УДК 519.8

МЕТОД ІНДУКТИВНОГО ФОРМУВАННЯ АПРОКСИМУЮЧОЇ ФУНКЦІЇ ДЛЯ ЗАДАЧ НАБЛИЖЕННЯ ІЗ ЗАДАНОЮ ТОЧНІСТЮ

Штундер О.М.
Тернопільський національний економічний університет, аспірант

I. Постановка проблеми

У проектуванні технічних систем часто використовують графіки характеристик їх компонент, які задають у вигляді вхідних даних. Такий процес ускладнений необхідністю перегляду великої кількості даних щодо параметрів нелінійних елементів. Графічне ж представлення є не дає бажаної точності задання вхідних даних. Тому доцільно апроксимувати характеристики нелінійних елементів технічної системи деякими функціями з заданою точністю.

II. Мета роботи

Метою дослідження є розробка методу побудови апроксимуючої функції, із застосуванням аналізу інтервальних даних, за двома критеріями: мінімізація складності апроксимуючої функції та забезпечення гарантованої точності у вузлах.

III. Постановка задачі

Розглянемо випадок задання таблично заданої функції $z(\vec{x})$ у вигляді

$$\vec{x}_i \longrightarrow z_i,\, i = 1,...,N\,,$$

де $\vec{x}_i$ - вектор значень аргументів таблично-заданої функції для фіксованого вузла; z_i - значення функції у вузлі.

Будемо апроксимувати вказану таблично-задану функцію, лінійним за параметрами, рівнянням:

$$\tilde{z}(\vec{x}_i) = \vec{\beta} \cdot \vec{\varphi}^T(\vec{x}_i),\, i = 1,...,N \tag{1}$$

де $\vec{\beta} = (\beta_1,...,\beta_m)^T$ – вектор невідомих параметрів функції;

$\vec{\varphi}^T(\vec{x}_i) = (\varphi_1(\vec{x}_i),...,\varphi_m(\vec{x}_i))$ – вектор відомих базисних функцій.

Задамо точність апроксимації ξ_i, різною у кожному вузлі

$$\left|z_i - \tilde{z}(\vec{x}_i)\right| \le \xi_i,\; i = 1,...,N \tag{2}$$

На основі (2), використовуючи значення $\tilde{z}(\vec{x}_i)$ із виразу (1), отримаємо таку інтервальну систему рівнянь:

$$\begin{cases} z_1^- \le \beta_1\phi_1(\vec{x}_1) + \ldots + \beta_m\phi_m(\vec{x}_1) \le z_1^+; \\ \vdots \\ z_i^- \le \beta_1\phi_1(\vec{x}_i) + \ldots + \beta_m\phi_m(\vec{x}_i) \le z_i^+; \\ \vdots \\ z_N^- \le \beta_1\phi_1(\vec{x}_N) + \ldots + \beta_m\phi_m(\vec{x}_N) \le z_N^+; \end{cases} \tag{3}$$

де $z_i^- = z_i - \xi_i$; $z_i^+ = z_i + \xi_i$.

Отримана система є інтервальною системою лінійних алгебричних рівнянь (ІСЛАР). Розв'язки цієї системи достатньо досліджені методами інтервального аналізу [3].

Тоді формальну постановку задачі апроксимації таблично-заданої функції у даних умовах сформулюємо у наступному вигляді:

$$m \to \min\,, \tag{4}$$

де m це кількість параметрів апроксимуючої функції, за умови суміжності ІСЛАР (3).

Для перевірки сумісності ІСЛАР достатньо розв'язати одну із задач лінійного програмування $\vec{\beta}_i \to \min$ за умов сумісності ІСЛАР (3). Проте, досвід використання відомих методів лінійного програмування, зокрема симплекс методу, для розв'язування даної задачі показав, що при великій розмірності системи (коли $N \ge 100,\ m \ge 10$), існуючі пакети прикладних програм (ППП)

INTERDATA та MATLAB (Optimization Toolbox) не дають можливості знайти розв’язок вказаної задачі. Тому спираючись на проведені дослідження, було запропоновано інший метод розв’язування, вказаної вище, двокритеріальної задачі (3) за умов (4), в основу якого було покладено принцип індуктивного методу синтезу структури апроксимуючої функції та принцип послідовного її ускладнення. [3].

Суть запропонованого методу полягає у початковому виборі деякої множини вузлів і побудові, на цій множині вузлів, деякої функції, яка з гарантованою точністю апроксимує значення у вузлових точках. Якщо отримана функція не забезпечує заданої точності в межах усіх вузлів, то ускладнюємо апроксимуючу функцію і оцінюємо її параметри на цій же вибірці вузлових точок із доданою до неї ще однією точкою, в якій встановлена максимальна розбіжність між інтервальними значеннями апроксимуючої $[\tilde{z}(\vec{x}_i)]$ та таблично-заданої $[z_i - \xi_i; z_i + \xi_i] = [z_i^-; z_i^+]$ функцій. Апроксимуючу функцію ускладнюємо до тих пір, поки точність апроксимації у всіх вузлових точках не досягне заданої.

Особливість запропонованого підходу полягає у тому, що складена ІСЛАР (3) для заданого виду апроксимуючої функції є насиченою, а значить завжди буде сумісною. ЇЇ розв’язком є множина параметрів у вигляді тривимірного паралелотопа з 2^m вершинами [3].

Вибір початкової множини n_0 вузлів, які співпадають з початковою кількістю m_0 параметрів апроксимуючої функції, здійснюватимемо на основі I_G - оптимального планування.[2]

В процесі дослідження було розроблено схему розв’язування задачі (3) за умов (4) на основі, вище згаданого, методу індуктивного формування апроксимуючої функції для задач наближення із заданою точністю.

Розроблені метод та схема було використано при розв’язуванні задачі апроксимації функції розподілу поля концентрацій шкідливих викидів [1].

В результаті досліджень, вище описана схема методу за умов вільного вибору поліному, без збільшення його степеня, але з додаванням будь якого члена, не забезпечує монотонного наближення до оптимального розв’язку (Таблиця 1). А при збільшенні степеня апроксимуючого поліному забезпечує монотонне наближення до оптимального розв’язку, оскільки досягнуто значення $\delta(\vec{x}_i) = 0$ (Таблиця 2).

Таблиця 1.

Значення показника відхилень при додаванні до полінома будь якого члена

Поліном 3-го степеня		Поліном 4-го степеня	
5.8284	0.5100	2.4123	2.4539

Таблиця 2.

Значення показника відхилень при збільшення степеня полінома

Поліном 3-го степеня	Поліном 4-го степеня	Поліном 5-го степеня
5.8284	2.4539	0

Висновок

Запропоновано новий метод синтезу апроксимуючої функції для наближення таблично-заданої функції із заданою точністю у вузлах, який на відміну від існуючих забезпечує знаходження загального вигляду апроксимуючої функції, яка забезпечує задану, причому різну на множині всіх вузлових точках, точність апроксимації.

Список використаних джерел

1. Войтюк І. Ф. Застосування інтервального різницевого оператора для апроксимації полів концентрацій шкідливих викидів автотранспорту / І. Ф. Войтюк, Т. М. Дивак, М. П. Дивак, А. В. Пукас // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2011. – № 1 (37). – С. 44–52.
2. Вощинин А. П. Планирование оптимального насыщенного эксперимента в задачах построения интервальных моделей / А. П. Вощинин, М. П. Дывак // Заводская лаборатория. – 1993. – №1. – С. 56–59.
3. Дивак М. П. Задачі математичного моделювання статичних систем з інтервальними даними. – Тернопіль: Видавництво ТНЕУ «Економічна думка», 2011. – 216 с. pp.
4. Дивак М. П. Використання властивостей інтервальних похибок при моделюванні технологічних процесів / М. П. Дивак, І. Р. Пітух, Н. Г. Шклярен-ко, Ю. П. Франко // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах : Зб. наук. праць. – 2000. – Вип. 7. – С. 204–208.