

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ
ТЕРНОПІЛЬСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ

*КІЛЬКІСНІ МЕТОДИ ФІНАНСОВОГО
ПРОГНОЗУВАННЯ*

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

Тернопіль 2011

Руська Р.В. Конспект лекцій з дисципліни „Кількісні методи фінансового прогнозування”: Тернопіль: ТАЙП,» 2011. – 108 с.

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	3
1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ КІЛЬКІСНИХ МЕТОДІВ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ	4
1.1. Кількісні методи в економічних дослідженнях.....	4
1.2. Системний підхід та моделювання економічних процесів	7
1.3. Фінансова система як об'єкт моделювання та прогнозування	13
2. Кількісні методи прогнозування.....	23
2.1. Кому і для чого потрібні прогнози?	23
2.2. Функції прогнозування та види прогнозів.....	26
2.3. Класифікація методів прогнозування.....	32
3. Моделювання інвестиційних рішень.....	36
3.1. Модель формування оптимальної інвестиційної програми при заданому бюджеті.....	36
3. 2. Статична модель синхронного інвестиційно – фінансового планування	39
3. 3. Одноетапна динамічна модель синхронного інвестиційно-фінансового планування	46
3. 4. Багатоетапна динамічна модель синхронного інвестиційно-фінансового планування	51
3. 5. Модель алгоритму змішаного фінансування та кредитування інвестиційних проектів	56
3. 6. Модель оптимізації інвестиційної діяльності акціонерного товариства..	63
3. 7. Моделювання конкурсів інвестиційних проектів	71
4. Моделювання аспектів бюджетної політики.....	75
4.1 Бюджетна система та передумови її моделювання.....	75
4.3. Моделювання фінансових процесів формування та розподілу доходу регіону.....	90
4.4 Моделювання сценаріїв розв'язання проблеми зовнішньої заборгованості	97
4.5. Кількісні методи аналізу та формування дохідної частини бюджету	103
Тематика індивідуальних розрахункових завдань з дисципліни	

ПЕРЕДМОВА

Методи кількісного аналізу, в даний час, являють собою найбільш розвинутих розділів економічної науки, направленої на розв'язання широкого кола прикладних задач в процесі оцінки ефективності комерційних операцій.

Кількісні методи фінансового прогнозування – один із самих динамічних напрямів прикладних дисциплін, який формується на стику фінансової науки та прикладної математики. Вони спрямовані на розв'язання широкого кола задач – від основних елементів фінансової математики до складних інвестиційних, кредитних, фіскальних, бюджетних та інших проблем фінансової системи в різних їх постановках, залежно від конкретних ситуацій. До них можна віднести: моделювання інвестиційних процесів, системи оподаткування, бюджетні системи, фінансові аспекти кредитно-банківської системи, інфляційних процесів, елементів фінансового ризику. Перелічені задачі складають основу структури курсу.

Основне завдання даного лекційного курсу – подати читачеві загальне представлення про використання математичних методів у фінансовій сфері. Особливу увагу при цьому приділено моделюванню процесів, які забезпечують стійке функціонування фінансових процесів, а також можливості використання його в фінансовому менеджменті.

Питання, що розглядаються в лекційному матеріалі, призначеному для підготовки фінансових аналітиків, виникли в зв'язку з об'єктивною необхідністю проводити дослідження, спрямовані на підвищення ефективної роботи фінансової системи.

1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ КІЛЬКІСНИХ МЕТОДІВ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

1.1. Кількісні методи в економічних дослідженнях

Процесам функціонування економічних систем властиві кількісні та якісні характеристики. До якісних характеристик можна віднести, наприклад, податкову реформу, приватизацію власності, радикальну перебудову зовнішньої діяльності, зміну інфраструктури, реформу аграрного сектора та ін.

Використання кількісних методів в економічних дослідженнях дає можливість:

- по-перше, виділити та формально описати найбільш важливі й суттєві закономірності функціонування економічних систем і об'єктів у вигляді моделей;

- по-друге, на основі сформульованих за певними правилами логіки вхідних даних і співвідношень, методами дедукції зробити висновки, які адекватні об'єкту дослідження в міру зроблених припущень;

- по-третє, кількісні методи дозволяють отримати дедуктивним шляхом нові дані про об'єкт дослідження;

- по-четверте, використання мови математики дозволяє компактно описати основні положення економічної теорії, формулювати їх змістовний апарат і робити відповідні висновки.

Кількісні методи в економічному дослідженні – поняття дуже широке. Сюди входять різноманітні статистичні методи обробки соціально-економічних даних, мікро- та макроекономічні моделі з відповідним математичним апаратом.

Кількісні методи – це, найперше, вимірювання, які завжди були в економіці. Разом із тим, кількісні методи – не тільки засоби математичної інтерпретації економічних законів і процесів, а й могутній математичний

інструментарій їх виявлення, теоретичного формулювання й прийняття оптимальних рішень (рис.1.1).

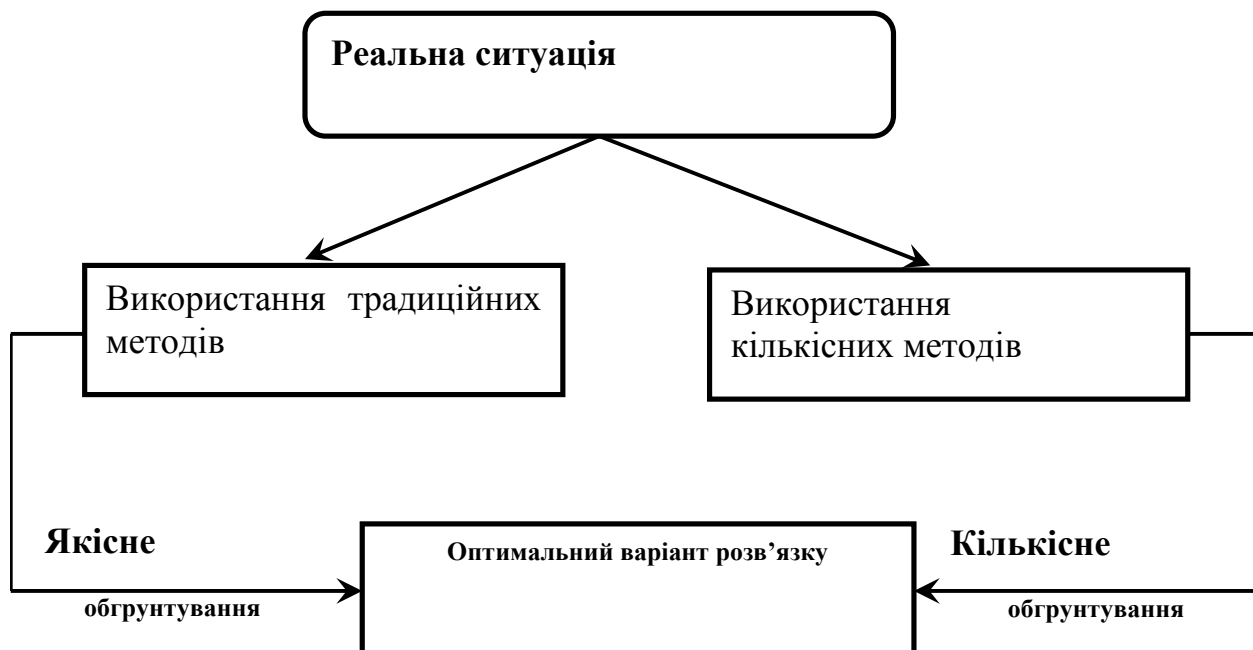


Рис. 1.1. Схематичне представлення кількісних методів.

Кількісні методи в економіці серед інших методів посідають головне місце – в кінці кінців треба перейти до чисел: обсягів випуску продукції, попиту, цін, термінів і т.д., тобто до змінних, вимірених кількісною шкалою.

Підсумовуючи сказане, можна сформулювати такі тези:

1. Економіка, як будь-яка теоретична наука, в якості інструментарію своїх досліджень використовує моделі, формальною мовою опису яких є математика. Більше того, наявний математичний апарат кількісних методів дає можливість знайти чисельні розв'язки побудованих моделей.

2. Наукові розробки з питань ринкової економіки неможливі без використання досить складного й одночасно доступного математичного інструментарію. У протилежному випадку, праці на цю тему мають чисто описовий характер або ж є звичною економічною публіцистикою.

Перша теза покликана захищати економіку й особливо економічні дисципліни від насильного наповнення їх абстрактним математичним апаратом.

На другу тезу можна не зважати, але й не можна нею ігнорувати – вона відображає реальні вимоги до наукових досліджень у галузі економіки, прийняті у країнах з економікою ринкового типу.

Моделювання соціально-економічних явищ і процесів тісно пов'язане з певною тріадою, перша складова котрої – математичне моделювання. Математична модель будується на основі певних спостережень, емпіричних досліджень або на базі існуючої економічної теорії чи гіпотез.

Наступною складовою даного процесу є побудова прообразу моделей, на яких можна проводити експерименти.

Завершальною ланкою тріади є реальні моделі, тобто моделі, що імітують реальну дійсність. У них представлені не якісь умовні величини, а цифри, що відображають реальний стан макро- та мікроекономічного розвитку відповідних організаційно-економічних структур.

Як бачимо, в кількісних методах головним інструментом виступає математичне моделювання. Для побудови математичної моделі необхідно мати строге уявлення відносно мети функціонування об'єкта дослідження, володіти інформацією про обмеження, що визначають область допустимих значень керованих змінних. Мета та обмеження повинні бути представлені у вигляді функцій від керованих змінних. Проведений економіко-математичний розрахунок має привести до визначення оптимальної стратегії впливу на об'єкт керування за умови виконання множини накладених обмежень.

При розв'язанні конкретних прикладних задач використання кількісних методів припускає:

- побудову економіко-математичних моделей для задач прийняття рішень у складних ситуаціях або в умовах ризику та невизначеності;
- вивчення взаємозв'язків і залежностей, які в майбутньому послужать основою прийняття вигідних рішень і вироблення критеріїв ефективності, які дають можливість оцінити перевагу того чи іншого сценарію розвитку.

Можна сказати, що кількісні методи – математична теорія використання методів аналізу в процесі прийняття рішень у різних галузях цілеспрямованої

діяльності. При цьому основним методом є метод математичного моделювання в тісному поєднанні з використанням програмних продуктів і засобів комп'ютерної техніки.

1.2. Системний підхід та моделювання економічних процесів

Кількісні методи – наукова дисципліна, яка займається розробкою та практичним використанням математичного апарату найбільш вигідного керування різними організаційними системами.

Керування довільною системою реалізується як процес, який підпорядковується певним закономірностям. Знання цих закономірностей допомагає визначити умови необхідності та достатності успішного відбуття даного процесу. Для цього всі параметри, що характеризують процес і зовнішні умови, повинні бути кількісно визначеними.

Складність і велика розмірність систем, зокрема, соціально-економічних, може дуже ускладнити процес відображення мети та обмежень в аналітичному вигляді. Тому виникає необхідність у проведенні процедури зменшення реальної розмірності задачі до таких меж, які б із достатнім ступенем точності адекватно відобразили реальну дійсність. Не дивлячись на велике число змінних і обмежень, які на перший погляд слід враховувати при аналізі реальних ситуацій, лише невелика їх частина виявляється суттєвою для опису поведінки досліджуваних систем. Тому при виконанні процедури спрощення опису реальних систем, на основі якої буде побудована та чи інша модель, насамперед необхідно ідентифікувати домінуючі змінні, параметри та обмеження.

Прообраз реальної системи відрізняється від системи-оригіналу тим, що в ньому знаходять відображення тільки домінуючі чинники (змінні, параметри й обмеження), які визначають генеральну стратегію поведінки реальної системи.

Модель, будучи прообразом реальної системи в подальшому, представляє собою найбільш суттєві для опису системи співвідношення у вигляді цільової функції та сукупності обмежень.

Єдиного визначення категорії системи не існує. У своїх дослідженнях ми будемо користуватися наступним: Системою називається сукупність взаємозв'язаних структурних елементів, які сумісно реалізують певні визначені цілі. Множину елементів, що досліджується, можна розглядати як систему, якщо виконуються наступні чотири ознаки:

- цілісність системи, тобто незвідність властивостей системи до суми властивостей складових її елементів;
- наявність мети та критерію дослідження даної множини елементів;
- наявність більш структурно-логічної, зовнішньої по відношенню до даної, системи, так званої “середовищем”;
- можливість виділення в даній системі взаємозв'язаних частин (підсистем).

З поняттям системи тісно взаємопов'язані категорії надсистеми і підсистеми.

Надсистема – оточуюче систему середовище, в якому функціонує система.

Підсистема – підмножина елементів, які реалізують цілі, погоджені з цілями системи.

Існує декілька підходів математичного опису складної системи. Найбільш загальним і доступним є теоретико-множинний підхід, при якому система S представляється відношенням $S \subset X \times Y$, де X і Y – відповідно, вхідні та вихідні об'єкти системи. Тобто, припускається, що задано сім'ї множин V_i , де $i \in I$ - множина індексів, а система задається на V_i як деяка власна підмножина декартового добутку, всі компоненти котрого є об'єктами системи.

Прийнято вважати, що системний аналіз – це методологія вирішення певних проблем, яка ґрунтується на структуризації системи та кількісному порівнянні альтернатив. У системному аналізі використовується як

математичний апарат загальної теорії систем, так і інші якісні та кількісні методи прикладної математики й інформатики.

Основними методами дослідження системи являється метод моделювання, тобто інструмент системного аналізу та практичних дій, спрямований на розробку, вивчення та використання моделей.

Моделювання – процес побудови моделі, за допомогою якого вивчається функціонування об'єктів різної природи. Він складається з трьох основних елементів: суб'єкта, об'єкта дослідження та моделі, за допомогою якої суб'єкт пізнає об'єкт.

Модель – це такий матеріально або розумово зображуваний об'єкт, який у процесі дослідження заміняє об'єкт-оригінал таким чином, що його безпосереднє вивчення дає нові знання про цей об'єкт. Іншими словами, модель – умовне зображення об'єкта, що з певною мірою адекватності описує його функціональні характеристики, які істотно важливі для поставленої мети дослідження.

В означенні моделі можна визначити декілька наступних важливих моментів:

- модель може бути матеріальним об'єктом або абстрактним представленням, і як наслідок, конкретне втілення моделі не буде суттєвим для мети моделювання;

- основна властивість моделі – здатність представити об'єкт при дослідженні його властивостей;

- моделлю може бути тільки така структура, що дозволить отримати на її основі повнішу інформацію, в порівнянні з безпосереднім дослідженням об'єкта.

Загальне схематичне зображення основних етапів цього процесу моделювання показано на рис. 1.3.



Рис. 1.3. Основні етапи моделювання

Розрізняють фізичне та математичне моделювання. *Математичне моделювання* – універсальний та ефективний інструмент пізнання внутрішніх закономірностей, властивих явищам і процесам і дає можливість вивчити кількісні взаємозв'язки, взаємозалежності моделюючої системи та вдосконалити її подальший розвиток і функціонування з допомогою математичної моделі.

Під *математичною моделлю* розуміємо формалізований, тобто представлений математичними співвідношеннями, набір правил, які описують фактори суттєвого впливу на функціонування об'єкта дослідження.

Отже, математична модель являє собою систему математичних формул, нерівностей або рівнянь, які більш-менш адекватно описують явища та процеси, що властиві оригіналу.

Процес побудови та використання математичної моделі для її розв'язання з допомогою прикладних задач називається математичним моделюванням.

Моделювання доцільно застосовувати в наступних випадках:

- об'єкт недоступний для безпосереднього дослідження;

- об'єкт настільки складний, що дослідження його втрачає сенс через складність самого дослідження, або ж через наявність великої кількості побічних для даного дослідження факторів;

- дослідження на реальному об'єкті неможливі з інших міркувань (моральних, фінансових або конкурентних).

Моделюючи конкретну ситуацію, аналітик має вияснити наскільки чітко й точно модель відображає реальну дійсність і надійність отриманих кількісних оцінок.

Економіко-математична модель, представляє собою концентрований вираз існуючих взаємозв'язків і закономірностей процесу функціонування економічної системи в математичній формі. Що складається із сукупності пов'язаних між собою математичних залежностей у вигляді формул, рівнянь, нерівностей, логічних умов та факторних величин, всі або частина яких має економічний зміст. За своїм призначенням в економіко-математичних моделях ці фактори доцільно поділити на параметри та характеристики.

Параметрами об'єкта називають фактори, які характеризують властивості об'єкта або складових його елементів.

Характеристиками (вихідними характеристиками) називаються безпосередні кінцеві результати функціонування об'єкта (зрозуміло, що вхідні характеристики являються змінними станів).

При побудові моделей економічних систем слід відображати тільки найважливіші та найхарактерніші властивості процесів або явищ, що вивчаються. Внаслідок цього всі моделі є спрощеним відображенням реальної системи, але якщо цей процес виконано коректно, то отримане наближене відображення реальної ситуації дає можливість мати достатньо точні характеристики об'єкта дослідження.

Для того щоб моделювання стало дієвим інструментом пізнання, необхідно правильно побудувати математичну модель, адекватну процесу, що вивчається.

Найчастіше кількісні методи використовують для вирішення класичних задач оптимізації, імітації чи прогнозування. При цьому основні труднощі, подолати які необхідно, полягають у забезпеченні адекватності цієї моделі до об'єкта дослідження.

Адекватність побудованих математичних моделей слід оцінювати з урахуванням наступних чинників (рис. 1.4):

- відповідність структури та властивостей об'єкта керування (процесу управління);
- відповідність властивостей і можливостей методів формування інформаційної бази моделей, виконання їх на основі процедури імітації;
- відповідність до вимог розв'язання управлінських задач.

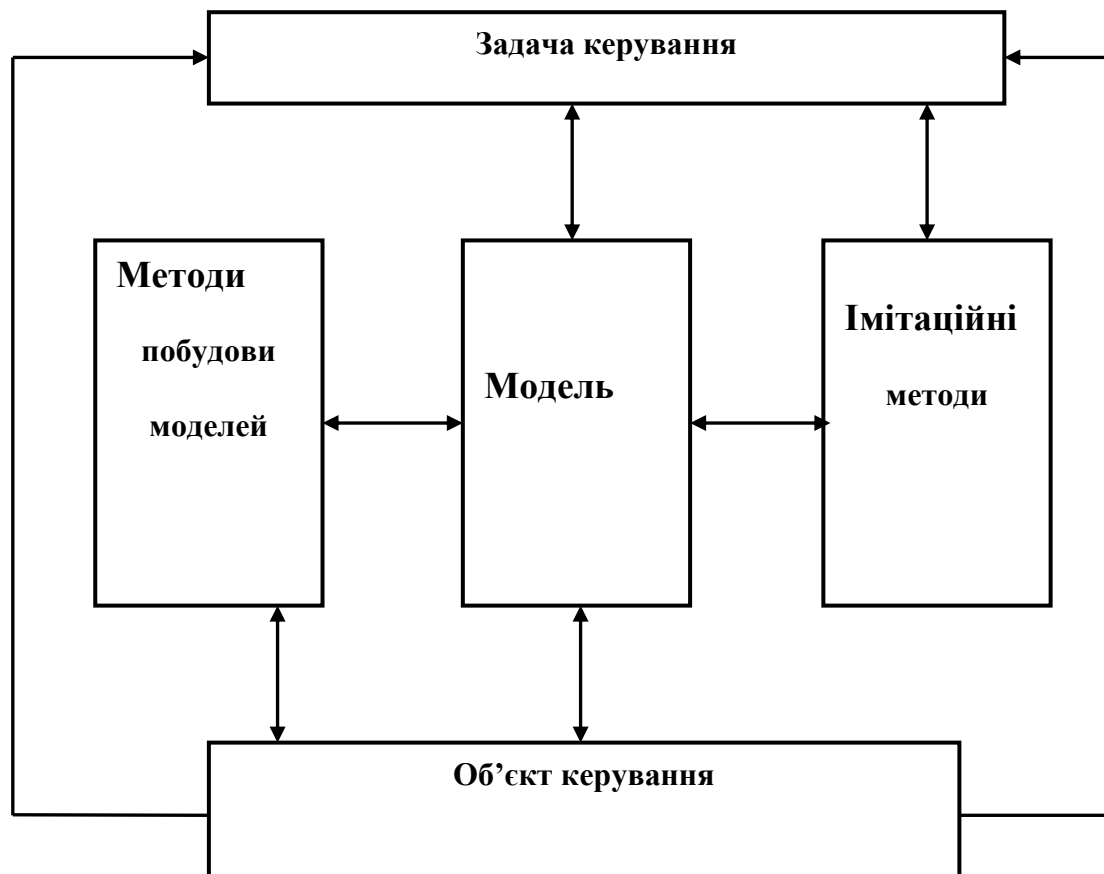


Рис. 1.4. Формування вимог адекватності моделей

При побудові економіко-математичної моделі слід уміло володіти наступними поняттями: критерій оптимальності, цільова функція, система обмежень, рівняння зв'язку, розв'язок моделі.

Критерієм оптимальності називається деякий показник, який має економічний зміст та служить способом формалізації конкретної мети керування і виражається за допомогою цільової функції через фактори моделі.

Цільова функція математично зв'язує між собою фактори моделі, і її значення визначається значеннями цих величин. Змістовне тлумачення цільовій функції надає тільки критерій оптимальності.

Система обмежень визначає границі існування області дійсних та допустимих розв'язків і характеризує основні зовнішні та внутрішні властивості об'єкта. Обмеження визначають область відбуття процесу, границі зміни параметрів та характеристик об'єкта.

Рівняння зв'язку являється математичною формалізацією системи обмежень.

Розв'язком математичної моделі називається такий набір (сукупність) значень змінних, які задовольняють її рівняння зв'язку. Розв'язки, які мають економічний зміст, називаються структурно допустимими. Моделі, які мають багато розв'язків, називаються варіантними на відміну від безваріантних, які мають один розв'язок. Серед структурно допустимих варіантних розв'язків моделі, як правило, знаходиться один розв'язок, при якому цільова функція в залежності від змісту моделі має найбільше або найменше значення. Такий розв'язок, як і відповідне значення цільової функції, називається оптимальним.

1.3. Фінансова система як об'єкт моделювання та прогнозування

Значний клас математичних моделей, які мають назву макроекономічних, використовується для розробки сценаріїв розвитку соціально-економічних систем. Вони дають можливість дати відповідь на запитання: «Що буде, якщо...?», тобто, що станеться з іншими параметрами, якщо один із них змінити. Простий приклад. Якщо підвищити ставку податку на додану вартість на $P\%$, то яким чином це відіб'ється на дефіциті чи профіциті бюджету?

Одним із прикладів макроекономічних моделей є теорія економічних циклів (хвиль). Вона виявляє циклічні коливання в економіці, які мають різну

періодичність і викликані інвестиційною активністю, технічним прогресом, нормою прибутку капіталовкладень і продуктивністю праці. Такі моделі можуть служити для виявлення довготермінових тенденцій і прогнозів. У даному класі моделей досліджуються різноманітні припущення стосовно залежності властивостей елементів моделі від часу та поєднання самих елементів.

Моделі міжгалузевого балансу, шляхом групування підприємств за галузевими та регіональними ознаками, зменшують діапазон різноманітності в економічному просторі. Наприклад, відома модель Леонтьєва дозволяє оцінити: наслідки зміни кінцевого попиту для різних секторів економіки; наслідки загального росту заробітної плати для кожної групи діяльності; вузькі місця економіки; наслідки перетворень в секторах економіки; вплив зовнішньоекономічних зв'язків.

Моделі динамічної ринкової рівноваги дозволяють вивчити взаємний вплив попиту, пропозиції певного ресурсу чи товару на різних ринках і цін на них. Такі моделі дають можливість також оцінити вплив податкової та бюджетної політики на інфляцію та стимуляцію чи на стримування економічного росту. Знання згаданих залежностей допомагає спрогнозувати розвиток ситуації при тих або інших діях і намірах уряду. Наприклад, при формуванні бюджету.

При виконанні своєї головної функції економічна система здійснює наступні дії: розміщує ресурси, виробляє продукцію, розподіляє предмети споживання та здійснює нагромадження (рис.1.5).

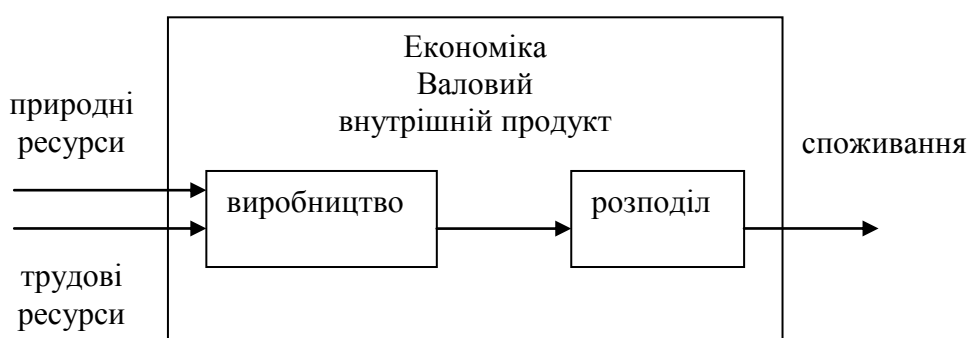


Рис. 1.5. Економіка як підсистема природи та суспільства

Основна мета економіки – забезпечення суспільства предметами споживання, в тому числі такими, які створюють умови для безпеки суспільства. Економіка складається з елементів – господарських одиниць (підприємств, фірм, банків, компаній і т.д.). Надсистема економіки – природа і суспільство, дві її головних підсистеми – виробнича та фінансово-кредитна. Функція фінансово-кредитної підсистеми полягає в регулюванні фінансових потоків (які йдуть в зворотному напрямку по відношенню до матеріальних) таким чином, щоб забезпечити стабільний і справедливий обмін товарами та послугами як між господарськими одиницями та їх об'єднаннями, так і між окремими членами суспільства, а також забезпечити фінансові умови для розвитку виробництва. В цих умовах гроші та цінні папери складають основу фінансових ресурсів.

Предметна область економіко-математичного моделювання включає в себе три різних, але взаємопов'язаних складових:

- економічну теорію, тобто сукупність категорій, понять, означень, термінів, уявлень про взаємну залежність або інваріантність тих або інших процесів, явищ чи їх функціональних характеристик, про систему факторів цих процесів;

- господарську практику, тобто реальне господарство, процеси виробництва, оборотність, розподіл, споживання, що розглядаються з економічної точки зору;

- економічні рішення, тобто результати колективного чи індивідуального вибору варіантів оптимальних дій.

Дана теза припускає наявність тісних взаємозв'язків та принципових відмінностей між цими предметними областями. Конкретна модель досліджує лише фрагменти цих областей, а кількісний аналіз дає можливість виявити метод дослідження: побудову моделі теорії, моделі господарських процесів або моделі прийняття рішень. Окрім цього, можливий варіант поєднання цілей на основі глобального критерію оцінки корисності.

Процесам управління економікою властиві характерні аспекти, серед яких важливе місце займає велика кількість взаємопов'язаних елементів, їх різноманітність, ступінь керованості кожного з них, і на завершення – активна роль людського фактора в прийнятті вигідних управлінських рішень.

Виділені аспекти економіки вказують на необхідність прийняття особливих заходів, пов'язаних із постановкою задачі та формальним описом структурних елементів. Для вирішення даної проблеми використовується математичний опис елементів економічної системи, який у своїй структурі містить три основних розділи: матеріальний, фінансовий і соціальний.

Матеріальний розділ опису включає баланси продуктів, виробничих потужностей, трудових і природних ресурсів, нових проектів і технологій. Такий опис здійснюється на першому етапі конструювання економічної системи управління, при якому регулюючі механізми не визначені, а розв'язується задача побудови допустимого чи оптимального плану. У даному випадку тільки технологічні зв'язки виступають жорстко заданими зовні. Якщо регулятори вже визначені, то їх слід враховувати при описі через те, що вони можуть бути джерелом обмежень і надавати об'єктові нові властивості.

В економічній системі для організації зворотних зв'язків використовується фінансово-кредитний механізм, через це матеріальний опис економічних об'єктів необхідно доповнити фінансовим. Фінансовий розділ опису має містити баланси грошових потоків, порядок формування та використання різних ресурсів і фондів, умови ціноутворення, систему оподаткування та кредитування.

Необхідність соціального розділу в описі економіки обумовлюється значенням людського фактора на стадіях економічного процесу. Проте, за певних обставин, формалізація поведінки характеристик людини значно менше описана, ніж матеріальні та фінансові розділи.

Розглянемо характерні особливості математичного моделювання фінансових процесів.

По-перше, математичне моделювання як методологія наукових досліджень поєднує в собі досвід різних галузей науки про природу та суспільство, а саме: прикладної математики, інформатики та системного аналізу для вирішення фундаментальних проблем, які мають важливе макроекономічне значення. Математичне моделювання об'єктів складної природи – єдиний замкнутий цикл розробок від фундаментального дослідження проблеми до конкретних числових розрахунків показників ефективності функціонування об'єкта. Результатом розробок може бути система математичних моделей, які описують якісно різноманітні закономірності функціонування об'єкта та його еволюцію в цілому, як складної фінансової системи в різних умовах. Розрахункові експерименти з допомогою математичних моделей дають вихідні дані для оцінки показників ефективності функціонування об'єкта. Тому математичне моделювання, як методологія організації наукової експертизи великих проблем, є незамінним при розробці макроекономічних рішень.

По-друге, за своєю суттю математичне моделювання є методом розв'язку нових складних проблем, тому дослідження відносно математичного моделювання повинно бути упереджувачим: слід завчасу розробляти нові методи та готувати спеціалістів-аналітиків, які вміють зі знанням справи використовувати ці методи для розв'язання нових прикладних задач.

По-третє, ті, від кого залежить розподіл фінансових ресурсів, ще не повністю усвідомили, що методи математичного моделювання мають велике прикладне значення і від їх розвитку залежить розвиток соціально-економічного та науково-технічного прогресу країни. Досвід показує, що відносно компактні, але добре структуровані математичні моделі дають можливість отримувати нетривіальні розв'язки складних економічних програм.

У той же час необхідно звернути увагу на дві важливі особливості фінансової системи як об'єкта моделювання:

- у фінансовій системі неможливі моделі подібності, які з великим успіхом використовуються в техніці;

- у фінансовій системі дуже обмежені можливості локальних експериментів, оскільки всі її складові тісно взаємопов'язані між собою, і як наслідок, “чистий” експеримент неможливий.

У такому випадку прогнозний розвиток та передбачення його наслідків можливі лише на основі концептуальних моделей функціонування фінансової системи, які в свою чергу складають фундамент математичного моделювання.

Процес розробки математичних моделей досить трудомісткий, але ще важче досягти високої степені адекватності об'єкта дослідження та моделі.

У залежності від можливостей і ступеню впливу випадкових некерованих факторів, розрізняють такі види постановок задач, розв'язок яких знаходимо з допомогою кількісних методів:

- детерміновані, в яких випадкові фактори відсутні чи настільки незначні, що ними можна знехтувати;

- стохастичні, розв'язок задач яких знаходиться з урахуванням випадкових факторів. Умови розв'язку цих задач вимагають урахування некерованих збурень, при умові, що відомі стохастичні закони розподілу цих випадкових впливів;

- задачі, в яких рішення приймаються в умовах невизначеності. У даному випадку ймовірності та стохастичні характеристики збурюючих некерованих впливів невідомі.

Впровадження методологічних і методичних розробок моделювання процесів прийняття фінансових рішень у практику фінансового менеджменту повинно здійснюватися за наявності точного розмежування уявлень стосовно вектора дій, початкових передумов, структурної специфіки та інших функціональних характеристик моделей. Багато непорозумінь і розчарувань у результаті використання кількісних методів виникають через застосування неточної чи невідповідної моделі при розв'язанні відповідних задач.

В якості об'єкта управління може виступати будь-яка сфера чи ланка фінансової системи.

Розглянемо класифікацію та наглядну інтерпретацію факторних характеристик, під впливом яких функціонує об'єкт (сфера чи ланка фінансових відносин) управління (рис. 1.6).

Z_1, Z_2, \dots, Z_k - функціональні параметри стратегії і тактики фінансової системи;

x_1, x_2, \dots, x_n - характеристичні параметри фінансового механізму;

W_1, W_2, \dots, W_l - параметри випадкових впливів;

y_1, y_2, \dots, y_m - вихідні характеристики об'єкта управління.

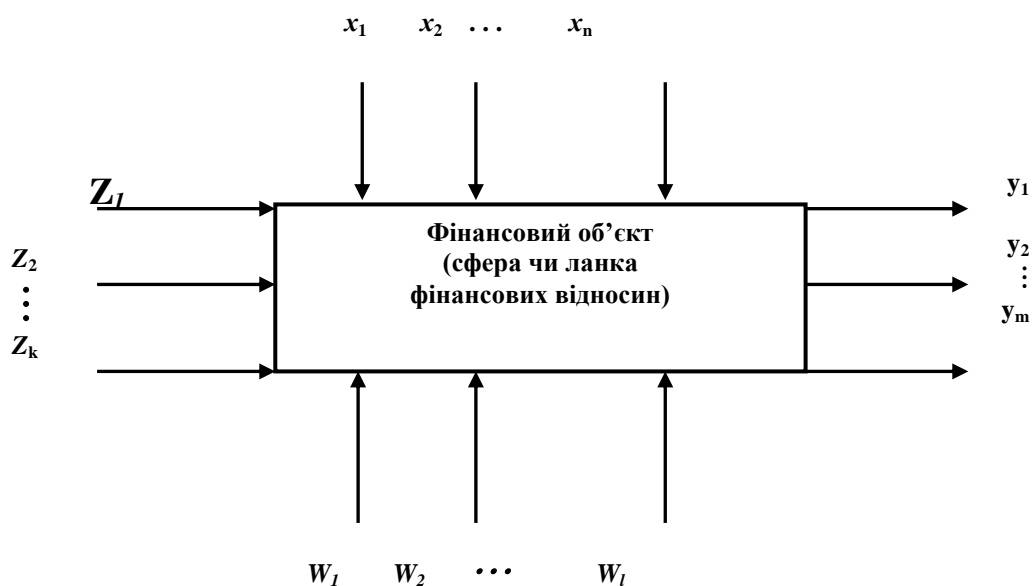


Рис. 1.6. Схема взаємодії факторних характеристик об'єкта управління

Відповідно до приведеної схеми, функціональні характеристики об'єкта управління можна розділити на чотири групи: вхідна група $\{Z_1, Z_2, \dots, Z_k\}$; вихідна група $\{y_1, y_2, \dots, y_m\}$; група регулюючих дій $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ та група випадкових впливів $\{W_1, W_2, \dots, W_l\}$.

Фінансові процеси служать для формування та розподілу фінансових ресурсів у відповідності до певних правил, які можуть бути представленими у вигляді алгоритмів і програмних систем.

У фінансовому процесі основні операції, що необхідні для переміщення фінансових ресурсів, здійснюються з допомогою певної керуючої підсистеми.

Дана підсистема має справу з центром нагромадження - розподілу, сукупністю платників і користувачів фінансових ресурсів. Її функціонування базується на закономірностях, визначених для кібернетичних систем керування. Розглянемо основні положення, що впливають із кібернетичного підходу, стосовно до відношень і подій соціально-економічних систем.

Об'єкт або процес, керування яким здійснюється в заданому контурі, має певну кількість ступенів вільності чи координат. Сукупність значення координат задає положення об'єкта в заданому просторі. Об'єкт може бути складним і складатися з певного числа частин або елементів, тобто є системою. Для нас представляють інтереси динамічні об'єкти, тобто ті, для яких однією з координат буде час. Вони мають властивість змінювати свій стан на протязі часу, причому перехід від одного стану до іншого не стається миттєво.

Перед тим як керувати об'єктом, необхідно визначити його початковий стан (значення координат у початковий момент часу) та мету (ціль) – положення об'єкта в певний майбутній момент часу. Якщо мати на увазі державні фінанси, то метою може бути розмір бюджетного дефіциту, пропорції в асигнуванні, що виділяються для різноманітних цілей (розділів і глав), поквартальні розміри цих асигнувань. Значення показників визначаються у процесі складання бюджету і приймаються як законодавчий акт. Завданням керування є досягнення об'єктом заданої мети, починаючи із заданого стартового стану за заданий час. У загальному випадку просування до мети може здійснюватися множиною способів. При кожному із них координати об'єкта приймають множину значень за час свого руху. Ця множина має назву траєкторії (рис. 1.7). Якщо ми розглянемо тільки одну координату економіки, а саме – рівень інфляції, то послідовність її подекадних значень за рік й буде фактичною траєкторією. Той, хто керує об'єктом (керуюча система), із можливої множини повинен вибрати найбільш доцільну (вигідну, корисну) траєкторію руху до мети. Тут ми свідомо опускаємо термін оптимальність, оскільки для реальних систем (податкової чи бюджетної) у більшості випадків

критерій оптимальності важко сформулювати конструктивно, тим паче практично реалізувати.

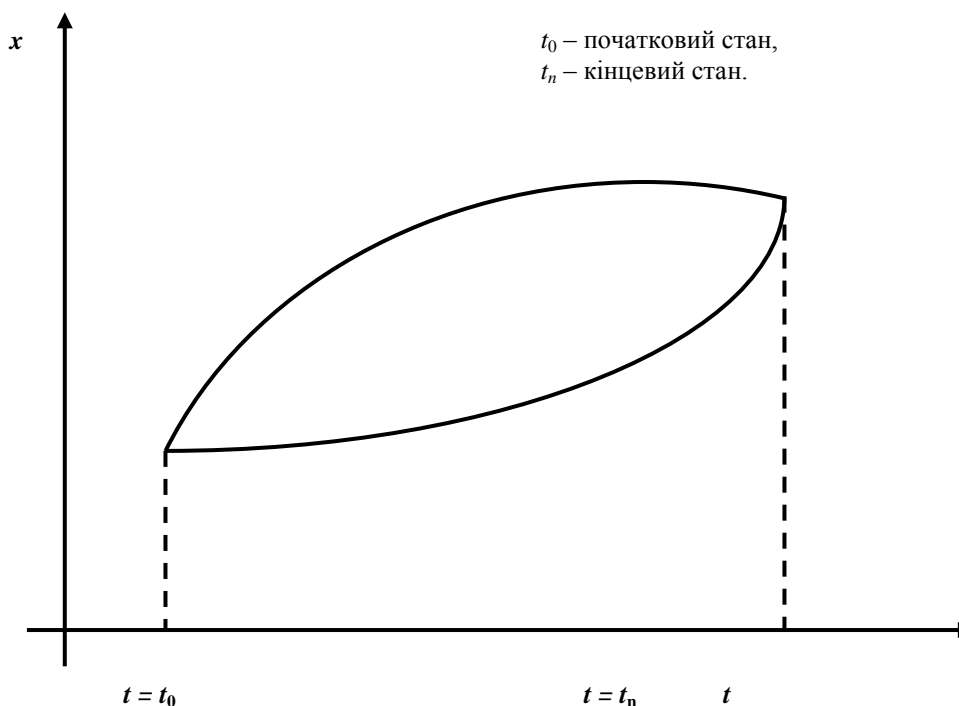


Рис. 1.7. Область можливих траєкторій об'єкта

Об'єкт перебуває у деякому певному середовищі, яке здатне в процесі руху впливати на нього й “збивати” із вигідної траєкторії, що призводить до переходу на іншу, яка не проходить через задану цільову точку. Якщо ми маємо справу з бюджетом, то це може бути, наприклад, стихійне лихо, на ліквідацію котрого будуть потрібні значні асигнування, або ж інші події, що призведуть до збільшення виплат і компенсацій з бюджету.

У реальних системах, навіть при відомих параметрах управління, процес вироблення керуючих дій і доведення їх до об'єкту керування дуже складний. Особливо це стосується процесу прийняття рішень і організації їх виконання. Насамперед для прийняття рішень необхідна добра інформаційна база – дані про фактичний стан об'єкта керування на поточний момент і інформація про поведінку за попередній відрізок часу, плюс дані, на основі котрих була розрахована вигідна траєкторія, і, звичайно, сама ж траєкторія. Слід теж мати деяку модель, яка дозволить оцінити й спрогнозувати поведінку об'єкта при

різних варіантах поведінки середовища та керуючих дій. Ця модель або система моделей може бути представлена системою рівнянь і нерівностей, які складають основу алгоритмів програмних продуктів.

Фінансовий процес, як об'єкт керування, можна представити у вигляді трьох структурних складових: множина платежів X ; множина організацій, які відображають центр нагромадження / розподілу Z ; множина користувачів V .

Кожна з цих множин має деякі властивості, сукупність яких позначимо $G(X), G(Z), G(V)$ відповідно. Ці властивості часом називають змінними об'єкта керування. Вони визначають систему координат для опису фінансового процесу. Наприклад, кожний із включених в об'єкт елементів має в якості властивостей рахунки в банках. Сукупність значень властивостей елементів об'єкта керування $\{G_t(X), G_t(Z), G_t(V)\}$ однозначно визначає стан фінансового процесу у вибраній системі координат на деякий момент часу t .

Виходячи з цього, можна сказати, що моделювання фінансових процесів використовується як для оцінки статички чи порівняльної статички, так і для аналізу та прогнозу їх динаміки на короткостроковій та довгостроковій перспективі.

2. КІЛЬКІСНІ МЕТОДИ ПРОГНОЗУВАННЯ

2.1. Кому і для чого потрібні прогнози?

Прогнози потрібні всім: вченим – адже в передбаченні майбутнього (на основі пізнання закономірностей динаміки об'єкта дослідження в минулому) зміст і мета науки, а підтвердження наукових прогнозів – головний доказ істинності висунутих теорій і парадигм; підприємцям і менеджерам – без короткострокового та довгострокового прогнозу кон'юнктури ринків неможливо розробити ефективну тактику й стратегію, прийняти правильне рішення про обсяг та структуру виробництва, рівень цін і т.і.; працівникам державних органів місцевого, регіонального та міжнародного рівня – оскільки будь-яка помилка в передбаченні тенденцій регіональної, галузевої чи глобальної структурної динаміки та при виборі стратегії соціально-економічного розвитку матиме негативні наслідки; політичним діячам, які при обґрунтуванні своїх передвиборчих платформ, партійних програм, виборі тактики соціально-політичних курсів повинні враховувати передбачення майбутніх змін, можливостей виконати свої обіцянки, завоювати авторитет або зазнати краху. Тобто, кожна свідома людина прагне передбачити своє майбутнє.

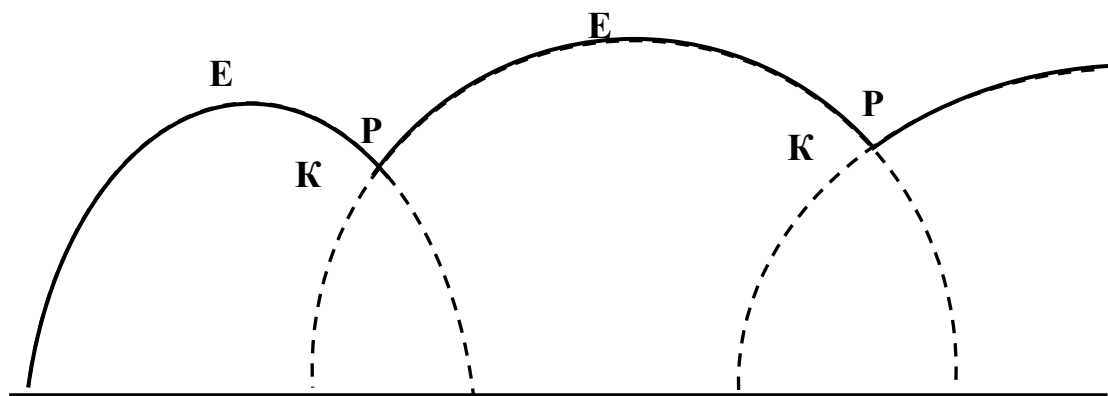
У динаміці будь-якої системи (економічної, соціальної чи екологічної) можна виділити три фази (рис. 2.1):

1. Стабільного, стійкого розвитку, при якому переважає інерція руху. Потрібно докласти багато зусиль, щоби хоч трохи змінити траєкторію руху, а прогнозувати найближче майбутнє порівняно просто та надійно – досить пролонгувати в майбутнє чітко виражені тенденції.

2. Кризи, при яких пануюча тенденція в основному вичерпала свій потенціал, а в протиріччя з нею вступає наступна система. Динаміка є нестійкою, відбувається перелом тенденцій, з'являється множина альтернатив майбутнього розвитку. Навіть незначне прикладання зусиль спричинить зміну

траєкторії руху. В таких умовах передбачити майбутнє надзвичайно складно, але життєво важливо.

3. Революційного стрибка, підйому, бурхливого розвитку нової системи, при яких перевага надається найбільш оптимістичним прогнозам. Ці тенденції теж обмежені в часі. Небезпечно пропустити момент, при якому динаміка системи знову перейде у фазу стабільності, за якою неминуче наступає криза.



Е – еволюційна фаза

К - фаза кризи

Р – фаза революційного перевороту

Рис. 2.1. Зміна еволюційних, кризових і революційних фаз динаміки систем

Друга причина визначається особливостями переходу від централізовано-планової системи до ринкової економіки. Розпад тоталітарно-унітарної системи та перехід до централізованої збільшує кількість людей, які змушені самостійно приймати рішення й нести відповідальність за їхню обґрунтованість, ефективність і вигідність. Такі люди безумовно мають потребу в надійних прогнозах. Піраміда прийняття рішень перевернулася. Якщо раніше рішення приймалися в центрі вищими партійними органами (що мали потребу в прогнозах і старалися їх засекретити), а середньому (міністерства, регіональні органи) рівню давалася роль виконавців (із невеликою свободою вибору виконання директив), то в даний час ситуація змінилася на протилежну. Тепер

передбачення майбутнього в ринковій децентралізованій економіці стає невід'ємним її елементом.

Третя причина в тому, що наприкінці ХХ століття переважає тенденція швидкого зростання наукомісткості не тільки виробництва, а й усього життя. Розвиваються процеси деконцентрації, диверсифікації та підвищення маневреності виробництва, його інтелектуалізація. Зростає число соціальних груп, проявляються національні інтереси. Більшість людей проводить активне політичне життя. За таких умов неможливо в будь-якій сфері діяти без наукового передбачення. Прогнозні дослідження стають невід'ємною складовою частиною будь-якої предметної галузі знань, вимогою повсякденної практики.

Узагальнюючи вище висловлене, можна зробити висновок про те, що прогнози необхідні через такі дві основні обставини – майбутнє невизначене і загальний ефект корисності багатьох управлінських рішень, які приймаються в даний момент, не відчутний на протязі певного часу. Ось чому прогнозне передбачення майбутнього значно підвищує ефективність процесу прийняття вигідних рішень.

Більшість рішень приймається з метою впливу на майбутнє: інвестор, який прийшов на фондову біржу, купує акції, сподіваючись на прибуток у вигляді дивідендів або збільшення вартості цих акцій у майбутньому; підприємець або банкір купує іноземну валюту для зменшення ризику збитків від коливання обмінного курсу. Наведені ситуації певним чином потребують прогнозу перспективи розвитку відповідних якісних характеристик явищ або процесів для того, щоб можна прийняти оптимальне для даної ситуації рішення.

Фінансові аналітики фірм і установ використовують прогнози у повсякденному плануванні та управлінні фінансовими операціями відповідних виробничих і організаційних структур. Надійні прогнози роблять можливим прийняття раціональних і вигідних рішень, які базуються на обґрунтуванні стратегічних бізнес-планів або фінансових операцій.

2.2. Функції прогнозування та види прогнозів

Прогноз – імовірнісне наукове обґрунтування міркувань про перспективи, можливі стани розвитку того чи іншого явища в майбутньому і (або) про альтернативні шляхи та терміни їх здійснення. Процес розробки прогнозу назвемо прогнозуванням.

Основна суть прогнозування полягає у передбаченні тенденцій майбутнього розвитку об'єкта досліджень (системи, процесу чи явища) на основі глибокого та всебічного вивчення закономірностей, взаємодії внутрішніх і зовнішніх чинників у динаміці з метою обґрунтування перспективних рішень і виявлення їхніх можливих наслідків. Прогноз означає перенесення певних закономірностей або тенденцій розвитку параметрів взаємозв'язків економічної системи з минулого та теперішнього стану в майбутнє. Така постановка висуває на передній план інформаційний аспект ретроспективної бази даних, тобто процес прогнозування можна представити як перетворення вхідного масиву інформації A в інформацію майбутнього стану A_n з допомогою оператора прогнозування F :

$$F : \{A, \tau\} \rightarrow A_n, \quad (2.1)$$

де τ – час випередження або глибина прогнозу.

Основна умова прогнозу полягає в об'єктивному формуванні передумов перетворення інформації.

Підходи до прогнозування відносно різних передумов характеру вхідної інформаційної бази:

- прогноз за фактором часу або інерційний прогноз;
- факторний прогноз на основі часової сукупності спостережень;
- факторний прогноз на основі просторової сукупності спостережень;
- комбінований підхід.

В основі прогнозування лежить три взаємодоповнюючих джерела про майбутнє:

- оцінка перспектив розвитку та майбутнього стану прогнозування явища на основі досвіду в поєднанні з процедурою аналогій;

- умовне продовження в майбутньому (екстраполяція) тенденцій, закономірностей розвитку, яким у минулому та теперішньому часі властива висока ступінь інертності;

- модель майбутнього стану того чи іншого явища (процесу), побудована відповідно до сподіваних або бажаних змін ряду умов і перспектив розвитку, що досить добре відомі.

У відповідності до цього мають місце такі способи побудови прогнозів:

- анкетування;

- - екстраполяція та інтерполяція;

- моделювання.

Прогнозування виконує три основних функції і має три етапи розвитку:

- передбачення можливих тенденцій зміни в майбутньому тієї галузі діяльності (об'єкта, процесу чи явища), з якою в майбутньому необхідно мати справу, вияв закономірностей, тенденцій, факторів, які характеризують ці зміни (етап дослідження);

- виявлення альтернативних варіантів взаємодії траєкторії розвитку об'єкта в результаті прийняття тих чи інших вигідних рішень, кількісна оцінка наслідків реалізації цих рішень (етап обґрунтування управлінських рішень);

- оцінка моніторингу та наслідків виконання рішень, передбачення змін зовнішнього середовища з метою своєчасного коригування оцінок (етап моніторингу та коригування).

Ці функції і етапи тісно взаємопов'язані між собою та ітеративно повторюються. Вони є складовим елементом управлінської діяльності будь-якої сфери і реалізуються через множину прогнозів.

Розглянемо основні методичні принципи, яких необхідно дотримуватися при аналізі об'єкта прогнозування, а саме: системність, природня специфіка, оптимізація та аналогія.

Принцип системності вимагає розглядати об'єкт прогнозування як єдину систему взаємопов'язаних характеристик самого об'єкта та прогнозної бази у відповідності до мети і задач дослідження.

Принцип природньої специфікації припускає обов'язкове врахування природи об'єкта прогнозування, закономірності його розвитку, абсолютних і розрахункових значень границь розвитку.

Принцип оптимізації допомагає розробити такий опис об'єкта прогнозування, який би забезпечив задану достовірність і точність прогнозу при мінімальних затратах на його розробку. Даний принцип можна розкласти на ряд складових:

- принцип оптимальності ступені формалізованості опису вимагає використання формалізованих моделей і апарату евристичних, інтуїтивних, творчих методів вирішення проблем;

- принцип мінімізації розмірності опису намагається адекватно описати об'єкт, використовуючи при цьому мінімальну кількість змінних і параметрів, і одночасно забезпечити задану точність та достовірність прогнозу;

- принцип оптимального вимірювання показників для прогнозної бази вимагає вигідної шкали оцінювання;

- принцип дисконтування даних вимагає звернути більше уваги на майбутню вартість прогнозних значень.

Принцип аналогії припускає при аналізі об'єкта постійне співставлення його властивостей з відомими в даній галузі схожими об'єктами і їх моделями для знаходження об'єкта-аналога, щоб у подальшому використовувати його модель для аналізу.

Прогнози можна класифікувати як суб'єктивні та такі, що базуються на моделях.

Суб'єктивні прогнози, які ґрунтуються на здогадках, досвіді, інтуїції, не підлягають строгим правилам і базуються на неформальних міркуваннях експерта. Цілком імовірно, що на основі ідентичної інформації два експерти дадуть різні суб'єктивні прогнози.

Модельні прогнози ґрунтуються на певних правилах, процедурах або моделях, в яких взаємовідносини, зв'язки між певною сукупністю досліджуваних змінних величин формалізовані. Зрозуміло, що основною метою кількісного аналізу об'єкта прогнозування буде побудова його прогнозної моделі.

Прогнозна модель – модель об'єкта прогнозування, дослідження котрого дозволяє отримати інформацію про можливі його стани в майбутньому та шляхи настання цих станів. Метою прогнозної моделі є отримання інформації не про сам об'єкт взагалі, а про його майбутні стани й визначення при цьому меж можливих траєкторій розвитку. Схематичне зображення такого процесу подане на рис. 2.2.

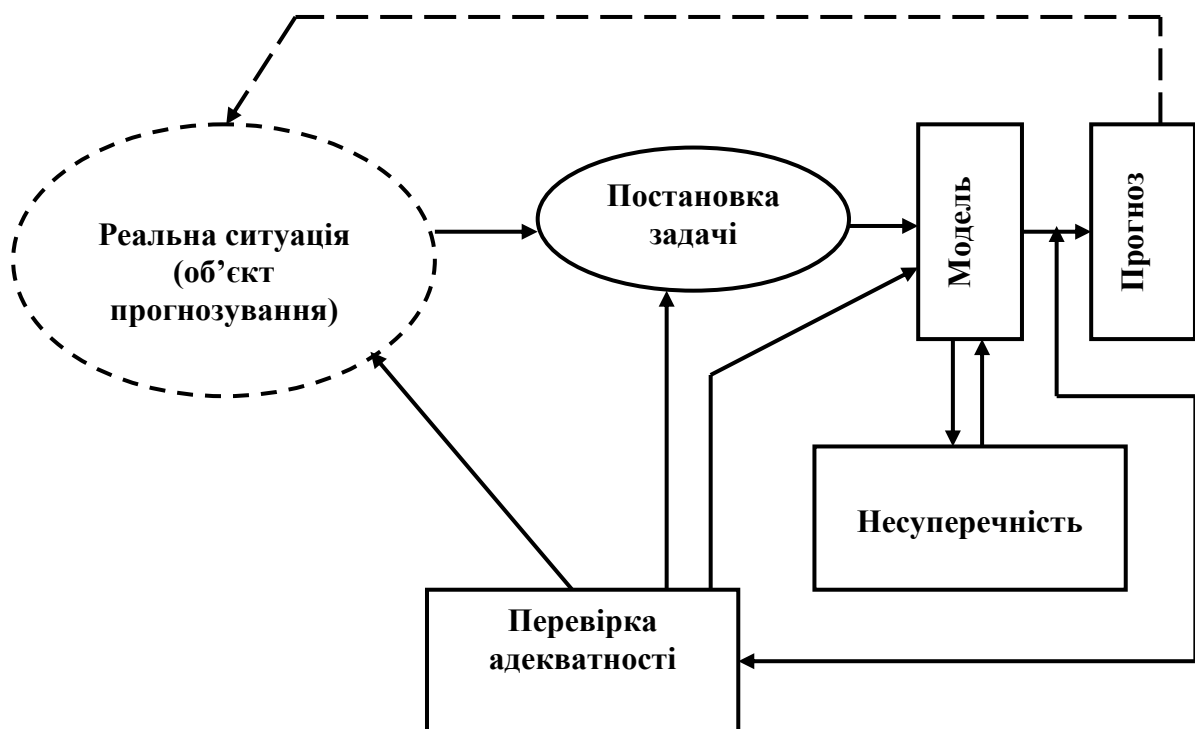


Рис. 2.2. Модельне представлення процесу прогнозування

Основними способами опису прогнозних моделей є такі форми:

- словесний опис – найбільш простий неформальний спосіб задання моделей;
- графічне представлення – у вигляді кривих і діаграм;

- блок-схеми, матриці рішень – один із найбільш поширених способів опису моделей;

- математичний опис – у вигляді формул і математичних операцій над змінними;

- програмний опис – у вигляді програмних продуктів.

Побудована прогнозна модель повинна задовольняти таким вимогам:

1) повнота, адаптованість і еволюційність. Вона повинна забезпечувати можливість включення досить широкого діапазону змін і доповнень з метою більш повного наближення моделі до реального об'єкта;

2) бути достатньо адекватною для можливості варіації більшим числом змінних. Але не настільки абстрактною, щоб виникли сумніви в надійності та практичній корисності отриманих результатів;

3) задовольняти мінімальні умови відносно часу розв'язку;

4) орієнтуватися на реалізацію при допомозі існуючих програмних і технічних засобів;

5) забезпечити отримання корисної інформації стосовно об'єкта з урахуванням постановки задачі прогнозування;

6) будуватися з використанням наявної математичної логіки та термінології;

7) передбачати можливість процедури перевірки ступеню точності отриманого прогнозу.

Класифікація прогнозів може бути виконаною з різних позицій і ознак. Ці прогнози дають можливість передбачити зміни в структурі виробництва, динаміці відтворення, ринковій кон'юнктурі, фінансово-кредитній сфері тощо.

Важливою характерною ознакою прогнозів є рівень управління, відповідно до якого маємо: макроекономічні, мезоекономічні, глобальні та локальні. Очевидно, що рівень прогнозу залежить від ситуації та його деталізації.

Макроекономічні прогнози потрібні для розробки фінансової політики держави. Для прикладу: річний бюджет потребує оцінки майбутніх доходів

(прибутковий податок, податок на прибуток, податок на додану вартість, акцизний збір тощо) і майбутніх видатків (допомога по безробіттю, державні пенсії, дотації тощо).

Неоднаковий і характер самого прогнозу. Він може відноситися до будь-якого показника (окремий прогноз) або ж мати загальний, комплексний характер (загальний прогноз). Розглянемо один із можливих варіантів майбутнього розвитку (одноваріантний) або вектор альтернатив (багатоваріантний).

Принципове значення має різниця між генетичним і нормативним підходом до прогнозування, а також поєднання цілей у вигляді комбінованого прогнозу.

Враховуючи форми представлення результатів, прогнози можуть поділятися на детерміновані, невизначені, імовірнісні та змішані.

Прогноз буде *детермінованим*, якщо для кожного виділеного моменту часу в середині та на правій границі інтервалу прогнозування значення досліджуваного показника задані числами.

Невизначений прогноз тоді, коли для кожного виділеного моменту часу значення прогнозного показника задані інтервалами їхніх змін. При цьому в середині кожного з цих інтервалів значення досліджуваного показника вважаються рівноймовірними.

Імовірнісний прогноз – для кожного виділеного моменту часу значення досліджуваного прогнозного показника задається інтервалами їх зміни. Причому для кожного інтервалу відомий закон розподілу прогнозного показника.

Змішаний прогноз – серед моментів часу, виділених у середині та на правій границі інтервалу прогнозування, існує хоч би два результати прогнозування, що належать до двох довільних із розглянутих раніше трьох груп.

2.3. Класифікація методів прогнозування

Інтенсивне використання та подальший розвиток наукового потенціалу призвели до створення потужного арсеналу методів, процедур, прийомів прогнозування та систем їх програмного забезпечення. Відсутність чіткої систематизації методів прогнозування призводить до подальшого розширення їхнього кількісного інструментарію, часом за рахунок малоефективних і компільованих методів.

Методами прогнозування є сукупність прийомів, процедур і оцінок, які дають змогу на основі ретроспективного аналізу внутрішніх та зовнішніх зв'язків, властивих об'єкту дослідження, а також їхніх динамічних характеристик зробити з певною вірогідністю висновок щодо майбутнього розвитку даного об'єкта.

Основні принципи класифікації методів прогнозування:

- 1) достатня повнота охоплення прогнозних методів більшості предметних областей;
- 2) єдність класифікаційної ознаки на кожному структурному рівні розподілу;
- 3) неперетин розділів класифікації;
- 4) відкритість класифікаційної схеми (можливість доповнення новими методами);
- 5) адекватність прогнозів до реальних ситуацій.

Розглянемо трьохрівневу класифікацію методів прогнозування. Кожний рівень деталізації визначається своїми класифікаційними ознаками: ступенем формалізації, загальними принципами дії та способом отримання прогнозної інформації.

Стосовно ступеня формалізації всі методи прогнозування можна поділити на інтуїтивні та формалізовані.

Інтуїтивне прогнозування використовується тоді, коли об'єкт прогнозування є дуже простим, або ж настільки складним, що врахувати

аналітично вплив багатьох факторів практично неможливо. У таких випадках вдаються до експертних оцінок.

У залежності від загальних принципів інтуїтивні методи прогнозування можна поділити на індивідуальні та колективні експертні оцінки.

До групи індивідуальних експертних оцінок належать такі методи: інтерв'ю, аналітична записка, побудова сценаріїв і генерація ідей. Група колективних експертних оцінок включає в себе такі методи: комісії, мозкової атаки, Дельфі та анкетування.

Клас формалізованих методів, у залежності від загальних принципів дій, можна поділити на групи економетричних і системно-структурних методів, методів моделювання та випередження інформації.

До групи економетричних методів можна віднести методи: найменших квадратів, експонентного згладжування, ковзної середньої, ймовірнісного моделювання, колокаційний, кореляційно-регресійний, групового врахування аргумента, авторегресійний, теорії розпізнавання образів, спектрального, дискримінантного та факторного аналізу.

До групи системно-структурних методів належать: функціонально-ієрархічне моделювання, морфологічний аналіз, матричний метод, сіткове моделювання, структурна аналогія, прогнозний граф, “дерево цілей”.

Методи математичного моделювання включають у себе балансові, оптимізаційні, імітаційні, стохастичні моделі, нейронні мережі, варіаційне числення, моделі Маркова та теорії ігор.

Ефективність вибору методів прогнозування залежить від таких факторів: мета прогнозу, його завдання; період, на який формується прогноз; специфіка та особливості об'єкта прогнозування; вірогідність та повнота інформаційної бази; фактори, які обмежують прогнозування.

Система раціонального вибору методів прогнозування повинна відповідати таким вимогам:

- давати способи апріорної оцінки методів, які поєднують суб'єктивну цінність і об'єктивну значимість оцінок;

- застосування оцінок має бути чітким і не допускати різних тлумачень щодо вибору методів;

- спотворювати можливість нагромадження статистики використання методів прогнозування.

У процесі побудови математичних моделей для прогнозування складних об'єктів може бути використана така схема:

- визначення мети та завдань прогнозу;

- змістовний виклад і розробка формалізованої схеми прогнозованого процесу, що відображає гіпотезу про механізм функціонування об'єкта;

- складання схеми взаємозв'язків системи моделей, які реалізують системний, цілеспрямований модельний опис об'єкта;

- вибір базової мови формального опису;

- визначення вимог до технологій, характеристик і умов застосування в рамках прийнятої процедури прогнозування.

Розробка системи моделей прогнозування проходить у три етапи.

На першому етапі здійснюється розробка локальних методик прогнозування. Конструюються окремі моделі та підсистеми моделей прогнозування, що об'єднуються в єдину систему для цілей прогнозування згідно до конкретних вимог.

На другому етапі уточнюються та узгоджуються підсистеми моделей, перевіряється їхня взаємодія, визначається послідовність використання окремих моделей, прийомів оцінки та методів перевірки отриманих комплексних прогнозів. На цьому етапі розробляється програмне забезпечення.

На третьому етапі здійснюється практична реалізація та уточнення окремих локальних систем і методик комплексного прогнозування.

Тезисно опишемо основні вимоги до методик розробки окремих моделей і систем:

- чіткий опис послідовності правил складання окремих прогнозів;

- використання методів і технічних засобів, які дають змогу здійснювати розрахунки своєчасно та багаторазово, враховуючи наявну інформацію;

- врахування складних, багатофакторних зв'язків прогнозованих процесів і показників;
- відображення проблеми погодження окремих прогнозів у їх системі, що не допускає суперечностей і забезпечує коригування прогнозів.

МОДЕЛЮВАННЯ ІНВЕСТИЦІЙНИХ РІШЕНЬ

3.1. Модель формування оптимальної інвестиційної програми при заданому бюджеті

У даній моделі в якості цільової функції виступає вартість капіталу інвестиційної програми, причому в ній при заданих обмеженнях (конкретної виробничої програми для окремих інвестиційних об'єктів і при наявності повного обсягу фінансових ресурсів) необхідно сформулювати та визначити інвестиційну програму.

Для побудови моделі приймемо наступні припущення:

- 1) представлені на вибір інвестиційні об'єкти рівнозначні;
- 2) фінансові ресурси неможливо залучити в необмеженій кількості за заданою відсотковою ставкою;
- 3) інвестиційна програма визначається тільки на початок планового періоду, а початкові витрати при цьому не перевищують заданий бюджет;
- 4) інвестиційні об'єкти реалізуються як єдине ціле.

Для побудови моделі введемо такі позначення:

i – індекс інвестиційного об'єкта, $i = \overline{1, n}$; C_i – вартість капіталу i -го інвестиційного об'єкта; A_{i0} – затрати на придбання i -го інвестиційного об'єкта; Q – загальний обсяг бюджетних коштів; x_i – бінарна змінна ($x_i = 0$ або 1), значення котрої визначає, буде для i -го інвестиційного об'єкта виділене фінансування чи ні.

Враховуючи введені позначення, економіко-математична модель формування оптимальної інвестиційної програми при заданому бюджеті набуде вигляду.

Знайти такий розв'язок $x_i \geq 0, i = \overline{1, n}$, який забезпечить сумарну максимальну вартість інвестиційної програми:

$$Z = \sum_{i=1}^n C_i \cdot x_i \rightarrow \max, \quad (3.1)$$

при умовах:

1) по використанню наявного обсягу бюджетних коштів

$$\sum_{i=1}^n A_{i0} \cdot x_i \leq Q; \quad (3.2)$$

2) по реалізації інвестиційних об'єктів як єдиного цілого (неподільності інвестиційних об'єктів).

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{якщо реалізація } i\text{-го інвестиційного об'єкта здійснюється;} \\ 0, & \text{якщо реалізація } i\text{-го інвестиційного об'єкта відхиляється;} \end{cases} \quad i = \overline{1, n}.$$

Таким чином, ми отримали задачу лінійного програмування з булевими змінними. Розв'язок цієї задачі можна знайти з допомогою процедури цілочисельного програмування.

Приклад 3.1. Акціонерне товариство має шість реальних інвестиційних об'єктів, характеристика нетто-платежів яких представлена в табл. 3.1. Заданий обсяг бюджетних коштів становить 350 тис. грн., розрахункова відсоткова ставка складає 20 %.

Побудувати економіко-математичну модель синхронного фінансування та розрахувати оптимальну інвестиційну програму при заданих бюджетних обмеженнях.

Розв'язування. За умовою задачі відсоткова ставка однакова для всіх планових періодів. Вартість капіталу (C_i) для i -го інвестиційного об'єкта на початок планового періоду ($t = 0$) знайдемо, використовуючи формулу:

$$C_i = -A_{i0} + \sum_{t=1}^T (e_{it} - a_{it}) (1+r)^{-t} = -A_{i0} + \sum_{t=1}^T (e_{it} - a_{it}) q^{-t}, \quad (3.3)$$

де A_{i0} – затрати на придбання i -го інвестиційного об'єкта, $A_{i0} = -(e_{i0} - a_{i0})$; t – індекс планового періоду, $t = \overline{1, T}$; e_{it} – a_{it} – поступлення (виплати) для i -го інвестиційного об'єкта в момент часу t ; $(1+r)^{-t} = q^{-t}$ – коефіцієнт дисконтування для моменту часу t .

Таблиця 3.1.

Платіжні нетто-ряди для інвестиційних об'єктів і вартість капіталу

Інвестиційні об'єкти	Нетто-платежі в момент часу, тис. грн.					Вартість капіталу, тис. грн.
	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$	
ІО ₁	-80	50	35	40	45	30.83
ІО ₂	-120	60	45	40	55	10.92
ІО ₃	-60	30	35	25	40	28.28
ІО ₄	-90	50	45	50	30	26.33
ІО ₅	-110	60	30	40	50	8.09
ІО ₆	-40	20	25	15	30	17.18

Розрахована різниця $\mathcal{E}_{it} - a_{it}$ для i -го об'єкта на момент часу t називається чистим платежем. Вона може відображати перевищення поступлень над витратами чи виплат над поступленнями.

Нехай x_1, x_2, \dots, x_6 - невідомі величини, що вказують на можливу реалізацію відповідно першого, другого, ..., шостого інвестиційних об'єктів.

Для побудови числової економіко-математичної моделі задачі знайдемо значення вартості капіталу (C_i) i -го інвестиційного об'єкта.

Наприклад, для першого інвестиційного об'єкта маємо:

$$\begin{aligned}
 C_1 &= -A_{10} + \sum_{t=1}^4 (\mathcal{E}_{1t} - a_{1t}) \bar{q}^{-t} = \\
 &= -80 + 50 \cdot 1.2^{-1} + 35 \cdot 1.2^{-2} + 40 \cdot 1.2^{-3} + 45 \cdot 1.2^{-4} = \\
 &= -80 + 41.67 + 24.31 + 23.15 + 21.70 = 30.83.
 \end{aligned}$$

Аналогічно знаходимо вартості капіталу для інших інвестиційних об'єктів. Отримані результати заносимо в табл. 3.2.

Числова модель задачі буде мати вигляд.

Знайти

$$Z = 30.83x_1 + 10.92x_2 + 28.28x_3 + 26.33x_4 + 8.09x_5 + 17.18x_6 \rightarrow \max$$

при виконанні наступних умов:

- 1) по використанню наявного обсягу бюджетних коштів

$$80x_1 + 120x_2 + 60x_3 + 90x_4 + 110x_5 + 40x_6 \leq 350;$$

2) по невідимості інвестиційних об'єктів

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{якщо реалізація } i\text{-го інвестиційного об'єкта здійснюється;} \\ 0, & \text{якщо реалізація } i\text{-го інвестиційного об'єкта відхиляється;} \end{cases} \quad i = \overline{1,6}.$$

Для знаходження цілочисельного розв'язку використаємо процедуру ІНТ програмного продукту LINA.

Як результат маємо таку оптимальну інвестиційну програму, до якої входять перший, третій, четвертий і шостий об'єкти:

$$x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1, x_5 = 0, x_6 = 1.$$

Реалізація інвестиційної програми буде виконуватися при загальних витратах на придбання об'єктів обсягом 270 тис. грн. ($80+60+90+40=270$ тис. грн.) і сумарній вартості капіталу розміром 102.62 тис. грн. ($30.83+28.28+26.33+17.18=102.62$ тис. грн).

Визначимо вигідність інвестиційної програми через величину нормативу вартості капіталу (НВК):

$$\text{НВК} = \frac{\text{Сумарна вартість капіталу}}{\text{Обсяг витрат на придбання}} = \frac{102.62}{270} = 0.38.$$

3. 2. Статична модель синхронного інвестиційно – фінансового планування

При прийнятті управлінських рішень у сфері інвестиційно-фінансової діяльності виробничо-економічних систем необхідно враховувати вигідність проведення тих чи інших фінансових операцій, оскільки ефективність залучення фінансових коштів залежить від наявних інвестиційних можливостей і пов'язаних з ними витрат. Для розв'язання даної задачі побудуємо статичну модель з врахуванням наступних умов:

1) проведення розрахунків виконаємо в єдиному дійсному періоді, на початок і кінець якого проводяться відповідні платежі для інвестиційних і фінансових об'єктів;

2) інвестиційні та фінансові об'єкти, реалізуючі та ділимі до певного заданого розміру, тобто припускається часткове інвестування об'єктів за рахунок можливого взяття кредитів, а також можливе задання їх верхніх границь.

В якості цільової функції нашої задачі приймемо функцію, що буде максимізувати кінцеву величину вартості майна загальної інвестиційно-фінансової програми. Загальна кінцева вартість визначається на кінець планового періоду, як сальдо інвестиційних поступлень та виплат на фінансування. У даний момент часу виходять з того, що на інвестиційних об'єктах є поступлення, які перевищують виплати, а на фінансових об'єктах треба здійснювати платежі за процентами та основному боргу (негативні нетто-платежі). До початку планового періоду необхідно здійснити надання потрібних фінансових коштів для інвестування.

Для побудови економіко-математичної моделі введемо такі позначення:

i – індекс інвестиційного об'єкта, $i = \overline{1, n}$; j – індекс об'єкта фінансування, $j = \overline{1, m}$; t – індекс планового періоду, $t = \{0, 1\}$; a_{it} – нетто-платежі для одиниці i -го інвестиційного об'єкта в момент часу t ; b_{jt} – нетто-платежі для одиниці j -го об'єкта фінансування в момент часу t ; x_i – обсяг реалізації i -го інвестиційного об'єкта; y_j – обсяг використання j -го об'єкта фінансування.

Враховуючи введені позначення, модель задачі прийме наступний вигляд.

Знайти такий розв'язок $x_i \geq 0, y_j \geq 0, i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m}$, який забезпечить максимум сумарного значення нетто-платежів інвестиційних об'єктів та об'єктів фінансування у кінцевому періоді

$$Z = \sum_{i=1}^n a_{it} x_i + \sum_{j=1}^m b_{jt} y_j \rightarrow \max, t = 1 \quad (3.4)$$

при використанні наступних умов:

1) балансова умова фінансування інвестиційних проектів до початку планового періоду

$$\sum_{i=1}^n a_{it}x_i + \sum_{j=1}^m b_{jt}y_j = 0, t = 0; \quad (3.5)$$

2) граничні умови відносно реалізації інвестиційних об'єктів

$$0 \leq x_i \leq 1, i = \overline{1, n}; \quad (3.6)$$

3) граничні умови відносно реалізації об'єктів фінансування

$$0 \leq y_j \leq 1, j = \overline{1, m}. \quad (3.7)$$

Перша умова моделює ситуацію, в якій сума нетто-платежів інвестиційних об'єктів і об'єктів фінансування у початковий період реалізації проектів програми рівні нулеві.

Друга та третя умови моделюють ситуацію, при якій інвестиційні об'єкти і об'єкти фінансування можуть бути реалізованими в довільних частках, прийнявши за їх максимальне значення одиницю.

Побудована нами модель є загальною задачею лінійного програмування.

Приклад 3.2. Виробничо-економічна система регіону має п'ять ділимих інвестиційних об'єктів (ІО₁ – ІО₅) та п'ять можливих об'єктів фінансування (ОФ₁ – ОФ₅). Кількісна характеристика нетто-платежів на даний момент часу $t = 0$ та інші розрахункові показники приведені в табл. 3.2. Побудувати математичну модель даної задачі та знайти оптимальну стратегію реалізації інвестиційно-фінансової програми.

Розв'язування. Для побудови числової математичної моделі задачі введемо наступні невідомі величини:

x_1, x_2, \dots, x_5 – оптимальний обсяг реалізації відповідного інвестиційного об'єкту;

y_1, y_2, \dots, y_5 – оптимальний обсяг використання відповідного об'єкту фінансування.

Наша числова модель буде мати вигляд:

цільова функція:

$$Z = 88x_1 + 144x_2 + 104x_3 + 32x_4 + 52x_5 - 84y_1 - 56y_2 - 64y_3 - 25y_4 - 98y_5 \rightarrow \max;$$

умови відносно фінансових потоків:

1) балансова умова фінансових потоків для початкового періоду

$$-80x_1 - 120x_2 - 90x_3 - 30x_4 - 50x_5 + 80y_1 + 50y_2 + 60y_3 + 21y_4 + 90y_5 = 0;$$

2) умови реалізації інвестиційних проектів

$$0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 1, 0 \leq x_3 \leq 1, 0 \leq x_4 \leq 1, 0 \leq x_5 \leq 1;$$

3) умови використання проектів фінансування

$$0 \leq y_1 \leq 1, 0 \leq y_2 \leq 1, 0 \leq y_3 \leq 1, 0 \leq y_4 \leq 1, 0 \leq y_5 \leq 1.$$

Побудована числова модель задачі має вид загальної задачі лінійного програмування. Для знаходження оптимального розв'язку використаємо програмний продукт LINA.

Поряд з тим, дану задачу можна розв'язати з допомогою графічного методу. Для цього нам необхідно розрахувати внутрішні процентні ставки, як для інвестиційних об'єктів (p_i), так і для об'єктів фінансування (p_j^*) з допомогою наступних формул:

$$p_i = \left(\left| \frac{a_{i1}}{a_{i0}} \right| - 1 \right) * 100\%, i = \overline{1,5}; p_j^* = \left(\left| \frac{b_{j1}}{b_{j0}} \right| - 1 \right) * 100\%, j = \overline{1,5}. \quad (3.8)$$

Наприклад, знайдемо:

$$p_1 = \left(\left| \frac{a_{11}}{a_{10}} \right| - 1 \right) * 100\% = \left(\left| \frac{88}{-80} \right| - 1 \right) * 100\% = 10\%;$$

$$p_1^* = \left(\left| \frac{b_{11}}{b_{10}} \right| - 1 \right) * 100\% = \left(\left| \frac{-84}{80} \right| - 1 \right) * 100\% = 5\%$$

і т.д.

Обчислені значення заносимо в табл.3.2.

Розрахункова таблиця

Вхідні дані			Розрахункові дані		
Інвестиційні об'єкти та об'єкти фінансування	Нетто-платежі, млн.грн.		Внутрішня процентна ставка, %	Пріоритети об'єкта	Сумарне значення попиту та пропози- ції капіталу, млн.грн.
	a_{i0} / b_{j0}	a_{i1} / b_{j1}			
IO ₁	-80	88	10,0	3	290
IO ₂	-120	144	20,0	1	120
IO ₃	-90	104	16,0	2	210
IO ₄	-30	32	6,7	4	320
IO ₅	-50	52	4,0	5	370
ОФ ₁	80	-84	5,0	1	80
ОФ ₂	50	-56	12,0	4	280
ОФ ₃	60	-64	6,7	2	140
ОФ ₄	21	-25	19,0	5	301
ОФ ₅	90	-98	8,9	3	230

Запишемо правила надання пріоритетів відносної вигоди для інвестиційних об'єктів та об'єктів фінансування.

Вигідність об'єктів фінансування знаходиться у прямій залежності від внутрішньої процентної ставки. Тобто, об'єкт, який має найменшу внутрішню процентну ставку, ставиться на перше місце. Далі місця для об'єктів фінансування розподіляються за зростанням ставки. У нашому випадку ОФ₁ має найменшу ставку (5 %), тому він має пріоритет 1. Далі йдуть третій, п'ятий, другий і четвертий об'єкти.

Вигідність інвестиційних об'єктів знаходиться в оберненій залежності від внутрішньої процентної ставки. Тобто, об'єкт, який має найбільшу процентну ставку, знаходиться на першому місці. Далі розподіл пріоритетів здійснюється за спаданням ставки. Так, на першому місці буде IO₂, який має найбільшу ставку (20 %). Потім йтимуть третій, перший, четвертий і п'ятий об'єкти.

Як бачимо, при внутрішній ставці, більшій 20 %, попит на капітал відсутній. Оскільки при таких умовах реалізувати IO₂ не вигідно. Починаючи зі ставки 20 %, загальний попит на капітал, який відповідає максимальним

витратам на придбання IO_2 ($a_{20}=120$ млн.грн.), складе 120 млн.грн. Тому при менших рівнях процентних ставок IO_2 необхідно обов'язково реалізовувати.

IO_3 має пріоритет 2 та ставку 16 %, яка є межею вигідності даного інвестиційного об'єкта. У даному випадку загальний попит на капітал уже становитиме 210 млн.грн. ($120+90=210$).

При включенні у розгляд IO_1 сумарний попит на капітал складе 290 млн.грн. ($210+80=290$) і т.д. Крива попиту на капітал на графіку позначена a (рис.3.5).

Аналогічно розрахуємо пріоритети пропозиції щодо капіталу і побудуємо графік залежності максимальних сум об'єктів фінансування та фактичних значень внутрішніх процентних ставок $p_j^* \left(i = \overline{1,5} \right)$.

На перше місце ставиться OF_1 із ставкою 5%. При цьому сумарне значення пропозиції капіталу буде 80 млн. грн. OF_3 має пріоритет 2, і сумарне значення пропозиції вже становитиме 140 млн.грн. ($80+60=140$) і т.д. Крива пропозиції відносно капіталу на графіку позначена через b (рис.3.1).

Оптимальна стратегія інвестиційно-фінансової програми компанії отримується при стані рівноваги попиту та пропозиції капіталу. Тобто, з однієї сторони, необхідно фінансувати інвестиційну програму, а з другої – бажано брати кредити в потрібному обсязі і марно їх не витратити. Стан рівноваги отримаємо у результаті перетину ліній a та b (рис.3.1). Отже, точка A буде точкою оптимуму реалізації інвестиційно-фінансової програми. Її координати (230; 10).

Процентна ставка, яка рівна процентній ставці точки рівноваги попиту та пропозиції на капітал, називається критичною і відображає границю вигідності (10 %).

Оптимальна стратегія полягає в реалізації всіх тих інвестиційних об'єктів і об'єктів фінансування, які на графіку лежать зліва від точки рівноваги A . При цьому можливі випадки часткової реалізації об'єктів.

Отже, до складу оптимальної інвестиційно-фінансової програми будуть включені інвестиційні об'єкти IO_2 , IO_3 і частково IO_1 , а також об'єкти

фінансування $ОФ_1$, $ОФ_3$ та $ОФ_5$. Перший інвестиційний об'єкт буде профінансовано тільки на 25 % (20 млн. грн.).

Тепер можна сформулювати загальне правило формування оптимальної структури інвестиційно-фінансової програми.

Інвестиційні об'єкти (об'єкти фінансування) реалізуються:

- а) повністю, якщо їх процентна ставка більша (менша) критичної ставки;
- б) частково, якщо їх процентна ставка відповідає критичній;
- в) не реалізуються взагалі, якщо їх процентні ставки менші (більші) від критичної.

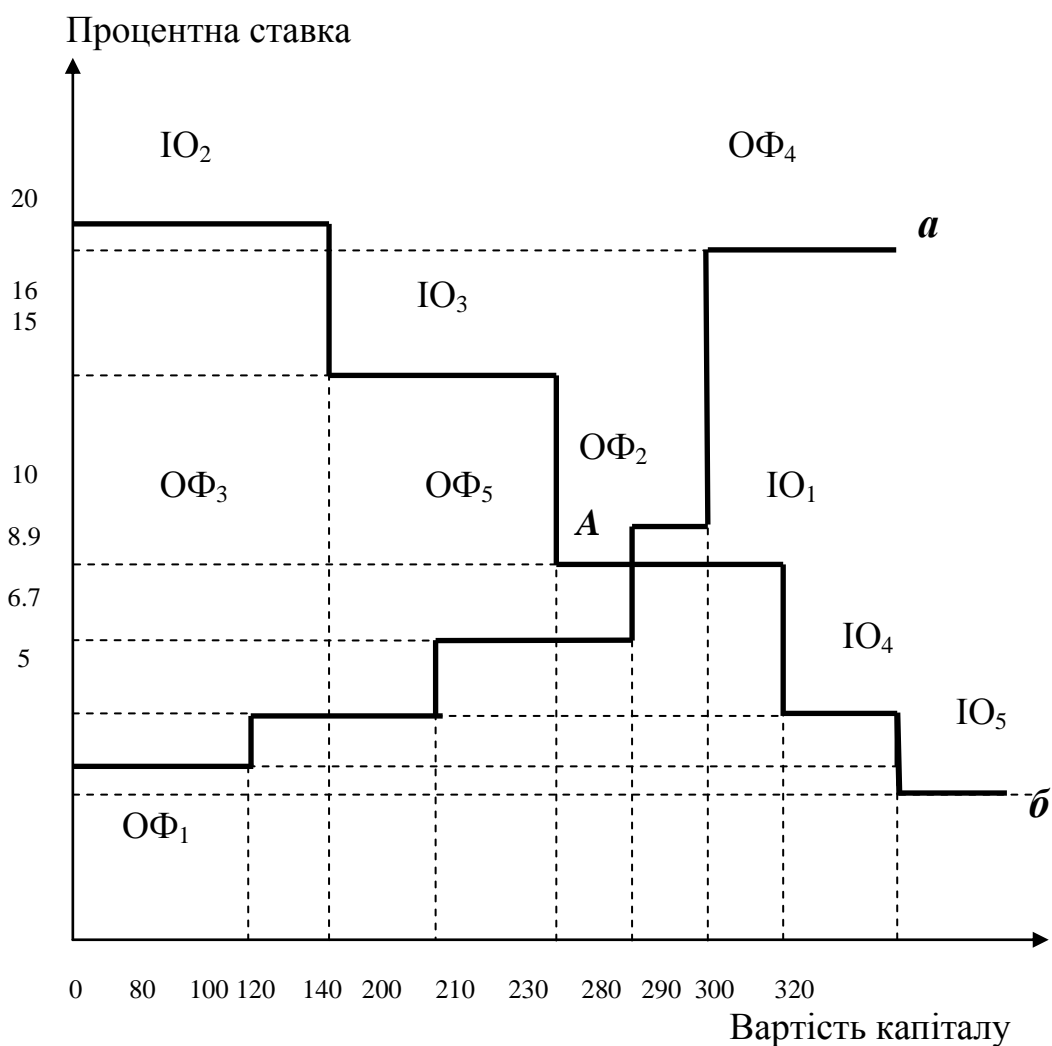


Рис.3.1. Графік пропозиції (а) та попиту (б) на фінансовий капітал при синхронному інвестиційному плануванні

Максимальна кінцева вартість майна (Q_k) даної програми формується із додатнього сальдо поступлень оптимальних інвестиційних проектів за відрахуванням процентних платежів та розміру основного боргу на момент часу $t=1$. Так, у нашому випадку маємо:

$$Q_k = 144 + 104 + \frac{1}{4}88 - 84 - 64 - 98 = 24 \text{ млн. грн.}$$

3. 3. Одноетапна динамічна модель синхронного інвестиційно-фінансового планування

Одноетапна динамічна модель оптимізації прийняття рішень при синхронному інвестиційно-фінансовому плануванні в якості критерію оптимальності приймає максимум загальної вартості капіталу інвестиційно-фінансової програми. В основу постановки даної задачі покладені умови формування оптимальної інвестиційно-фінансової програми, які відображені в моделі §1 з урахуванням наступних доповнень.

На основі умови ліквідності гарантується фінансова рівновага для всіх запропонованих моментів планового періоду. За умови ліквідності власні засоби підприємства, що виділені під інвестиційну діяльність, повинні бути чітко визначеними. Окрім цього, виробнича програма окремих інвестиційних об'єктів вимагає, аби кожен випуск продукції не перевищував обсягу можливого збуту.

Врахування значень вартості капіталу в цільовій функції включає реальність умов моделі вартості капіталу, встановлюючи, наприклад, можливі позитивні сальдо фінансових коштів, які нараховані за розрахунковою відсотковою ставкою. Далі введемо такі додаткові умови:

- 1) всі інвестиційні об'єкти та об'єкти фінансування довільно ділимі і до вказаної верхньої межі можуть бути виконані багаторазово;
- 2) платіжний ряд одиниці і разом з ним вартість капіталу на одиницю при всіх інвестиційних об'єктах не залежить від числа реалізованих одиниць;

3) кількість видів продукції, виробленої певним інвестиційним об'єктом і максимальний обсяг збуту продукції конкретного виду однозначно можна віднести до певного періоду чи моменту часу;

4) розгляду підлягають тільки ті альтернативи, які можна реалізувати до початку планового періоду.

Цільова функція даної задачі представляє собою сумарну вартість двох складових:

$$F = \left[\begin{array}{l} \text{Сумарна вартість капіталу} \\ \text{інвестиційної програми} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{Сумарна вартість капіталу} \\ \text{фінансової програми} \end{array} \right] \rightarrow \max.$$

Запишемо економіко-математичну модель задачі.

Знайти такий розв'язок $x_i \geq 0, y_j \geq 0, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}$, який забезпечить максимальну сумарну вартість інвестиційно-фінансової програми:

$$F = \sum_{i=1}^n c_i x_i + \sum_{j=1}^m q_j y_j \rightarrow \max, \quad (3.9)$$

де i - індекс інвестиційного об'єкта $i = \overline{1, n}$; j - індекс об'єкта фінансування $j = \overline{1, m}$; x_i - змінна, що означає кількість одиниць реалізації i -го інвестиційного об'єкта; y_j - змінна обсягу використання коштів j -го об'єкта фінансування; c_i - вартість капіталу на одиницю реалізації i -го інвестиційного об'єкта; q_j - вартість капіталу використання j -го об'єкта фінансування.

У даній динамічній моделі, на відміну від статичної, платіжні ряди інвестиційних об'єктів і об'єктів фінансування з параметрами a_{it}, b_{jt} задаються у формі від'ємного сальдо платежів. Кількість всіх об'єктів фінансування не повинна бути від'ємною та не перевищувати верхню границю.

Враховуючи введені позначення, побудуємо обмеження задачі, що відображає умову ліквідності. Отримуємо:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{t=0}^T a_{it} x_i + \sum_{j=1}^m \sum_{t=0}^T b_{jt} y_j \leq \sum_{t=0}^T Q_t, \quad (3.10)$$

де t – індекс планового періоду, $t = \overline{0, T}$; a_{it} - нетто-платежі i -го інвестиційного об'єкта в періоді t ; b_{jt} - нетто-платежі j -го об'єкта фінансування в періоді t ; Q_t - власні кошти підприємства в періоді t .

Поряд із цим необхідно враховувати умову виробництва та реалізації продукції, яку можна представити таким обмеженням:

$$\sum_{i \in I_k} d_{ik} \leq D_k, k \in K, \quad (3.11)$$

де k – індекс виду продукції; K - множина видів продукції; d_{ik} - інтенсивність випуску продукції k -го виду одиницею i -го інвестиційного об'єкта; D_k - верхня межа ринку збуту продукції k -го виду; I_k - множина інвестиційних об'єктів, які випускають продукцію k -го виду.

Завершують систему обмежень граничні умови реалізації інвестиційних проектів і об'єктів фінансування:

$$0 \leq x_i \leq N_i, i = \overline{1, n}; 0 \leq y_j \leq B_j, j = \overline{1, m}, \quad (3.12)$$

де N_i – максимальне число реалізацій i -го інвестиційного об'єкта; B_j - ліміт можливого виділення коштів j -тим об'єктом фінансування (максимально можливий розмір кредиту).

Приклад 3.3. Бізнес-план виробничого об'єднання включає в себе розрахунок оптимальної синхронної інвестиційно-фінансової програми для своїх виробничих структур на основі одноетапної динамічної моделі з використанням шести інвестиційних об'єктів (табл. 3.3) та трьох об'єктів фінансування. В якості об'єктів фінансування виступають три види банківських кредитів θ_1 , θ_2 та θ_3 з відповідними обсягами лімітів: 150, 200 та 400 тис. грн. та процентними ставками: 24, 25 та 30 %.

При отриманні кредитів поступлення коштів надходить у повному розмірі на момент часу $t = 0$, а повернення кредитів здійснюється в останній плановий період $t = 4$. Розрахункова відсоткова ставка складає 20 %.

Інвестиційні об'єкти IO_1 , IO_2 та IO_3 спеціалізуються на випуску продукції виду A загальним обсягом 15.2 тис. шт., 30.4 тис. шт. та 20.9 тис. шт.

відповідно, маючи при цьому ринок збуту продукції не більший 150 тис. шт. Інвестиційні об'єкти ІО₄, ІО₅ та ІО₆ випускають продукцію виду В обсягом 12.3 тис. шт, 25.4 тис. шт. та 30 тис. шт. відповідно, маючи при цьому ринок збуту продукції не більший 200 тис. од.

Інвестиційні об'єкти ІО₃ та ІО₆ можуть бути реалізованими відповідно не більше чотирьох і п'яти разів, а ІО₁ та ІО₄ – не менше двох і п'яти разів.

На початку планового періоду ($t = 0$) об'єднання має власні кошти обсягом 200 тис. грн., а кожного наступного періоду вони збільшуються на 50 тис. грн.

Побудувати економіко-математичну модель розрахунку синхронної інвестиційно-фінансової програми та знайти її оптимальний розв'язок.

Розв'язування. Значення грошових потоків для інвестиційних об'єктів у різні періоди часу та розрахункова відсоткова ставка даної задачі співпадають з умовою прикладу 3.1. Ось чому в наших подальших розрахунках скористаємося знайденими значеннями вартості капіталу для відповідних інвестиційних об'єктів.

Таблиця 3.3.

Платіжні нетто-ряди інвестиційних об'єктів і вартість капіталу цих альтернатив

Інвестиційні об'єкти	Нетто-платежі на момент часу, тис. грн.					Вартість капіталу, тис. грн.	Обсяг виробництва, тис. шт.	Вид продукції	Обсяг ринку збуту, тис. шт.
	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$				
ІО ₁	- 80	50	35	40	45	30.83	15.2	А	150
ІО ₂	- 120	60	45	40	55	10.92	30.4		
ІО ₃	- 60	30	35	25	40	28.28	20.9		
ІО ₄	- 90	50	45	50	30	26.33	12.3	В	200
ІО ₅	- 110	60	30	40	50	8.09	25.4		
ІО ₆	- 40	20	25	15	30	17.18	30.0		

Вартість капіталу для об'єктів фінансування $ОФ_1$, $ОФ_2$ та $ОФ_3$ знаходимо з урахуванням їхніх кредитних процентних ставок. Оскільки поступлення коштів проводиться на момент часу $t = 0$, а розрахунок за кредити здійснюється в момент часу $t = 4$ за ставками 24, 25 та 30 %, то для визначення вартості капіталу використання одиниці об'єктів фінансування скористаємося формулою:

$$q_j = \left[1 - \left(\frac{100 + p_j}{100} \right)^t \cdot \left(\frac{100 + r}{100} \right)^{-t} \right], j = \overline{1, m}, \quad (3.13)$$

де p_j – відсоткова ставка за j -м кредитом, r – розрахункова відсоткова ставка.

Звідси маємо:

$$q_1 = 1 - 1.24^4 \cdot 1.2^{-4} = -0.1401;$$

$$q_2 = 1 - 1.25^4 \cdot 1.2^{-4} = -0.1774;$$

$$q_3 = 1 - 1.30^4 \cdot 1.2^{-4} = -0.3773.$$

Переходимо до побудови числової економіко-математичної моделі задачі.

Невідомими величинами задачі будуть: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ – кількість одиниць реалізації відповідного інвестиційного об'єкта; y_1, y_2, y_3 – обсяги використання кредитів відповідних об'єктів фінансування.

Запишемо цільову функцію:

$$F = 30.83x_1 + 10.92x_2 + 28.28x_3 + 26.33x_4 + 8.09x_5 + 17.18x_6 - 0.1401y_1 - 0.1774y_2 - 0.3773y_3 \rightarrow \max.$$

Основу системи обмежень складають умови ліквідності для кожного планового періоду.

Сформуємо для загального випадку умову ліквідності для періоду $t = 0$:

$$a_{10}x_1 + a_{20}x_2 + \dots + a_{60}x_6 + b_{10}y_1 + b_{20}y_2 + b_{30}y_3 \leq Q_0,$$

де a_{i0} – від'ємне сальдо платежів i -го інвестиційного об'єкта на момент часу $t = 0$; b_{j0} – додатне сальдо платежів об'єктів фінансування ($b_{10} = b_{20} = b_{30} = -1$, оскільки всі три об'єкти $ОФ_1, ОФ_2$ та $ОФ_3$ на момент часу $t = 0$ забезпечують поступлення платежів).

У нашому випадку маємо:

$$t=0: 80x_1 + 120x_2 + 60x_3 + 90x_4 + 110x_5 + 40x_6 - y_1 - y_2 - y_3 \leq 200;$$

$$t=1: (0 - 50)x_1 + (20 - 60)x_2 + (60 - 30)x_3 + (0 - 50)x_4 + (10 - 60)x_5 + (40 - 20)x_6 - y_1 - y_2 - y_3 \leq 200 + 50;$$

$$t=2: -5x_1 + 15x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 20x_5 - 5x_6 - y_1 - y_2 - y_3 \leq 300;$$

$$t=3: -45x_1 - 25x_2 - 30x_3 - 55x_4 - 20x_5 - 20x_6 - y_1 - y_2 - y_3 \leq 350;$$

$$t=4: -90x_1 - 80x_2 - 70x_3 - 85x_4 - 70x_5 - 50x_6 - y_1 - y_2 - y_3 \leq 400.$$

Далі записуємо числові обмеження відносно виробництва та умов ринку збуту:

$$\text{продукції А: } 15.2x_1 + 30.4x_2 + 20.9x_3 \leq 150;$$

$$\text{продукції В: } 12.3x_4 + 25.4x_5 + 30.0x_6 \leq 200.$$

Граничні умови реалізації інвестиційно-фінансових проектів приймуть наступний вигляд:

$$IO_1: x_1 \geq 2; \quad IO_3: x_3 \leq 4;$$

$$IO_4: x_4 \geq 5; \quad IO_6: x_6 \leq 5.$$

$$OF_1: y_1 \leq 150; \quad OF_2: y_2 \leq 200; \quad OF_3: y_3 \leq 400.$$

Розв'язавши побудовану числову економіко-математичну модель, ми отримали таку оптимальну інвестиційно-фінансову програму:

$$x_1 = 2.0; \quad x_3 = 4.0; \quad x_5 = 0;$$

$$x_2 = 0; \quad x_4 = 5.0; \quad x_6 = 2.5;$$

$$y_1 = 150; \quad y_2 = 200; \quad y_3 = 400.$$

$$F_{max} = 141,345.$$

Отже, оптимальне значення інвестиційно-фінансової програми відповідає максимальній вартості капіталу, рівній 141.345 тис. грн.

3. 4. Багатоетапна динамічна модель синхронного інвестиційно-фінансового планування

Інвестиційні та фінансові проекти можуть бути реалізованими в різні моменти часу. При цьому цільова функція буде відображати максимум

кінцевої вартості майна інвестиційної та фінансової програм. Отримане перед завершенням планового періоду позитивне сальдо фінансових коштів може бути інвестованим на певний період у формі короткотермінових фінансових інвестицій під конкретний інвестиційний проект у необмеженому обсязі. Отже, в даній моделі, на відміну від одноетапної, розрахункова процентна ставка не є потрібною. Тут припускаємо, що в умовах ліквідності поступлення платежів і виплати розглядаються в певний момент часу, а інвестиційні фінансування при цьому можуть реалізовуватися декілька разів; інвестиційні об'єкти, як правило є неподільними, а платіжні ряди інвестиційних об'єктів і об'єктів фінансування не залежать від степені їх реалізації.

Цільову функцію багатоетапної динамічної моделі можна сформулювати двома способами:

а) як функцію кінцевої вартості майна F_T , яка представляє собою позитивне сальдо у завершальний плановий період T ($t = T$):

$$F_T = W_t - \sum_{i=1}^n a_{it} \cdot x_i + \sum_{j=1}^m b_{jt} \cdot y_j + (1+h) Z_{t-1} \rightarrow \max, \quad (3.14)$$

де t - індекс планового періоду, $t = \overline{1, T}$; i - індекс інвестиційного об'єкта, $i = \overline{1, n}$; j - індекс об'єкту фінансування, $j = \overline{1, m}$; a_{it} - нетто-платежі для i -го інвестиційного об'єкта на момент часу t ; b_{jt} - нетто-платежі для одиниці j -го об'єкта фінансування на момент часу t ; x_i - кількість одиниць реалізації i -го інвестиційного об'єкта; y_j - обсяг використання коштів j -го об'єкта фінансування; W_t - власні засоби на період t ; $\sum_{i=1}^n a_{it} x_i + \sum_{j=1}^m b_{jt} y_j$ - від'ємне сальдо платежів інвестиційних об'єктів і об'єктів фінансування; Z_t - обсяг реалізації короткотермінових фінансових інвестицій на момент часу t ; $(1+h) Z_{t-1}$ - ревальвовані короткотермінові фінансові інвестиції попереднього періоду t ; h - процентна ставка короткотермінових фінансових інвестицій;

б) якщо позитивне сальдо на інші моменти часу формується у вигляді короткотермінових фінансових інвестицій, то кінцева вартість майна

інтерпретується як гіпотетична (очікувана) короткотермінова фінансова інвестиція. Враховуючи відповідну змінну Z_t , цільову функцію записуємо у такому вигляді.

Знайти такий розв'язок $x_i \geq 0, y_j \geq 0, Z_t \geq 0, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}, t = \overline{1, T}$, який забезпечить максимум функції: $Z_T \rightarrow \max$, при виконанні наступних умов:

1) умова ліквідності на момент часу $t = 0$

$$\sum_{i=1}^n a_{i0} x_i + \sum_{j=1}^m b_{j0} y_j + Z_0 = W_0 \quad (3.15)$$

$$\left[\begin{array}{c} \text{Від'ємне сальдо} \\ \text{платежів ІО} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} \text{Від'ємне сальдо} \\ \text{платежів ІО} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} \text{Короткотермінові} \\ \text{фінансові інвестиції} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{Власні} \\ \text{кошти} \end{array} \right]$$

2) умова ліквідності в довільний інший момент часу $t = \overline{1, T}$

$$\sum_{i=1}^n a_{it} x_i + \sum_{j=1}^m b_{jt} y_j + Z_t - (1+h) Z_{t-1} = W_t; \quad (3.16)$$

3) умови реалізації проектів

$$0 \leq x_i \leq Q_i; 0 \leq y_j \leq \theta_j; Z_t \geq 0, \quad (3.17)$$

де Q_i – максимальне число можливої реалізації i -го інвестиційного об'єкту; θ_j – ліміт грошових коштів j -го об'єкта фінансування.

Приклад 3.4. Бізнес-план акціонерного товариства включає в себе розрахунок оптимальної синхронної інвестиційно-фінансової програми для своїх виробничих структур на основі багатоетапної динамічної моделі з використанням дев'яти інвестиційних об'єктів і чотирьох об'єктів фінансування (табл. 3.4).

Платіжні нетто-ряди для інвестиційних об'єктів та об'єктів фінансування

Інвестиційні об'єкти та об'єкти фінансування	Нетто-платежі на момент часу, тис. грн.					Обсяг виробництва, тис. шт.	Вид продукції	Обсяг ринку збуту, тис. шт.
	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$			
ІО ₁	- 80	50	35	40	45	15.2	А	55
ІО ₂	- 120	60	45	40	55	30.4		
ІО ₃	- 60	30	35	25	40	20.9		
ІО ₄	- 90	50	45	50	30	12.3	В	120
ІО ₅	- 110	60	40	40	50	25.4		
ІО ₆	- 40	20	25	15	30	30.0		
ІО ₇	0	-100	40	20	25	21.3	С	180
ІО ₈	0	-90	30	40	20	12.5		
ІО ₉	-	-	-80	50	60	10.4		
ОФ ₁	1	-	-	-	-1.574			
ОФ ₂	1	-	-	-	-1.749			
ОФ ₃		1	-	-	-1.643			
ОФ ₄		1	-	-	-1.8106			

В якості об'єктів фінансування виступає чотири види кредитів у відповідний момент часу: $t = 0$ (ОФ₁, ОФ₂) та $t = 1$ (ОФ₃, ОФ₄). Верхні межі можливих кредитів відповідно становлять 200, 150, 250 та 400 тис. грн.

Інвестиційні об'єкти ІО₁, ІО₂ та ІО₃ спеціалізуються на випуску продукції виду А загальним обсягом 15.2, 30.4 та 20.9 тис. шт. відповідно, маючи при цьому ринок збуту не менший, ніж 55 тис. шт. Інвестиційні об'єкти ІО₄, ІО₅ та ІО₆ випускають продукцію виду В загальним обсягом 12.3, 25.4 та 30 тис. шт. відповідно, маючи ринок збуту не менший 120 тис. шт. Інвестиційні об'єкти ІО₇, ІО₈ та ІО₉ випускають продукцію виду С загальним обсягом 21.3, 12.5 та 10.4 тис. шт. відповідно, маючи ринок збуту не менший 180 тис. шт.

Інвестиційні об'єкти IO_1, IO_6 та IO_9 можуть бути реалізованими не більше двох разів, а IO_7 - не більше трьох.

Початкові власні грошові кошти складають 200 тис. грн., а на наступні періоди акціонерне товариство виділяє на інвестиційну діяльність по 50 тис. грн.

Процентна ставка короткотермінових фінансових інвестицій на один період становить 10 %.

Необхідно розрахувати оптимальну інвестиційно-фінансову програму методом синхронного планування з допомогою багатоетапної динамічної моделі.

Розв'язування. Для побудови числової економіко-математичної моделі вводимо наступні невідомі величини: x_1, x_2, \dots, x_9 – кількість одиниць реалізації відповідного інвестиційного об'єкта; y_1, y_2, \dots, y_4 – обсяги використання кредитів відповідних об'єктів фінансування; Z_0, Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 – обсяги реалізації короткотермінових фінансових інвестицій у відповідні періоди.

Знайдемо вартість капіталу для об'єктів фінансування з урахуванням їхніх кредитних відсоткових ставок і періодів видачі:

$$b_{jt} = \left(+ r_j \right)^t; t = 4, j = 1, 2; t = 2, j = 3, 4.$$

Отримуємо:

$$b_{14} = \left(+ 0.12 \right)^4 = 1.574; b_{24} = \left(+ 0.15 \right)^4 = 1.749;$$

$$b_{34} = \left(+ 0.18 \right)^4 = 1.643; b_{44} = \left(+ 0.16 \right)^4 = 1.8106.$$

У даній задачі цільова функція набуде виду:

$$\max Z_4.$$

Система обмежень буде представлена такими умовами.

I. Умови ліквідності у відповідний момент часу:

$$t = 0: 80x_1 + 120x_2 + 60x_3 + 90x_4 + 110x_5 + 40x_6 - y_1 - y_2 - y_3 = 200;$$

$$t = 1: -50x_1 - 60x_2 - 30x_3 - 50x_4 - 60x_5 - 20x_6 + 100x_7 + 90x_8 - y_3 - y_4 - 1.1Z_0 + Z_1 = 50;$$

$$\mathbf{t} = \mathbf{2} : -35x_1 - 45x_2 - 35x_3 - 45x_4 - 40x_5 - 25x_6 - 40x_7 - \\ - 30x_8 + 80x_9 - 1.1Z_1 - Z_2 = 50;$$

$$\mathbf{t} = \mathbf{3} : -40x_1 - 40x_2 - 25x_3 - 50x_4 - 40x_5 - 15x_6 - 20x_7 - 40x_8 - \\ - 50x_9 - 1.1Z_2 + Z_3 = 50;$$

$$\mathbf{t} = \mathbf{4} : -45x_1 - 55x_2 - 40x_3 - 30x_4 - 50x_5 - 30x_6 - 25x_7 - 20x_8 - \\ - 60x_9 + 1.574y_1 + 1.749y_2 + 11.643y_3 + 1.8106y_4 - 1.1Z_3 + Z_4 = 50.$$

II. Умова ринкового попиту відповідного виду продукції:

$$\mathbf{A} : 15.2x_1 + 30.4x_2 + 20.9x_3 \geq 55;$$

$$\mathbf{B} : 12.3x_4 + 25.4x_5 + 30x_6 \geq 120;$$

$$\mathbf{C} : 21.3x_7 + 12.5x_8 + 10.4x_9 \geq 180.$$

III. Граничні умови стосовно використання відповідних об'єктів фінансування:

$$y_1 \leq 200; y_2 \leq 150; y_3 \leq 250; y_4 \leq 400.$$

IV. Граничні умови стосовно реалізації відповідних інвестиційних об'єктів:

$$x_1 \leq 2; x_6 \leq 2; x_7 \leq 3; x_9 \leq 2.$$

Розв'язок побудованої числової моделі:

$$x_1 = 0; x_7 = 3.0; y_4 = 400;$$

$$x_2 = 0; x_8 = 7.62; Z_0 = 0;$$

$$x_3 = 2.63; x_9 = 2.0; Z_1 = 0;$$

$$x_4 = 1.42; y_1 = 200; Z_2 = 491.78;$$

$$x_5 = 1.67; y_2 = 150; Z_3 = 1289.78;$$

$$x_6 = 2.0; y_3 = 2445.68; Z_4 = 502.6389.$$

3. 5. Модель алгоритму змішаного фінансування та кредитування інвестиційних проектів

Розглянемо модель алгоритму змішаного фінансування та кредитування інвестиційних проектів. Для визначеності приймаємо, що нам задано n типів регіональних проектів (соціального захисту, охорони навколишнього

середовища, будівництва доріг, охорони здоров'я і т.і.), для реалізації яких необхідно залучити кошти приватних фірм і компаній. Проте, проекти можуть бути економічно не вигідними для приватних фірм, оскільки віддача від них (ефект на одиницю вкладених коштів) менша від одиниці. Позначимо через i - індекс фірми, котра приймає участь в інвестиційних процесах, $i = \overline{1, n}$. Нехай ефект від проектів на одиницю вкладених коштів для i -ої фірми складає a_i $a_i < 1, i = \overline{1, n}$ [3].

Регіональний бюджет обмежений і очевидно недостатній для реалізації числа проектів. Але приватні фірми не проти отримати бюджетні кошти чи пільговий кредит. Ідея змішаного фінансування полягає в тому, що бюджетні кошти або пільговий кредит видається при умові, що фірма зобов'язується виділити на проект і свої фінансові ресурси. Як правило, на практиці фіксується лише частка коштів, яку має забезпечити фірма. Така жорстка фіксація бюджетних коштів має свої негативні сторони. Якщо ця частка мала, то незначним буде й обсяг приватних коштів, а якщо велика, то, по-перше, бажаючих вкласти власні кошти буде багато, а, по-друге, зменшується ефективність використання самих бюджетних коштів.

Розглянемо модель алгоритму змішаного фінансування з урахуванням параметра величини частки бюджетного фінансування. Припустимо, що n фірм є потенційними інвесторами програми соціального розвитку регіону. Нам відомий розмір коштів централізованого фонду соціального розвитку певного регіону. Кожна фірма пропонує для включення в програму соціального розвитку проекти, сумарне фінансування котрих складає S_i . Ці проекти піддаються експертизі, яка визначає соціальну вигідність кожного як функцію корисності f_i f_i . Окрім соціальної вигідності, запропонований фірмою пакет проектів має економічну вигідність ϕ_i ϕ_i для самої фірми. На основі заявок фірм і враховуючи розмір бюджетних коштів (K) i -ій фірмі виділяється на фінансування проектів x_i грошей, (як правило $x_i \leq S_i$). Процедура $x_i = \Pi_i$ $x_i, i = \overline{1, n}$ називається механізмом змішаного фінансування. Справа в

тім, що недостачу коштів у розмірі $y_i = S_i - x_i$ фірма зобов'язується забезпечити за власний рахунок. Таким чином, економічні інтереси i -ої фірми можна описати наступним виразом:

$$Z_i(S_i, x_i) = \varphi_i(S_i) - y_i = \varphi_i(S_i) - (S_i - x_i), i = \overline{1, n}, \quad (3.18)$$

де $\varphi_i(S_i)$ – дохід i -ої фірми (за умови, що фірма бере кредит у банку розміром y_i , враховується відсоток за кредит); Z_i – чистий дохід i -ої фірми. Завданням центру є розробка такого фінансового механізму $\Pi(S)$, який забезпечив би максимальний соціальний ефект для регіону:

$$\Phi = \sum_{i=1}^n f_i(S_i^*) \rightarrow \max \text{ або } Z = \sum_{i=1}^n Z_i(S_i, x_i) \rightarrow \max,$$

де $S^* = S_i^*$ – рівновагові стратегії i -ої фірми (точка Нешу відповідної гри).

Розглянемо лінійний випадок нашої задачі. Нехай

$$\varphi_i(S_i) = a_i S_i, f_i(S_i) = b_i S_i, 0 < a_i < 1, b_i > 0, i = \overline{1, n}.$$

Зробимо аналіз фінансового механізму прямих пріоритетів:

$$x_i(S) = \frac{l_i S_i}{\sum_{i=1}^n l_i S_i} \cdot K, i = \overline{1, n}, \quad (3.19)$$

де l_i – пріоритет i -ої фірми, $S = (S_1, \dots, S_n)$; K – ліміти бюджетних коштів. Приймаємо $K = 1$. Зауважимо, що в даному випадку може мати місце $x_i(S) > S_i$ (фірма отримує більше коштів, ніж заявила). Будемо вважати, що для такого випадку різниця $x_i(S) - S_i$ залишиться фірмі.

Визначаємо умову рівноваги Нешу. Для цього підставимо (3.19) у (3.18) і знайдемо максимум функції:

$$Z_i(S) = a_i S_i - \left(S_i - \frac{l_i S_i}{L(S)} \right) = \frac{l_i S_i}{L(S)} - (1 - a_i) S_i, i = \overline{1, n},$$

де $L(S) = \sum_{i=1}^n l_i S_i$. Знайдемо часткову похідну функції $Z(S)$ і прирівняємо її до

нуля:

$$\frac{\partial Z}{\partial S_i} = \frac{\partial}{\partial S_i} \left[\frac{l_i S_i}{L} - a_i \right] = \frac{l_i L}{L^2} - a_i = 0;$$

$$\frac{l_i L}{L^2} = a_i; \quad \frac{l_i L}{L^2} = a_i;$$

$$\frac{L}{L^2} = \frac{1 - a_i}{l_i}; \quad L = \frac{1 - a_i}{l_i} L^2, \quad i = \overline{1, n}.$$

Нехай $\frac{1 - a_i}{l_i} = q_i$. Тоді отримаємо:

$$l_i S_i = L [1 - q_i L] = \overline{1, n}.$$

З умови, що $L = \sum_{i=1}^n l_i S_i$ маємо:

$$\sum_{i=1}^n L [1 - q_i L] = L;$$

$$L \sum_{i=1}^n [1 - q_i L] = L; \quad \sum_{i=1}^n [1 - q_i L] = 1;$$

$$n - L \sum_{i=1}^n q_i = 1; \quad L \sum_{i=1}^n q_i = n - 1.$$

Покладемо $\sum_{i=1}^n q_i = Q$, тоді $L = \frac{n-1}{Q}$, де S^* - оптимальне значення.

Урахувавши, що $l_i S_i = L [1 - q_i L]$, маємо:

$$l_i S_i^* = L [1 - q_i L] = \overline{1, n}. \quad (3.20)$$

При цьому має виконуватися умова

$$S_i^* \geq 0 \text{ або } 1 - \frac{q_i (n-1)}{Q} > 0; \quad \frac{q_i (n-1)}{Q} < 1; \quad \frac{q_i}{Q} < \frac{1}{1-n}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (3.21)$$

Якщо умова (3.21) не виконується, то відповідні фірми вибувають із складу претендентів. Для нових значень Q та n слід повторити обчислення. Якщо при цьому з'являться нові фірми, для яких не виконається (3.21), то вони теж вибувають і т.д.

За скінчене число кроків буде отримана умова рівноваги, тобто для фірм, які залишилися, виконується (3.21). Нехай фірми впорядковані за зростанням q_i ,

тобто має місце $q_1 \leq q_2 \leq \dots \leq q_n$. Для визначення числа фірм-претендентів для участі в соціальних програмах розвитку регіону необхідно знайти максимальне значення k таке, що задовільняє нерівність:

$$q_i < \frac{Q_k}{1-k}, i = \overline{1, k}, \text{ де } Q_k = \sum_{i=1}^k q_i. \quad (3.22)$$

Приклад 3.5. Десять фірм приймають участь у конкурсі на право бути учасником програми змішаного фінансування. Ліміт бюджетних коштів складає $K = 1$. Величини ефективності інвестиційних проектів на одиницю вкладених коштів (a_i) для кожної фірми та рівень пріоритетів фірм (l_i) подані в табл. 3.5.

Таблиця 3.5.

Ефективність інвестиційних проектів

Параметри	Фірми									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ефективність (a_i)	0.9	0.7	0.3	0.4	0.37	0.28	0.1	0.67	0.22	0.48
Пріоритет (l_i)	1	1.2	2	1.5	1.4	1.6	1.8	0.6	1.3	0.8
q_i	0.1	0.25	0.35	0.4	0.45	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65

Необхідно розрахувати оптимальну стратегію участі фірм у фінансуванні інвестиційних проектів.

Розв'язування. Знаходимо для кожної фірми значення параметра $q_i = \frac{1-a_i}{l_i}$ і заносимо його в табл.3.5. У даній таблиці фірми представлені за зростанням параметра q_i .

В основу алгоритму процедури визначення числа фірм-претендентів для участі в інвестиційних проектах покладемо формулу (3.22).

Перевіримо виконання даної нерівності для заданої сукупності отриманих значень q_i .

При $k = 2$ маємо: $\frac{q_1 + q_2}{2-1} = \frac{0.1 + 0.25}{1} = 0.35; 0.35 > q_2 = 0.25$. Отже, нерівність (3.22) виконується.

При $k = 3$ маємо:

$$\frac{q_1 + q_2 + q_3}{2} = \frac{0.1 + 0.25 + 0.35}{2} = 0.35; 0.35 = q_3 = 0.35. Q = 0.35 = \frac{7}{20}.$$

Для даного випадку нерівність (3.22) не виконується. Звідси, максимальне значення $k = 3$.

Таким чином, претендентами на участь у програмі за схемою змішаного фінансування є перших дві фірми.

Якщо покласти, що $b_i = l_i$ для всіх фірм, то сумарний ефект від інвестиційної програми складе (рівень капіталу $K = 1$):

$$L^* = \frac{n-1}{Q} = \frac{1}{7/20} = \frac{20}{7} = 2\frac{6}{7}.$$

Використовуючи формулу (3.20), знайдемо значення S_1^* та S_2^* :

$$S_1^* = \frac{1}{1 \cdot 7/20} \left[1 - \frac{0.1 \cdot 1}{7/20} \right] = 2\frac{2}{49};$$

$$S_2^* = \frac{1}{1.2 \cdot 7/20} \left[1 - \frac{0.25 \cdot 1}{7/20} \right] = \frac{100}{147}.$$

Тоді сумарне фінансування інвестиційної програми регіону становить:

$$S^* = S_1^* + S_2^* = \frac{100}{49} + \frac{100}{147} = 2\frac{106}{147} \approx 2.72.$$

Отже, фінансування інвестиційної програми у 2.72 рази перевищує бюджетні кошти. Оптимальними стратегіями перших двох фірм відповідно будуть:

$$S^* = \left\{ \frac{100}{49}; \frac{100}{147} \right\}.$$

У розглянутому вище алгоритмі ми прийняли додаткову умову: $l_i = b_i, i = \overline{1, n}$. Поставимо перед собою нову задачу відносно визначення процедури прямих пріоритетів, яка б забезпечила максимум соціального ефекту. Необхідно визначити пріоритети $l_i, i = \overline{1, n}$ таким чином, щоби сумарний ефект інвестиційної програми був максимальним.

Дана задача зводиться до визначення таких значень $K \geq 0, i = \overline{1, n}$, які забезпечать максимум виразу

$$\Phi = \sum_{i=1}^n b_i S_i^* = \sum_{i=1}^n \frac{b_i (K-1) K}{l_i Q} \left[1 - \frac{(K-1) \bar{q}_i}{Q} \right] \rightarrow \max. \quad (3.23)$$

Виконаємо наступну заміну в (3.29):

$$l_i = \frac{(K-1) \bar{q}_i}{q_i}, \frac{q_i}{Q} = \alpha_i, P_i = \frac{(K-1) \bar{q}_i}{b_i}.$$

Отримуємо:

$$\begin{aligned} \Phi &= \sum_{i=1}^n \frac{b_i (K-1) K q_i}{(K-1) \bar{q}_i Q} \left[1 - \frac{(K-1) \bar{q}_i}{Q} \right] = \sum_{i=1}^n \frac{(K-1) K q_i}{P_i Q} \left[1 - \frac{(K-1) \bar{q}_i}{Q} \right] = \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{(K-1) K \alpha_i}{P_i} \left[1 - \frac{(K-1) \bar{q}_i}{Q} \right] = \sum_{i=1}^n \frac{(K-1) \bar{q}_i}{P_i} \left[1 - \frac{(K-1) \bar{q}_i}{Q} \right] \text{ при } K=1. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Нам необхідно знайти такі $\left\{ \alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1 \right\}$, при яких (3.24) досягає максимуму.

Побудуємо функцію Лагранжа:

$$\begin{aligned} L(K, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) &= \Phi(K, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) - \lambda \left(\sum_{i=1}^n \alpha_i - 1 \right) = \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{(K-1) \bar{q}_i}{P_i} \left[1 - \frac{(K-1) \bar{q}_i}{Q} \right] - \lambda \left(\sum_{i=1}^n \alpha_i - 1 \right), \end{aligned} \quad (3.25)$$

де λ – множник Лагранжа, $\lambda < 0$.

Знаходимо оптимальні значення α_i та λ , розв'язуючи систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial \alpha_i} = 0, & i = \overline{1, n}. \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \end{cases} \quad (3.26)$$

Отримуємо:

$$\begin{cases} \frac{n-1}{P_i} \left[1 - 2 \frac{(K-1) \bar{q}_i}{Q} \right] - \lambda = 0, & i = \overline{1, n}. \\ - \sum_{i=1}^n \alpha_i + 1 = 0 \end{cases} \quad (3.27)$$

Розв'язком системи (3.27) буде:

$$\alpha_i^* = \frac{1 + \sqrt{4 - 2\beta_i}}{2(\sqrt{4 - 2\beta_i} - 1)}, \text{ де } \beta_i = \frac{P_i}{\sum_{i=1}^n P_i}, i = \overline{1, n}. \quad (3.28)$$

Тоді оптимальне значення пріоритетів буде:

$$l_i^{\text{оп}} = \frac{1 - a_i}{\alpha_i^*}, i = \overline{1, n}. \quad (3.29)$$

Аналізуючи формулу (3.29), бачимо, що у випадку участі в інвестиційній програмі двох фірм маємо $\alpha_1^* = \alpha_2^* = \frac{1}{2}$. Звідси: $l_i^{\text{оп}} = 2(1 - a_i), i = \overline{1, 2}$.

Тобто, величина оптимальних пріоритетів не залежить від коефіцієнтів при функціях соціального ефекту.

Використання процедури оптимальних пріоритетів може призвести до зміни числа фірм-претендентів на участь в інвестиційній програмі. Ось чому представляє інтерес дослідження варіантів ефективності залучення до інвестиційної програми трьох і більше фірм.

3. 6. Модель оптимізації інвестиційної діяльності акціонерного товариства

Акціонерне товариство (АТ) на перспективу планує придбати нове обладнання для виробництва продукції, вартість якого становить Q млн. грн. У відповідності з укладеним договором дану суму необхідно сплатити протягом T місяців. Позначимо через t – індекс відповідного планового періоду (місяць), $t = \overline{1, T}$. Відрахування за придбане обладнання у періоді t складає згідно договору q_t млн. грн.

Для повного розрахунку та дотримання договірних умов АТ планує створити цільовий фонд, призначений для інвестиційної діяльності. Оскільки інвестиційна діяльність дасть додатковий прибуток до моменту розрахунку за придбане обладнання, відкладати слід не всю суму вартості Q , а значно меншу.

Яку саме, залежить від наявних фінансових можливостей та оптимальної організації інвестиційного процесу. АТ прогнозує зосередити свою інвестиційну діяльність на n проектах використання фінансових ресурсів цільового фонду. Позначимо через i – індекс інвестиційного проекту ($i = \overline{1, n}$). Нам відомі кількісні характеристики відповідних інвестиційних проектів: h_i - тривалість i -го інвестиційного проекту (місяць); p_i - відсоток за кредит для i -го проекту; R_i – індекс ризику i -го проекту. Крім цього, керівництво АТ ставить перед собою три основних мети:

1) при даних можливостях інвестування та затвердженого графіку виплат необхідно розрахувати прогнозну стратегію, що буде мінімізувати необхідну початкову суму грошових коштів, які АТ направлятиме на оплату за обладнання відповідно до умов договору;

2) при розробці оптимальної фінансової стратегії середній індекс ризику інвестиційних фондів протягом кожного місяця не повинен перевищувати R ;

3) на початок кожного місяця (після того, як зроблені нові інвестиції) середня тривалість погашення інвестиційних фондів не повинна перевищувати h місяців.

Для побудови формалізованої моделі даної задачі введемо такі додаткові позначення:

(α_{it}) - вектор, який відображає процес вкладення коштів в i -тий проект у періоді t , або його відсутність

$$\alpha_{it} = \begin{cases} 1, & \text{якщо здійснено вкладення в } i\text{-тий проект у періоді } t; \\ 0, & \text{якщо вкладення відсутні в } i\text{-тий проект у періоді } t; \end{cases}$$

(a_{it}) - вектор, який з допомогою величин R_i відображає числове значення індексів ризику i -го проекту, наявних у періоді t

$$a_{it} = \begin{cases} R_i, & \text{якщо проект } i \text{ діє у періоді } t; \\ 0, & \text{якщо проект } i \text{ відсутній у періоді } t; \end{cases}$$

(b_{it}) – вектор, який з допомогою величин h_i моделює реальну тривалість i -го інвестиційного проекту у періоді t з врахуванням початку його реалізації

$$b_{it} = \begin{cases} h_i(t), & \text{якщо проект } i \text{ діє у періоді } t; \\ 0, & \text{якщо проект } i \text{ відсутній у періоді } t; \end{cases}$$

де $h_i(t)$ - фактична тривалість i -го проекту для періоду t ;

(α_{it}^*) - вектор, який показує величину повернення грошових коштів від i -го проекту у періоді t з урахуванням процентної ставки за кредит

$$\alpha_{it}^* = \begin{cases} \frac{100 + P_i \%}{100\%}, & \text{якщо повернення від } i\text{-го проекту відбувається у періоді } t; \\ 0, & \text{якщо повернення від } i\text{-го проекту відсутнє у періоді } t; \end{cases}$$

(β_{it}) - вектор, який показує наявність або відсутність i -го інвестиційного проекту у періоді t

$$\beta_{it} = \begin{cases} 1, & \text{якщо } i\text{-тий проект діє у періоді } t; \\ 0, & \text{якщо } i\text{-тий проект відсутній у періоді } t; \end{cases}$$

Невідомими змінними даної задачі будуть: x - початкова сума наявних фінансових ресурсів; x_{it} - обсяг фінансових ресурсів, направлених в i -тий інвестиційний проект на початок періоду t .

Враховуючи введені позначення, математична модель задачі оптимізації інвестиційної діяльності АТ набуде вигляду.

Знайти мінімальну початкову суму необхідних фінансових ресурсів, яка забезпечить виконання договірних зобов'язань, тобто

$$x \rightarrow \min$$

при виконанні наступних умов:

1) балансове обмеження відносно структури інвестицій для початкового періоду:

$$\sum_{i=1}^n \alpha_{it} \cdot x_{it} = x, t = 1; \quad (3.30)$$

2) балансові обмеження відносно структури інвестицій для наступних періодів:

$$\sum_{i=1}^n \alpha_{it}^* \cdot x_{i\tau_i} = \sum_{i=1}^n \alpha_{it} x_{it} + q_t, t = \overline{2, T}, \tau_i \in M_{\tau}, \quad (3.31)$$

де τ - період, у якому відбулося вкладення в i -тий проект; M_τ - множина попередніх періодів τ_i , в яких були здійснені вкладення в i -тий інвестиційний проект, а повернення коштів відбувається в період t , $M_\tau \subset \overline{1, T}; \tau_i < t$;

3) обмеження на середній ризик проектів для кожного періоду:

$$\frac{\sum_{i=1}^n a_{it} x_{it}}{\sum_{i=1}^n \beta_{it} x_{it}} \leq R, t = \overline{1, T}; \quad (3.32)$$

4) обмеження на середній термін погашення інвестиційного фонду для кожного періоду:

$$\frac{\sum_{i=1}^n b_{it} x_{it}}{\sum_{i=1}^n \beta_{it} x_{it}} \leq h, t = \overline{1, T}; \quad (3.33)$$

5) по невід'ємності змінних:

$$x \geq 0, x_{it} \geq 0, i = \overline{1, n}, t = \overline{1, T}. \quad (3.34)$$

Приклад 3.6. Акціонерне товариство закритого типу заключило договір на придбання нового обладнання для виробництва продукції загальною вартістю 900 млн. грн.

У відповідності до укладеного договору 300 млн. грн. в якості авансу необхідно виплатити через три місяці, а решту суми – через вісім місяців, коли встановлять обладнання. Для повного розрахунку та в заданий термін АТ планує створити цільовий фонд, призначений для інвестиційної діяльності. Оскільки інвестиційна діяльність дасть можливість отримати додатковий прибуток до моменту розрахунку за придбане обладнання, відкласти слід не всю суму (900 млн. грн.), а значно меншу. Яку саме, залежить від наявних фінансових можливостей та вмілої організації процесу інвестування. АТ вирішило спрямувати свою інвестиційну діяльність у п'ятьох напрямках (17 можливих варіантів) використання фінансових ресурсів цільового фонду. Схема можливих варіантів інвестиційного процесу приведена у таблиці 3.6.

Можливі варіанти інвестиційного процесу

Напрямок використання інвестицій	Початок реалізації інвестиційних проектів	Тривалість інвестиційних проектів	Відсоток за кредит	Індекс ризику
A	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8	1	20	4
B	1, 3, 5, 7	2	15	6
C	3, 6	3	12	8
D	1, 5	4	10	5
E	1	8	25	3

Основними завданнями при вирішенні даної проблеми є:

а) при даних можливостях інвестування та затвердженого графіку виплат коштів за придбане обладнання необхідно розрахувати прогнозу стратегію діяльності АТ, яка б мінімізувала початкову суму наявних грошових коштів;

б) при розробці оптимальної стратегії середній індекс ризику інвестиційного фонду протягом кожного місяця не повинен перевищувати 8;

в) на початок кожного місяця середня тривалість погашення інвестиційного фонду не повинна перевищувати 3 місяці.

Розв'язування. Відобразимо динаміку можливих вкладень у вигляді такої схеми (табл. 3.7).

Позначимо: $x_{11}, x_{22}, x_{33}, \dots, x_{88}$ – обсяг інвестицій проекту *A* на початок першого, другого, і т.д., восьмого місяця відповідно; $x_{91}, x_{10,3}, x_{11,5}, x_{12,7}$ – обсяг інвестицій проекту *B* на початок першого, третього, п'ятого та сьомого місяця відповідно; $x_{13,3}, x_{14,6}$ – обсяг інвестицій проекту *C* на початок третього та шостого місяця відповідно; $x_{15,1}$ та $x_{16,5}$ – обсяг інвестицій проекту *D* на початок першого та п'ятого місяця відповідно; $x_{17,1}$ – обсяг інвестицій проекту *E* на початок першого місяця; x – обсяг початкових грошових коштів, млн. грн.

Побудуємо числову економіко-математичну модель.

Необхідно знайти $\min x$

при виконанні наступних умов:

1) балансові умови відносно структури інвестиційного фонду на початок кожного місяця:

першого $x = x_{11} + x_{91} + x_{15,1} + x_{17,1}$ або $x - x_{11} - x_{91} - x_{15,1} - x_{17,1} = 0$;

другого $1,2x_{11} = x_{22}$ або $1,2x_{11} - x_{22} = 0$;

третього $1,2x_{22} + 1,15x_{91} = x_{33} + x_{10,3} + x_{13,3} + 300$ або
 $1,2x_{22} + 1,15x_{91} - x_{33} - x_{10,3} - x_{13,3} = 300$;

Таблиця 3.7.

Рух інвестиційних проектів на початок кожного місяця

Варіанти інвестиційних проектів		Можливі вкладення і повернення грошових коштів на початок кожного місяця								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	1 x_{11}	1	→1,2							
	2 x_{22}		1	→1,2						
	3 x_{33}			1	→1,2					
	4 x_{44}				1	→1,2				
	5 x_{55}					1	→1,2			
	6 x_{66}						1	→1,2		
	7 x_{77}							1	→1,2	
	8 x_{88}								1	→1,2
B	1 x_{91}	1	→1,15							
	3 $x_{10,3}$			1	→1,15					
	5 $x_{11,5}$					1	→1,15			
	7 $x_{12,7}$							1	→1,15	
C	3 $x_{13,3}$			1	→1,12					
	6 $x_{14,6}$						1	→1,12		
D	1 $x_{15,1}$	1	→1,1							
	5 $x_{16,5}$					1	→1,1			
E	1 $x_{17,1}$	1								→1,25

четвертого $1,2x_{33} = x_{44}$ або $1,2x_{33} - x_{44} = 0$;

п'ятого $1,2x_{44} + 1,15x_{10,3} + 1,1x_{15,1} = x_{55} + x_{11,5} + x_{16,5}$ або
 $1,2x_{44} + 1,15x_{10,3} + 1,1x_{15,1} - x_{55} - x_{11,5} - x_{16,5} = 0$;

шостого $1,2x_{55} + 1,12x_{13,3} = x_{66} + x_{14,6}$ або $1,2x_{55} + 1,12x_{13,3} - x_{66} - x_{14,6} = 0$;

сьомого $1,2x_{66} + 1,15x_{11,5} = x_{77} + x_{12,7}$ або $1,2x_{66} + 1,15x_{11,5} - x_{77} - x_{12,7} = 0$;

восьмого $1,2x_{77} = x_{88}$ або $1,2x_{77} - x_{88} = 0$;

дев'ятого $1,2x_{88} + 1,15x_{12,7} + 1,12x_{14,6} + 1,1x_{16,5} + 1,25x_{17,1} = 600$;

2) обмеження на середню величину ризику проектів для кожного місяця:

першого $\frac{4x_{11} + 6x_{91} + 5x_{15,1} + 3x_{17,1}}{x_{11} + x_{91} + x_{15,1} + x_{17,1}} \leq 5$ або $-x_{11} + x_{91} - 2x_{17,1} \leq 0$;

другого $\frac{4x_{22} + 6x_{91} + 5x_{15,1} + 3x_{17,1}}{x_{22} + x_{91} + x_{15,1} + x_{17,1}} \leq 5$ або $-x_{22} + x_{91} - 2x_{17,1} \leq 0$;

третього $\frac{4x_{33} + 6x_{10,3} + 8x_{13,3} + 5x_{15,1} + 3x_{17,1}}{x_{33} + x_{10,3} + x_{13,3} + x_{15,1} + x_{17,1}} \leq 5$ або
 $-x_{33} + x_{10,3} + 3x_{13,3} - 2x_{17,1} \leq 0$;

четвертого $\frac{4x_{44} + 6x_{10,3} + 8x_{13,3} + 5x_{15,1} + 3x_{17,1}}{x_{44} + x_{10,3} + x_{13,3} + x_{15,1} + x_{17,1}} \leq 5$ або
 $-x_{44} + x_{10,3} + 3x_{13,3} - 2x_{17,1} \leq 0$;

п'ятого $\frac{4x_{55} + 6x_{10,3} + 8x_{13,3} + 5x_{15,1} + 3x_{17,1}}{x_{55} + x_{10,3} + x_{13,3} + x_{15,1} + x_{17,1}} \leq 5$ або
 $-x_{55} + x_{10,3} + 3x_{13,3} - 2x_{17,1} \leq 0$;

шостого $\frac{4x_{66} + 6x_{11,5} + 8x_{14,6} + 5x_{16,5} + 3x_{17,1}}{x_{66} + x_{11,5} + x_{14,6} + x_{16,5} + x_{17,1}} \leq 5$ або
 $-x_{66} + x_{11,5} + 3x_{14,6} - 2x_{17,1} \leq 0$;

сьомого $\frac{4x_{77} + 6x_{12,7} + 8x_{14,6} + 5x_{16,5} + 3x_{17,1}}{x_{77} + x_{12,7} + x_{14,6} + x_{16,5} + x_{17,1}} \leq 5$ або
 $-x_{77} + x_{12,7} + 3x_{14,6} - 2x_{17,1} \leq 0$;

восьмого $\frac{4x_{88} + 6x_{12,7} + 8x_{14,6} + 5x_{16,5} + 3x_{17,1}}{x_{88} + x_{12,7} + x_{14,6} + x_{16,5} + x_{17,1}} \leq 5$ або
 $-x_{88} + x_{12,7} + 3x_{14,6} - 2x_{17,1} \leq 0$;

3) обмеження на середній термін погашення інвестиційного фонду на кожен місяць:

першого $\frac{x_{11} + 2x_{91} + 4x_{15,1} + 8x_{17,1}}{x_{11} + x_{91} + x_{15,1} + x_{17,1}} \leq 3$ або $-2x_{11} - x_{91} + x_{15,1} + 5x_{17,1} \leq 0$;

другого $\frac{x_{22} + x_{91} + 3x_{15,1} + 7x_{17,1}}{x_{22} + x_{91} + x_{15,1} + x_{17,1}} \leq 3$ або $-2x_{22} - 2x_{91} + 4x_{17,1} \leq 0$;

третього $\frac{x_{33} + 2x_{10,3} + 3x_{13,3} + 2x_{15,1} + 6x_{17,1}}{x_{33} + x_{10,3} + x_{13,3} + x_{15,1} + x_{17,1}} \leq 3$ або $-2x_{33} - x_{10,3} - x_{15,1} + 3x_{17,1} \leq 0$;

четвертого $\frac{x_{44} + x_{10,3} + 2x_{13,3} + x_{15,1} + 5x_{17,1}}{x_{44} + x_{10,3} + x_{13,3} + x_{15,1} + x_{17,1}} \leq 3$ або
 $-2x_{44} - 2x_{10,3} - x_{13,3} - 2x_{15,1} + 2x_{17,1} \leq 0$;

п'ятого $\frac{x_{55} + 2x_{11,5} + x_{13,3} + 4x_{16,5} + 4x_{17,1}}{x_{55} + x_{11,5} + x_{13,3} + x_{16,5} + x_{17,1}} \leq 3$ або
 $-2x_{55} - x_{11,5} - 2x_{13,3} + x_{16,5} + x_{17,1} \leq 0$;

шостого $\frac{x_{66} + x_{11,5} + 3x_{14,6} + 3x_{16,5} + 3x_{17,1}}{x_{66} + x_{11,5} + x_{14,6} + x_{16,5} + x_{17,1}} \leq 3$ або
 $-2x_{66} - 2x_{11,5} \leq 0$;

сьомого $\frac{x_{77} + 2x_{12,7} + 2x_{14,6} + 2x_{16,5} + 2x_{17,1}}{x_{77} + x_{12,7} + x_{14,6} + x_{16,5} + x_{17,1}} \leq 3$ або
 $-2x_{77} - x_{12,7} - x_{14,6} - x_{16,5} - x_{17,1} \leq 0$;

восьмого $\frac{x_{88} + x_{12,7} + x_{14,6} + x_{16,5} + x_{17,1}}{x_{88} + x_{12,7} + x_{14,6} + x_{16,5} + x_{17,1}} \leq 3$ або $1 \leq 3$.

Представимо знайдений оптимальний розв'язок даної задачі у табличній формі (табл.3.8).

Таблиця 3.8.

Оптимальний розв'язок

Варіанти інвестиційних проектів	Динаміка руху грошових потоків, млн.грн. (– вкладення, + повернення)								
	1	2	3	4	5	6	7	8	
А	x_{11}	-347.87	417.45						
	x_{22}		-417.45	500.94					
	x_{33}			-200.94	241.13				
	x_{44}				-241.13	289.35			
	x_{55}					-289.35	347.22		
	x_{66}						-347.22	416.67	
	x_{77}							-416.67	500.0
	x_{88}								500.0

Відповідно до оптимального розв'язку початкова сума грошових коштів повинна становити 347.87 млн.грн. Зрозуміло, що даної суми коштів не

вистачає для разової оплати за придбання нового обладнання. Проте, вміла організація інвестиційного процесу дає можливість здійснити розрахунок відповідно до контракту завдяки інвестиційного проекту А. Використання інших проектів за даних фінансових умов не є ефективним.

Відповідно до схеми грошових потоків інвестиційна діяльність тільки за перших два місяці дає можливість здійснити повернення першої часткової суми та отримати 57,78 % приросту коштів (200.94 млн.грн.) від початкової суми. Отриманий приріст доходу реінвестується в інші проекти з метою повного погашення залишкового боргу в кінцевому періоді інвестиційної діяльності.

3. 7. Моделювання конкурсів інвестиційних проектів

Припустимо, що n проектів конкурують між собою за право отримати інвестиційний фонд компанії.

Введемо наступні позначення: i – індекс інвестиційного проекту ($i = \overline{1, n}$); t – індекс планового періоду ($t = \overline{1, T}$) інвестиційної діяльності. Нам відомі вектори вкладень і ефективності i -го інвестиційного проекту на одиницю вкладень коштів для періоду t , які відповідно становлять

$$d_{ii} = \begin{cases} 1, & \text{якщо в } i\text{-й проект здійснено вкладення у періоді } t; \\ 0, & \text{якщо в } i\text{-й проект вкладення відсутні у періоді } t \end{cases}$$

та

$$q_{ii} = \begin{cases} q_{ii}^*, & \text{якщо від } i\text{-го проекту надходять кошти розміром } q_{ii}^* \text{ у періоді } t \\ 0, & \text{якщо від } i\text{-го проекту відсутнє надходження коштів у періоді } t. \end{cases}$$

Крім цього, компанія має можливість надавати кредити під P_i % річних в обсязі можливого залишку грошових коштів y_t (y_t - змінна, що означає обсяг можливого виділення короткотермінового кредиту в періоді t), які не були вкладені в інвестиційні проекти в t -му періоді. Прибуток, отриманий у результаті інвестиційної діяльності, можна реінвестувати у відповідності до існуючої схеми, основу якої складають значення q_{ii} . Позначимо через α_{ii} та β_{ii} - відповідно нижню та верхню межу можливих обсягів вкладень в i -тий проект у

періоді t . Компанія має можливість виділити для інвестиційної діяльності власні кошти обсягом Q грошових одиниць. Основною невідомою величиною є: x_{it} - обсяг грошових коштів, які виділяються для i -го інвестиційного проекту в періоді t . Мета компанії – отримати максимальну суму грошових коштів в кінцевому періоді інвестиційної діяльності. Враховуючи введені позначення, математична модель задачі набуде вигляду.

Знайти такий розв'язок $x_{it} \geq 0, y_t \geq 0, t = \overline{1, T}; i = \overline{1, n}$, який забезпечить

$$Z = \sum_{i=1}^n q_{ii} \cdot x_{\tau_i i} + \frac{100 + P_{t-1}}{100} \cdot y_{t-1} \rightarrow \max, t = T, \tau_i \in M_{\tau}, \quad (3.35)$$

де індекс τ_i означає період, в якому вклали кошти в i -тий інвестиційний проект; M_{τ} - множина періодів, в яких були здійснені вкладення в i -тий інвестиційний проект, а повернення коштів відбувається в періоді $t \in \overline{\tau_i + 1, T - 1}; \tau_i < t$, при виконанні наступних умов:

1) за граничним обсягом вкладень у відповідні проекти

$$\alpha_{ii} \leq x_{it} \leq \beta_{ii}, i \in I, t = \overline{1, T-1}, \quad (3.36)$$

де I - множина тих інвестиційних проектів, для яких існує нижня або верхня межа вкладень, або обидві;

2) уся наявна сума фінансових ресурсів повинна бути використаною у першому періоді, тобто вкладена у відповідні проекти та надана під можливий кредит

$$\sum_{i=1}^n d_{ii} \cdot x_{it} + y_t = Q, t = 1; \quad (3.37)$$

3) балансові умови руху фінансових ресурсів у наступних періодах

$$\sum_{i=1}^n q_{ii} \cdot x_{\tau_i i} + \frac{100 + P_{t-1}}{100} \cdot y_{t-1} = \sum_{i=1}^n d_{ii} \cdot x_{it} + y_t, t = \overline{2, T-1}; \tau_i \in M_{\tau}. \quad (3.38)$$

Приклад 3.7. Шість проектів беруть участь у конкурсі за отримання інвестиційних фондів компанії. Нам відома ефективність кожного інвестиційного проекту на одну гривну вкладених коштів у динаміці (табл. 3.9).

Ефективність інвестиційних проектів

Рік	Ефективність інвестиційних проектів на 1 грн. вкладених коштів					
	A	B	C	D	E	F
1	-1,0	-1,0	0	0	0	0
2	0,4	0,9	0	-1,0	0	0
3	0	1,0	-1,0	0,2	-1,0	0
4	1,1	0	0	0,9	0,8	-1,0
5	0	0	1,7	0,4	0,6	1,2

Від’ємні величини означають здійснення вкладень коштів у відповідні проекти та періоди, а додатні – схему їх повернення. Так, проект В – це інвестиції, які можна вкласти на початку першого року на два наступних. Причому, в кінці того ж року можна повернути 0,6 обсягу вкладених коштів, а на кінець другого року – всю суму вкладень. Сума вкладень у проект В не повинна перевищувати 300 тис. грн., а у проект F – не менше 100 тис. грн.

Кошти, отримані у результаті інвестиційної діяльності, можна реінвестувати у відповідності до існуючої схеми (табл.3.9). Крім цього, компанія має можливість отримувати 20% річних за надання короткострокових кредитів з коштів, які не були вкладеними в інвестиційні проекти у даному році. Компанія має 2 млн.грн. власних грошей. Її мета полягає в отриманні максимальної суми грошових коштів, заощаджених в кінцевому періоді.

Розв’язування. Невідомими величинами даної задачі будуть: $x_{11}, x_{12}, x_{33}, x_{24}, x_{35}, x_{46}$, які означають обсяги вкладених коштів у проекти А, В, С, D, E та F відповідно; y_1, y_2, y_3, y_4 показують величину можливих короткострокових кредитів, виділених у першому, другому, третьому та четвертому періодах відповідно.

Побудову числової економіко-математичної моделі почнемо з формування умов системи обмежень і завершимо побудовою цільової функції.

Для знаходження оптимального розв’язку задачі моделювання конкурсів інвестиційних проектів необхідне виконання наступних умов:

- 1) за максимальним розміром вкладень у проект В $x_{12} \leq 300$;

- 2) за мінімальним розміром вкладень у проект F $x_{46} \geq 100$;
- 3) уся наявна сума фінансових ресурсів повинна бути повністю використаною за перший рік $x_{11} + x_{12} + y_1 = 2000$;
- 4) балансова умова руху фінансових ресурсів у другому році $0,4x_{11} + 0,9x_{12} + 1,2y_1 = x_{24} + y_2$, або $0,4x_{11} + 0,9x_{12} + 1,2y_1 - x_{24} - y_2 = 0$;
- 5) балансова умова руху фінансових ресурсів у третьому році $x_{12} + 0,2x_{24} + 1,2y_2 = x_{33} + x_{35} + y_3$, або $x_{12} + 0,2x_{24} + 1,2y_2 - x_{33} - x_{35} - y_3 = 0$;
- 6) балансова умова руху фінансових ресурсів у четвертому році
- $$1,1x_{11} + 0,9x_{24} + 0,8x_{35} + 1,2y_3 = x_{46} + y$$
- , або
- $$1,1x_{11} + 0,9x_{24} + 0,8x_{35} + 1,2y_3 - x_{46} - y = 0.$$

В основу побудови цільової функції покладено рух фінансових ресурсів у кінцевому періоді. Тобто, компанія має отримати максимальну суму коштів розміром: $Z = 1,7x_{33} + 0,4x_{24} + 0,6x_{35} + 1,2x_{46} + 1,2y_4 \rightarrow \max$.

Результати розв'язку задачі сформуємо у вигляді таблиці динаміки руху фінансових потоків процесу інвестування (табл.3.10)

Таблиця 3.10.

Динаміка вкладення коштів у проекти

Рік	Динаміка вкладення коштів у проекти, тис.грн.						Розмір кредитів, тис.грн.
	A	B	C	D	E	F	
1	0	300					1700
2				0			2310
3			2947		125		
4						100	

Оптимальний сценарій організації інвестиційного процесу забезпечить компанії в кінцевому періоді максимальний прибуток розміром 5204.9 тис.грн. Розрахована динамічна схема фінансових потоків вказує на високу ефективність інвестиційного процесу, приріст якого складає $\frac{5204,9 - 2000}{2000} \cdot 100\% = 160.245\%$. Даний приріст можна отримати за рахунок власних

коштів, виділених кредитів у перший та другий рік та реінвестування прибутку у відповідні проекти (С, Е та F).

4. Моделювання аспектів бюджетної політики.

4.1 Бюджетна система та передумови її моделювання

Перехід України до ринкових відносин означає відмову від методів адміністративного втручання в діяльність економічно самостійних суб'єктів господарювання та вибір форм економічного регулювання, заснованих на поєднанні бюджетної політики держави та кредитно-грошової політики Національного банку.

Величина перерозподілу через бюджет валового суспільного продукту по суті означає ступінь втручання держави в економічне життя. Об'єктом такого втручання в ринкових умовах стає процес формування і використання доходів суб'єктів економічної діяльності, і як наслідок, умов їх виробничо-господарської діяльності, рівень доходів і цін, розміри можливих інвестицій.

Бюджетні кошти дають можливість виплачувати заробітну плату працівникам бюджетних установ, здійснювати соціальні виплати та державні інвестиції, оплачувати державні потреби в матеріальних ресурсах, продукції, послугах.

Виходячи з вище згаданого, виникає задача, з однієї сторони – аналізу та вибору варіантів державної фіскальної політики (податкової та інвестиційної політики, умов кредитування державних видатків, регулювання заощаджень), а з другої – розв'язання проблеми бюджетного планування, доходів і видатків бюджету держави у взаємозв'язку з умовами створення та перерозподілу валового суспільного продукту.

У зв'язку з цим актуальною проблемою є розробка економіко-математичних моделей, придатних для отримання якісних оцінок результативності різних сценаріїв фінансової політики, планування доходів і видатків державного бюджету, покриття бюджетного дефіциту за рахунок різних джерел.

Модель оцінки фіскальної політики повинна включати в себе наступні інструменти державного впливу на економіку: ставки податків, державні видатки, норми амортизації процентної ставки. Дані показники складають множину екзогенних змінних моделі. Оцінка альтернативних варіантів їх зміни дається в залежності від впливу на зміну величини сукупного попиту.

У більшості випадків існуючі моделі є моделями економетричного типу. Ці моделі відображають усереднені тенденції та пропорції того періоду, інформацію якого використано для їх побудови, і, як наслідок, можуть служити ефективним інструментом аналізу економічних процесів.

Світова практика моделювання аспектів бюджетної політики показує, що напрямок розробок таких моделей визначається насамперед виходячи із економічних функцій держави та змісту аналізу допустимого типу економічного регулювання. Тому пряме використання існуючих моделей без урахування конкретних особливостей і умов національної економіки може привести до результатів, прямо протилежних модельним розрахункам.

У даний час на Україні частка недержавного сектору економіки дуже мала, а стан багатьох державних підприємств такий, що багато з них є монополістами на ринку. А тому їх діяльність не тільки не піддається впливу ринкових факторів, а навпаки – вони самі визначають рівень цін і рівень виробничих витрат, впливають на розподіл важливих матеріально-технічних ресурсів і поведінку споживачів. Друга група підприємств має можливість перекласти свої високі витрати на споживача чи інші підприємства (через систему перерозподілу прибутку), або банки (і як наслідок – на бюджет), або прямо на бюджет. Отже, використання ринкових регуляторів (як кредитної, так і бюджетної політики) до підприємств, що перебувають в таких умовах, може призвести до поглиблення кризових явищ економіки.

Ще в більшій мірі це стосується фінансування такого виду витрат за рахунок бюджетного дефіциту. Бюджетний дефіцит лише може відігравати позитивну роль, коли додаткові бюджетні витрати зв'язані з фінансуванням антикризових заходів.

Модель перехідного періоду повинна містити жорсткі обмеження на ріст державних витрат. Це створить умови для проведення антиінфляційних заходів з однієї сторони, та умови розширення економічного простору для розвитку недержавного сектору економіки, формування середнього прошарку. У моделі необхідно так само по можливості розділити функціонування державних і приватних підприємств у виробничих галузях і сфері послуг як при моделюванні їх виробничих можливостей і результатів господарської діяльності, так і при наданні субсидій.

Для аналізу проекту бюджету необхідна модель, яка в достатній формі відображала би короткотермінові зміни основних параметрів економічного розвитку і взаємозв'язки як процесів формування, так і використання коштів бюджету.

Структура такої моделі відображає взаємозв'язки бюджетних доходів і умов суспільного виробництва, а також вплив бюджетних видатків на економічний розвиток.

4.2. Моделювання взаємозв'язку бюджетного дефіциту, державного боргу та темпів економічного росту

Бюджетний дефіцит – перевищення видатків державного бюджету над його доходами. Більшість урядів як у розвинутих, так і країн що розвиваються, а за останній час і в країнах з перехідною економікою, не можуть покривати доходами свої видатки, приймаючи державний бюджет з дефіцитом. Тому виникає питання про допустимий розмір дефіциту, про його дію на економіку в короткотерміновому та довготерміновому періодах та способи його зниження. Якщо ж доходи держави перевищують його видатки, то їх різниця складає додатне сальдо бюджету, або профіцит.

Безпосереднім підсумком бюджетних дефіцитів являється їх нагромаджена сума – **державний борг**. **Обслуговування державного боргу** – це виплата процентів по ньому та виплата основної суми боргу.

Обслуговування боргу – одна із форм витрат державного бюджету, і тому вона суттєво впливає на розмір поточного дефіциту. Дефіцит бюджету без врахувань витрат на обслуговування державного боргу називається первинним дефіцитом.

Бюджетно-податкова (фіскальна) політика держави – це політика в галузі оподаткування (встановлення системи податків) та державних видатків.

Мета бюджетно-податкової політики – виконання економічних та соціальних функцій держави, а також стимулювання або утримання сукупного попиту у відповідності з ходом економічного циклу. Бюджетний дефіцит являється важливим узагальнюючим показником бюджетно-податкової політики в короткотерміновому періоді, а державний борг – в довготерміновому періоді.

Реальний фінансовий стан держави краще описується показником структурного дефіциту. **Структурний дефіцит** (або відповідне структурне сальдо бюджету) – дефіцит, який би мав місце при даній системі формування доходів та видатків держави в умовах повної зайнятості (або, іншими словами, при рівності фактичного ВВП потенціальному).

Величина структурного дефіциту (в % до ВВП) набагато стійкіша в часі, ніж величина фактичного дефіциту, при цьому середні їх рівні за достатньо тривалі періоди часу приблизно співпадають. Тому, якщо ставиться питання про допустимість даного рівня бюджетного дефіциту з точки зору довготривалої перспективи, необхідно оцінити структурний дефіцит та вивчити його довготривалі ефекти.

Далі розглянемо деякі взаємозв'язки між рівнями бюджетного дефіциту та державного боргу в короткотерміновому та довготерміновому періодах. Як відомо, при аналізі бюджетної політики важливі відношення дефіциту та державного боргу до ВВП і, як наслідок, динаміка реального ВВП (ріст, стабілізація, падіння) має тут принципове значення. Тому нами буде розглянуто довготривалий взаємозв'язок трьох відносних показників: рівня бюджетного дефіциту, державного боргу та темпів росту ВВП.

Ріст ВВП приводить до відносного зниження (в % до ВВП) рівня державного боргу, зумовленого попереднім державним дефіцитом, і це дозволяє в певних умовах формувати бюджет з дефіцитом і в дальшому, не збільшуючи відношення державного боргу до ВВП. В зростаючій економіці можна мати стабільний бюджетний дефіцит (в % до ВВП) при стабільному рівні державного боргу (в % до ВВП). При цьому абсолютна величина державного боргу росте, проте відносна стабілізується або навіть знижується. В спадній економіці таке неможливе, і стабільні бюджетні дефіцити приводять в неї не тільки до абсолютного, але і до відносного збільшення державного боргу. Розглянемо кількісний аспект згаданих характеристик з допомогою наступних економіко-математичних моделей.

Насамперед розглянемо модель зв'язку бюджетного дефіциту, державного боргу та темпів економічного росту в динаміці.

У даній моделі ми абстрагуємося від циклічних коливань економічної кон'юнктури, що впливають на бюджетно-податкову політику і відповідно розміри бюджетного дефіциту в короткотерміновому періоді. Розглянемо зростаючу з постійними темпами економіку, фактичний ВВП якої співпадає з потенціальним, а фактичний бюджетний дефіцит – із структурним. Будемо вважати відношення бюджетного дефіциту до ВВП постійним в часі. Для початку ми розглянемо модель динаміки номінальних економічних показників, а після – реальних. При цьому в одних випадках відправною точкою буде відносна величина загального бюджетного дефіциту, а в інших – первинного. Безпосередній опис взаємозв'язку, боргу та росту в часі дає можливість погоджувати короткотермінові та довготермінові ефекти існуючої бюджетно-податкової політики.

Модель в номінальних показниках з постійним відносним рівнем загального бюджетного дефіциту включає в себе наступні передумови:

1. Обсяг номінального ВВП Y_t росте з постійним річним темпом $P\%$.
2. Загальний дефіцит державного бюджету (включаючи виплату процентів за державний та основний борг) H_t складає $q\%$ від ВВП.

Таким чином,

$$h_t = \frac{H_t}{Y_t} = \frac{q}{100} = const, \quad (4.1)$$

де h_t – частина дефіциту державного бюджету від ВВП.

Якщо початковий рівень ВВП рівний Y_0 , то номінальний ВВП в році t складе:

$$Y_t = Y \left(1 + \frac{P}{100} \right)^t. \quad (4.2)$$

Дефіцит бюджету H_t в році t буде рівний:

$$H_t = \frac{Y_t \cdot q}{100} = \frac{Y_0 \cdot q}{100} \left(1 + \frac{P}{100} \right)^t. \quad (4.3)$$

Державний борг D_t (в номінальному виразі) рівний акумульованій сумі бюджетних дефіцитів включно до року t . Якщо початковий обсяг державного боргу рівний D_0 , то

$$\begin{aligned} D_t &= D_0 + \frac{Y_0 \cdot q}{100} \left(1 + \frac{P}{100} \right) + \frac{Y_0 \cdot q}{100} \left(1 + \frac{P}{100} \right)^2 + \dots + \frac{Y_0 \cdot q}{100} \left(1 + \frac{P}{100} \right)^t = \\ &= D_0 + \frac{Y_0 \cdot q}{100} \sum_{r=1}^t \left(1 + \frac{P}{100} \right)^r. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Просумувавши геометричну прогресію, отримаємо:

$$D_t = D_0 + \frac{Y_0 \cdot q \left(1 + \frac{P}{100} \right) \left[\left(1 + \frac{P}{100} \right)^t - 1 \right]}{P}. \quad (4.5)$$

Відношення державного боргу до ВВП (d_t) в році t відповідно рівне:

$$d_t = \frac{D_t}{Y_t} = \frac{D_0}{Y_0 \left(1 + \frac{P}{100} \right)^t} + \frac{q \left(1 + \frac{P}{100} \right) \left[\left(1 + \frac{P}{100} \right)^t - 1 \right]}{P \left(1 + \frac{P}{100} \right)^t}. \quad (4.6)$$

Із цієї формули випливає, що якщо $P < 0$ (стійке зниження номінального ВВП), то відношення державного боргу до дефіциту прямує до $+\infty$ і тим самим перевищить довільний наперед заданий рівень (в тому числі і деякий максимально сприятливий рівень, при якому держава ще може обслуговувати

свій борг). Тому така система не може існувати як завгодно довго і або економіка почне з деякого моменту рости, або дефіцит бюджету повинен бути знижений або ліквідований (можливо, в результаті призупинення обслуговування державного боргу).

Якщо $P=0$ (ВВП не росте, але i не знижується), то при збереженні інших передумов як сам державний борг, так і його частка в доході (як в попередньому випадку) необмежено зростають. Дійсно, при $P=0$ відповідно маємо, що $Y_t = Y_0$ і далі має місце:

$$D_t = D_0 + t \frac{Y_0 \cdot q}{100} \text{ і } d_t = \frac{D_p}{Y_p} + t \frac{q}{100} - \text{лінійно зростаючі (у випадку } q > 0) \text{ функції.}$$

Результатом знову є неможливість з певного моменту виконання передумов моделі, і якщо економіка не почне рости, то доведеться ліквідувати бюджетний дефіцит.

Якщо номінальний ВВП росте ($P > 0$), то відношення державного боргу до моделі поступово наближається до визначеного стабільного рівня. При цьому вклад “початкового” боргу зменшиться, оскільки при $t \rightarrow \infty$:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{D_0}{Y_0 \left(1 + \frac{P}{100}\right)^t} = 0. \quad (4.7)$$

У даному випадку

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} d_t &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{D_t}{Y_t} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{D_0}{Y_0 \left(1 + \frac{P}{100}\right)^t} + \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{q \left(1 + \frac{P}{100}\right) \left[\left(1 + \frac{P}{100}\right)^t - 1\right]}{P \left(1 + \frac{P}{100}\right)^t} = \\ &= 0 + \frac{q \left(1 + \frac{P}{100}\right)}{P} \cdot \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\left(1 + \frac{P}{100}\right)^t - 1}{\left(1 + \frac{P}{100}\right)^t} = \frac{q \left(1 + \frac{P}{100}\right)}{P}. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Таким чином, у “зростаючій” економіці частка державного боргу у ВВП стабілізується навіть при стійких дефіцитах державного бюджету. Рівень стабілізації величини d_t визначається в першу чергу співвідношенням $\frac{q}{P}$, якщо

рахувати, що темп приросту доходу P невеликий, то вираз $(1 + \frac{P}{100})$ близький до одиниці.

В описаному випадку при стабілізації відношень державного боргу до доходу заданий рівень бюджетного дефіциту (в % до ВВП) може підтримуватися в довготривалому періоді. Проте, для цього необхідна наявність неінфляційних джерел фінансування дефіциту (що можна припустити в стійкій економіці, що розвивається), а знаходження в розумних межах частки видатків бюджету, що йдуть на обслуговування державного боргу. Останнє визначається рівнем процентної ставки в її співвідношеннях з темпами росту.

Розглянемо динаміку видатків на обслуговування державного боргу в нашій моделі бюджетного дефіциту. Нехай номінальна ставка відсотка по державному боргу рівна $b\%$. Тоді на обслуговування боргу (тільки процентні виплати, не враховуючи виплати основного боргу) в році t направляється $\frac{bD_{t-1}}{100}$

грошових одиниць. Первинний бюджетний дефіцит H_t^1 рівний:

$$H_t^1 = H_t - \frac{bD_{t-1}}{100} = \frac{Yq}{100} - \frac{bD_{t-1}}{100}, \quad (4.9)$$

а частка первинного дефіциту у ВВП рівна:

$$h_t^1 = \frac{H_t^1}{Y_t^1} = \frac{q}{100} - \frac{bD_{t-1}}{100Y_t^1}. \quad (4.10)$$

Звідси видно, що якщо відношення $\frac{D_{t-1}}{Y_t}$ необмежено зростає (що відбувається, як показано вище, при $P \leq 0$), то величина h_t^1 спадає і стає від'ємною. В деякий момент часу вона досягає рівня (-1) , що відповідає збору всього ВВП у вигляді процентів по державному боргу. Очевидно, що вже задовго до цього обслуговування державного боргу виявиться економічно неможливим.

Якщо співвідношення $\frac{D_{t-1}}{Y_t} = \frac{D_{t-1}}{Y_{t-1}(1 + \frac{P}{100})}$ прямує до стабільного рівня, який

при $P > 0$ рівний у нашій моделі $\frac{q}{P}$, то й частка первинного дефіциту у ВВП \hat{h}_t^1

виходить на стабільний рівень

$$\hat{h}^1 = \frac{q}{100} - \frac{bq}{100P} = \frac{q}{100} \left(1 - \frac{b}{P}\right). \quad (4.11)$$

Очевидно, що якщо номінальна ставка процента b достатньо велика, то \hat{h}^1 може виявитися від'ємною (це означає первинний профіцит, або додатне первинне сальдо бюджету). Це відбувається при $\frac{b}{P} > 1$, тобто при $b > P$. Можна стверджувати, що підтримання загальних бюджетних дефіцитів, які приводять у довготерміновому періоді до необхідності стабільних первинних профіцитів, економічно недоцільне, оскільки рано чи пізно можливі додаткові державні видатки за рахунок дефіциту будуть з надлишком перекриті (з урахуванням співставлення в часі) видатками по обслуговуванню виниклого державного боргу. В порівнянні з такою стратегією кращою є стратегія збалансованого бюджету, оскільки вона не призводить до необхідності в таких великих довготермінових виплатах по державному боргу.

Якщо $b < P$, то первинний дефіцит, як і загальний, може як завгодно довго бути невід'ємним і складати стабільну частку ВВП. Якщо рахувати реальну процентну ставку r виплат по державному боргу невід'ємною ($r = b - i$, де i - рівень інфляції), то необхідною умовою стабільності системи являється перевищення номінальних темпів приросту доходу P над рівнем інфляції i , тобто реальний економічний ріст. Це впливає з умови $b \approx i + r < P$, звідки з урахуванням $r \geq 0$ впливає необхідність умови $i > P$.

Порівнюючи співвідношення номінальних і реальних величин, тут ми вважаємо інфляцію порівняно невеликою та стабільною. Інакше можуть проявитися її ефекти, які порушують стійкість всієї системи, в тому числі і негативна дія інфляції на економічний ріст.

Передумова стабільності темпів росту номінального ВВП P^r пов'язана з пропозицією про стабільний рівень інфляції i . В даному випадку темпи приросту реального ВВП P^r стабільні та рівні $P^r \approx P - i$. Якщо рівень інфляції міняється, то передумова постійного рівня P може порушуватися навіть при стабільності реальних темпів приросту ВВП P^r (які важливі в припущенні про стабільність реального темпу приросту ВВП P^r).

Припустимо, що реальний ВВП зростає з річним темпом P^r . Бюджетний дефіцит становить q % ВВП (уже в реальному вираженні), а вихідний рівень державного боргу розраховується за формулою (4.5):

$$D_t^r = D_0^r + \frac{Y_0^r \cdot q \left(1 + \frac{P^r}{100}\right) \left(\left(1 + \frac{P^r}{100}\right)^t - 1\right)}{P^r}. \quad (4.12)$$

Тоді відношення державного боргу до ВВП в році t (d_t^r) відповідно буде:

$$d_t^r = \frac{D_t^r}{Y_t^r} = \frac{D_0^r}{Y_0^r \left(1 + \frac{P^r}{100}\right)^t} + \frac{q \left(1 + \frac{P^r}{100}\right) \left(\left(1 + \frac{P^r}{100}\right)^t - 1\right)}{P^r \left(1 + \frac{P^r}{100}\right)^t}. \quad (4.13)$$

При відсутності реального росту або стійкому спаді виробництва, як і в номінальній моделі, величина d_t^r необмежено зростає, і в певний момент часу обслуговування державного боргу або неінфляційне фінансування бюджетного дефіциту стає неможливим. При наявності реального росту ($P^r > 0$) маємо:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} d_t^r = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{D_t^r}{Y_t^r} = \frac{q \left(1 + \frac{P^r}{100}\right)^t}{P^r}. \quad (4.14)$$

Наближення відношення державного боргу до ВВП до певного стабільного рівня дає можливість підтримки даного рівня бюджетних дефіцитів (до ВВП), але не гарантує його. У випадку якщо для неінфляційного фінансування дефіциту держава вимушена встановлювати дуже високу ставку реального проценту, видатки на обслуговування державного боргу можуть стати в певний момент занадто високими. Це призведе до зниження

номінального проценту, або ж, якщо це неможливо, до інфляційного фінансування дефіциту та до зниження реальної процентної ставки в результаті інфляції.

Приведена модель дає можливість розв'язувати наступні задачі:

- знаходити допустимий рівень відношення бюджетного дефіциту до ВВП при сформованій вимозі до рівня державного боргу по відношенню до ВВП і даному прогнозованому значенню росту ВВП;

- визначити оптимальний рівень, за яким буде відношення бюджетного боргу по відношенню до ВВП, і за даним рівнем отримати значення відношень дефіциту до ВВП;

- знаходити потрібний темп росту для виходу на задане значення d_t^r при даному рівні h_t^r в довготривалому періоді;

- визначити період часу, що необхідний для досягнення розрахункових значень заданих параметрів.

Розглянемо модель з постійною часткою первинного дефіциту у ВВП. Тобто ми маємо частковий випадок моделі, в якій задається частка первинного бюджетного дефіциту у ВВП. Така модель дасть можливість поєднати прийнятність проведення бюджетно-податкової політики з рівнем процентної ставки за державними зобов'язаннями.

Спочатку розглянемо модель в номінальних показниках.

Припустимо, що нам задано фіксовану величину:

$$h_t^r = \frac{H_t^r}{Y_t} = \frac{q^r}{100} = const. \quad (4.15)$$

Номінальну процентну ставку виплат по державному боргу ми так само вважаємо постійною та рівною $b\%$. Загальна величина бюджетного дефіциту в даному випадку складається із первинного дефіциту та виплат процентів, а величина державного боргу являє собою нагромаджену суму загальних дефіцитів. Номінальний ВВП розраховується за формулою (5.2).

Первинний бюджетний дефіцит у t -му році становитиме:

$$H_t^1 = \frac{Y_t q^1}{100} = \frac{Y_0 q^1}{100} \left(1 + \frac{P}{100}\right)^t. \quad (4.16)$$

Державний борг на кінець року t є нагромадженою сумою первинних дефіцитів і процентів за борг:

$$D_t = D_0 \left(1 + \frac{b}{100}\right)^t + \frac{Y_0 q^1}{100} \left(1 + \frac{P}{100}\right) \left(1 + \frac{b}{100}\right)^{t-1} + \frac{Y_0 q^1}{100} \left(1 + \frac{P}{100}\right)^2 \left(1 + \frac{b}{100}\right)^{t-2} + \dots + \frac{Y_0 q^1}{100} \left(1 + \frac{P}{100}\right)^t = D_0 \left(1 + \frac{b}{100}\right)^t + \frac{Y_0 q^1}{100} \sum_{r=1}^t \left[\left(1 + \frac{P}{100}\right)^r \left(1 + \frac{b}{100}\right)^{t-r} \right]. \quad (4.17)$$

Просумувавши члени геометричної прогресії, отримаємо:

$$D_t = D_0 \left(1 + \frac{b}{100}\right)^t + \frac{Y_0 q^1}{P - b} \left(1 + \frac{P}{100}\right) \left[\left(1 + \frac{P}{100}\right)^t - \left(1 + \frac{b}{100}\right)^t \right]. \quad (4.18)$$

Відповідно відношення державного боргу до ВВП в році t складе:

$$d_t = \frac{D_t}{Y_t} = \frac{D_0 \left(1 + \frac{b}{100}\right)^t}{Y_0 \left(1 + \frac{P}{100}\right)^t} + \frac{q^1 \left(1 + \frac{P}{100}\right) \left[\left(1 + \frac{P}{100}\right)^t - \left(1 + \frac{b}{100}\right)^t \right]}{\left(1 + \frac{P}{100}\right)^t (P - b)} = \frac{D_0 \left(1 + \frac{b}{100}\right)^t}{Y_0 \left(1 + \frac{P}{100}\right)^t} + \frac{q^1 \left(1 + \frac{P}{100}\right)}{P - b} \left[1 - \frac{\left(1 + \frac{b}{100}\right)^t}{\left(1 + \frac{P}{100}\right)^t} \right]. \quad (4.19)$$

Якщо ставка процента по державному боргу перевищує темп приросту ВВП (або рівна йому), тобто, якщо $b \geq P$, то відношення боргу до ВВП необмежено зростає, і через деякий час задана траєкторія економіки не зможе підтримуватися, зважаючи на неможливість обслуговувати державний борг. Якщо ж, навпаки, $b < P$, то має місце:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} d_t = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{D_t}{Y_t} = \frac{q^1 \left(1 + \frac{P}{100}\right)}{P - b}. \quad (4.20)$$

Таким чином, якщо номінальна процентна ставка по державному боргу менша за темпи приросту ВВП, то відношення боргу до доходу, як і в попередньому випадку, виходить на стабільний рівень. Звідси можна зробити висновок, що довготривала підтримка бюджетного дефіциту на постійному рівні по відношенню до ВВП являється надто складною задачею, оскільки вона можлива лише за умови перевищення темпів економічного росту над процентною ставкою по державному боргу. В дійсності така процентна ставка виявилася б в більшості випадків дуже низькою для того, щоб залучити необхідні фінансові ресурси для покриття дефіциту державного бюджету. Проте умова $P > b$ необхідна (хоча і недостатня) для підтримки стабільного рівня відносного первинного бюджетного дефіциту. І якщо вона порушується, тоді проведена фіскальна політика не може розглядатися як цілком сприятлива з точки зору довготривалої перспективи.

Аналогічні міркування та викладки можуть бути проведені і для моделі в реальних показниках. Нехай розрахований у реальних грошових одиницях первинний бюджетний дефіцит складає $q^1\%$ реального ВВП, темп приросту реального ВВП постійний і рівний P^r , а реальна процентна ставка платежів по державному боргу рівна r .

Записавши формулу для динаміки реального державного боргу D_t^r , повністю аналогічну відповідному виразу моделі в номінальних показниках, і просумувавши члени геометричної прогресії отримаємо:

$$D_t^r = D_0^r = D_0^r \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t + \frac{Y_0^r q^1 \left(1 + \frac{P^r}{100}\right)}{P^r - r} \left[\left(1 + \frac{P^r}{100}\right)^t - \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \right]. \quad (4.21)$$

Тоді відношення державного боргу до ВВП в році t рівне:

$$d_t^r = \frac{D_t^r}{Y_t^r} = \frac{D_0^r \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t}{Y_0^r \left(1 + \frac{P^r}{100}\right)^t} + \frac{q^1 \left(1 + \frac{P^r}{100}\right) \left[\left(1 + \frac{P^r}{100}\right)^t - \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \right]}{\left(1 + \frac{P^r}{100}\right)^t (P^r - r)}. \quad (4.22)$$

При $r \geq P^r$ величина d_t^r необмежено зростає і через деякий час підтримання первинного дефіциту на даному рівні при своєчасному обслуговуванні державного боргу виявиться неможливим (як і в моделі з номінальними показниками). При $r < P^r$ величина d_t^r виходить на стабільний рівень:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} d_t^r = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{D_t^r}{Y_t^r} = \frac{q^1 \left(1 + \frac{P^r}{100} \right)}{P^r - r}. \quad (4.23)$$

Таким чином, для підтримки стабільного рівня первинного дефіциту державного бюджету (в % до ВВП) в довготерміновому періоді необхідною (хоч і недостатньою) умовою є перевищення реальних темпів приросту ВВП над реальною процентною ставкою по державних зобов'язаннях. Необхідна умова недостатня, оскільки вимагається ще необхідний рівень попиту на державні зобов'язання при даному рівні процентної ставки; фактичний попит може виявитися нижчим від потрібного.

Якщо реальна процентна ставка додатна ($r > 0$), то довготривала стабілізація при наявності стійкого відносного первинного бюджетного дефіциту можлива лише у зростаючій економіці ($P^r > r > 0$). У незростаючій економіці ($P^r \leq 0$) реальна процентна ставка r повинна бути від'ємною ($P^r < r \leq 0$). Це можливо в умовах прискорення інфляції, тобто при перевищенні попередніх інфляційних сподівань. Так, в ряді країн з перехідною економікою суттєво менші нуля реальні процентні ставки в умовах незростаючої економіки спостерігалися під час інфляційного стрибка. Крім цього, якщо економіка не росте, то в такому випадку відсутня матеріальна основа для отримання позитивного реального процента, якою являється додатковий продукт.

Показники загального та первинного реального дефіциту державного бюджетного дефіциту (H_t^r та H_t^{1r}) зв'язані в нашій моделі співвідношенням:

$$H_t^r = H_t^{lr} + \frac{D_{t-1}^r \cdot r}{100} = \frac{H_t^r \cdot q^1}{100} + \frac{D_{t-1}^r \cdot r}{100}. \quad (4.24)$$

Звідси, відношення загального реального дефіциту до ВВП h_t^r рівне:

$$h_t^r = \frac{H_t^r}{Y_t^r} = \frac{q^1}{100} + \frac{D_{t-1}^r \cdot r}{Y_{t-1}^r \left(1 + \frac{P^r}{100}\right) 100}. \quad (4.25)$$

Якщо при заданому відносному рівні первинного дефіциту q^1 відношення державного боргу до ВВП $d_{t-1}^r = \frac{D_{t-1}^r}{Y_{t-1}^r}$ виходить на стабільний

рівень $\frac{q^1 \left(1 + \frac{P^r}{100}\right)}{P^r - r}$, величина h_t^r наближається до

$$h^r = \frac{q^1}{100} + \frac{q^1 \cdot r}{(P^r - r)100} = \frac{q^1}{100} \cdot \frac{P^r}{P^r - r}. \quad (4.26)$$

Таким чином, ми отримали прості і зручні формули, що пов'язують між собою первинний і загальний дефіцит та державний борг (усі по відношенню до ВВП) в довготривалому періоді з урахуванням реальних процентних ставок по державному боргу та темпів росту ВВП. Аналіз бюджетно-податкової політики ряду розвинутих країн та країн з перехідною економікою показує, що для більшості з них бюджетно-податкова політика неприйнятна з точки зору довготривалої перспективи. Відносна величина бюджетного дефіциту дуже часто виявляється завищеною для прийнятих умов, і через деякий час відносна величина державного боргу та затрати на його обслуговування виявляються дуже високими. Тому в певний момент параметри бюджетно-податкової політики приходиться змінювати, а довготривалі витрати внаслідок наявних бюджетних дефіцитів набагато перевищують отримані вигоди.

Проведення кількісного аналізу дозволить вияснити необхідні довготривалі взаємозв'язки між деякими важливими показниками бюджетно-податкової політики та економічного росту. Ці взаємозв'язки часто

відкидаються з розгляду при визначенні розмірів поточного бюджетного дефіциту та способів його фінансування.

4.3. Моделювання фінансових процесів формування та розподілу доходу регіону

Розглянемо постановку задачі та побудуємо модель можливого використання математичного апарату кількісних методів в бюджетному процесі регіон. Бюджет регіону формується на основі мобілізації доходів. Джерела формування доходів в кожному регіоні можуть відрізнитися як за своїм складом, так і своєю внутрішньою структурою. Таким чином можна говорити про наявність сукупності джерел доходів, яку представимо у вигляді множини $I = \overline{i=1, n}$, де i – індекс виду джерела доходу, n – число всіх можливих джерел. Тому кожний регіон може бути представлений своєю власною підмножиною джерел доходів I_r , де $I_r \subseteq I$, r – індекс регіону, $r = \overline{1, k}$.

Механізм формування доходів регіону діє в рамках комплексної соціально-економічної програми розвитку регіону і повинен бути її невід’ємною складовою частиною. Окрім того, потрібна нормативна база, яка б регламентувала склад і структуру джерел доходів і була індивідуальною для кожного регіону з врахуванням особливостей його розвитку. Таким чином, суть механізму формування доходів регіону полягає в реалізації двох основних моментів: формування складу джерел доходів та встановлення оптимальної структури вкладу кожного джерела в загальному обсязі доходів регіону.

Способи реалізації механізму залежать від макроекономічної політики та дій управлінських, фінансових та виконавчих органів, які функціонують на території регіону. Згадані дії будемо розглядати як набір заходів різних видів.

На основі вищенаведених міркувань мета формування доходів регіону може бути сформульована наступним чином: потрібно знайти такий оптимальний склад джерел формування доходів регіону та вказати їх раціональну структуру, при яких дохід має бути максимальним. Сформована

Алгоритм моделі формування бюджету регіону включає в себе наступні складові: перелік статей доходів та напрямків використання бюджетних коштів, розрахунок нормативів відрахувань вищим та субвенцій нижчим рівням бюджетів, соціально-економічні показники розвитку регіону. Крім цього, при побудові формалізованої схеми моделі необхідно врахувати динамічний характер механізму формування бюджету регіону.

Процес формування бюджету регіону розділимо на дві складові, які логічно взаємопов'язані між собою. Перша модель включає в себе механізм формування статей доходів бюджету, а друга – визначення видаткової частини бюджету.

Основу механізму формування доходу регіону складають наступні складові: формування складу джерел доходів та встановлення регіональної структури (регіональна реструктуризація) вкладу кожного джерела в дохід регіону.

Цільова функція даної задачі формується наступним чином: необхідно знайти співвідношення джерел формування доходу регіону та вказати їх оптимальну структуру, при якій дохід буде максимальним.

Для побудови формалізованої схеми моделі введемо наступні позначення: t – індекс періоду, $t = \overline{1, T}$; i – індекс джерела доходу, $i = \overline{1, n}$; j – індекс заходів (напрямків), які використовуються для формування доходу, $j = \overline{1, m}$; a_{ijt}^* – величина затрат коштів на проведення j -го заходу для залучення i -го джерела з метою формування доходу регіону в період t ; A_t – загальний обсяг коштів, який може бути використаний для формування доходу регіону в період t ; b_{ijt}^* – дохід від проведення j -го заходу стосовно i -го джерела в період t ; x_{ijt} – невідома величина, яка означає кількість заходів j -го типу стосовно i -го джерела в період t , спрямованих для поповнення доходу регіону; $F_{it}(x_{i1t}, \dots, x_{imt})$ – обсяг доходу, який поступає від i -го джерела в період t ; B_t – коефіцієнт, який характеризує ефективність витрат при формуванні джерел доходів в період t ;

$$\left\{ \begin{array}{l} b_{ijt} = \\ a_{ijt} = \end{array} \right. \begin{array}{l} b_{ijt}^* - \text{прогнозне значення доходу за умови включення одиниці } j\text{-го заходу} \\ \text{стосовно } i\text{-го джерела його формування в періоді } t, \\ 0 - \text{у протилежному випадку.} \\ a_{ijt}^* - \text{прогнозне значення затрат коштів за умови включення одиниці } j\text{-го} \\ \text{заходу стосовно } i\text{-го джерела формування доходу в періоді } t, \\ 0 - \text{у протилежному випадку.} \end{array}$$

Для кожного планового періоду t величини b_{ijt} та a_{ijt} будуть представляти собою елементи матриць, у яких відмінні від нуля значення вказують на варіанти можливого включення j -го заходу стосовно i -го джерела формування доходу. Нульові значення цих елементів вказують на варіанти невключення даних заходів стосовно відповідних джерел формування доходу.

Сформулюємо критерій оптимальності і опишемо обмеження нашої задачі. В якості критерію приймемо умову максимізації обсягу доходу або максимізації тієї частини доходу, яка залишається після вирахування з їх загальної суми всіх витрат на проведення заходів по залученню джерел за вказаний період.

Отже, нам необхідно знайти розв'язок задачі

$$x_{ijt} \geq 0, i = \overline{1, n}, j \in M_i, t = \overline{1, T},$$

який забезпечить максимум функції:

$$Z = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n F_{it}(x_{i1t}, x_{i2t}, \dots, x_{imt}) \rightarrow \max, \quad (4.27)$$

при виконанні наступних обмежень.

Перша група обмежень моделі виражає певний рівень ефективності фінансових заходів, які будуть застосовуватися у відповідних періодах:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j \in M_i} \frac{b_{ijt} x_{ijt}}{F_{it}} \geq B_t, t = \overline{1, T}. \quad (4.28)$$

Наступна група обмежень пов'язана з лімітом коштів, які виділяються у відповідному періоді

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j \in M_i} b_{ijt} x_{ijt} \leq A_t, t = \overline{1, T}. \quad (4.29)$$

З метою забезпечення можливості проведення числових розрахунків на основі побудованої моделі треба конкретизувати залежність $F_{it} = F_{i1t}, x_{i2t}, \dots, x_{imt}$. Розглянемо кілька можливих варіантів визначення обсягів доходу, що поступають від i -го джерела для формування бюджету регіону.

1. Економічна ситуація в регіоні може виявитися такою, що i -те джерело доходів, представлене обсягом Q_{it} в періоді t не потребує виконання та проведення заходів. У такому випадку обсяги доходів будуть визначатися таким чином:

$$F_{it} = Q_{it} \cdot x_{ijt}, \quad i = \overline{1, n}, \quad t = \overline{1, T}, \quad \text{при } j = 0. \quad (4.30)$$

Індекс $j = 0$ означає відсутність процедури проведення заходів. У такому випадку до загальної моделі необхідно включити додаткову умову $0 \leq x_{i0t} \leq 1$. Для випадку цілочисельного лінійного програмування дана змінна приймає значення 0 або 1.

2. У випадку, якщо для формування i -го джерела доходів потрібне проведення j -го виду заходу в періоді t , обсяг доходів розраховується за формулою:

$$F_{it} = \sum_{j \in M_i} d_{ijt} x_{ijt}, \quad i = \overline{1, n}, \quad t = \overline{1, T}, \quad (4.31)$$

де d_{ijt} – сподіваний обсяг доходу одиниці j -го заходу стосовно i -го джерела в періоді t .

3. За існуючої нестійкої економічної ситуації цілком імовірним є випадок, при якому дохід для деяких заходів можливий із певним запізненням. Це може бути будівництво, наука та ін. У такому випадку обсяги доходів будуть визначатися з допомогою лагових змінних:

$$F_{it} = \sum_{j \in M_i} \sum_{\tau=0}^N d_{ij,t-\tau} x_{ij,t-\tau}, \quad i = \overline{1, n}, \quad t = \overline{1, T}, \quad (4.32)$$

де τ – індекс лага (запізнення), $\tau = \overline{0, N}$; N – кількість періодів запізнення.

Структура побудованої моделі створює умови активізації дій фінансових органів регіону стосовно використання джерел і заходів формування доходу регіону. Модель має динамічну структуру, оскільки проведення ряду заходів пов'язане з лаговими змінними технологічного та організаційного характеру.

На основі побудованої моделі (4.27)-(4.29) розраховується оптимальна стратегія формування регіонального доходу і визначається потенційний ефект корисності прийнятих фінансових рішень.

Вибір оптимальної стратегії необхідно поєднувати із процедурою зворотного зв'язку, вигідне рішення якої може забезпечити тільки адаптивна система. Такі дії пояснюються тим, що прийнятій стратегії формування регіонального доходу властивий лише потенційний ефект. Проте, під впливом стохастичних процесів, в реальних умовах можливі фінансові втрати, вектор прикладання яких спрямований на усунення дестабілізуючого впливу випадкових факторів. Врахування цих втрат приводить до зниження потенційної ефективності прийнятої стратегії. Вплив цих втрат на вибір стратегії формування регіонального доходу можна врахувати з допомогою включення процедури зворотного зв'язку в механізм розробки стратегії. Тобто, в даному випадку враховується дія дисконтного принципу. Це приводить до того, що механізм формування стратегії повинен структурно і функціонально відображати зворотний зв'язок. Формування стратегії повинно ґрунтуватися на кількісній оцінці сподіваного ефекту: $Z = E - B$, де E – потенційний ефект, B – втрати.

Враховуючи імовірнісний характер функціональних показників, в якості критерію кількісної оцінки вигідності стратегії можна використовувати: математичне сподівання $M(Z) \rightarrow \max$, або ймовірність $P(Z \geq \alpha) \rightarrow \max$ при $\alpha = \text{const}$, або процедуру $\alpha \rightarrow \max$ при $P(Z \geq \alpha) = 1$.

Для підвищення ступеня адекватності заданого процесу моделювання побудуємо стохастичну економіко-математичну модель. Це означає, що значення цільової функції, параметри моделі і деякі нормативні коефіцієнти

розглядаються як випадкові величини, тобто вони є функціями випадкових параметрів.

Нехай Θ – вимірний простір, тобто Θ – множина елементарних подій θ із заданою на ній системою F її підмножин, які утворюють σ -алгебру. Тоді економіко-математична модель (4.27)-(4.29) у стохастичній постановці з урахуванням вище прийнятих позначень і випадкового параметру θ прийме вид:

$$M \left\{ \sum_{i=1}^T \sum_{j=1}^n F_{it}(\theta, x_{i1t}, x_{i2t}, \dots, x_{imt}) - \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T a_{ijt}(\theta), x_{ijt}(\theta) \right\} \rightarrow \max \quad (4.33)$$

при умові

$$1) P \left\{ \theta : \sum_{i=1}^n \sum_{j \in M_i} \frac{b_{ijt}(\theta) x_{ijt}(\theta)}{F_{it}(\theta, x_{i1t}, x_{i2t}, \dots, x_{imt})} \geq B_t \right\} \geq \alpha_t, \quad t = \overline{1, T}; \quad (4.34)$$

$$2) P \left\{ \theta : \sum_{i=1}^n \sum_{j \in M_i} b_{ijt}(\theta) x_{ijt}(\theta) \leq A_t \right\} \geq \beta_t, \quad t = \overline{1, T}; \quad (4.35)$$

$$3) P \left\{ \theta : x_{ijt}(\theta) \geq \gamma_{ijt}, \quad i = \overline{1, n}, \quad j \in M_i, \quad t = \overline{1, T}, \right\} \geq \gamma_{ijt}, \quad (4.36)$$

де $\alpha_t, \beta_t, \gamma_{ijt}$ - ймовірності виконання відповідних обмежень.

У подальшому модель (4.33)-(4.36) можна використати для імітації процесу формування доходу регіону, результатом якого буде отримання оптимальної стратегії з урахуванням імовірнісних властивостей.

З допомогою моделі визначається оптимальний варіант стратегії для отримання максимального потенційного ефекту. При цьому попередньо проводиться параметризація системи обмежень і налаштування параметрів моделі вибору стратегії на основі ретроспективного фінансового аналізу функціонування регіональної системи. Оптимальна стратегія розглядається як програмна траєкторія фінансового рішення, яка задається послідовністю цільових станів, розподілених в динаміці.

Виконуючи кількісну оцінку і аналізуючи ступінь стійкості розроблених стратегій, можна вибрати оптимальну, яка з найбільшою ймовірністю буде гарантувати одержання розрахованого обсягу регіонального доходу.

4.4 Моделювання сценаріїв розв'язання проблеми зовнішньої заборгованості

Моделювання зовнішньої боргової стратегії України відбувається на фоні досить високого рівня боргів перед зовнішніми кредиторами та постійно зростаючих потреб у додаткових позиках, вектор яких спрямований на постійно зростаючу вартість. Беручи до уваги реальний рівень зовнішньої заборгованості, потенційні можливості традиційних джерел запозичень на зовнішніх ринках і сучасні тенденції розвитку економіки України, можна сказати, що держава потрапила у класичну боргову пастку, вибратися з якої дуже важко.

З огляду на проблеми та недоліки у сфері зовнішніх запозичень вважаємо, що стратегію управління зовнішнім боргом слід будувати з урахуванням обов'язкового дотримання боргової безпеки держави. Для аргументації гіпотези про існування кореляційного взаємозв'язку та виявлення ступеня залежності між дефіцитом бюджету і зовнішнім державним боргом України проведено дослідження динаміки відносних індикаторів зовнішнього боргу та бюджетного дефіциту ВВП. На основі ретроспективного аналізу статистичної вибірки (табл. 4.1) для виявлення форми залежності між даними показниками розглянуто чотири види регресійних моделей (табл. 4.2).

Таблиця 4.1.

Дефіцит консолідованого бюджету, капіталовкладення державного сектора та державний зовнішній борг України у 1992–2001 р. р. (у % до ВВП)

Показники	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Дефіцит консолідованого бюджету	13.5	5.1	10.4	6.5	4.9	6.6	2.2	1.5	0.7	0.3
Державні капіталовкладення	2.2	1.7	3.4	2.5	1.3	0.6	1.5	0.9	0.9	0.9
Зовнішній державний борг	5.1	30.9	41.8	26.3	20.5	19.4	38.4	51.0	37.0	26.8

Таблиця 4.2.

Вид	Модель	Розрахункова модель	Коефіцієнт кореляції
Лінійна	$y = a_0 - a_1x$	$y = 40.55 - 1.937x$	$R = 0.5945$
Логарифмічна	$y = a_0 + a_1 \ln x$	$y = 40.48 - 7.75 \ln x$	$R = 0.5436$
Поліноміальна	$y = a_0 + a_1x + \dots a_nx^n$	$y = 20.45 + 27.93x - 10.59x^2 + 1.299x^3 - 0.04989x^4$	$R = 0.9315$
Експонента	$y = e^{a_0 + a_1x}$	$y = e^{-3.879 - 0.1132x}$	$R = 0.6973$

де, y - зовнішній борг у ВВП, %; x - коефіцієнт бюджету у ВВП, %; a_0, a_1, \dots, a_n - параметри моделей.

Для визначення оцінок параметрів моделі використовуємо стандартну процедуру “Регресійний аналіз” програмного продукту “STADIA”. Результати розрахунків і статистичні характеристики значущості оціночних параметрів моделі подані в табл. 4.3.

Враховуючи ступінь адекватності до експериментальних даних, найбільш прийнятною є поліноміальна модель (коефіцієнт кореляційного зв'язку $R=0.9315$). Коефіцієнт детермінації $R^2 = 0.8676$ характеризує ступінь зв'язку і вказує на те, що варіація зовнішнього боргу на 86.76 % зумовлена варіацією дефіциту бюджету, на 13.24 % - іншими флуктуючими чинниками, серед яких об'єктивними є – ревальвація (девальвація) обмінного курсу національної грошової одиниці, коливання середньої реальної відсоткової ставки, динаміка індексу інфляції, темпи росту реального ВВП за період 1992 – 2001 р. р., а суб'єктивними – прийняття органами державного управління боргів підприємств (зобов'язань за кредитами, наданими під гарантії Уряду) та боргів органів грошово-кредитного регулювання (заборгованість перед МВФ), шляхом перекладання їхніх боргових зобов'язань (у т. ч. прострочених) на державний бюджет.

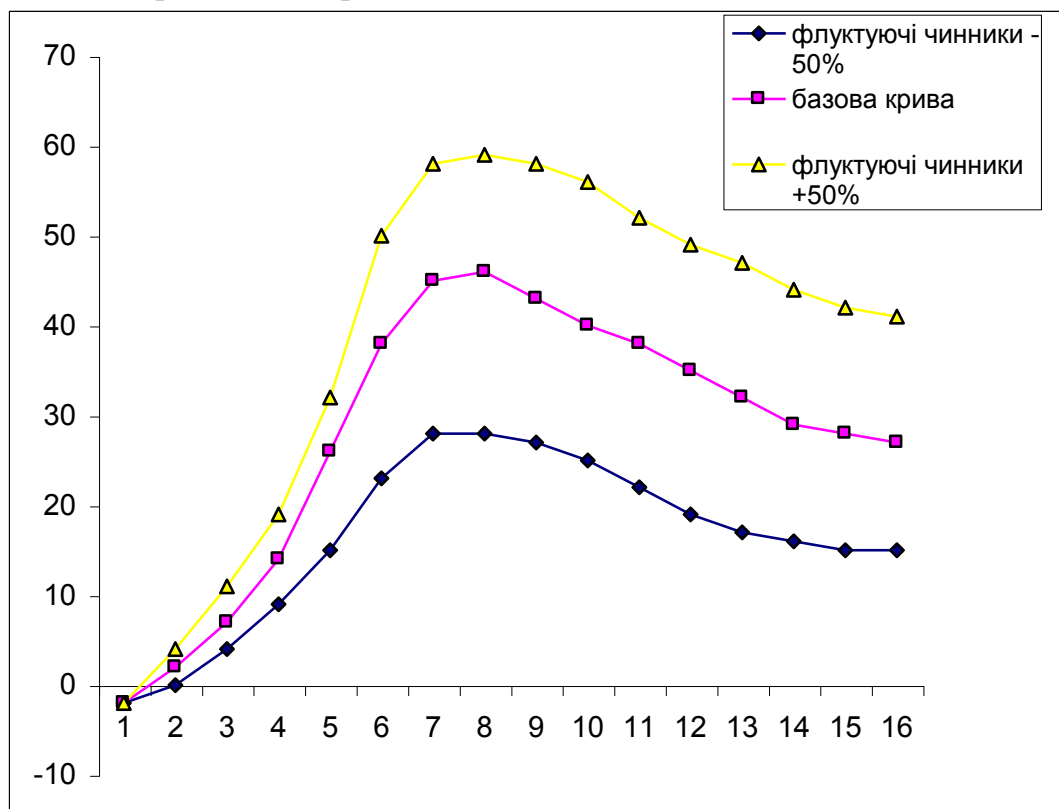
Таблиця 4.3.

<p>Модель: линейная $Y = a_0 + a_1 * x$</p> <p>Коэфф. A0 a1</p> <p>Значение 40.55 -1.937</p> <p>Ст.ошиб. 60.876 0.9904</p> <p>Значим. 0.0009 0.0893</p> <p>Источник Сум. Квадр. Степ. Св. Средн. Квадр.</p> <p>Регресс. 526.5 1 526.5</p> <p>Остаточн. 963.1 7 137.6</p> <p>Вся 1490 8</p> <p>Множеств R R^2 R^2 прив. Ст. ошиб. F Значим</p> <p>0.59451 0.35344 0.26107 11.73 3.826 0.0067</p> <p>Гипотеза 1: «Регрессионная модель адекватна экспериментальным данным»</p>						
<p>Модель: логарифмическая $Y = a_0 + a_1 * \ln(x)$</p> <p>Коэфф. A0 a1</p> <p>Значение 40.48 -7.75</p> <p>Ст. ошиб. 7.601 4.523</p> <p>Значим. 0.0014 0.1283</p> <p>Источник Сум.кв. Степ.св. Средн.кв.</p> <p>Регресс. 440.1 1 440.1</p> <p>Остаточн. 1049 7 149.9.</p> <p>Вся 1490 8</p> <p>Множеств R R^2 R^2 прив. Ст. ошиб. F Значим</p> <p>0.54355 0.29544 0.19479 12.224 2.935 0.0212</p> <p>Гипотеза 1: «Регрессионная модель адекватна экспериментальным данным»</p>						
<p>Модель: полином $Y = \text{сумма}\{a_i * x^i\}$</p> <p>Коэфф. a0 a1 a2 a3 a4</p> <p>Значение 20.45 27.93 -10.59 1.299 -0.04989</p> <p>Ст. ошиб. 14.37 15.52 4.433 0.456 0.01614</p> <p>Значим. 0.2272 0.1454 0.0748 0.0493 0.0369</p> <p>Источник Сум.кв. Степ.св. Средн.кв.</p> <p>Регресс. 1292 4 323.1</p> <p>Остаточн. 197.2 4 49.29</p> <p>Вся 1490 8</p> <p>Множеств R R^2 R^2 прив. Ст. ошиб. F Значим</p> <p>0.93147 0.86764 0.73527 7.0208 6.555 0.0497</p> <p>Гипотеза 1: «Регрессионная модель адекватна экспериментальным данным»</p>						
<p>Модель: экспонента $Y = \text{EXP}(a_0 + a_1 * x)$</p> <p>Коэфф. a0 a1</p> <p>Значение 3.879 -0.1132</p> <p>Ст.ошиб. 0.3053 0.04397</p> <p>Значим. 0. 0.0356</p> <p>Источник Сум.кв. Степ.св. Средн.кв.</p> <p>Регресс. 1.796 1 1.796</p> <p>Остаточн. 1.898 7 0.2712</p> <p>Вся 1490 8</p> <p>Множеств R R^2 R^2 прив. Ст. ошиб. F Значим</p> <p>0.69725 0.48615 0.41275 0.52074 6.623 0.0005</p> <p>Гипотеза 1: «Регрессионная модель адекватна экспериментальным данным»</p>						

З метою експериментального дослідження була послаблена та посилена дія флуктуючих чинників на 50 %. Це дало можливість прослідкувати тенденцію посилення (послаблення) кореляційної взаємозалежності дослідних факторів і зробити висновок про те, що чим менша дія флуктуючих чинників, тим тісніший зв'язок зовнішнього державного боргу з дефіцитом бюджету та

навпаки. Отримане положення вдало відображається графічно через побудову кривих кореляційної поліноміальної залежності (рис. 4.2).

Зовнішній державний борг, % ВВП



бюджетний дефіцит, % ВВП

Рис. 4.2. Борговий коридор дії флуктуючих чинників.

Базова крива, що враховує тенденцію попереднього періоду, розміщена у так званому борговому коридорі (на зразок “змія в тунелі”) дії флуктуючих чинників.

Для дослідження граничнодопустимого рівня зовнішнього боргу у ВВП беремо похідну від поліноміальної функції

$$(y = 20.45 + 27.93x - 10.59x^2 + 1.299x^3 - 0.04989x^4)$$

та розв’яжемо рівняння виду $y' = 0$; $27.93 - 21.18x + 3.897x^2 - 0.1995x^3 = 0$.

Розв’язком цього рівняння є $x = 1.9461$. Це вказує на те, що значення дефіциту при якому зовнішній борг буде мати граничне значення рівне 43.56%. Іншими словами, бюджетний дефіцит на рівні 1.9461 є ціною додаткового боргового тягара й одночасно передумовою загострення самої проблеми

“боргового навісу”. При незначних обсягах запозичень очікуваний обсяг виплат за боргом співпадає з обсягом зобов’язань. Це є свідченням того, що борг буде повністю погашеним. Однак, з певного моменту величина боргу починає перевищувати обсяг очікуваних виплат за ним. У даному випадку, якщо зобов’язання країни перевищують її очікувану платоспроможність, зовнішній борг виступає пропорційним податком, а додаткові доходи держави спрямовуються не на власних громадян, а до кредиторів. Виходячи з вище сказаного, зростає ймовірність дефолту, що в свою чергу призводить до падіння вартості нагромадженого боргу та до скорочення валового притоку капіталу у формі нових кредитів (1998 - 99 р.р). Таке розгортання подій може служити катализатором боргової кризи, а подальший ріст обсягів запозичень (наприклад, до точки *R*) призводить до того, що разом із ринковою ціною спадає сумарна вартість боргу (кінець 1999, початок 2000 року – період загострення кризи ліквідності). Дестимулюючий вплив, здійснюваний надлишковим борговим тягарем, стає настільки сильним, що крива зі зростаючої переходить у спадну. В такому випадку необхідне списання чи реструктуризація боргу, яка забезпечить відновлення платоспроможності боржника. Менеджмент зовнішнього боргу на цьому етапі доцільно зосередити на ранжуванні всіх потенційних варіантів між погашенням боргу та оголошенням дефолту, розрахунку та обґрунтуванні їхніх можливих наслідків і виборі найбільш оптимального з них (виплата боргу, реструктуризація, абсолютний дефолт).

Розвиток подій за таким сценарієм є малоімовірним і небажаним, оскільки списання боргових зобов’язань вкрай негативно відобразиться на репутації України як позичальника. У випадку реструктуризації боргу (що власне й було зроблено) важливе значення має вибір схеми подолання боргової кризи та подальший макроекономічний розвиток держави, відповідно до чого можливі два сценарії розгортання боргової динаміки: інерційний (суть реструктуризації у пролонгації термінів або залученні нових кредитів для оплати старих боргів; якщо в динаміці бюджетного дефіциту України не відбудеться суттєвих змін у напрямку його зменшення, то через деякий час

відновлюється зростання зовнішнього боргу, яке має характер “снігової кулі” та реанімаційний у випадку реструктуризації боргу ринковими методами з одночасним пожвавленням економічної кон’юнктури та поступовим зниженням бюджетного дефіциту, що власне забезпечує погашення боргових зобов’язань у майбутньому (рис. 4.3).

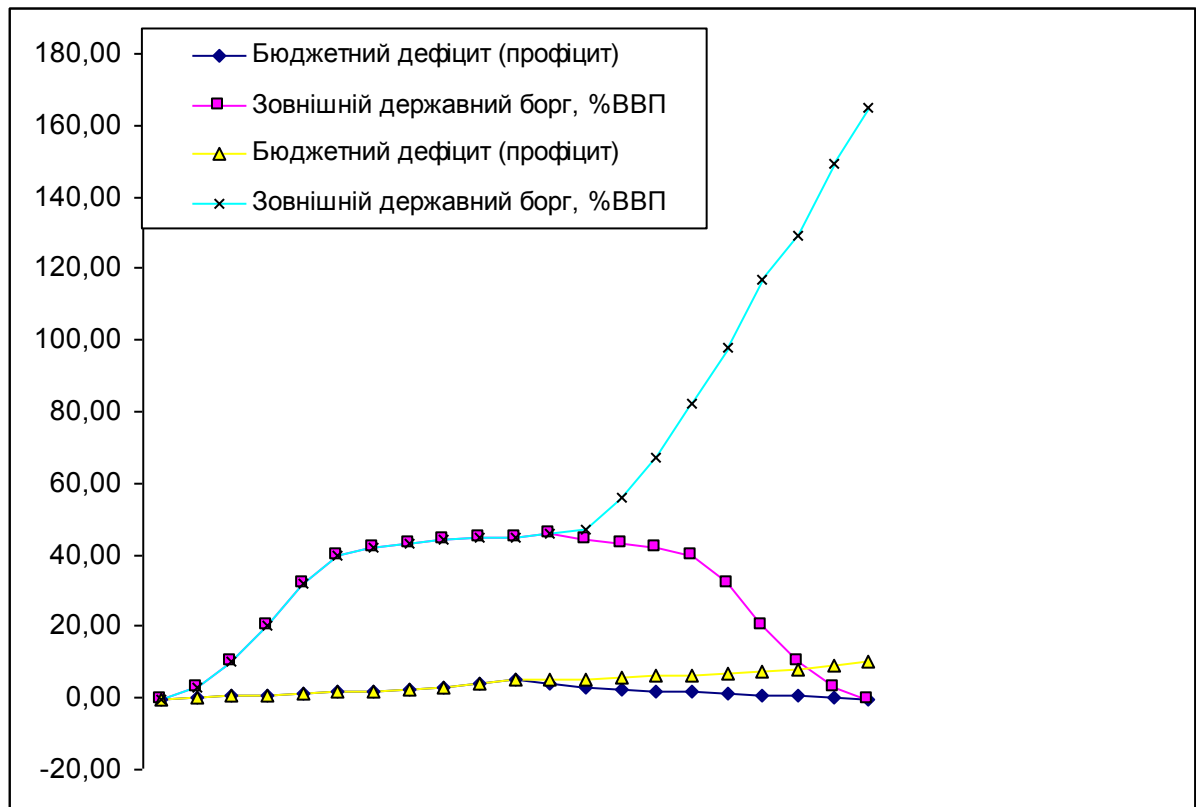


Рис. 4.3. Сценарії розвитку боргової моделі

Так або інакше, у випадку вдалої реструктуризації, відбувається свого роду “згладжування” боргової кривої, що демонструє відносну стабільність зовнішнього боргу на деякому часовому інтервалі (приблизно 2000- 2005 р. р.).

Проведене моделювання базується на ретроспективному аналізі статистичних даних залежності зовнішнього боргу від дефіциту. При цьому ігнорується дія кожного флюктуючого чинника зокрема.

Теоретично такий підхід заслуговує уваги, оскільки передбачає прогнозування граничнодопустимого рівня зовнішнього державного боргу, дає можливість “прокрутити” сценарії розвитку боргової динаміки. Однак, із практичної точки зору, для нас не аби яке значення має модель мінімізації (на

крайній випадок стабілізації) зовнішньої державної заборгованості, що була би достатньо агрегованою, враховувала існуючі тенденції та давала можливість розрахунку прогнозних траєкторій двох “боргових” величин:

- загальної маси зовнішнього державного боргу;
- витрат на його обслуговування, з урахуванням впливу кожного з основних флюктуючих чинників.

4.5. Кількісні методи аналізу та формування дохідної частини бюджету

Формування дохідної частини бюджету залежить від багатьох взаємопов’язаних факторів. Задача кількісної оцінки їхнього впливу настільки складна та різноманітна, що вимагає застосування економетричних методів і імітаційного моделювання у подальших дослідженнях.

Для здійснення кількісного аналізу тенденцій планування та виконання доходів місцевих бюджетів доцільно використовувати ретроспективні показники питомої ваги запланованих і фактичних доходів у відповідному загальному обсязі доходів місцевих бюджетів.

Зробимо порівняльний кількісний аналіз питомої ваги фактичних місцевих бюджетів на базі даних Тернопільської області у загальній сумі доходів місцевих бюджетів області та відповідно запланованого показника у розрізі видів поступлень (прибутковий податок із громадян, платежі за користування надрами, плата за землю, податок на промисел, плата за державну реєстрацію суб’єктів підприємницької діяльності, місцеві податки та збори, фіксований сільськогосподарський податок) при допомозі економетричних методів. Для побудови економетричних моделей використовуємо програмний продукт STADIA, що дає можливість вирішити такі проблемні питання: дослідити структуру питомої ваги доходів бюджету області; побудувати прогнозні моделі доходів бюджету області; зробити прогноз залежності

запланованої та фактичної питомої ваги доходів бюджету області; дослідити причинно-наслідкові взаємозв'язки дохідної частини місцевих бюджетів.

Кількісний аналіз тенденцій планування виконання дохідної частини місцевих бюджетів виконаний на основі інформаційної бази, основу котрої складають звітні дані Головного фінансового управління Тернопільської області (табл. 4.4).

Для проведення числових розрахунків використовуємо такі види регресійних моделей:

$$y = a_0 + a_1x, y = a_0 + a_1\sqrt{x}, y = \frac{x}{a_0 + a_1x + a_2x^2}, \quad (4.37)$$

де y – питома вага фактичного виконання бюджету Тернопільської області в розрізі видів поступлень доходів місцевих бюджетів, %; x – питома вага запланованих доходів бюджету області в розрізі видів поступлень доходів місцевих бюджетів, %.

Враховуючи статистичну значущість оціночних параметрів регресійних рівнянь, для кожного виду поступлень доходів місцевих бюджетів вибираємо найбільш адекватну економетричну модель (табл. 4.5).

Таблиця 4.5.

Кореляційна залежність запланованої та фактичної питомої ваги доходів місцевих бюджетів Тернопільської області

Показник	Вид залежності
Прибутковий податок з громадян	$y = -0.4508 + 1.011x, R = 0.96456;$ $y = -42.1 + 13.16\sqrt{x}, R = 0.95146$
Платежі за користування надрами	$y = -2.396 + 129.8x, R = 0.9313;$ $y = -5.73 + 43.58\sqrt{x}, R = 0.87905$
Плата за землю	$y = -1.475 + 1.11x, R = 0.96286;$ $y = -12.89 + 7.176\sqrt{x}, R = 0.9479$
Податок на промисел	$y = 0.1264 + 1.045x, R = 0.96885;$ $y = -0.2174 + 0.9915\sqrt{x}, R = 0.9828$
Плата за державну реєстрацію СПД	$y = -0.01697 + 1.061x, R = 0.68657$ $y = -0.1684 + 0.8068\sqrt{x}, R = 0.70011$
Місцеві податки і збори	$y = -0.08138 + 1.036x, R = 0.97271;$ $y = -2.019 + 2.997\sqrt{x}, R = 0.94591$

Фіксований сільськогосподарський податок	$y = 0.5056 + 0.1442x, R = 0.2029;$ $y = 0.287 + 0.3596\sqrt{x}, R = 0.21382$
--	--

Кількісний аналіз отриманих результатів вказує на наявність тенденції росту питомої ваги фактичних доходів у розрізі всіх видів поступлень до місцевих бюджетів. Окрім цього, прослідковується тенденція до збільшення зазначеного показника з року в рік для поступлень від платежів за користування надрами ($a_1 = 129.8\%$), а для фіксованого сільськогосподарського податку цей показник нижчий ($a_1 = 0.1442\%$)

У загальному випадку для лінійних моделей коефіцієнт a_1 вказує на середню продуктивність. У наших дослідженнях це – середньорічний приріст питомої ваги фактичного виконання бюджету області в розрізі відповідних поступлень доходів місцевих бюджетів.

Таким чином, проведений кількісний аналіз виявив суттєву взаємозалежність між питомою вагою запланованих доходів бюджету області у запланованому обсязі доходів місцевих бюджетів і питомою вагою фактичного виконання доходів бюджету області у фактичному обсязі виконання місцевих бюджетів.

З метою визначення комплексного впливу факторів, які впливають на обсяг надходжень до бюджету області, можна побудувати таку економетричну модель:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 + a_5x_5 + x_6 + u, \quad (4.38)$$

де y – загальний обсяг надходжень до бюджету, млн. грн.; x_1 - обсяг виробництва промислової продукції, млн. грн.; x_2 – обсяг валових інвестицій, млн. грн.; x_3 - кредиторська заборгованість між підприємствами, млн. грн.; x_4 - обсяг виробництва сільськогосподарської продукції, млн. грн.; x_5 - статутний капітал комерційних банків, млн. грн.; x_6 - чисельність населення, тис. чол.; u – випадкова змінна.

Динамічний характер фінансових потоків наштовхує на аналіз бюджетних процесів регіону відносно поступлення коштів від місцевих

податків і зборів. Результатом цього дослідження є економетрична модель виду:

$$y_t = a_0 + a_1 x_{1t} + a_2 x_{2t} + y_{t-1} \frac{D_t}{D_{t-1}} + y_{t-3} \frac{D_t}{D_{t-3}}, \quad (4.39)$$

де y_t - надходження до бюджету від місцевих податків і зборів у періоді t ; x_{1t} - випуск продукції промисловості в періоді t ; x_{2t} - чисельність населення в періоді t ; D_t - дефлятор ВВП у періоді t .

Для вдосконалення методики управління бюджетним процесом, підвищення наукової обґрунтованості фінансових рішень на основі багатоваріантних розрахунків можна поєднати балансовий метод із імітаційним моделюванням. Розв'язати таку задачу можна з допомогою побудови матричної балансової моделі розрахунку доходів бюджету регіону, в основі котрої лежить матриця коефіцієнтів податкоємності реалізованої продукції та послуг у поєднанні з вектором реалізованої продукції та послуг за галузями (табл. 4.6).

Таблиця 5.6.

Назва галузі	Види податків і платежів			Всього податків і платежів (за галузями)	Реалізовано продукції
	1	...	m		
1	$a_{11}x_1$...	$a_{1m}x_1$	$\sum_{j=1}^m a_{1j}x_1$	x_1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	$a_{n1}x_1$...	$a_{nm}x_1$	$\sum_{j=1}^m a_{nj}x_n$	x_n
Всього податків і платежів (за видами податків і платежів)	$\sum_{i=1}^n a_{i1}x_i$...	$\sum_{i=1}^n a_{im}x_i$	$\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n a_{ij}x_i$	$\sum_{i=1}^n x_i$

Для побудови моделі приймаємо такі позначення: i - індекс галузі, $i = \overline{1, n}$; j - індекс виду податку чи платежу, $j = \overline{1, m}$; x_i - обсяг реалізованої продукції чи надано послуг i -ою галуззю у вартісному вираженні; a_{ij} - коефіцієнт податкоємності i -ої галузі для j -го виду податку чи платежу.

Основним математичним співвідношенням даної моделі є таке рівняння:

$$\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n a_{ij} x_i = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_{ij} x_i = 0. \quad (4.40)$$

Економічний зміст (4.40) полягає в тому, що сума всіх доходів, які отримані від галузей-платників податків, дорівнює сумі всіх податків і платежів, що надійшли до бюджету регіону.

Використання побудованої моделі дає можливість здійснити багатоваріантні розрахунки доходів бюджету на основі імітації різних значень коефіцієнтів матриці податкоємності, що враховують можливі зміни видів податків, їхніх ставок і наявність пільг, а також прогнозних векторів обсягу реалізованої продукції та послуг. Окрім цього, побудовану модель можна використати для розрахунку прогнозних значень усієї суми доходів бюджету, суми надходжень до бюджету в розрізі галузей та окремих видів податків і платежів.

Запропонована модель може використовуватися при вивченні впливу темпів росту економіки в цілому та в розрізі окремих галузей на доходи бюджетів і кількісного аналізу ступеня податкового тиску на платників податків.

Література

1. Закон України “Про інвестиційну діяльність” від 18. 09. 91 р.- Відомості Верховної Ради України.- № 47, 1991.
2. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Как управлять проектами.- М.: СИНТЕГ – ГЕО, 1997.- 188 с.
3. Вітлінський В.В. Моделювання економіки: Навч. посібник.- К.: КНЕУ, 2003.- 408 с.
4. Замков О. Бюджетный дефицит, государственный долг и экономический рост // Вестник МГУ. Сер. Экономика, 1997. №2.
5. Іващук О.Т. Методи дослідження операцій в економіці: Навч. посібник.- Т.: ТАНГ, “Економічна думка,” 2003. – 332 с.
6. Іващук О.Т. Економетричні методи та моделі: Навч. посібник.- Т.: ТАНГ, “Економічна думка,” 2003. – 348 с.
7. Іващук О.Т. кількісні методи та моделі фінансового прогнозування: Навч. посібник.- Т.: ТАНГ, “Економічна думка,” 2004. – 261 с
8. Костіна Н.І., Алексєєв А.А., Василик О.Д. Фінанси: система моделей і прогнозів: Навч. посібник. – К: Четверта хвиля, 1998.- 304 с.
9. Савченко А.Г. Макроекономічна політика: Навч. посібник.- К.: КНЕУ, 2001.- 166 с.
10. Секторіальні моделі прогнозування економіки України / За ред. Ак. НАН України В.М. Гейця.- К.-: Фенікс, 1999.- 304 с.
11. Смирнов А.Д. Лекции по макроэкономическому моделированию: Учебн. пособие.- М.: ГУ ВШЭ, 2000.-351 с.