. 3.14. У даному випадку шкала належить до “справедливого” типу, що в подальшому переходить у пропорційний податок.

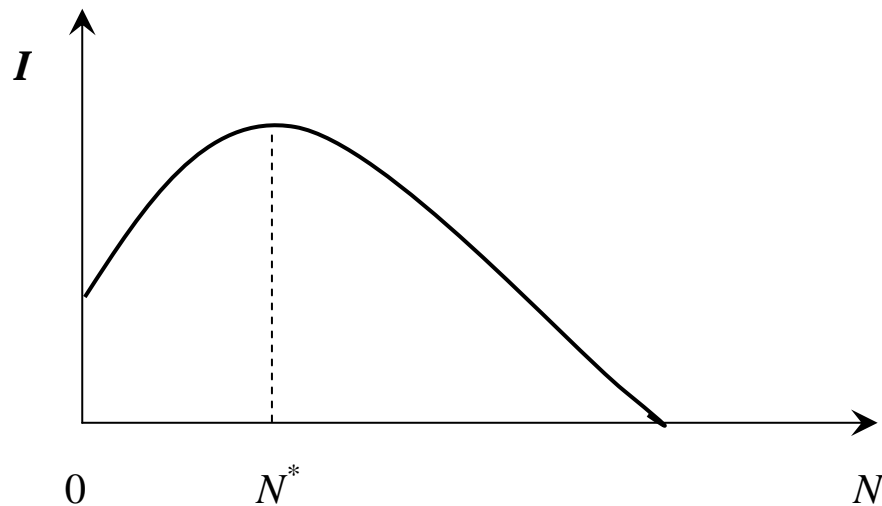


Рис. 3.13. Залежність стимулів росту виробництва від ставки податку на дохід – крива Лаффера: I – стимули росту виробництва; N – ставка податку.

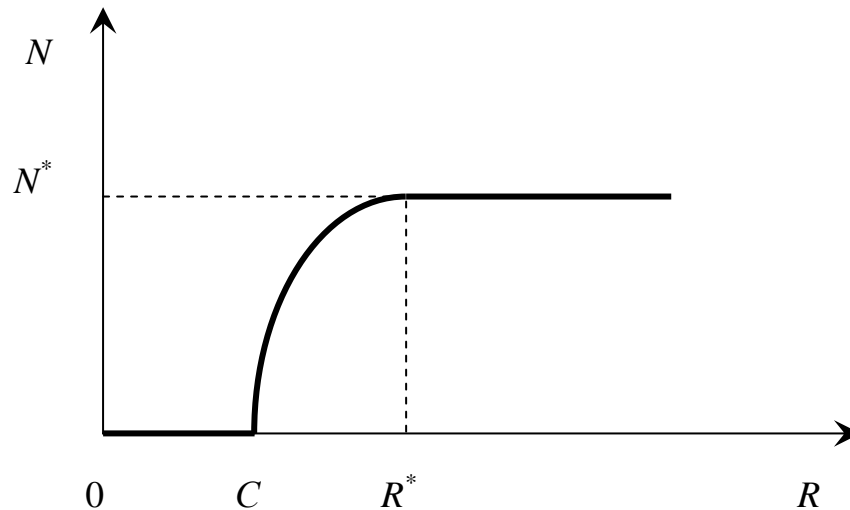


Рис. 3.14. Податкова шкала, що відповідає вимогам стимулювання та нерозорення низькорентабельних підприємств: C - неоподатковуваний мінімум рентабельності; N^* - оптимальна ставка податку; R^* - верхня границя групи низькорентабельних підприємств

Проблема розробки комплексної системи податкових взаємовідносин між підприємствами та державою полягає не тільки в тому, що вимоги, які ставляться до неї умовами перехідного періоду, часто суперечливі. Податкова система – частина єдиного господарського механізму. Вона не може нормально функціонувати в умовах адміністративного ціноутворення, відсутності оптової торгівлі засобами виробництва, командного, а не договірної державного замовлення. Але й новий господарський механізм не буде життєдієвим без відпрацьованої податкової системи. Перейти відразу до вдосконаленої податкової системи на даний час неможливо, потрібно продовжити початковий рух: від «продрозверстки» до нормативів індивідуальних, але стабільних; від нормативів до податкових шкал, встановлених законом.

2. Модель оптимізації ставки податку як інструмента державного регулювання

Як підтверджує світовий досвід, в країнах з розвинутими ринковими відносинами суттєву роль відіграють інструменти прямого державного регулювання, одним із яких є державне замовлення. Тому при формуванні ринкової економіки в нашій державі розвиток ринкових відносин повинен доповнюватися розробкою ефективних механізмів регулювання ринку, в тому числі і механізму державних замовлень.

Розглянемо методику визначення податкової політики при формуванні механізму держзамовлень для регулювання ринку засобів виробництва. В основу розрахунку ставок податку на прибуток покладено принцип прогресивного оподаткування в залежності від рівня рентабельності виробництва по замовленню, або від питомих витрат. Доцільність такої форми оподаткування насамперед обумовлена тим, що сфера держзамовлень орієнтована на технічне переоснащення галузей виробництва і експортну політику. Тим самим вона виражає важливі інтереси держави, зв'язані з формуванням конкурентоздатності національної економіки та її інтеграцію в світову економічну систему. Тому в плані розв'язку задачі регулювання розвитком економіки запропонована форма податку являється достатньо зрозумілою.

Така форма податку дозволяє, крім того, реалізувати пайовий принцип при розподілі прибутку між державою та виробником. Тобто, скільки він би не виробив продукції при фіксованому рівні рентабельності, частка його прибутку, як і держави, залишається незмінною. Таким чином, в порівнянні з прогресивною формою оподаткування в залежності від сукупних розмірів прибутку розглянута форма податку не дискримінує виробника.

В кінцевому результаті, він дає можливість диференційовано підійти до розрахунку податкових ставок відповідно до виду продукції, включеної в склад держзамовлення. На цій основі вдається погодити цінову та податкову політику і підкреслити їх задачі стимулювання власного виробника на рівні світових стандартів.

Важливою обставиною є й те, що запропонована форма податку дозволяє враховувати і ряд обмежень, зокрема, на обсяг планових податкових надходжень до бюджету і на розмір прибутку, який залишається в розпорядженні у підприємства, теж. Дані обмеження еквівалентні одне одному, оскільки перше зводиться до другого, і навпаки. Тому кожне з них можна назвати бюджетним обмеженням.

При наявності прогресивного податку природньо забезпечити і умови зростання доходів підприємств при зменшенні витрат на виробництво продукції.

Податкову шкалу, погоджену з цінами, припускається будувати так само виходячи з принципу співвимірності доходів підприємств, які виконують держзамовлення, з доходами фірм промислово розвинутих країн, якщо вироблена продукція відповідає світовим стандартам. Реалізація даного принципу в повній мірі означає, що оплата держзамовлення здійснюється за поточними цінами світового ринку на аналогічну продукцію у вільно конвертованій валюті при певних податкових та кредитних ставках. Проте у перехідний період реальнішим є принцип, при якому ціни на продукцію вираховуються за обґрунтованим валютним курсом на базі світових.

Встановлення податкової шкали, що задовільняє перелічені принципи та обмеження, може бути зведене до розв'язку деякої задачі оптимізації ставки податку [14, 15, 29].

Нехай x - незалежна змінна, яка характеризує питомі витрати того або іншого виробника продукції, включеної в склад держзамовлення $x \in [x_0, x_1]$; x_0 - питомі витрати на випуск аналогічної продукції на світовому ринку; x_1 - питомі витрати, при яких підприємство ще доцільно включати в число виконавців держзамовлення. Відповідно до принципу співвимірності доходів всі питомі витрати розраховуються з допомогою обґрунтованого валютного курсу на основі світових цін на ресурси, види робіт та послуг.

Нехай p - питома ціна одиниці продукції, включеної у державне замовлення, яку обчислимо за тим же принципом на основі світових цін на відповідну продукцію, причому, $x_0 < x_1 < p$. Вважається також відомим прогноз у відношенні густини розміщення державного замовлення, тобто експертно знайдена функція $\rho = \rho(x)$, $x \in [x_0, x_1]$, яка характеризує заплановане розміщення заданого обсягу держзамовлення на тих, чийі питомі витрати лежать в інтервалі $[x_0, x_1]$, при цьому вона припускається достатньою і неперервною.

Крім цього, припускається заданою базова ставка податку k_0 , визначена, виходячи з наявної практики оподаткування в промислово розвинутих країнах, а також сумарний обсяг прибутку S , який планується залишити підприємствам по виконанню держзамовлення.

У відповідності до вибору форми оподаткування шкалу ставок податку на прибуток будемо шукати у вигляді функції $k = k(x)$, $0 < k(x) < 1$, $x \in [x_0, x_1]$, яка також задовольняє умові

$$k(x_0) = k_0, \quad (3.52)$$

у припущенні, що вона є диференційованою.

Враховуючи принцип прогресивного оподаткування, приймаємо наступні припущення:

1) ставка податку зменшується за фактором збільшення витрат:

$$\frac{\partial k(x)}{\partial x} < 0, \quad (3.53)$$

2) дохід зменшується за фактором збільшення витрат:

$$\frac{\partial D(x)}{\partial x} < 0, \quad (3.54)$$

де $D = D(x)$, $D(x) = (1 - k(x))(p - x)$ - частина питомого прибутку (прибутку з одиниці продукції), яка залишається у розпорядженні підприємства.

Економічний зміст цих припущень такий: чим вищі питомі витрати, тим менший податок і частка доходу, що залишається підприємству. Зниження податку при підвищенні питомих виробничих витрат може бути виправдане рентними факторами, які завжди займають важливе місце в прийнятті ефективних фінансових рішень. Визначення функції $k(x)$ рівносильне визначенню функції $y = y(x)$, $y(x) = 1 - k(x)$, яка має зміст частки прибутку, залишеної підприємству. Далі для зручності будемо користуватися саме цією функцією, для якої (3.53) і (3.54) трансформується так:

$$0 < \frac{\partial y}{\partial x} < \frac{y(x)}{p - x}.$$

Доведемо справедливість даної нерівності:

$$k(x) = 1 - y(x), \quad \frac{\partial k(x)}{\partial x} = -\frac{\partial y}{\partial x} < 0,;$$

звідси: $\frac{\partial y}{\partial x} > 0;$

$$D(x) = y(x)(p - x), \quad \frac{\partial D}{\partial x} = \frac{\partial y}{\partial x} \cdot (p - x) - y(x) < 0,$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} \cdot (p - x) < y(x),$$

тоді $\frac{\partial y}{\partial x} < \frac{y(x)}{p-x}$.

Отже, маємо:

$$0 < \frac{\partial y}{\partial x} < \frac{y(x)}{p-x}. \quad (3.55)$$

Нехай $u = u(x)$ деяка функція управління ($0 < u(x) < 1$), тоді (3.55) може бути представлена у формі рівності:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{u(x)}{p-x} \cdot y(x). \quad (3.56)$$

Отже, функція $y(x)$ повинна бути розв'язком керуючої системи (3.56) з обмеженням на управління

$$u = u(x), u(x) \in U, U = (0,1). \quad (3.57)$$

Далі (3.52) трансформуємо в умову:

$$y(x_0) = y_0, \quad (3.58)$$

де $y_0 = 1 - k_0$.

Нарешті, бюджетне обмеження для функції $y(x)$ можна описати рівністю:

$$\int_{x_0}^{x_1} \rho(x) y(x) (p-x)^{-1} dx = B, \quad (3.59)$$

де B – сума податкових надходжень до бюджету.

Таким чином, визначення податкової шкали на основі описаних вище принципів і бюджетного обмеження представляє собою задачу знаходження функції $y(x)$, яка задовольняє умови (3.55) – (3.59).

Приклад 3.1. Нехай $u(x) = u = const$, тоді:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{u \cdot y}{p-x}; \quad \frac{dy}{uy} = \frac{dx}{p-x}; \quad \int \frac{dy}{uy} = \int \frac{dx}{p-x}; \quad \frac{1}{u} \ln(uy) = -\ln(p-x);$$

$$\ln(uy) = \ln(p-x)^{-u}; \quad uy = \frac{1}{(p-x)^u}.$$

$$\text{Отже, } y(x) = \frac{(p-x)^{-u}}{u} \text{ або } y(x) = C(p-x)^{-u}, C = \frac{1}{u}. \quad (3.60)$$

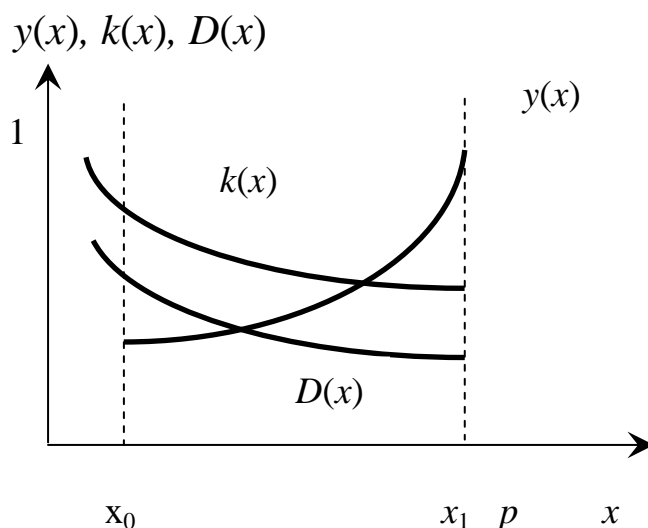


Рис. 3.15. Поведінка функцій $y(x)$, $k(x)$, $D(x)$

Якщо $u \rightarrow 0$, то ставка податку зменшується і збільшується частка прибутку у розпорядженні підприємства і, навпаки, якщо $u \rightarrow 1$, то ставка податку збільшується, і тим самим інтенсивніше поповнюється бюджет.

Визначення параметра u здійснюється з врахуванням обмеження типу:

$$\sum_{i=1}^n (1 - y_i) \Pi_i = B, \quad (3.61)$$

де n - кількість підприємств, y_i - частка прибутку, яка повинна залишатися i -му підприємству; Π_i - прибуток i -го підприємства, B - необхідна сума податкових надходжень до бюджету.

Для знаходження u використаємо МНК:

$$\min_u \left[\sum_{i=1}^n (\ln y_i^* - \ln y_i)^2 \right], \quad (3.62)$$

де y_i^* - частка прибутку, яка повинна залишитися підприємству, відповідно до моделі (3.60); y_i - та ж частка прибутку за моделлю, що представлена в таблиці.

Таким чином, алгоритм побудовано шляхом поєднання двох частин: спочатку вибір кривої попиту (3.60), а потім використання її у процесі наближення до розрахункових даних (табл. 3.1, рядок 9).

Таблиця 3.1.

Показник	Формула	Підприємства					
		1	2	3	4	5	6
1.Середньорічна вартість основних і оборотних засобів виробництва (капітал)	K_i	150	200	250	300	320	380
2.Випуск продукції	B_i	240	160	320	350	390	350
3.Собівартість продукції	W_i	160	130	150	110	120	170
4. Собівартість одиниці продукції	$x_i = \frac{W_i}{B_i}$	0,67	0,81	0,47	0,31	0,31	0,49
5.Прибуток від реалізації продукції	$\Pi_i = B_i - W_i$	80	30	170	240	270	180
6. Рентабельність, %	$\frac{\Pi_i}{W_i} \cdot 100\%$	50,0	23,1	113,3	218,2	225	105,9
7.Розрахунковий прибуток підприємства	$\Delta_i = (1 - H)R \cdot K_i$	40,8	54,4	68	81,6	87,0	103,4
8. Частка прибутку, що повинна залишитися підприємству	$\min\left(1; \frac{\Delta_i}{\Pi_i}\right) = y_i$	0,51	1	0,40	0,34	0,32	0,57
9. Ставка податку на прибуток	$S_i = 1 - y_i$	0,49	0	0,60	0,66	0,68	0,43

Згідно з (3.62) маємо:

$$\min_u \sum_{i=1}^n (\ln C - u \ln(p_i - x_i) - \ln y_i)^2. \quad (3.63)$$

Знайдемо частинну похідну виразу (3.63) за параметром u і результат прирівняємо до нуля.

Дістанемо:

$$\ln C \sum_{i=1}^n \ln(p_i - x_i) - u \sum_{i=1}^n \ln^2(p_i - x_i) - \sum_{i=1}^n \ln y_i \cdot \ln(p_i - x_i) = 0.$$

Звідси маємо:

$$u = \frac{\ln C \sum_{i=1}^m \ln(p_i - x_i) - \sum_{i=1}^m l \ln y_i \cdot n(p_i - x_i)}{\sum_{i=1}^m \ln^2(p_i - x_i)}. \quad (3.64)$$

Припустимо, що виробничо-економічна система регіону складається із шести підприємств, для яких нормативний рівень рентабельності до капіталу складає $R = 0.40$, нормативна ставка податку на прибуток $H = 0.32$, $p_i = 1$.

Ілюстрація процесу згладжування наведена на рис. 3.16.

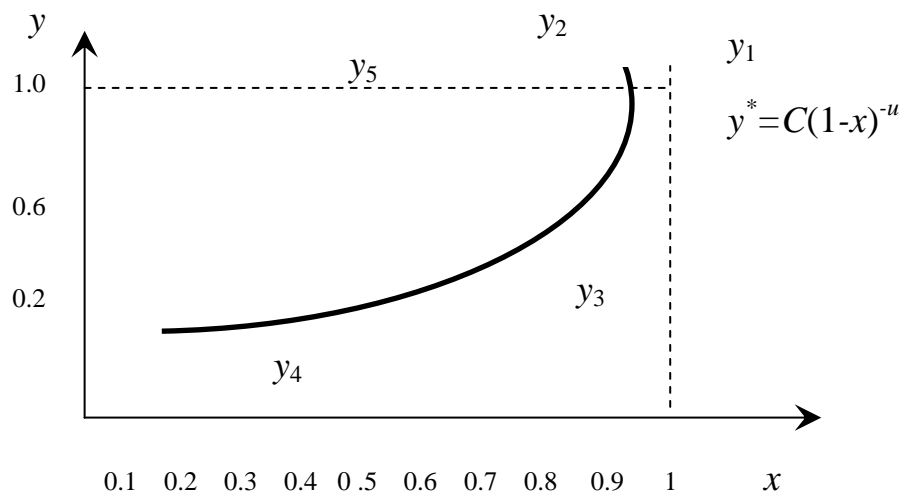


Рис. 3.16.

Для визначення параметра y маємо рівняння (3.61), яке з допомогою (3.60) і (3.64) перетвориться у співвідношення з одним невідомим. Звичайно, що при зростанні C параметр u зменшується і навпаки.

Для розрахунку даних в табл. 3.2 взято $p_i = 1$, $C = 0.3$. Тоді з формули (4.64) знайдемо значення $u = 0.64$. Тепер ми можемо повністю виконати розрахунки необхідних показників в табл. 3. 2.

Далі за формулою (3.61) знаходимо:

$$B = \sum_{i=1}^n (1 - y_i) P_i = 0.49 \cdot 80 + 0.6 \cdot 170 + 0.66 \cdot 240 + 0.68 \cdot 270 + 0.43 \cdot 180 = 559.2$$

Таблиця 3.2.

Показник	Підприємства						
	1	2	3	4	5	6	Σ
$1 - x_i$	0,33	0,19	0,53	0,69	0,69	0,51	2,94
$\ln(1 - x_i)$	-1,10	-1,67	-0,63	-0,38	-0,37	-0,66	-4,82
$\ln y_i$	-0,67	0,00	-0,92	-1,08	-1,14	-0,56	-4,37
$\ln y_i \ln(1 - x_i)$	0,74	0,00	0,58	0,41	0,42	0,37	2,52
$(1 - x_i)^{-u}$	2,02	2,92	1,50	1,27	1,26	1,53	0,50
$y_i^* = 0.3(1 - x_i)^{-u}$	0,61	0,87	0,45	0,38	0,38	0,46	3,15
$1 - y_i^* = S_i^*$	0,39	0,12	0,55	0,62	0,62	0,54	2,85

$(1 - y_i^*)P_i$	31,49	3,70	93,52	148,31	167,48	97,32	541,82
------------------	-------	------	-------	--------	--------	-------	--------

Кількісний аналіз отриманих результатів дає можливість зробити висновок, що варіант у для бюджету більш прийнятний, ніж варіант y^* , оскільки має місце $B = 559.2 > B^*$.

Для прийняття компромісних рішень використаємо наступний варіант. Покладемо $\bar{y}_i = \frac{y_i + y_i^*}{2} = \{0.56; 0.94; 0.42; 0.36; 0.35; 0.52\}$ тоді дохід бюджету становитиме $\bar{B} = 550.51$, тобто $B^* < \bar{B} < B$.

Таким чином, запропонована модель дозволяє поєднувати нормативний і факторний підходи до розв'язання задач оптимізації ставок оподаткування прибутку підприємств.

3. Моделювання взаємозв'язку ставки оподаткування та податкових поступлень

Отримання максимальних поступлень до бюджету не завжди є метою податкової політики. Прагнення максимуму оправдується тоді, коли, по-перше, є тверда впевненість у тому, що всі передбачені видатки абсолютно необхідні й не можуть бути скороченими, по-друге, якщо розвиток сфери виробництва, з якої стягують податок за ставками, що дають максимальні поступлення, цілком достатній, а темпи її подальшого розвитку можуть бути без особливих збитків зниженими. З огляду на це, величину ставки, що забезпечує максимальні поступлення до бюджету, слід розглядати як верхню границю, яку прагнуть досягнути за певних додаткових умов.

Якою б високою не була фіскальна функція податків, що досягнула критичного рівня через великий дефіцит Державного бюджету, вона не має права ігнорувати своїми іншими функціями: регулюючою та стимулюючою. Адже її завдання полягає не в тому, щоби зібрати якнайбільше податків, а в розширенні податкової бази, збільшенні джерел податків, сприянню ефективному розвитку підприємств у сфері виробництва та обігу. За всіх умов форми та ставки оподаткування не повинні призводити до того, щоб доходи платників податків, які залишаються в їхньому розпорядженні після сплати, були нижчими від критичного рівня.

Україна не може утвердитися як економічно розвинута держава без сформованої належної та дієздатної податкової системи. Практика засвідчує, що теорія бездефіцитного бюджету ($БД \leq 0$) є безпідставною, оскільки максимальне вилучення коштів підприємств

і населення супроводжується скороченням виробництва, зменшенням інвестиційної активності підприємницьких структур, ростом соціальної напруженості.

На сьогоднішній день питання формування дохідної частини бюджету є надзвичайно гострим. Податкова політика в кінцевому випадку спрямована на концентрацію коштів у державний і місцевий бюджет, підпорядковуючись при цьому суто фіскальним цілям, і має однобокий характер. Проведення гнучкої податкової політики зумовлює виконання двох завдань, які на перший погляд видаються мало сумісними: збільшення видаткової частини бюджету з метою забезпечення економічного росту та встановлення ставки податку, яка забезпечить максимальне поступлення доходів у відповідні бюджети.

Розглянемо модель оподаткування, що дає змогу прослідкувати яким чином за рахунок зміни податкової ставки змінюється поступлення доходів до бюджету. В основу покладений принцип дефіцитності бюджету, коли видатки перевищують доходи й величина дефіциту є змінною в часі величиною. Введемо позначення. Нехай: x – ставка податку на додану вартість; D – дохід бюджету; P_n^0 – податковий сукупний попит; C_n^0 – початкова ціна; ΔD – недопоступлення в дохідну частину бюджету.

Сукупний попит і сукупна пропозиція перебувають у тісній взаємодії і для них справедливим є принцип нерівності при заданій величині видатків бюджету B . Перевищення видатків над доходами рівне величині, яка відображає дефіцит бюджету ($БД$) і визначається за формулою:

$$БД = B - D_0. \quad (3.65)$$

Розглянемо взаємозв'язок ціни та ставки податку. Відомо, що підвищення ставки податку викликає підвищення ціни (C_0). Таку залежність представимо у вигляді:

$$C_n = C_n^0 (1 + mx), \quad (3.66)$$

де m – емпіричний коефіцієнт, який визначається на основі статистичного аналізу конкретної ситуації та відображає підвищення ціни при зміні ставки податку x .

Підвищення ставки податку зумовлює падіння сукупного попиту (P_n), яке можна виразити таким чином:

$$P_n = P_n^0 (1 - kx), \quad (3.67)$$

де k – емпіричний коефіцієнт, який характеризує тенденції та зменшення податкової бази при зміні ставки податку x .

Дохід бюджету визначимо за формулою:

$$D = \Pi_n \Pi_n x. \quad (3.68)$$

Враховуючи формули (4.52) та (4.53), отримуємо:

$$\begin{aligned} D &= \Pi_n^0 (1 - kx) \Pi_n^0 (1 + mx) x = \Pi_n^0 \Pi_n^0 (x - kx^2) (1 + mx) = \\ &= \Pi_n^0 \Pi_n^0 (x + (m - k)x^2 - mkx^3), \end{aligned} \quad (3.69)$$

де $\Pi_n^0 \Pi_n^0$ – база, що підлягає оподаткуванню при мінімально можливих ставках податку, тобто база, яка не залежить від оподаткування.

Дохід бюджету буде рівним нулю при виконанні умови:

$$x + (m - k)x^2 - mkx^3 = 0, \quad x[1 + (m - k)x - mkx^2] = 0,$$

тобто:

$$mkx^2 - (m - k)x - 1 = 0. \quad (3.70)$$

Дохід бюджету рівний нулю, за умови, що ставка податку x_0 рівна:

$$x_0 = \frac{m - k}{2mk} - \sqrt{\frac{(m - k)^2}{4m^2k^2} + \frac{1}{mk}}. \quad (3.71)$$

Для знаходження оптимального рівня ставки податку у формулі (3.69) беремо часткову похідну по x :

$$\frac{\partial D}{\partial x} = 1 + 2(m - k)x - 3mkx^2 = 0. \quad (3.72)$$

Розв'язуючи рівняння (3.72), визначаємо оптимальну ставку податку ($x_{\text{оп}}$), при якій поступлення в бюджет буде максимальним:

$$x_{\text{оп}} = \frac{m - k}{3mk} - \sqrt{\frac{(m - k)^2}{9m^2k^2} + \frac{1}{3mk}}. \quad (3.73)$$

На практиці важливо визначити ту межу ставки податку, за якою настає пригнічення економічної активності платників податків, що в кінцевому випадку призводить до зменшення податкової бази. Психологічні особливості поведінки людей полягають у тому, що при збільшенні податкової ставки зростає ухилення від сплати податків, збільшуються доходи тіньової економіки. Як правило, доходи, що підлягають оподаткуванню не рівні доходам, які оподатковуються. Ця різниця і є доходами тіньової економіки. Збільшення податкового навантаження на юридичні та фізичні особи сприяє падінню обсягів виробництва (у виробників немає бажання випускати продукцію), скороченню обсягів реалізації через зростання ціни та зменшенню попиту на нього, росту кількості збиткових підприємств.

Розглянемо методику оптимального управління рівнем податкової ставки за допомогою графічного методу (рис. 3.15). Припустимо, що існуюча ставка податку рівна x^* . Проведемо з т. Π_0

пряму паралельно осі ординат до перетину з кривою Лаффера в точці C . Точка M є точкою, у якій ставка податку ($x_{оп}$) забезпечує максимальне поступлення доходу в бюджет. Має місце два випадки розміщення точки C на кривій Лаффера відносно точки M . Якщо точка C знаходиться праворуч від точки M (рис. 3.15, а), то проводимо через т. C пряму, паралельну осі абсцис аж до перетину з кривою Лаффера у точці C_1 . Далі опускаємо з точки C_1 перпендикуляр на вісь абсцис, тим самим отримуємо нове значення податкової ставки x_1 . Отже, в даному випадку величина можливого зменшення податкової ставки Δx буде рівна: $\Delta x = x^* - x_1$. У другому випадку через точку C проводимо пряму, паралельну осі абсцис до перетину з прямою $Mx_{оп}$ у точці C_2 . Тоді величина можливого підвищення ставки податку буде рівна: $\Delta x = x_{оп} - x^*$. Таким чином, нами отримано формулу, яка складає основу алгоритму запропонованої методики оптимального управління рівнем податкової ставки:

$$\Delta x = \begin{cases} x^* - x_1, \text{ якщо } x^* > x_{оп} \\ x_{оп} - x^*, \text{ якщо } x^* \leq x_{оп}. \end{cases} \quad (3.74)$$

Приведена модель дає змогу визначити оптимальний розмір зниження чи підвищення податкової ставки і тим самим збільшити надходження коштів до бюджету.

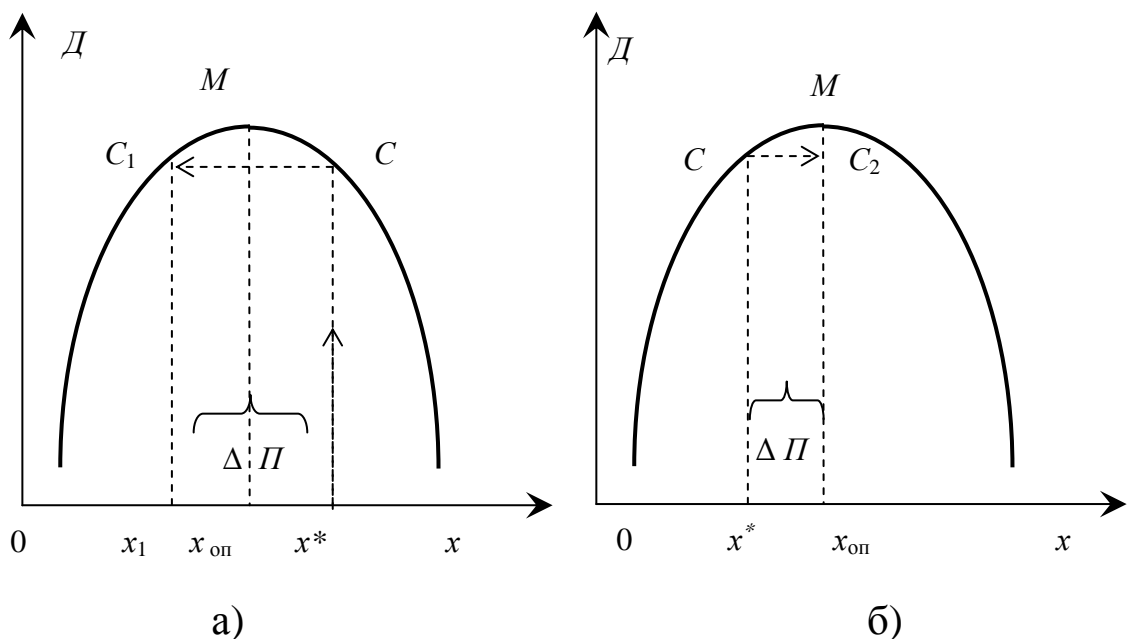


Рис. 3.17. Можливості підвищення та зниження податкової ставки.

За основу візьмемо поступлення податку на додану вартість, ставка котрого рівна 20 %. Статистика свідчить, що підвищення

податкової ставки супроводжується пропорційною зміною цін, тобто $m = 1$. Зниження обсягу платежів відбувалося інтенсивніше, ніж зміна цін через цю ставку.

Поклавши $m = 1$, $x = 20\%$, $kx = 37\%$, обчислюємо значення k :

$$k = \frac{k}{m} = \frac{kx}{mx} = \frac{37\%}{20\%} = 1,85.$$

За формулою (3.73) визначимо ставку податку, яка забезпечить максимальне поступлення податку до бюджету:

$$x_{\text{оп}} = \frac{m-k}{3mk} - \sqrt{\frac{(m-k)^2}{9m^2k^2} + \frac{1}{3mk}} = \frac{1-1,85}{3 \cdot 1 \cdot 1,85} - \sqrt{\frac{(1-1,85)^2}{9 \cdot 3,4225} + \frac{1}{3 \cdot 1,85}} \approx 30\%.$$

Ми отримали оптимальне значення величини ставки податку – 30%. Це означає, що передбачена ставка завищена на 7%. Граничну ставку податку, що забезпечить нульовий дохід бюджету при збереженні ситуації ухилення від сплати податку визначаємо з рівності:

$$x + (m-k) \cdot x^2 - mk \cdot x^3 = 0.$$

У нашому випадку маємо:

$$1,85 \cdot x^3 - (0,85) \cdot x^2 - x = 0, \quad 1,85 \cdot x^2 + 0,85 \cdot x - 1 = 0.$$

Розв'язуючи рівняння, отримуємо величину граничної ставки податку 54%. На рис. 3.18 маємо графічне підтвердження справедливості зробленого висновку. Величина недоотриманого доходу, максимальне значення якого має місце при $x_{\text{оп}} = 30\%$, становить 9.12%.

$$\frac{\Delta D}{D} = \frac{D(x=30\%) - D(x=37\%)}{D(x=37\%)} = \frac{0,1735 - 0,159}{0,159} \approx 0,0912.$$

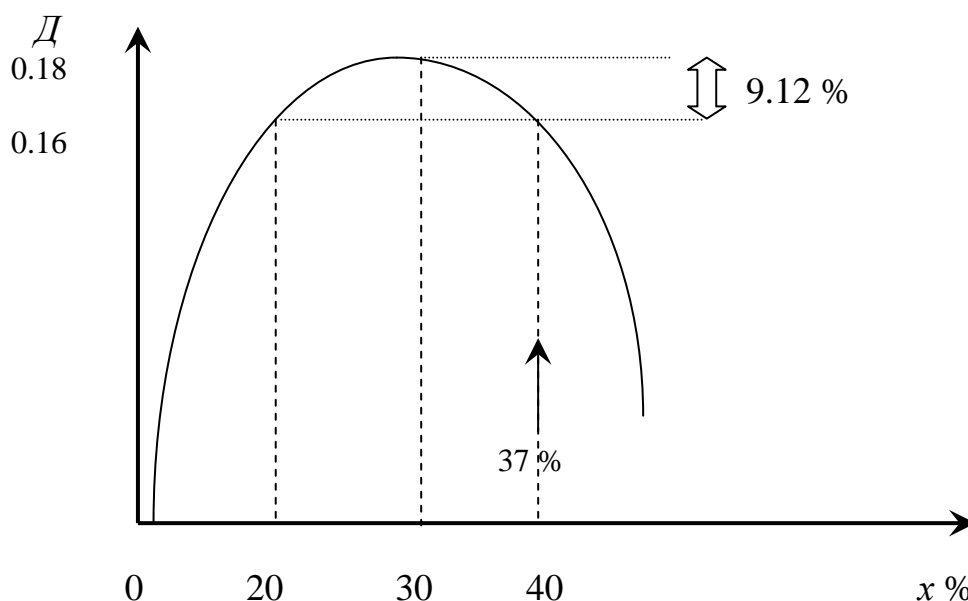


Рис. 3.18. Залежність поступлень податку до бюджету від зміни ставки оподаткування.

Оцінімо наскільки вірно взяті значення коефіцієнта k , яке ми отримали при порівнянні kx та mx , і чи при цьому поступлення в дохідну частину бюджету при ставці $x_1 = 20\%$ фактично рівні поступленням при ставці $x_2 = 37\%$ з допомогою рівняння:

$$x_2 + (1 - k) \cdot x_2^2 - kx_2^3 = x_1 + (1 - k)x_1^2 - kx_1^3, \text{ при } m = 1.$$

Розв'язавши дане рівняння, отримуємо $k = 1.88$, тобто отримана нами величина близька до значення коефіцієнта k , який був узятий за основу при розрахунках.

Вище наведені розрахунки приведені для податку на додану вартість, але, з урахуванням сукупної податкової ставки, модель можна застосовувати для розрахунку всіх можливих податкових поступлень до бюджету, оскільки зміна податкової ставки є тим мотиваційним чинником, який впливає на ділову та фінансову стійкість суб'єктів оподаткування.