УДК 519.24

АНАЛІЗ ЕФЕКТИВНОСТІ АЛГОРИТМУ ІНТЕРВАЛЬНОЇ ПОКАЛІЗАЦІЇ ПАРАМЕТРІВ МОДЕЛІ НА ОСНОВІ ДРОБОВИХ ОБЧИСЛЕНЬ

Манжула В.І.[1)], Поляруш О.В.[2)]

Тернопільський національний економічний університет

[1)] к.т.н., доцент; [2)] студент

I. Постановка проблеми

Інтервальній локалізації параметрів моделі (параметричній ідентифікації) приділено досить багато уваги в працях українських та закордонних вчених, зокрема Кунцевича В.М., Личака М.М., Дивака М.П., Вощініна А.П., Шокіна Ю.І. Дослідження методів локалізації параметрів показали, що вони володіють рядом недоліків, зокрема, наявністю в даних методах проблем зациклення в ітераціях пошуку оптимального плану, чутливістю результату до похибок заокруглень в даних. Одним із шляхів усунення зазначених недоліків є введення в обчислювальні процедури алгоритмів розв'язку ІСЛАР в задачах параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем елемента символьної математики у вигляді дробового представлення числових значень. В такий спосіб в обчисленнях вдасться уникнути операції ділення, заокруглень значень та підвищити точність та стійкість методів розв'язку задач параметричної локалізації інтервальних моделей. Актуальною задачею є дослідження ефективності таких алгоритмів з точки зору обчислювальної складності.

II. Мета роботи

Метою даної роботи є аналіз обчислювальної складності алгоритму інтервальної локалізації параметрів моделі на основі дробових обчислень. Оскільки використання дробового представлення значень у обчислювальних процедурах обумовлює додаткове навантаження як на часову так і на ємнісну складову обчислювальної складності.

III. Задача інтервальної локалізації параметрів моделей

Для введення дробового представлення значення величин було введено позначення: ν – значення змінної, d_ν – чисельник (деномінатор) дробового представлення ν, а – n_ν – знаменник (номінатор). Відповідно символьне представлення значення ν має вигляд:

$$\nu = \frac{d_\nu}{n_\nu}.$$

Для ідентифікації параметрів моделі використовують результати експерименту, представлені у вигляді матриці *X* значень вхідних змінних і відповідних інтервальних значень вихідної змінної $[\vec{Y}]$

Після перетворення до символьного вигляду отримаємо:

$$X = \left\{ \frac{d_{x_{ij}}}{n_{x_{ij}}}, i = 1,..., N, \ j = 1,..., k \right\}; [\vec{Y}] = \left\{ \left[\frac{d_{y_i^-}}{n_{y_i^-}}; \frac{d_{y_i^+}}{n_{y_i^+}} \right], i = 1,..., N \right\} \quad (1).$$

Задачу інтервальної локалізації можна представити у такому вигляді: нехай відома структура інтервальної моделі, задана лінійно-параметричним рівнянням з фіксованою кількістю параметрів:

$$y\ (\vec{x}) = \vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b}\ , \quad (2)$$

де $\vec{\varphi}^T(\vec{x}) = (\varphi_1(\vec{x}), \dots, \varphi_m(\vec{x}))$ – відомий вектор базових функцій, $\vec{b} = (\frac{d_{b_1}}{n_{b_1}}, \dots, \frac{d_{b_m}}{n_{b_m}})^T$ – невідомий вектор оцінок параметрів, розмірністю *m*.

На основі експериментальних даних (1) та структури моделі (2) отримують таку інтервальну систему лінійних (відносно оцінок параметрів) алгебраїчних рівнянь:

$$\frac{d_{y_i^-}}{n_{y_i^-}} \le \frac{d_{b_1}}{n_{b_1}} \varphi_1(\vec{x}_i) + \ldots + \frac{d_{b_m}}{n_{b_m}} \varphi_m(\vec{x}_i) \le \frac{d_{y_i^+}}{n_{y_i^+}}, i = 1,..., N. \quad (3)$$

Розв’язком ІСЛАР (3) є множина Ω оцінок параметрів моделі (2), яка в просторі параметрів є опуклим многогранником. На основі отриманої множини Ω будують коридор адекватних інтервальних моделей:

$$\hat{y}\ (\vec{x}) = \vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b}\ \in \left[\min_{\vec{b}\in\Omega}\left(\vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b}\ \right); \max_{\vec{b}\in\Omega}\left(\vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b}\ \right) \right],$$

де $\min_{\vec{b}\in\Omega}\left(\vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b}\ \right); \max_{\vec{b}\in\Omega}\left(\vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b}\ \right)$ – нижня та верхня межі коридору інтервальних моделей, що отримані на основі інтервальних оцінок параметрів моделі.

IV. Аналіз ефективності алгоритму інтервальної локалізації параметрів моделі

Аналіз ефективності проводився на основі алгоритму модифікованого симплекс-методу, описаного в праці [1] реалізованого із врахуванням символьного представлення та звичайними числами.

Для оцінки додаткового навантаження, яке отримується внаслідок операцій з дробами, було проведено ряд експериментів.

Було проаналізовано залежність часової складності обох алгоритмів від кількості ітерації в задачах з однаковою розмірністю. Результати експерименту наведено на рисунку 1.

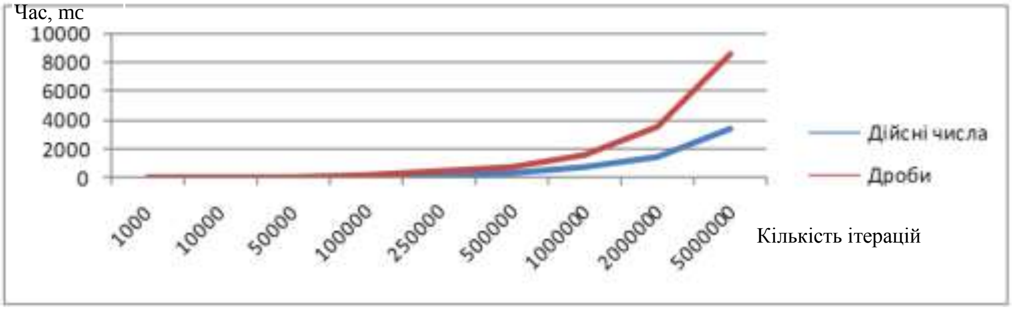

Рисунок 1 – Порівняльна характеристика часової складності алгоритмів з дробами та звичайними числами.

Як видно, з рисунку 1 суттєве навантаження отримується при кількості ітерацій більше мільйона. На практиці прикладні задачі розв’язуються при кількості ітерацій не більше 500.

Також було досліджено залежність часової складності від розмірності задачі. Номінальною розмірністю задачі є розмір матриці X та вектора $\left[\vec{Y}\right]$, але фактичною розмірністю задачі слід рахувати розмірність симплекс-таблиці, оскільки складність буде залежати від операцій над нею. Також слід зауважити, що наведений алгоритм має порядок складності $O(n^2)$. В таблиці 1 наведено порівняльну характеристику залежності часової складності від розмірності вхідних даних обох алгоритмів.

Таблиця 1

Порівняльна характеристика залежності часової складності від розмірності вхідних даних

Розмірність вхідних даних	Розмірність симплекс-таблиці	Час t, mc (дійсні числа)	Час t, mc (дроби)	Δt
4x3	8x12	0.0000001	0.0000001	0
6x5	12x20	0.0010001	0.0030002	0.002
6x21	44x52	0.0300017	0.2276797	0.197678

Висновки

Проведений аналіз ефективності алгоритму при застосуванні символьного представлення даних показав, що навантаження, яке отримується внаслідок операцій з дробами рівне близько 100%. Однак слід враховувати, що для задач прогнозування, коли модель використовується довготривалий період, цей факт є несуттєвим.

Список використаних джерел

1. Дивак М.П. Модифікація симплекс-методу розв’язування задач лінійного програмування для побудови інтервальних моделей / Дивак М.П., Шкляренко Н.П. // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2000. – №1. – С. 138 – 141.