

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАХІДНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ

**КПІЗ З НАВЧАЛЬНОЇ
ДИСЦИПЛІНИ
ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ**

Руська Р. В.

Тернопіль 2022

Затверджено на засіданні кафедри прикладної математики протокол
№1 від 26.08.2022.

Руська Р. В. КПЗ з навчальної дисципліни «Дослідження операцій».
Тернопіль, ЗУНУ, 2022. 55 с

У посібнику наведено приклади розв'язування задач та контрольні
практичні індивідуальні завдання з дисципліни «Дослідження
операцій». Для студентів денної форми навчання.

Відповідальний за випуск: О. М. Мартинюк, кандидат фізико-
математичних наук, завідувач кафедри ПМ ЗУНУ

© Руська Р., 2022

Загальна постановка оптимізаційної задачі

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Завдання 1. Побудувати економіко-математичну модель задачі:

1. Підприємство «Ескімо» може виготовляти морозиво двох типів K_1 та K_2 за трьома технологічними способами T_1 , T_2 , T_3 . Причому одночасно може бути задіяний лише один спосіб. Інтенсивність технологічних способів (протягом однієї доби) та прибуток від реалізації однієї тонни морозива наведені в таблиці.

Вид технологічного способу	Інтенсивність технологічного способу при виробництві морозива		Кількість переробленого молока технологічним способом
	K_1	K_2	
T_1	25	20	32
T_2	30	25	40
T_3	50	30	65
Прибуток від реалізації 1 т морозива	120	180	

Відомо, що протягом місяця підприємству буде поставлено для виробництва 1200 тонн молока.

Потрібно визначити інтенсивності використання кожного з технологічних способів (кількість робочих днів, впродовж яких буде задіяний відповідний технологічний спосіб) та обсяг виробництва морозива кожного типу на розрахунковий місяць, при яких загальний прибуток підприємства буде максимальним.

2. Продукція фабрики випускається у вигляді паперових рулонів стандартної ширини – 3 м. За спеціальним замовленням споживачів фабрика постачає також рулони інших розмірів, розрізуючи стандартні рулони. Типові замовлення на рулони нестандартних розмірів: шириною 1,1 м – 125 штук, 0,9 м – 220 штук та 0,6 м – 450 штук. Визначити оптимальний варіант розкрою

стандартних рулонів, за якого спеціальні замовлення задовольняються повністю з мінімальними відходами паперу.

3. Фабрика планує випускати тканину чотирьох видів, використовуючи для цього 5 видів ресурсів: пряжу, барвники, обладнання, працю та електроенергію, запаси яких обмежені. Норми витрат ресурсів на виготовлення одного метра тканини та запас відповідного ресурсу, а також прибуток від реалізації 1 м тканини задані в таблиці:

Вид ресурсу	Запаси ресурсу	Норми витрат ресурсів на виготовлення 1 м тканини			
		1-го виду	2-го виду	3-го виду	4-го виду
Пряжа	800	0,35	0,2	0,6	0,36
Барвники	750	0,52	0,65	0,76	0,48
Обладнання	1000	3,2	5,3	2,7	2,8
Праця	100	2,5	3,2	4,6	2,9
Електроенергія	440	0,9	0,8	0,6	0,7
Прибуток від реалізації 1 м тканини (грн.)		8	9	13	7

Згідно контракту тканини другого виду потрібно виготовити не менше 345 м. Знайти такий план виробництва тканини, який забезпечить найбільший прибуток фабрики.

4. У цеху три токарних верстата та один автомат. Необхідно організувати виробництво двох деталей у комплекті: на кожну деталь №1 три деталі №2 і дві деталі №3. Скласти програму роботи станків, при якій буде виготовлено максимальну кількість комплектів, якщо щоденна продуктивність кожного станка по кожній деталі задана в таблиці.

Деталі	№1	№2	№3
Верстати			
Токарний	50	40	80
Автомат	120	90	60

5. На складі підприємства є заготовки (сталі бруски) довжиною 10 м, із яких потрібно виготовити 50 комплектів

коротших заготовок. При цьому в один комплект входять: один брусок довжиною 2 м, три бруски довжиною 1,6 м та два бруски по 1,4 м. Потрібно розкроїти вихідний матеріал таким чином, щоб отримати відповідну кількість комплектів коротших заготовок з мінімальними відходами.

6. У добовий раціон входять два продукти харчування P_1 та P_2 , причому продукту P_1 не більше 150 одиниць. Вартість одиниці продукту P_1 становить 80 копійок, а продукту P_2 – 40 копійок. Вміст поживних речовин у продуктах наведено в таблиці:

Поживні речовини	Мінімальна норма споживання	Вміст поживних речовин в одиниці продукту	
		P_1	P_2
А	90	0,3	0,2
Б	70	0,1	0,4

Визначити оптимальний раціон, вартість якого буде найменшою.

7. Розрахувати максимальний прибуток цеху від продажу радіоприймачів №1 та №2, якщо задані ресурси (мікросхеми, транзистори, резистори, гроші, трудові ресурси), норми витрат та прибуток від одного приладу в таблиці.

Вид ресурсу	Запаси ресурсів	Норми витрат	
		Радіо №1	Радіо №2
Мікросхеми	20	0,9	5,7
Транзистори	30	3	0,6
Резистори,	25	5	1,1
Гроші	15	1	3,5
Трудові ресурси	10	0,8	0,4
Прибуток за 1 радіоприймач, грн/шт.		250	180

8. На базі є прут довжиною 2,8 м. Підприємству треба виготовити з нього заготовки довжиною 1,25 м, 0,85 м та 0,75 м відповідно 330, 450 та 800 штук. Яку кількість прутів треба використати і яким способом порізати їх на заготовки, щоб відходи були мінімальними?

9. Підприємство випускає три види продукції: А, Б та В. Місячна програма випуску становить 150 одиниць продукції А, 235 – продукції Б та 600 одиниць – продукції В. Для випуску продукції використовуються матеріали, місячні витрати яких не можуть перевищувати 50000 кг. На виготовлення одиниці продукції А витрачається 7 кг матеріалу, продукції Б – 11 кг, а В – 9 кг. Оптова ціна одиниці продукції становить: А – 60 грн., Б – 33 грн., В – 20 грн. Визначити оптимальний план випуску продукції, який забезпечить підприємству максимум доходу.

10. Господарство планує вирощувати три сільськогосподарські культури (пшеницю, картоплю і гречку) і може виділити для цього 500 га земельних угідь. Для успішного вирощування сільськогосподарські культури потребують внесення комплексного мінерального добрива, запас якого в господарстві обмежений – 150 т. Норма внесення мінеральних добрив, урожайність з 1 га та планові закупівельні ціни на сільськогосподарські культури наведено в таблиці:

Показник	Сільськогосподарська культура		
	Пшениця	Гречка	Картопля
Урожайність, ц/га	40	15	200
Закупівельна ціна, грн./ц	80	600	35
Норма внесення добрива, кг/га	300	200	500

Площа земельних угідь, відведених під вирощування пшениці, не має перевищувати 350 га. Визначити такий план розподілу посівної площі господарства, який дасть найбільший дохід від вирощування сільськогосподарських культур.

11. Фірма планує організувати випуск двох видів продукції А та Б і має для цього фінансові ресурси розміром 25000 тис. грн. У разі потреби цю суму можна збільшити на 50000 тис. грн. за рахунок банківського кредиту, процентна ставка за використання якого становить 20 %. Витрати, пов'язані з виробництвом одиниці продукції А, становлять 250 грн., а одиниці продукції Б – 495 грн.

Очікуваний прибуток від реалізації одиниці продукції А становить 180 грн., а продукції Б – 340 грн. Фірма має попереднє замовлення на виробництво не менш як 80 одиниць продукції А та 45 одиниць продукції Б. Визначити обсяги виробництва продукції кожного виду, які забезпечать фірмі найбільший прибуток з урахуванням виплат за кредит.

12. Виробниче об'єднання «АвтоГаз» має у своєму складі три підприємства, виробнича потужність яких щодо випуску автомобілів дорівнює відповідно 200, 400, 350 одиниць. На цю продукцію є заявки з двох областей з потребами 530 та 420 автомобілів відповідно. Вартість транспортування одного автомобіля від кожного з підприємств до відповідного обласного центру наведено в таблиці.

Підприємство	Обласний центр	
	O ₁	O ₂
П ₁	720	380
П ₂	270	320
П ₃	180	230

Потрібно знайти такий план закріплення областей за підприємствами, щоб загальні витрати на транспортування всіх автомобілів були мінімальними.

13. При складанні добового раціону відгодівлі великої рогатої худоби можна використовувати сіно (не більше 60 кг) і силос (не більше 90 кг). Раціон повинен мати певну поживність (кількість кормових одиниць не менше 25) і містити поживні речовини: білок (не менше 1кг), кальцій (не менше 100 г) і фосфор (не менше 75 г).

У таблиці задано дані про вміст названих компонентів в 1кг сіна і силосу та вартість 1кг корму:

Корми	Компоненти				Ціна, коп./кг
	Кількість кормових одиниць	Білок, г/кг	Кальцій, г/кг	Фосфор, г/кг	
Сіно	0,4	35	1,35	2	1,8

Силос	0,5	15	2,45	1	0,9
-------	-----	----	------	---	-----

Визначити оптимальний раціон відгодівлі ВРХ з мінімальною собівартістю.

14. Продукція трьох видів проходить послідовну обробку на двох верстатах.

Верстат	Тривалість обробки одиниці продукції		
	А	Б	В
1	3	4	2
2	1	2	3

Витрати на виробництво одиниці продукції кожного виду визначають як величини, прямо пропорційні до часу використання верстатів (у машино-годинах). Вартість однієї машино-години становить 50 грн. для першого верстата та 70 грн. для другого. Можливий час використання верстатів обмежений: для 1-го верстата він становить 480 машино-годин, для 2-го – 370. Ціна одиниці продукції кожного виду дорівнює відповідно 350, 300 та 200 грн. Визначити оптимальний план виробництва продукції трьох видів, який максимізує загальний чистий прибуток.

15. Три типи літаків необхідно розподілити між чотирма авіалініями так, щоб при мінімальних сумарних експлуатаційних витратах перевести по кожній авіалінії відповідно не менше 300, 200, 1000, 500 одиниць вантажу. Кількість літаків кожного типу, місячний обсяг перевезень кожним літаком на кожній авіалінії та відповідні експлуатаційні витрати наведені в таблиці:

Тип літака	Кількість літаків	Місячний обсяг перевезень одним літаком				Експлуатаційні витрати на один літакпо авіалініям			
		I	II	III	IV	I	II	III	IV
№1	50	15	10	20	50	15	20	25	40
№2	20	20	25	10	17	70	28	15	45
№3	30	35	50	30	45	40	70	40	65

16. Фермерське господарство відвело три земельні ділянки розмірами в 5000, 8000, 9000 га під посіви жита, пшениці і

кукурудзи. За 1 ц жита фермерське господарство отримує 80 грн., 1 ц пшениці – 110 грн., 1 ц кукурудзи – 65 грн. Скільки гектарів і на яких ділянках господарство повинне посіяти кожну культуру, щоб отримати максимальну виручку, якщо передбачені зобов'язання по вирощуванню жита – не менше 1900 т, пшениці – не менше 15800 т, кукурудзи – не менше 30000 т.

Середня врожайність (в ц на 1 га) по ділянках наведена в таблиці:

	I	II	III
Жито	12	14	15
Пшениця	14	15	22
Кукурудза	30	35	25

17. Фанеру розміром 6x13 м розкроїти так, щоб одержати заготовки двох видів: 500 штук заготовок розміром 4x5 та 250 штук розміром 2x3 м. Витрати фанери при цьому мають бути найменшими. Способи розкрою матеріалу і кількість заготовок кожного типу, отриманих при розкрої одного листа фанери, подано в таблиці:

Розмір заготовки	Способи розкрою			
	1	2	3	4
4x5 м	3	2	1	0
2x3 м	1	6	9	13

18. Скласти добовий раціон мінімальної собівартості для відгодівлі свиней, причому до складу раціону має входити не більше 3 кг ячменю. Кормових одиниць за добу потрібно споживати не менше 2,5 кг, протеїну – 240 г. Вихідні дані для розв'язування задачі наведено в таблиці:

Корм	Вміст поживних речовин в 1 кг корму		Ціна 1 кг корму, грн.
	Кормові одиниці, кг	Протеїн, г	
Комбікорм	1,1	110	0,85

Ячмінь	1,3	90	1,8
--------	-----	----	-----

19. Меблева фабрика виготовляє столи, стільці, бюро та книжкові шафи, використовуючи два різних види дощок, причому фабрика має 600 м дощок першого виду і 1200 м дощок другого виду. Крім того, заданий обсяг трудових ресурсів – 950 людино-годин. Норми витрат кожного виду ресурсу на виготовлення одного виробу і прибуток від реалізації одного виробу наведено в таблиці:

Ресурси	Витрати ресурсів на один виріб			
	Столи	Стільці	Бюро	Книжкові шафи
Дощки першого виду, м	5	2	3	12
Дощки другого виду, м	1	2	8	2
Трудові ресурси, люд.-год.	3	2	6	9
Прибуток від одного виробу, грн.	60	20	80	95

Визначити оптимальний асортимент меблевої фабрики, що максимізує прибуток.

20. На трьох групах обладнання необхідно виготовити вироби чотирьох видів. Встановлено план виробництва: Виробів типу А – 2000 шт., Б – 1000 шт., В – 500 шт., Г – 780 шт. Дані про собівартість виготовлення кожного виду, трудомісткість й фонд робочого часу наведено в таблиці.

Обладнання	Собівартість одного виробу, грн.				Час на виробництво одного виробу, хв.				Фонд часу, год
	А	Б	В	Г	А	Б	В	Г	
I	1,5	2,4	0,9	1,4	4	8	2,5	4	580
II	1,8	1,2	1	1,7	2,5	2	1,5	2	360
III	2,7	5,4	6	5,6	5,5	1,5	1	1,2	420

Знайти такий план завантаження обладнання, який мінімізував би витрати на виконання виробничої програми.

**Розв'язування задач лінійного програмування
графічним методом
ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ**

Завдання 3. Графічним методом знайти розв'язок задачі лінійного програмування за умов, що $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$.

1. $Z = -7x_1 - 6x_2 + 19$ (extr) **2.** $Z = 9x_1 + 3x_2 + 8$ (extr) **3.** $Z = 4x_1 + 7x_2$ (extr)

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_1 + x_2 \geq 2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5x_1 + 4x_2 \leq 20, \\ 5x_1 - 4x_2 \leq 20, \\ 8x_1 + 7x_2 \leq 56. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 \geq 15, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ -5x_1 + x_2 \leq 0. \end{cases}$$

4. $Z = 8x_1 - 7x_2$ (extr) **5.** $Z = 2x_1 + 3x_2$ (extr) **6.** $Z = 3x_1 + 2x_2$ (extr)

$$\begin{cases} x_2 \leq 9, \\ 15x_1 - 5x_2 \leq 90, \\ 5x_1 + 10x_2 \leq 50, \\ -3x_1 + 3x_2 \leq 6. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 9, \\ x_1 + 2x_2 \geq 8, \\ x_1 + 5x_2 \geq 10. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 \leq 3, \\ x_1 \geq 6, \\ -4x_1 + 3x_2 \leq 24. \end{cases}$$

7. $Z = x_1 + 2x_2$ (extr) **8.** $Z = 6x_1 + 5x_2 - 30$ (extr) **9.** $Z = 8x_1 + 4x_2 + 22$ (extr)

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 3, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 1, \\ 3x_1 - x_2 \leq 6. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 8, \\ 2x_1 + x_2 \geq 8, \\ 2x_1 - x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 0, \\ -x_1 + x_2 \leq 8, \\ 10x_1 + 9x_2 \leq 90. \end{cases}$$

10. $Z = -4x_1 + x_2$ (extr) **11.** $Z = -2x_1 - 2x_2 + 15$ (extr) **12.** $Z = 4x_1 + 2x_2$ (extr)

$$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 \leq 0, \\ 2x_1 + x_2 \geq 6, \\ -x_1 + x_2 \leq 3, \\ 2x_1 + x_2 \leq 10. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \geq 12, \\ 5x_1 - 2x_2 \leq 8, \\ x_1 \leq 6, \\ 4x_1 + 3x_2 \geq 12. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 6, \\ x_1 + x_2 \geq 4, \\ x_2 \leq 5, \\ 7x_1 + 8x_2 \leq 56. \end{cases}$$

13. $Z = 3x_1 + 2x_2$ (extr) **14.** $Z = -x_1 - 3x_2$ (extr) **15.** $Z = 7x_1 + 4x_2 + 40$ (extr)

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 6, \\ x_1 - 2x_2 \leq 4, \\ x_1 \leq 4, \\ 5x_1 + 2x_2 \geq 10. \end{cases} \quad \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 \geq 10, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_2 \leq 6, \\ x_1 + 4x_2 \geq 4. \end{cases} \quad \begin{cases} 9x_1 - 4x_2 \leq 36, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 9, \\ 7x_1 + 6x_2 \leq 42. \end{cases}$$

16. $Z=4x_1+6x_2$ (extr) **17.** $Z=7x_1+3x_2+30$ (extr) **18.** $Z=-4x_1-3x_2+20$ (extr)

$$\begin{cases} 8x_1 + 7x_2 \leq 56, \\ 3x_1 + 5x_2 \geq 15, \\ 5x_1 + 3x_2 \geq 15. \end{cases} \quad \begin{cases} 10x_1 + 9x_2 \leq 90, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ 6x_1 + 5x_2 \leq 30. \end{cases} \quad \begin{cases} 4x_1 + 5x_2 \leq 20, \\ 7x_1 + 3x_2 \leq 21, \\ 2x_1 + x_2 \geq 2. \end{cases}$$

19. $Z=-4x_1+x_2$ (extr) **20.** $Z=6x_1+5x_2+15$ (extr) **21.** $Z=6x_1+6x_2+10$ (extr)

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 \leq 12, \\ x_1 - x_2 \geq 0, \\ x_2 \geq 0. \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 6, \\ -x_1 + x_2 \leq 4, \\ x_1 \leq 8, \\ x_1 - 2x_2 \leq 4. \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 8, \\ -x_1 + 5x_2 \leq 10, \\ x_1 + 2x_2 \geq 4. \end{cases}$$

22. $Z=-5x_1-3x_2+5$ (extr) **23.** $Z=5x_1-6x_2+12$ (extr) **24.** $Z=-5x_1-4x_2$ (extr)

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ 4x_1 + 3x_2 \geq 12, \\ x_1 - x_2 \leq 2. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - 2x_2 \geq 0, \\ 3x_1 + x_2 \geq 3, \\ x_2 \leq 5. \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 0, \\ -x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_2 \leq 4, \\ x_1 + x_2 \leq 5. \end{cases}$$

25. $Z=3x_1+4x_2$ (extr) **26.** $Z=5x_1-2x_2+4$ (extr) **27.** $Z=-x_1+3x_2+6$ (extr)

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 4, \\ -x_1 + 4x_2 \leq 8, \\ 2x_1 - x_2 \leq 4. \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq -6, \\ x_1 + x_2 \geq 3, \\ x_1 \leq 4, \\ x_2 \leq 6. \end{cases} \quad \begin{cases} -x_1 + 2x_2 \geq 6, \\ x_1 \geq 4, \\ x_2 \leq 8. \end{cases}$$

28. $Z=-3x_1-2x_2$ (extr) **29.** $Z=2x_1+4x_2-3$ (extr) **30.** $Z=3x_1+x_2+4$ (extr)

$$\begin{cases} -x_1 - x_2 \leq 4, \\ x_1 + x_2 \geq 4, \\ x_2 \leq 5 \end{cases} \quad \begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 4, \\ x_1 - x_2 \leq 3, \\ x_1 \leq 5. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 \geq 3, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 12, \\ x_1 \leq 6. \end{cases}$$

31. $Z = -2x_1 + 2x_2$ (extr) **32.** $Z = 6 - 2x_1 - 3x_2$ (extr) **33.** $Z = -5x_1 - 2x_2 + 20$ (extr)

$$\begin{cases} -4x_1 + 6x_2 \leq 12, \\ -3x_1 - 2x_2 \leq -4, \\ x_1 - x_2 \leq 4, \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 12. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - x_2 \geq -6, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 18, \\ x_1 \leq 5, \\ x_1 + x_2 \geq 4. \end{cases} \quad \begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ x_1 + x_2 \geq 2, \\ x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ -2x_1 + 3x_2 \leq 6. \end{cases}$$

34. $Z = -5x_1 - 2x_2$ (extr) **35.** $Z = -5x_1 + 3x_2$ (extr) **36.** $Z = -3x_1 - 4x_2 - 20$ (extr)

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 6, \\ x_1 - 2x_2 \leq 4, \\ -x_1 + x_2 \leq 5, \\ 9x_1 + 8x_2 \leq 72. \end{cases} \quad \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 18, \\ -x_1 + x_2 \leq 3, \\ 5x_1 + 2x_2 \geq 10, \\ x_1 - 2x_2 \leq 4. \end{cases} \quad \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \geq 12, \\ x_1 - x_2 \leq 4, \\ -4x_1 + 3x_2 \leq 12. \end{cases}$$

37. $Z = 2x_1 + 3x_2 + 16$ (extr) **38.** $Z = 7x_1 - 4x_2 - 30$ (extr) **39.** $Z = 3x_1 + 2x_2$ (extr)

$$\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 \leq 10, \\ x_1 + x_2 \leq 3, \\ 4x_1 + 3x_2 \geq 12. \end{cases} \quad \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \geq 6, \\ 3x_1 - 5x_2 \leq 15, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 4. \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 - x_2 \geq 0, \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 6, \\ x_1 - 2x_2 \leq 4. \end{cases}$$

40. $Z = 4x_1 + 2x_2 - 20$ (extr) **41.** $Z = -7x_1 - 4x_2$ (extr) **42.** $Z = 3x_1 + 5x_2 + 20$ (extr)

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 5, \\ x_2 \leq 5, \\ 2x_1 - x_2 \geq 0. \end{cases} \quad \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \leq 12, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 4, \\ 3x_1 + 2x_2 \geq 6. \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 12, \\ x_1 + x_2 \leq 5, \\ x_1 \leq 2, \quad x_2 \leq 4. \end{cases}$$

43. $Z = -x_1 + 3x_2 + 20$ (extr) **44.** $Z = -5x_1 - 2x_2$ (extr) **45.** $Z = 4x_1 + 2x_2 - 10$ (extr)

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 18, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1 \leq 3, \quad x_2 \leq 5. \end{cases} \quad \begin{cases} -3x_1 + 3x_2 \leq 18, \\ 15x_1 - 5x_2 \leq 30, \\ x_1 \leq 6, \\ 5x_1 + 10x_2 \leq 20. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - 3x_2 \leq 9, \\ x_1 \geq 5, \\ -4x_1 + 3x_2 \leq 12. \end{cases}$$

46. $Z = 3x_1 + 2x_2 + 5$ (extr) **47.** $Z = -x_1 + 3x_2 + 8$ (extr) **48.** $Z = 6x_1 + 4x_2 + 2$ (extr)

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \geq 3, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 4, \\ 3x_1 - x_2 \leq 9. \end{cases} \quad \begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 6, \\ 2x_1 + 4x_2 \geq 8, \\ x_1 + 5x_2 \geq 15. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 10, \\ -4x_1 + x_2 \leq 8, \\ 5x_1 + 9x_2 \leq 45. \end{cases}$$

49. $Z = -4x_1 + 2x_2 - 3$ (extr) 50. $Z = -x_1 - 3x_2 + 10$ (extr)

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 12, \\ x_1 - x_2 \geq 0, \\ x_2 \geq 6. \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 4, \\ 4x_1 - 3x_2 \leq 0, \\ x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ -x_1 + x_2 \leq 3. \end{cases}$$

Симплексний метод розв'язування задач лінійного програмування

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Завдання 4. На виготовлення двох видів продукції – Π_1 та Π_2 витрачається три види ресурсів – R_1, R_2, R_3 . Запаси ресурсів, норми їх затрат і прибуток від реалізації одиниці продукції задані таблицею. За допомогою симплекс-методу знайти такий обсяг виробництва продукції, який би забезпечував найбільший прибуток.

Варіант	Затрати ресурсів на одиницю продукції						Наявність ресурсів			Прибуток	
	R_1		R_2		R_3		R_1	R_2	R_3	Π_1	Π_2
	Π_1	Π_2	Π_1	Π_2	Π_1	Π_2					
1	13	7	17	16	4	9	361	520	248	11	8
2	1	1	4	7	1	4	18	93	48	24	36
3	3	2	2	3	1	1	101	99	37	27	24
4	4	13	5	6	11	5	379	197	335	25	12
5	3	1	9	4	3	4	45	144	96	9	8
6	14	15	1	2	9	5	400	49	220	21	18
7	11	6	1	2	15	14	324	60	500	10	7
8	2	1	1	5	4	15	48	100	225	12	9
9	3	8	7	2	1	1	187	143	29	10	6
10	2	7	1	1	6	1	126	30	120	20	15
11	9	4	3	2	2	2	175	65	60	15	10
12	2	3	2	2	3	2	80	58	75	10	12
13	5	2	2	3	1	8	125	83	152	12	10
14	3	2	4	1	7	8	65	70	235	30	20
15	2	2	7	2	3	8	58	143	197	15	21
16	1	1	12	5	1	4	37	360	100	12	9
Варіант	Затрати ресурсів на одиницю продукції						Наявність ресурсів			Прибуток	

	продукції						R_1	R_2	R_3	Π_1	Π_2
	R_1		R_2		R_3						
	Π_1	Π_2	Π_1	Π_2	Π_1	Π_2					
17	2	1	2	5	3	4	34	105	91	9	7
18	4	7	5	14	2	1	196	350	68	15	30
19	14	15	2	1	6	11	500	60	324	14	10
20	14	3	2	2	2	13	280	62	260	15	18
21	3	2	2	2	2	3	75	58	80	15	18
22	5	2	4	3	3	6	98	84	91	18	10
23	1	2	4	1	2	14	51	120	300	6	9
24	2	5	4	3	2	4	80	91	68	15	12
25	18	15	5	11	13	4	591	335	379	12	22
26	14	3	5	4	1	4	266	136	88	8	12
27	3	2	2	2	2	3	99	74	101	14	12
28	3	4	7	2	2	15	113	161	285	9	15
29	3	6	4	3	10	4	102	91	210	18	15
30	3	2	1	1	2	5	273	100	380	10	8
31	2	1	1	2	7	3	249	438	812	10	14
32	2	1	1	2	7	3	249	438	812	10	14
33	3	4	2	1	5	2	91	34	80	11	5
34	2	1	3	2	4	1	224	428	336	24	9
35	11	5	9	10	15	4	1455	1870	1815	9	7
36	3	2	4	3	3	4	273	444	480	14	12
37	9	4	3	8	6	7	80	768	807	8	12
38	1	2	1	4	2	1	182	316	238	18	16
39	4	1	7	4	1	1	48	93	18	32	16
40	1	1	2	5	3	2	131	505	348	12	21
41	1	4	9	5	7	8	196	567	552	12	8
42	7	8	9	5	2	8	552	567	392	9	6
43	5	2	5	1	2	1	80	75	32	40	32
44	16	17	9	4	7	13	520	248	361	16	12
45	3	8	9	4	6	7	864	945	864	12	8
46	2	2	6	9	4	9	60	195	175	7	9
47	8	7	2	8	4	6	235	140	130	16	20
48	1	2	1	4	2	3	290	420	560	10	30
49	1	2	1	4	2	3	290	420	561	10	30
50	3	4	3	6	2	5	84	91	98	27	41

Метод штучного базису

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Завдання 5.1. Методом штучного базису знайти розв'язок задачі:

Варіант	Рівняння										Цільова функція				
	1					2									
	x_1	x_2	x_3	x_4	b_1	x_1	x_2	x_3	x_4	b_2	x_1	x_2	x_3	x_4	
1	-1	2	1	2	16	2	1	-2	1	18	4	-1	1	2	<i>max</i>
2	2	1	-1	3	15	1	4	3	-2	10	3	2	1	2	<i>max</i>
3	3	-2	2	1	24	1	4	3	-2	15	2	2	3	2	<i>min</i>
4	3	-2	2	-1	-12	4	-3	-2	3	12	3	4	1	-2	<i>min</i>
5	2	1	-2	1	20	1	-2	-1	1	14	3	0	1	2	<i>max</i>
6	-2	1	1	2	-8	1	-1	1	3	12	2	-3	4	-1	<i>min</i>
7	-1	3	2	-2	-21	2	1	1	-2	14	3	3	2	2	<i>max</i>
8	2	3	4	5	30	-2	-1	4	-2	-10	1	-2	2	1	<i>min</i>
9	5	2	3	1	40	1	3	1	-1	10	2	2	2	2	<i>max</i>
10	2	-2	1	4	14	2	1	2	3	20	-1	0	1	2	<i>max</i>
11	1	-1	-1	2	18	-1	4	2	3	26	4	3	2	1	<i>max</i>
12	0	2	3	4	20	1	2	4	-2	18	3	2	1	0	<i>min</i>
13	-2	1	-2	-1	26	2	1	-3	1	20	-3	-2	-1	2	<i>max</i>
14	3	2	1	0	18	4	0	2	3	30	-2	1	2	3	<i>max</i>
15	2	2	2	1	40	-2	-1	2	3	30	-1	1	1	0	<i>min</i>
16	1	-3	-2	-1	-18	2	2	1	3	36	2	-3	4	1	<i>max</i>
17	1	3	1	-1	12	2	1	-2	1	40	4	-1	1	2	<i>min</i>
18	2	1	2	3	14	-2	1	1	2	14	3	2	1	2	<i>max</i>
19	-1	4	2	3	12	-1	3	2	-2	18	2	2	3	2	<i>min</i>
20	1	2	4	-2	14	2	3	4	5	20	3	4	1	-2	<i>max</i>
21	2	1	-3	1	-10	5	2	3	1	-26	3	0	1	2	<i>max</i>
Варіант	Рівняння										Цільова функція				
	1					2									
	x_1	x_2	x_3	x_4	b_1	x_1	x_2	x_3	x_4	b_2	x_1	x_2	x_3	x_4	
22	4	0	2	3	10	2	-2	1	4	18	2	-3	4	-1	<i>max</i>

23	3	2	-1	2	25	1	-1	-1	2	40	3	3	2	2	<i>min</i>
24	-3	-2	-1	5	-18	0	2	3	4	36	2	-1	3	0	<i>max</i>
25	3	-2	-1	6	32	0	2	3	4	46	2	-1	3	0	<i>max</i>
26	2	-1	-1	3	26	4	-2	-1	5	32	-1	-1	1	3	<i>min</i>
27	-1	2	1	2	16	2	1	-2	1	18	4	-1	1	2	<i>min</i>
28	2	1	-1	3	15	1	4	3	-2	10	3	2	1	2	<i>min</i>
29	3	-2	2	1	24	1	4	3	-2	15	2	2	3	2	<i>max</i>
30	3	-2	2	-1	-12	4	-3	-2	3	12	3	4	1	-2	<i>max</i>
31	2	1	-2	1	20	1	-2	-1	1	14	3	0	1	2	<i>min</i>
32	-2	1	1	2	-8	1	-1	1	3	12	2	-3	4	-1	<i>max</i>
33	-1	3	2	-2	-21	2	1	1	-2	14	3	3	2	2	<i>min</i>
34	2	3	4	5	30	-2	-1	4	-2	-10	1	-2	2	1	<i>max</i>
35	5	2	3	1	40	1	3	1	-1	10	2	2	2	2	<i>min</i>
36	2	-2	1	4	14	2	1	2	3	20	-1	0	1	2	<i>min</i>
37	1	-1	-1	2	18	-1	4	2	3	26	4	3	2	1	<i>min</i>
38	0	2	3	4	20	1	2	4	-2	18	3	2	1	0	<i>max</i>
39	-2	1	-2	-1	26	2	1	-3	1	20	-3	-2	-1	2	<i>min</i>
40	3	2	1	0	18	4	0	2	3	30	-2	1	2	3	<i>min</i>
41	2	2	2	1	40	-2	-1	2	3	30	-1	1	1	0	<i>max</i>
42	1	-3	-2	-1	-18	2	2	1	3	36	2	-3	4	1	<i>min</i>
43	1	3	1	-1	12	2	1	-2	1	40	4	-1	1	2	<i>max</i>
44	2	1	2	3	14	-2	1	1	2	14	3	2	1	2	<i>min</i>
45	-1	4	2	3	12	-1	3	2	-2	18	2	2	3	2	<i>max</i>
46	1	2	4	-2	14	2	3	4	5	20	3	4	1	-2	<i>min</i>
47	2	1	-3	1	-10	5	2	3	1	-26	3	0	1	2	<i>min</i>
48	4	0	2	3	10	2	-2	1	4	18	2	-3	4	-1	<i>min</i>
49	3	2	-1	2	25	1	-1	-1	2	40	3	3	2	2	<i>max</i>
50	-3	-2	-1	5	-18	0	2	3	4	36	2	-1	3	0	<i>min</i>

Завдання 5.2. Розв'язати задачу лінійного програмування графічним методом, звівши її попередньо до другої стандартної форми. А також задачу, записану у другій стандартній формі, розв'язати аналітично (симплексним методом або методом штучного базису): цільову функцію спочатку мінімізувати, а потім максимізувати. Здійснити перевірку отриманих результатів.

$$Z = 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 (\text{extr})$$

$$1. \begin{cases} x_1 + x_2 - 4x_3 + 5x_4 = -1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 (\text{extr})$$

$$2. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - 5x_4 = 1, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = -x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 + 2 (\text{extr})$$

$$3. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 - x_4 = 11, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = 3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 (\text{extr})$$

$$4. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 5x_4 = 2, \\ -2x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 = 3, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 (\text{extr})$$

$$5. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 8x_4 = 8, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 10, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = -3x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 + 4 (\text{extr})$$

$$6. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 5, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 = -5, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = 2x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 (\text{extr})$$

$$7. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 = 3, \\ 3x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 2, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 2 (\text{extr})$$

$$8. \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 3, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 = 2, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 \text{ (extr)}$$

$$9. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 7, \\ x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 = -5, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = x_1 + 3x_2 - 2x_3 - x_4 \text{ (extr)}$$

$$11. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 + 5x_4 = 4, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 - x_4 = 2, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = -x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 \text{ (extr)}$$

$$13. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 10, \\ 3x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 3x_4 = -2, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 \text{ (extr)}$$

$$15. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - x_3 + 3x_4 = 8, \\ x_1 + 5x_2 - x_3 - 2x_4 = -2, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = -2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 \text{ (extr)}$$

$$17. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4, \\ 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 6, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = 3x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 \text{ (extr)}$$

$$19. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 10, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 - 2x_4 = 1, \\ -x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = 2x_1 + 3x_2 - x_3 - 3x_4 \text{ (extr)}$$

$$10. \begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 = 5, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = 2x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 \text{ (extr)}$$

$$12. \begin{cases} 4x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 = -4, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 \text{ (extr)}$$

$$14. \begin{cases} x_1 + 5x_2 + 4x_3 - x_4 = 1, \\ 2x_1 + 10x_2 + 8x_3 + x_4 = 3, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 + x_4 \text{ (extr)}$$

$$16. \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 \text{ (extr)}$$

$$18. \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = -2x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 \text{ (extr)}$$

$$20. \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 4, \\ 5x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 15, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = x_1 - 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 \text{ (extr)}$$

$$21. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 3, \\ x_1 + 5x_2 - x_3 + 2x_4 = 5, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = 3x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 \text{ (extr)}$$

$$23. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 6, \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 3, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 \text{ (extr)}$$

$$25. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 9, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 9, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = -x_1 - x_2 - 2x_3 + 4x_4 \text{ (extr)}$$

$$27. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 5, \\ x_1 - 4x_2 + 3x_3 - x_4 = 7, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 \text{ (extr)}$$

$$29. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 = 22, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = -1, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 \text{ (extr)}$$

$$31. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 11, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 = -4, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = -2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 \text{ (extr)}$$

$$22. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 12, \\ 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 3x_4 = -12, \\ 3x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = -2x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 \text{ (extr)}$$

$$24. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\ x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 0, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 \text{ (extr)}$$

$$26. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 7, \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = -7, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_4 \text{ (extr)}$$

$$28. \begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 12, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 7, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = x_1 + 3x_2 - x_3 + 3x_4 \text{ (extr)}$$

$$30. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 9, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 8, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = -2x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 \text{ (extr)}$$

$$32. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 9, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 5, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = -x_1 - x_2 - 2x_3 + 6x_4(\text{extr})$$

$$33. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 5, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = 3x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4(\text{extr})$$

$$35. \begin{cases} -x_1 + 3x_2 + x_3 - 4x_4 = 18, \\ -3x_1 - x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 8, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = 3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4(\text{extr})$$

$$37. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 33, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + 6x_4 = 9, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = 3x_1 - 2x_2 - x_3 + 4x_4(\text{extr})$$

$$39. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 15, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 10, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = -x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 + 7(\text{extr})$$

$$41. \begin{cases} 4x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 14, \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -9, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = -x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 4x_4 + 3(\text{extr})$$

$$43. \begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 + 3x_4 = 3, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 = -5, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4(\text{extr})$$

$$34. \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 26, \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 = 14, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = -2x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4(\text{extr})$$

$$36. \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 - x_4 = -3, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = -2, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = -2x_1 - 2x_3 + 3x_3 + 2x_4(\text{extr})$$

$$38. \begin{cases} -x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 4x_4 = -4, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 3, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = -x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4(\text{extr})$$

$$40. \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + x_3 - 4x_4 = 18, \\ -x_1 - 3x_2 - 2x_3 + x_4 = -23, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 2x_4(\text{extr})$$

$$42. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 7, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 10, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = -3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4(\text{extr})$$

$$44. \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 = -3, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = -3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4(\text{extr})$$

$$45. \begin{cases} 3x_1 - 6x_2 - x_3 + x_4 = 7, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 = 5, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 - 3(\text{extr})$$

$$46. \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 4x_4 = 6, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = 3x_1 - x_2 + x_3 - 4x_4(\text{extr})$$

$$47. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 + 6x_4 = 7, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 3, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 + 6(\text{extr})$$

$$48. \begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 6, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 4, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = -2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 3x_4(\text{extr})$$

$$49. \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 + x_4 = 3, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 1, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

$$Z = -x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 + 2(\text{extr})$$

$$50. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 - x_4 = 5, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 = 3, \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1,4}). \end{cases}$$

Двоїсті задачі лінійного програмування ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Завдання 6.1. Скласти двоїсту задачу до задачі лінійного програмування:

$$Z = 3x_1 + (2b + c)x_2 - (2c + b)x_3 + ax_4 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2ax_1 + (2a - 3c)x_2 + (8b - 2c)x_3 \leq 2a, \\ x_1 + (3a - 4b)x_2 + (2a + 3c)x_3 \geq 2b, \\ 3x_1 + (a + b)x_2 + (b - c)x_3 \geq 3c, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0.$$

Варіанти	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	Варіанти	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	Варіанти	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
1	1	2	4	18	5	4	1	35	7	8	-4
2	3	-2	1	19	3	2	8	36	3	2	2
3	2	1	5	20	3	5	7	37	-2	5	6
4	3	2	7	21	3	6	1	38	4	-3	4
5	2	1	4	22	2	2	5	39	5	4	-2
6	5	1	3	23	2	2	4	40	3	6	-1
7	0	2	7	24	2	3	3	41	7	5	2
8	9	2	1	25	2	4	4	42	10	8	4
9	3	1	9	26	5	3	7	43	6	7	-3
10	8	9	7	27	6	1	10	44	-4	5	9
11	4	3	5	28	0	2	5	45	3	11	-8
12	7	8	1	29	1	0	-1	46	5	-4	5
13	2	2	2	30	3	2	4	47	2	9	11
14	1	1	1	31	0	3	8	48	-6	4	3
15	5	1	7	32	3	4	-5	49	7	-2	8
16	5	2	8	33	-5	3	1	50	5	8	-4
17	5	3	9	34	-6	2	1				

Завдання 6.2. Перевірити, чи для вказаної задачі лінійного програмування оптимальним буде запропонований план.

$$Z = 5x_1 + 12x_2 + 4\tilde{\delta}_3 \quad (m\grave{a}\tilde{\delta})$$

$$1. \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 2, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,3}, \\ X = (0; 4; 2). \end{cases}$$

$$Z = 4x_1 + 3x_2 + 5\tilde{\delta}_3 \quad (m\grave{a}\tilde{\delta})$$

$$2. \quad \begin{cases} x_1 + x_3 \leq 6, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 5, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,3}, \\ X = (2; 3; 0). \end{cases}$$

$$Z = 2x_1 + 3x_2 \quad (m^{\grave{a}i})$$

$$3. \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 30, \\ x_1 + 2x_2 \geq 10, \\ \tilde{\delta}_1 - \tilde{\delta}_2 \geq 0, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \\ X = (10; 10/3). \end{cases}$$

$$Z = 2x_1 - x_2 + 4 \quad (m^{\grave{a}i})$$

$$4. \quad \begin{cases} x_1 + x_2 \geq 3, \\ x_1 + 4x_2 \leq 9, \\ \tilde{\delta}_2 \geq 1, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \\ X = (1; 2). \end{cases}$$

$$Z = x_1 + 10x_2 + 6\tilde{\delta}_3 + \tilde{\delta}_4 \quad (m^{\grave{a}i})$$

$$5. \quad \begin{cases} 5x_2 + 3x_3 + \tilde{\delta}_4 = 15, \\ x_1 + x_2 + 4x_3 + \tilde{\delta}_4 = 19, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,4}, \\ X = (16; 3; 0; 0). \end{cases}$$

$$Z = 12x_1 - 4x_2 + 2\tilde{\delta}_3 \quad (m\grave{a}\tilde{\delta})$$

$$6. \quad \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 4, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,3}, \\ X = (16/7; 6/7; 0). \end{cases}$$

$$Z = 12x_1 - 4x_2 + 2\tilde{\delta}_3 \quad (m^{\grave{a}i})$$

$$7. \quad \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 2, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,3}, \\ X = (0; 1/5; 8/5). \end{cases}$$

$$Z = x_1 + 2x_2 + 2\tilde{\delta}_3 \quad (m^{\grave{a}i})$$

$$8. \quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 4, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,3}, \\ X = (2; 0; 3). \end{cases}$$

$$\begin{array}{ll}
Z = 8x_1 - 20x_2 + 6\tilde{o}_3 & (m^3i) \\
\mathbf{9.} \quad \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 5, \\ 3x_1 - 4x_2 + x_3 \leq 2, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,3}, \end{cases} & Z = x_1 + 10x_2 + 6\tilde{o}_3 + \tilde{o}_4 & (m\hat{a}\tilde{o}) \\
& \mathbf{10.} \quad \begin{cases} 5x_2 + 3x_3 + \tilde{o}_4 = 27, \\ x_1 + x_2 + 4x_3 + \tilde{o}_4 \geq 19, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,4}, \end{cases} \\
& X=(0; 1; 2/3). & X=(1; 0; 9; 0).
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
Z = 4x_1 + 6x_2 & (m^3i) \\
\mathbf{11.} \quad \begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 9, \\ x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ \tilde{o}_1 + 6\tilde{o}_2 \geq 12, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \end{cases} & Z = -60x_1 + 80x_2 & (m^3i) \\
& \mathbf{12.} \quad \begin{cases} 9x_1 + 8x_2 \leq 72, \\ 3x_1 - 7x_2 \leq 21, \\ 7\tilde{o}_1 + 7\tilde{o}_2 \geq 49, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \end{cases} \\
& X=(42/17; 27/17). & X=(224/29; 9/1).
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
Z = 2x_1 + 3x_2 + 10 & (max) \\
\mathbf{13.} \quad \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 18, \\ -x_1 + x_2 \leq 6, \\ \tilde{o}_1 + \tilde{o}_2 \geq 3, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \end{cases} & Z = 30x_1 + 12x_2 + 10 & (min) \\
& \mathbf{14.} \quad \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ x_1 + x_2 \leq 1, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \end{cases} \\
& X=(6/5; 36/5). & X=(0; 1).
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
Z = 2x_1 + 10x_2 & (min) \\
\mathbf{15.} \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 12, \\ 3x_1 - x_2 \leq 15, \\ \tilde{o}_1 + \tilde{o}_2 \geq 3, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \end{cases} & Z = -3x_1 + 15x_2 & (min) \\
& \mathbf{16.} \quad \begin{cases} 4x_1 + 7x_2 \leq 28, \\ x_1 + x_2 \geq 3, \\ 3\tilde{o}_1 - 2\tilde{o}_2 \geq 2, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \end{cases} \\
& X=(3; 0). & X=(8/5; 7/5).
\end{array}$$

$$\begin{aligned}
& Z = 3x_1 + 2x_2 + 10 \quad (max) \\
17. \quad & \begin{cases} x_1 - x_2 \leq 10, \\ -x_1 + x_2 \leq 1, \\ \tilde{\alpha}_1 + \tilde{\alpha}_2 \geq 2, \end{cases} \\
& x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \\
& X = (9; 2).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& Z = x_1 + x_2 \quad (max) \\
18. \quad & \begin{cases} 4x_1 + 6x_2 \geq 24, \\ x_1 + 2x_2 \leq 14, \\ -5\tilde{\alpha}_1 + 3\tilde{\alpha}_2 \leq 15, \end{cases} \\
& x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \\
& X = (43/5; 2).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& Z = 4x_1 + 12x_2 \quad (min) \\
19. \quad & \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 18, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 9, \\ 2\tilde{\alpha}_1 - \tilde{\alpha}_2 \leq 10, \end{cases} \\
& x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \\
& X = (3; 2).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& Z = -30x_1 - 36x_2 \quad (min) \\
20. \quad & \begin{cases} 9x_1 + 5x_2 \geq 45, \\ 7x_1 + 6x_2 \leq 42, \\ \tilde{\alpha}_1 + 2\tilde{\alpha}_2 \leq 8, \end{cases} \\
& x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \\
& X = (5, 2; 0, 2).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& Z = 5x_1 + 12x_2 + 4\tilde{\alpha}_3 \quad (m\grave{a}\tilde{\alpha}) \\
21. \quad & \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 2, \end{cases} \\
& x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,3}, \\
& X = (14/5; 18/5; 0).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& Z = 4x_1 + 3x_2 + 5\tilde{\alpha}_3 \quad (m\grave{a}\tilde{\alpha}) \\
22. \quad & \begin{cases} x_1 + x_3 \leq 6, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 5, \end{cases} \\
& x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,3}, \\
& X = (3; 0; 1).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& Z = 2x_1 + 3x_2 \quad (m^{\tilde{\alpha}}i) \\
23. \quad & \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 30, \\ x_1 + 2x_2 \geq 10, \\ \tilde{\alpha}_1 - \tilde{\alpha}_2 \geq 0, \end{cases} \\
& x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \\
& X = (10/3; 10/3).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& Z = 12x_1 - 4x_2 + 2\tilde{\alpha}_3 \quad (m\grave{a}\tilde{\alpha}) \\
24. \quad & \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 4, \end{cases} \\
& x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,3}, \\
& X = (0; 2/5; 16/5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& Z = -2x_1 + 5x_2 + 12 \quad (max) \\
25. \quad & \begin{cases} -x_1 + x_2 \geq 2, \\ x_1 - 3x_2 \leq 0, \\ \tilde{o}_1 + \tilde{o}_2 \leq 10, \end{cases} \\
& x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \\
& X = (0; 10).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& Z = 10x_1 + 30x_2 \quad (min) \\
26. \quad & \begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 15, \\ 2x_1 + x_2 \leq 14, \\ 2\tilde{o}_1 + 4\tilde{o}_2 \geq 24, \end{cases} \\
& x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \\
& X = (16/3; 10/3).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& Z = 30x_1 + 12x_2 + 10 \quad (max) \\
27. \quad & \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ x_1 + x_2 \leq 1, \end{cases} \\
& x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \\
& X = (2; 0).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& Z = 5x_1 + 6x_2 \quad (min) \\
28. \quad & \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 \leq 15, \\ 5x_1 + 2x_2 \leq 10, \end{cases} \\
& x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \\
& X = (1; 2).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& Z = -3x_1 + 4x_2 \quad (max) \\
29. \quad & \begin{cases} 9x_1 + 8x_2 \leq 72, \\ 3x_1 - 7x_2 \leq 21, \\ 7\tilde{o}_1 + 7\tilde{o}_2 \geq 49, \end{cases} \\
& x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \\
& X = (1; 7).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& Z = 3x_1 + 2x_2 + 10 \quad (max) \\
30. \quad & \begin{cases} x_1 - x_2 \leq 10, \\ -x_1 + x_2 \leq 1, \\ \tilde{o}_1 + \tilde{o}_2 \geq 2, \end{cases} \\
& x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \\
& X = (5; 3).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& Z = 4x_1 + 6x_2 \quad (max) \\
31. \quad & \begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 9, \\ x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ \tilde{o}_1 + 6\tilde{o}_2 \geq 12, \end{cases} \\
& x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \\
& X = (42/17; 27/17).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& Z = -30x_1 + 40x_2 \quad (max) \\
32. \quad & \begin{cases} 9x_1 + 8x_2 \leq 72, \\ 3x_1 - 7x_2 \leq 21, \\ 7\tilde{o}_1 + 7\tilde{o}_2 \geq 49, \end{cases} \\
& x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \\
& X = (0; 9).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & Z = 2x_1 + 3x_2 + 10 \quad (\min) \\
 33. \quad & \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 18, \\ -x_1 + x_2 \leq 6, \\ \tilde{o}_1 + \tilde{o}_2 \geq 3, \end{cases} \\
 & x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \\
 & X = (3; 0).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & Z = x_1 - x_2 \quad (\max) \\
 34. \quad & \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 \leq 6, \\ x_1 + 4x_2 \leq 16, \\ 2\tilde{o}_1 - 4\tilde{o}_2 \leq 18, \end{cases} \\
 & x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \\
 & X = (5/7; 19/7).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & Z = -3x_1 + 15x_2 \quad (\max) \\
 35. \quad & \begin{cases} 4x_1 + 7x_2 \leq 28, \\ x_1 + x_2 \geq 3, \\ 3\tilde{o}_1 - 2\tilde{o}_2 \geq 2, \end{cases} \\
 & x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \\
 & X = (0; 7).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & Z = x_1 + x_2 \quad (\min) \\
 36. \quad & \begin{cases} 4x_1 + 6x_2 \geq 24, \\ x_1 + 2x_2 \leq 14, \\ -5\tilde{o}_1 + 3\tilde{o}_2 \leq 15, \end{cases} \\
 & x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \\
 & X = (22/3; 8/3).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & Z = 3x_1 + 2x_2 + 10 \quad (\min) \\
 37. \quad & \begin{cases} x_1 - x_2 \leq 10, \\ -x_1 + x_2 \leq 1, \\ \tilde{o}_1 + \tilde{o}_2 \geq 2, \end{cases} \\
 & x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \\
 & X = (9; 2).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & Z = 2x_1 + 10x_2 \quad (\max) \\
 38. \quad & \begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 12, \\ 3x_1 - x_2 \leq 15, \\ \tilde{o}_1 + \tilde{o}_2 \geq 3, \end{cases} \\
 & x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \\
 & X = (0; 6).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & Z = 4x_1 + 12x_2 \quad (\max) \\
 39. \quad & \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 18, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 9, \\ 2\tilde{o}_1 - \tilde{o}_2 \leq 10, \end{cases} \\
 & x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \\
 & X = (3; 4).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & Z = -30x_1 - 36x_2 \quad (\max) \\
 40. \quad & \begin{cases} 9x_1 + 5x_2 \geq 45, \\ 7x_1 + 6x_2 \leq 42, \\ \tilde{o}_1 + 2\tilde{o}_2 \leq 8, \end{cases} \\
 & x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \\
 & X = (5; 0).
 \end{aligned}$$

41. $Z = x_1 + 10x_2 + 6\tilde{o}_3 + \tilde{o}_4$ (m^3i)

$$\begin{cases} 5x_2 + 3x_3 + \tilde{o}_4 = 15, \\ x_1 + x_2 + 4x_3 + \tilde{o}_4 = 19, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,4}, \\ X=(4; 0; 0; 15). \end{cases}$$
42. $Z = 5x_1 + 6x_2$ (max)

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 \leq 15, \\ 5x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \\ X=(20/19; 45/19). \end{cases}$$
43. $Z = 12x_1 - 4x_2 + 2\tilde{o}_3$ (m^3i)

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 2, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,3}, \\ X=(1/8; 0; 13/8). \end{cases}$$
44. $Z = x_1 + 2x_2 + 2\tilde{o}_3$ (m^3i)

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 4, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,3}, \\ X=(0; 5/3; 2/3). \end{cases}$$
45. $Z = 8x_1 - 20x_2 + 6\tilde{o}_3$ (m^3i)

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 5, \\ 3x_1 - 4x_2 + x_3 \leq 2, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,3}, \\ X=(0; 1/3; 4/3) \end{cases}$$
46. $Z = x_1 + 10x_2 + 6\tilde{o}_3 + \tilde{o}_4$ ($m\grave{a}\tilde{o}$)

$$\begin{cases} 5x_2 + 3x_3 + \tilde{o}_4 = 27, \\ x_1 + x_2 + 4x_3 + \tilde{o}_4 \geq 19, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,4}, \\ X=(0; 3; 4; 0) \end{cases}$$
47. $Z = -2x_1 + 5x_2 + 12$ (min)

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \geq 2, \\ x_1 - 3x_2 \leq 0, \\ \tilde{o}_1 + \tilde{o}_2 \leq 10, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \\ X=(2; 5). \end{cases}$$
48. $Z = 10x_1 + 30x_2$ (max)

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 15, \\ 2x_1 + x_2 \leq 14, \\ 2\tilde{o}_1 + 4\tilde{o}_2 \geq 24, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \\ X=(0; 7,5). \end{cases}$$
49. $Z = x_1 - x_2$ (min)

$$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 \leq 6, \\ x_1 + 4x_2 \leq 16, \\ 2\tilde{o}_1 - 4\tilde{o}_2 \leq 18, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \\ X=(0; 4). \end{cases}$$
50. $Z = 2x_1 - x_2 + 4$ (m^3i)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 3, \\ x_1 + 4x_2 \leq 9, \\ \tilde{o}_2 \geq 1, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}, \\ X=(5; 1). \end{cases}$$

Транспортна задача

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Завдання 7. Знайти оптимальний розв'язок транспортної задачі, якщо відома матриця вартості перевезень (C_{ij}) одиниці вантажу, запаси (a_i) і потреби (b_j) вантажів. Початковий опорний план побудувати двома методами: методом північно-західного кута (діагональним) та методом найменшої вартості; перевірити на оптимальність методом потенціалів. Вказати, чи оптимальний план єдиний чи ні (в останньому випадку вписати ще один оптимальний план).

1.
$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 15 & 3 & 5 & 10 \\ 12 & 8 & 5 & 7 \\ 6 & 7 & 4 & 8 \end{pmatrix},$$
$$a_i = 350; 250; 150,$$
$$b_j = 100; 230; 120; 180.$$

2.
$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 8 & 10 \\ 4 & 2 & 6 & 5 \\ 7 & 3 & 8 & 2 \end{pmatrix},$$
$$a_i = 200; 350; 250,$$
$$b_j = 140; 305; 240; 100.$$

3.
$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 12 & 3 & 5 & 10 \\ 13 & 10 & 2 & 8 \\ 10 & 5 & 8 & 7 \end{pmatrix},$$
$$a_i = 150; 250; 100,$$
$$b_j = 250; 70; 65; 185.$$

4.
$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 8 & 9 & 10 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 10 & 11 & 12 \end{pmatrix},$$
$$a_i = 250; 120; 220,$$
$$b_j = 240; 160; 100; 80.$$

5.
$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 8 \\ 8 & 7 & 6 & 4 \\ 10 & 11 & 8 & 10 \end{pmatrix},$$
$$a_i = 190; 180; 120,$$
$$b_j = 270; 140; 100; 110.$$

6.
$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 8 & 9 & 10 & 3 \\ 5 & 7 & 7 & 6 \\ 3 & 10 & 11 & 12 \end{pmatrix},$$
$$a_i = 200; 150; 250,$$
$$b_j = 180; 140; 120; 80.$$

$$7. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 6 & 8 & 12 & 10 \\ 10 & 12 & 11 & 13 \\ 10 & 7 & 8 & 6 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 450; 150; 180,$$

$$b_j = 220; 180; 210; 150.$$

$$8. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 14 & 13 & 12 & 11 \\ 8 & 10 & 12 & 9 \\ 10 & 9 & 8 & 7 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 200; 190; 130,$$

$$b_j = 120; 180; 200; 200.$$

$$9. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 9 & 7 & 12 \\ 10 & 8 & 9 & 11 \\ 10 & 8 & 9 & 7 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 280; 190; 160,$$

$$b_j = 180; 210; 170; 120.$$

$$10. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 9 & 10 & 8 & 7 \\ 6 & 5 & 3 & 10 \\ 3 & 2 & 9 & 8 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 280; 180; 90,$$

$$b_j = 220; 100; 200; 70.$$

$$11. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 7 \\ 9 & 8 & 10 & 5 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 120; 130; 90,$$

$$b_j = 95; 105; 130; 70.$$

$$12. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 9 & 8 & 7 \\ 4 & 3 & 5 & 6 \\ 9 & 7 & 10 & 11 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 200; 170; 250,$$

$$b_j = 190; 130; 230; 110.$$

$$13. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 9 & 9 & 14 & 13 \\ 4 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 10 & 9 & 5 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 180; 140; 220,$$

$$b_j = 100; 110; 140; 160.$$

$$14. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 & 4 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \\ 7 & 8 & 10 & 9 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 120; 140; 100,$$

$$b_j = 85; 115; 120; 90.$$

$$15. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 9 & 6 & 8 \\ 10 & 8 & 7 & 11 \\ 10 & 9 & 6 & 5 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 280; 150; 120,$$

$$b_j = 170; 220; 160; 130.$$

$$16. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 3 & 4 \\ 9 & 7 & 8 & 6 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 170; 130; 80,$$

$$b_j = 160; 180; 120; 140.$$

$$17. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 7 & 8 \\ 2 & 10 & 5 & 9 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 340; 160; 200,$$

$$b_j = 180; 220; 185; 135.$$

$$18. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 13 & 12 & 10 & 11 \\ 7 & 10 & 6 & 8 \\ 4 & 3 & 4 & 9 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 190; 110; 90,$$

$$b_j = 100; 110; 120; 80.$$

$$19. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 & 7 \\ 3 & 4 & 7 & 2 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 180; 140; 120,$$

$$b_j = 160; 100; 140; 30.$$

$$20. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 3 \\ 5 & 7 & 3 & 4 \\ 9 & 8 & 7 & 6 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 170; 130; 250,$$

$$b_j = 160; 180; 140; 120.$$

$$21. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 9 & 8 & 7 \\ 7 & 6 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 6 & 8 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 210; 170; 190,$$

$$b_j = 180; 200; 150; 120.$$

$$22. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 9 & 10 \\ 6 & 8 & 5 & 7 \\ 3 & 2 & 4 & 6 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 130; 100; 180,$$

$$b_j = 190; 110; 80; 90.$$

$$23. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 9 & 10 & 4 & 10 \\ 12 & 11 & 3 & 8 \\ 7 & 6 & 5 & 2 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 240; 300; 210,$$

$$b_j = 130; 170; 140; 160.$$

$$24. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 & 9 \\ 8 & 4 & 6 & 3 \\ 7 & 6 & 4 & 2 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 220; 150; 280,$$

$$b_j = 150; 200; 160.$$

$$25. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 10 & 3 \\ 7 & 3 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 6 & 5 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 340; 210; 320,$$

$$b_j = 180; 140; 150; 170.$$

$$26. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 12 & 14 & 13 & 10 \\ 11 & 5 & 6 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 280; 150; 120,$$

$$b_j = 140; 130; 180; 120.$$

$$27. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 8 & 7 & 6 \\ 3 & 5 & 9 & 4 \\ 4 & 2 & 2 & 9 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 200; 175; 225,$$

$$b_j = 120; 180; 200; 110.$$

$$28. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 9 & 3 \\ 8 & 4 & 10 & 8 \\ 3 & 9 & 6 & 7 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 280; 150; 180,$$

$$b_j = 160; 140; 180; 150.$$

$$29. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 9 & 8 & 6 \\ 11 & 12 & 10 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 200; 260; 210,$$

$$b_j = 210; 180; 200; 160.$$

$$30. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 9 & 8 \\ 9 & 7 & 6 & 3 \\ 2 & 1 & 4 & 10 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 220; 120; 150,$$

$$b_j = 110; 230; 150; 200.$$

$$31. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 9 & 2 \\ 8 & 3 & 10 & 7 \\ 2 & 10 & 9 & 6 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 320; 160; 120,$$

$$b_j = 160; 160; 150; 190.$$

$$32. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 7 & 10 \\ 10 & 6 & 5 & 4 \\ 3 & 4 & 6 & 9 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 200; 260; 200,$$

$$b_j = 170; 230; 158; 140.$$

$$33. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 12 & 10 & 11 & 9 \\ 8 & 7 & 5 & 4 \\ 6 & 3 & 7 & 9 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 180; 320; 250,$$

$$b_j = 160; 140; 140; 190.$$

$$34. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 11 & 10 & 12 & 7 \\ 9 & 8 & 7 & 6 \\ 6 & 5 & 4 & 9 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 270; 130; 320,$$

$$b_j = 170; 230; 150; 200.$$

$$35. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 4 & 3 \\ 7 & 2 & 3 & 10 \\ 2 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 150; 160; 220,$$

$$b_j = 225; 125; 250; 140.$$

$$36. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 7 & 10 \\ 10 & 3 & 12 & 4 \\ 8 & 9 & 6 & 7 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 420; 240; 120,$$

$$b_j = 240; 190; 210; 150.$$

$$37. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 9 & 5 & 6 & 7 \\ 10 & 11 & 9 & 8 \\ 9 & 8 & 7 & 6 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 280; 170; 160,$$

$$b_j = 180; 210; 180; 120.$$

$$38. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 9 & 8 & 7 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 7 & 6 & 10 & 11 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 180; 170; 250,$$

$$b_j = 190; 130; 230; 100.$$

$$39. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 8 & 10 & 14 & 12 \\ 4 & 7 & 10 & 9 \\ 3 & 11 & 5 & 7 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 150; 190; 250,$$

$$b_j = 100; 90; 140; 160.$$

$$40. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 7 \\ 9 & 8 & 10 & 3 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 120; 160; 90,$$

$$b_j = 80; 130; 125; 75.$$

$$41. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 15 & 3 & 5 & 10 \\ 12 & 8 & 5 & 7 \\ 6 & 7 & 4 & 8 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 350; 250; 150,$$

$$b_j = 100; 230; 120; 180.$$

$$42. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 8 & 10 \\ 4 & 2 & 6 & 5 \\ 7 & 3 & 8 & 2 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 200; 350; 250,$$

$$b_j = 140; 305; 240; 100.$$

$$43. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 12 & 3 & 5 & 10 \\ 13 & 10 & 2 & 8 \\ 10 & 5 & 8 & 7 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 150; 250; 100,$$

$$b_j = 250; 70; 65; 185.$$

$$44. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 8 & 9 & 10 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 10 & 11 & 12 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 250; 120; 220,$$

$$b_j = 240; 160; 100; 80.$$

$$45. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 8 \\ 8 & 7 & 6 & 4 \\ 10 & 11 & 8 & 10 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 190; 180; 120,$$

$$b_j = 270; 140; 100; 110.$$

$$46. \quad C_{ij} = \begin{pmatrix} 8 & 9 & 10 & 3 \\ 5 & 7 & 7 & 6 \\ 3 & 10 & 11 & 12 \end{pmatrix},$$

$$a_i = 200; 150; 250,$$

$$b_j = 180; 140; 120; 80.$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{47.} \quad C_{ij} &= \begin{pmatrix} 6 & 8 & 12 & 10 \\ 10 & 12 & 11 & 13 \\ 10 & 7 & 8 & 6 \end{pmatrix}, \\
 a_i &= 450; \quad 150; \quad 180, \\
 b_j &= 220; \quad 180; \quad 210; \quad 150.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{48.} \quad C_{ij} &= \begin{pmatrix} 14 & 13 & 12 & 11 \\ 8 & 10 & 12 & 9 \\ 10 & 9 & 8 & 7 \end{pmatrix}, \\
 a_i &= 200; \quad 190; \quad 130, \\
 b_j &= 120; \quad 180; \quad 200; \quad 200.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{49.} \quad C_{ij} &= \begin{pmatrix} 5 & 9 & 7 & 12 \\ 10 & 8 & 9 & 11 \\ 10 & 8 & 9 & 7 \end{pmatrix}, \\
 a_i &= 280; \quad 190; \quad 160, \\
 b_j &= 180; \quad 210; \quad 170; \quad 120.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{50.} \quad C_{ij} &= \begin{pmatrix} 9 & 10 & 8 & 7 \\ 6 & 5 & 3 & 10 \\ 3 & 2 & 9 & 8 \end{pmatrix}, \\
 a_i &= 280; \quad 180; \quad 90, \\
 b_j &= 220; \quad 100; \quad 200; \quad 70.
 \end{aligned}$$

Задачі цілочислового програмування

САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Завдання 7. Методом Гоморрі чи методом “гілок та меж” розв'язати задачу цілочислового програмування x_j – цілі числа:

- | | | | |
|----|--|-----|---|
| 1. | $Z = 3x_1 + 5x_2 - 4 \quad (max)$ $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 7, \\ x_1 + x_2 + x_4 = 8, \\ -x_1 + x_2 + x_5 = 9, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,5}. \end{cases}$ | 2. | $Z = 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 \quad (max)$ $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 \leq 23, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 19, \\ -x_1 + x_2 + x_3 \leq 17, \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{cases}$ |
| 3. | $Z = 8x_1 + 4x_2 - x_3 \quad (max)$ $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 20, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 18, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 \leq 14, \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{cases}$ | 4. | $Z = 2x_1 - x_2 - 3x_3 + 5 \quad (min)$ $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 \leq 21, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 17, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 \leq 13, \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{cases}$ |
| 5. | $Z = 4x_1 - 3x_2 + 5 \quad (max)$ $\begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 11, \\ x_1 + x_2 \leq 13, \\ -x_1 + x_2 \leq 15, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$ | 6. | $Z = -5x_1 + 7x_2 - 4 \quad (min)$ $\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 \leq 14, \\ 3x_1 - x_2 \leq 4, \\ 2x_1 - x_2 \leq 17, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$ |
| 7. | $Z = -7x_1 + 2x_2 + 7 \quad (max)$ $\begin{cases} 3x_1 - x_2 \leq 14, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 3, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$ | 8. | $Z = -5x_1 - 3x_2 + 2 \quad (min)$ $\begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 19, \\ -2x_1 + x_2 \leq 11, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$ |
| 9. | $Z = 9x_1 - 6x_2 + 3 \quad (min)$ $\begin{cases} -2x_1 + 2x_2 \leq 9, \\ 2x_1 - x_2 \leq 3, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$ | 10. | $Z = -6x_1 + 3x_2 - 5 \quad (max)$ $\begin{cases} -2x_1 + 2x_2 + x_3 = 7, \\ 3x_1 - x_2 + x_4 = 4, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. \end{cases}$ |

$$Z = 7x_1 - 9x_2 + 2 \quad (\max)$$

$$11. \quad \begin{cases} 3x_1 - x_2 \leq 8, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 5, \\ 2x_1 + 5x_2 \leq 13, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$Z = -7x_1 + 5x_2 - 4 \quad (\min)$$

$$13. \quad \begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 7, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 11, \\ x_1 + 2x_2 = 10, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$Z = 2x_1 - 3x_2 \quad (\max)$$

$$15. \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 17, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 14, \\ 5x_1 - 2x_2 \leq 12, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$Z = -3x_1 + 6x_2 - 5 \quad (\max)$$

$$17. \quad \begin{cases} 5x_1 - x_2 = 40, \\ -4x_1 + 3x_2 \leq 16, \\ 2x_1 - 2x_2 \leq 17, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$Z = -7x_1 + 5x_2 + 3 \quad (\min)$$

$$12. \quad \begin{cases} 2x_1 - x_2 = 5, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 11, \\ 5x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 13, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$Z = -x_1 + 5x_2 + 7 \quad (\max)$$

$$14. \quad \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 19, \\ 3x_1 + 3x_2 + x_4 = 20, \\ 8x_1 - x_2 = 6, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,4}. \end{cases}$$

$$Z = -9x_1 - 7x_2 + 5 \quad (\min)$$

$$16. \quad \begin{cases} 3x_1 - x_2 \leq 14, \\ -2x_1 + 6x_2 = 20, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 19, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$Z = 3x_1 + 8x_2 + 2 \quad (\max)$$

$$18. \quad \begin{cases} -x_1 + 3x_2 \leq 14, \\ -2x_1 + 3x_2 = 6, \\ 5x_1 - x_2 \leq 12, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$Z = -7x_1 - 6x_2 + 19 \quad (\max)$$

$$19. \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_1 + x_2 \geq 2, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$Z = 3x_1 + 2x_2 + 3 \quad (\min)$$

$$21. \quad \begin{cases} x_1 - 3x_2 \leq 3, \\ x_1 + x_2 \geq 6, \\ -4x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$Z = 4x_1 + 7x_2 + 5 \quad (\min)$$

$$23. \quad \begin{cases} 5x_1 + 3x_2 \geq 15, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ -5x_1 + x_2 \leq 0, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$Z = 2x_1 + 3x_2 + 7 \quad (\min)$$

$$25. \quad \begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 9, \\ x_1 + 2x_2 \geq 8, \\ x_1 + 5x_2 \geq 10, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$Z = 4x_1 + 9x_2 - 3 \quad (\max)$$

$$27. \quad \begin{cases} 5x_1 - x_2 \leq 12, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 14, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$Z = 8x_1 + 4x_2 + 22 \quad (\min)$$

$$29. \quad \begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 0, \\ -x_1 + x_2 \leq 8, \\ 10x_1 + 9x_2 \leq 90, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$Z = 9x_1 + 3x_2 + 6 \quad (\max)$$

$$20. \quad \begin{cases} -5x_1 + 4x_2 \leq 20, \\ 5x_1 - 4x_2 \leq 20, \\ 8x_1 + 7x_2 \leq 56, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$Z = x_1 + 2x_2 \quad (\max)$$

$$22. \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 3, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 1, \\ 3x_1 - x_2 \leq 6, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$Z = 8x_1 - 7x_2 - 3 \quad (\max)$$

$$24. \quad \begin{cases} 5x_1 - x_2 \leq 9, \\ 15x_1 - 5x_2 \leq 90, \\ 25x_1 + 10x_2 \leq 50, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$Z = 6x_1 + 5x_2 - 30 \quad (\max)$$

$$26. \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 8, \\ 2x_1 + x_2 \geq 8, \\ 2x_1 - x_2 \geq 0, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$Z = -6x_1 - 8x_2 + 5 \quad (\min)$$

$$28. \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 15, \\ 3x_1 - x_2 \leq 14, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$Z = -2x_1 - 2x_2 + 15 \quad (\max)$$

$$30. \quad \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \geq 129, \\ 5x_1 - 2x_2 \leq 8, \\ 4x_1 + 3x_2 \geq 12, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$31. \quad \begin{aligned} & Z = 9x_1 - 6x_2 + 3 \quad (\min) \\ & \begin{cases} -2x_1 + 2x_2 \leq 9, \\ 2x_1 - x_2 \leq 3, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

$$32. \quad \begin{aligned} & Z = -6x_1 + 3x_2 - 5 \quad (\max) \\ & \begin{cases} -2x_1 + 2x_2 + x_3 = 7, \\ 3x_1 - x_2 + x_4 = 4, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

$$33. \quad \begin{aligned} & Z = 7x_1 - 9x_2 + 2 \quad (\max) \\ & \begin{cases} 3x_1 - x_2 \leq 8, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 5, \\ 2x_1 + 5x_2 \leq 13, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

$$34. \quad \begin{aligned} & Z = -7x_1 + 5x_2 + 3 \quad (\min) \\ & \begin{cases} 2x_1 - x_2 = 5, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 11, \\ 5x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 13, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

$$35. \quad \begin{aligned} & Z = -7x_1 + 5x_2 - 4 \quad (\min) \\ & \begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 7, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 11, \\ x_1 + 2x_2 = 10, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases} \\ & Z = -x_1 + 5x_2 + 7 \quad (\max) \end{aligned}$$

$$36. \quad \begin{aligned} & Z = -x_1 + 5x_2 + 7 \quad (\max) \\ & \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 19, \\ 3x_1 + 3x_2 + x_4 = 20, \\ 8x_1 - x_2 = 6, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,4}. \end{cases} \\ & Z = 7x_1 - 9x_2 + 2 \quad (\max) \end{aligned}$$

$$37. \quad \begin{aligned} & \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 19, \\ 3x_1 + 3x_2 + x_4 = 20, \\ 8x_1 - x_2 = 6, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,4}. \end{cases} \end{aligned}$$

$$38. \quad \begin{aligned} & \begin{cases} 3x_1 - x_2 \leq 8, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 5, \\ 2x_1 + 5x_2 \leq 13, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

$$Z = 2x_1 - 3x_2 \quad (\max)$$

$$Z = -9x_1 - 7x_2 + 5 \quad (\min)$$

$$39. \quad \begin{aligned} & \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 17, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 14, \\ 5x_1 - 2x_2 \leq 12, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

$$40. \quad \begin{aligned} & \begin{cases} 3x_1 - x_2 \leq 14, \\ -2x_1 + 6x_2 = 20, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 19, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

41. $Z = -3x_1 + 6x_2 - 5$ (*max*)

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 = 40, \\ -4x_1 + 3x_2 \leq 16, \\ 2x_1 - 2x_2 \leq 17, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$
42. $Z = 3x_1 + 8x_2 + 2$ (*max*)

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 \leq 14, \\ -2x_1 + 3x_2 = 6, \\ 5x_1 - x_2 \leq 12, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$
43. $Z = -7x_1 - 6x_2 + 19$ (*max*)

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_1 + x_2 \geq 2, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$
44. $Z = 9x_1 + 3x_2 + 6$ (*max*)

$$\begin{cases} -5x_1 + 4x_2 \leq 20, \\ 5x_1 - 4x_2 \leq 20, \\ 8x_1 + 7x_2 \leq 56, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$
45. $Z = -5x_1 + 7x_2 - 4$ (*min*)

$$\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 \leq 14, \\ 3x_1 - x_2 \leq 4, \\ 2x_1 - x_2 \leq 17, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$
46. $Z = 4x_1 - 3x_2 + 5$ (*max*)

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 11, \\ x_1 + x_2 \leq 13, \\ -x_1 + x_2 \leq 15, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$
47. $Z = 4x_1 + 7x_2 + 5$ (*min*)

$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 \geq 15, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$
48. $Z = 8x_1 - 7x_2 - 3$ (*max*)

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 \leq 9, \\ 25x_1 + 10x_2 \leq 50, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$
49. $Z = -6x_1 - 8x_2 + 5$ (*min*)

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 15, \\ 3x_1 - x_2 \leq 14, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$
50. $Z = 4x_1 + 9x_2 - 3$ (*max*)

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 \leq 12, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 14, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Динамічне програмування

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Завдання. Для реалізації чотирьох інвестиційних проектів компанія планує виділити X млн. грн. У залежності від ринкової ситуації реалізація цих проектів передбачає отримання відповідних прибутків, варіанти яких наведені в таблиці 1. Необхідно розрахувати оптимальний варіант вкладень інвестицій у відповідні проекти.

Таблиця .1

Розмір інвестицій, X млн. грн.	Приріст прибутків від реалізації відповідних проектів, млн. грн.			
	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
0	0	0	0	0
100	$50+a_1$	$60+a_1$	$40+a_1$	$30+a_1$
200	$110+a_2$	$115+a_2$	$120+a_2$	$130+a_2$
300	$230+a_3$	$240+a_3$	$250+a_3$	$240+a_3$
400	$300+a_4$	$310+a_4$	$305+a_4$	$330+a_4$
500	$410+a_5$	$405+a_5$	$420+a_5$	$400+a_5$

Варіант	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	Варіант	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
1	10	10	30	40	5	11	10	40	35		10
2	8	20	20	20	10	12	15	30	35	40	30
3	5	20	10	30	15	13	10	20	25	20	30
4	6	30	10	10	20	14	18	10	25	30	30
5	9	40	30	30	5	15	20	5	15	10	30
6	12	35	10	40	5	16	22	15	15	30	40
7	11	15	30	10	5	17	16	25	10	40	40
8	15	25	30	20	10	18	30	35	10	10	20
9	20	35	20	30	10	19	32	45	20	20	30
10	18	45	10	10	10	20	25	50	20	30	20
Варіант	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	Варіант	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
21	16	5	5	40	15	36	24	55	30	10	10
22	14	25	15	20	15	37	19	40	30	40	10
23	12	15	15	30	15	38	18	30	40	20	10
24	8	35	25	10	20	39	17	20	40	30	20
25	9	45	25	30	20	40	15	10	50	10	20
26	6	25	35	40	20	41	14	5	50	30	10
27	5	35	35	10	20	42	12	15	45	40	10

28	4	15	45	20	30	43	11	25	45	10	30
29	7	10	45	30	30	44	10	35	35	20	30
30	9	25	15	10	30	45	8	45	35	30	20
31	12	55	20	30	40	46	9	40	25	10	20
32	14	50	10	20	40	47	17	25	25	40	40
33	16	45	30	40	40	48	15	20	15	30	40
34	18	35	40	50	20	49	16	15	15	20	30
35	20	30	45	40	20	50	18	10	20	10	20

Завдання 2. Розв'язати задачу по заміні обладнання. Статистичні дані наведені в таблиці 2.

Таблиця 2

Характеристика обладнання, тис. грн.	Вік обладнання t , років					
	0	1	2	3	4	5
$P(t)$	32 N	29 N	25 N	21 N	17 N	12 N
$EK(t)$	4 N	6 N	7 N	9 N	11 N	12 N

$V(0)=15N$ тис. грн., $VZ(t)=0$ тис. грн.
 (N – порядковий номер студента в групі).

Оптимізаційні моделі управління запасами

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Завдання. Для проведення аварійного ремонту обладнання, придбаного підприємством, необхідно мати деяку деталь. Дана деталь є досить складною і її індивідуальне виготовлення вимагає відносно високих витрат. У зв'язку з цим доцільно замовити певну кількість деталей для запасу. На основі попередніх статистичних даних відомий розподіл імовірності попиту на цю деталь:

<i>r</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8
<i>p_r</i>	<i>p₀</i>	<i>p₁</i>	<i>p₂</i>	<i>p₃</i>	<i>p₄</i>	<i>p₅</i>	<i>p₆</i>	<i>p₇</i>	<i>p₈</i>

Знайти оптимальний рівень запасу деталей за випадковим попитом, якщо відомо, що витрати на зберігання становлять C_1 грн., а через дефіцит – C_2 грн.

Числові значення параметрів наведені у таблицях 1 та 2.

Таблиця 1

Варіант	C_1	C_2	Варіант	C_1	C_2
00	81	1100	10	81	1100
01	80	1120	11	90	1370
02	82	1110	12	90	1375
03	83	1130	13	97	1380
04	84	1140	14	98	1390
05	85	1150	15	99	1400
06	86	1160	16	100	1500
07	87	1170	17	80	1410
08	88	1180	18	81	1420
09	89	1190	19	82	1430
20	100	1200	36	83	1440
21	80	1210	37	80	1450
22	81	1220	38	85	1460
23	82	1230	39	90	1470
24	83	1240	40	95	1480
25	84	1250	41	80	1490
26	85	1260	42	95	1510

27	86	1270	43	85	1530
28	87	1280	44	95	1540
29	88	1290	45	100	1550
30	89	1300	46	90	1560
31	90	1310	47	95	1570
32	91	1320	48	80	1580
33	92	1330	49	85	1590
34	93	1340	50	85	1600
35	94	1350			

Таблиця 2

Варіант	p_0	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8
1		0,2	0,05	0,07	0,2	0,03	0,05	0,04	0,06
2		0,19	0,06	0,06	0,21	0,04	0,04	0,03	0,07
3		0,2	0,07	0,07	0,22	0,03	0,03	0,05	0,05
4		0,21	0,08	0,08	0,2	0,23	0,07	0,03	0,06
5	0,03		0,09	0,01	0,2	0,36	0,04	0,05	0,05
6	0,26		0,04	0,06	0,24	0,04	0,06	0,07	0,03
7	0,03		0,30	0,04	0,04	0,21	0,04	0,06	0,06
8		0,18	0,06	0,06	0,23	0,07	0,07	0,05	0,03

<i>Варіант</i>	p_0	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8
9	0,25		0,04	0,05	0,25	0,05	0,07	0,03	0,04
10	0,15		0,06	0,14	0,06	0,06	0,03	0,11	0,07
11	0,21		0,07	0,12	0,06	0,13	0,03	0,07	0,03
12		0,15	0,12	0,08	0,06	0,14	0,13	0,07	0,05
13		0,13	0,11	0,13	0,14	0,09	0,07	0,06	0,07
14		0,07	0,13	0,16	0,11	0,04	0,09	0,12	0,08
15		0,17	0,03	0,12	0,18	0,08	0,02	0,09	0,08
16		0,15	0,12	0,15	0,08	0,05	0,06	0,07	0,06
17		0,16	0,14	0,16	0,11	0,13	0,09	0,06	0,05
18		0,17	0,13	0,15	0,12	0,14	0,08	0,06	0,06
19		0,18	0,12	0,17	0,13	0,15	0,07	0,06	0,05
20		0,19	0,11	0,16	0,14	0,16	0,08	0,06	0,05
21		0,15	0,1	0,15	0,15	0,07	0,05	0,06	0,05
22	0,15	0,12		0,13	0,03	0,09	0,16	0,03	0,07
22		0,2	0,05	0,07	0,2	0,03	0,05	0,04	0,06
23		0,19	0,06	0,06	0,21	0,04	0,04	0,03	0,07
24		0,2	0,07	0,07	0,22	0,03	0,03	0,05	0,05
25		0,21	0,08	0,08	0,2	0,23	0,07	0,03	0,06
26	0,03		0,09	0,01	0,2	0,36	0,04	0,05	0,05
27	0,26		0,04	0,06	0,24	0,04	0,06	0,07	0,03
28	0,03		0,30	0,04	0,04	0,21	0,04	0,06	0,06
29		0,18	0,06	0,06	0,23	0,07	0,07	0,05	0,03
30	0,25		0,04	0,05	0,25	0,05	0,07	0,03	0,04
31	0,15		0,06	0,14	0,06	0,06	0,03	0,11	0,07
32	0,21		0,07	0,12	0,06	0,13	0,03	0,07	0,03
34		0,15	0,12	0,08	0,06	0,14	0,13	0,07	0,05
35		0,13	0,11	0,13	0,14	0,09	0,07	0,06	0,07
36		0,07	0,13	0,16	0,11	0,04	0,09	0,12	0,08
37		0,17	0,03	0,12	0,18	0,08	0,02	0,09	0,08
38		0,15	0,12	0,15	0,08	0,05	0,06	0,07	0,06
39		0,16	0,14	0,16	0,11	0,13	0,09	0,06	0,05
40		0,17	0,13	0,15	0,12	0,14	0,08	0,06	0,06
41		0,18	0,12	0,17	0,13	0,15	0,07	0,06	0,05
42		0,19	0,11	0,16	0,14	0,16	0,08	0,06	0,05
43		0,15	0,1	0,15	0,15	0,07	0,05	0,06	0,05
44	0,15	0,12		0,13	0,03	0,09	0,16	0,03	0,07
45	0,15	0,12		0,14	0,06	0,08	0,14	0,04	0,06
46	0,15	0,12		0,15	0,08	0,09	0,14	0,03	0,04
47	0,15	0,12		0,16	0,09	0,04	0,14	0,03	0,02
48	0,16	0,17	0,14		0,03	0,06	0,13	0,04	0,07
49	0,16	0,17	0,13		0,05	0,06	0,14	0,04	0,04
50	0,16	0,17	0,14		0,07	0,07	0,13	0,04	0,05

Системи масового обслуговування

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Завдання 12. У цеху m однотипних верстатів, які працюють незалежно один від одного. Неполадки, що виникають, носять випадковий характер і розподіляються за законом Пуассона. Протягом години в середньому виходить з ладу λ верстатів. Ці неполадки ліквідує один механік, який протягом години може обслужити μ вимог.

Треба розрахувати: коефіцієнти простою вимог у черзі та в системі, коефіцієнт простою механіка та середній час очікування вимог у черзі. Окрім цього, розв'язати задачу для випадку, коли в цеху буде працювати два механіки.

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m	5	6	7	8	5	6	8	5	6	8
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
m	5	6	7	5	5	6	6	5	6	6
Варіант	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
m	7	7	5	5	6	6	5	5	7	7
Варіант	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
m	6	6	5	5	5	6	6	6	7	7
Варіант	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
m	7	6	6	6	6	5	7	7	7	7

Варіант	λ	μ	Варіант	λ	μ
1	2	6	26	2	5
2	3	7	27	2	6
3	2	8	28	2	6
4	3	9	29	2	8
5	2	7	30	3	8
6	3	6	31	3	8
7	2	7	32	2	8
8	3	8	33	2	9
9	2	9	34	2	8
10	3	7	35	2	7

11	2	6	36	2	7
12	3	7	37	3	7
13	2	7	38	2	8
14	3	6	39	3	9
15	2	6	40	2	7
16	3	8	41	3	6
17	2	8	42	2	7
18	3	9	43	3	8
19	2	6	44	2	9
20	2	7	45	3	7
21	2	8	46	2	6
22	3	6	47	3	7
23	3	7	48	3	8
24	3	8	49	2	8
25	2	9	50	2	9

Сіткове моделювання

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Завдання 13. Виробничий підрозділ підприємства планує виконати певний комплекс робіт. Послідовність виконання запланованого комплексу робіт і їх тривалість наведені нижче (варіанти 0–9). Побудувати сітковий графік, знайти критичний шлях, визначити часові характеристики сіткової моделі.

Варіант 0.

Варіант 1.

Варіант 2.

№ п/п	Роботи	Час виконання	№ п/п	Роботи	Час виконання	№ п/п	Роботи	Час виконання
1	1-2	$8+\alpha_1$	1	1-2	$5+\alpha_1$	1	1-2	$6+\alpha_1$
2	1-3	$6+\alpha_2$	2	1-3	$5+\alpha_2$	2	1-3	$7+\beta_1$
3	1-4	$10+\alpha_1$	3	1-4	$8+\alpha_3$	3	2-4	$5+\alpha_2$
4	2-5	$4+\alpha_3$	4	2-6	$4+\alpha_4$	4	3-5	$6+\beta_2$
5	2-7	$9+\alpha_4$	5	3-5	$2+\beta_1$	5	3-4	$4+\alpha_3$
6	3-4	$5+\alpha_3$	6	3-7	$7+\beta_2$	6	3-6	$8+\beta_3$
7	3-5	$5+\beta_2$	7	4-5	$3+\beta_3$	7	4-6	$6+\alpha_4$
8	3-6	$10+\beta_2$	8	4-6	$2+\beta_4$	8	4-9	$12+\beta_4$
9	4-8	$12+\beta_4$	9	4-8	$6+\beta_5$	9	5-6	$7+\beta_5$
10	5-6	$7+\beta_5$	10	5-7	$5+\alpha_1$	10	5-7	$4+\alpha_1$
11	5-7	$8+\beta_1$	11	7-8	$9+\alpha_2$	11	6-8	$5+\alpha_2$
12	6-8	$8+\beta_5$	12	6-9	$6+\alpha_3$	12	7-8	$6+\alpha_3$
13	6-9	$11+\alpha_4$	13	7-9	$4+\alpha_4$	13	7-9	$10+\alpha_4$
14	7-9	$9+\alpha_2$	14	8-9	$10+\beta_1$	14	8-9	$5+\beta_1$
15	8-9	$14+\beta_5$						

Варіант 3.

Варіант 4.

Варіант 5.

№ п/п	Роботи	Час виконання	№ п/п	Роботи	Час виконання	№ п/п	Роботи	Час виконання
1	1-2	$4+\alpha_1$	1	1-2	$8+\alpha_1$	1	1-2	$4+\beta_1$
2	1-3	$5+\alpha_2$	2	1-3	$6+\alpha_1$	2	1-3	$5+\beta_2$
3	1-4	$7+\beta_1$	3	1-4	$9+\alpha_2$	3	1-4	$6+\alpha_1$
4	1-5	$9+\beta_2$	4	2-4	$3+\alpha_3$	4	2-5	$7+\beta_3$
5	2-5	$6+\alpha_3$	5	2-5	$4+\alpha_1$	5	2-6	$8+\beta_4$
6	2-7	$10+\alpha_4$	6	3-6	$5+\alpha_3$	6	3-6	$6+\alpha_2$
7	3-4	$3+\beta_3$	7	4-5	$4+\alpha_4$	7	3-7	$9+\beta_5$
8	3-6	$8+\beta_4$	8	4-7	$6+\beta_1$	8	4-7	$7+\beta_4$
9	4-9	$12+\alpha_1$	9	5-6	$5+\beta_1$	9	4-10	$13+\alpha_1$
10	5-6	$4+\beta_2$	10	5-8	$7+\beta_2$	10	5-6	$5+\beta_2$
11	5-7	$6+\alpha_2$	11	5-7	$6+\beta_2$	11	5-8	$9+\alpha_2$
12	6-8	$7+\beta_5$	12	6-8	$4+\beta_3$	12	6-8	$7+\beta_3$
13	6-9	$10+\alpha_3$	13	6-9	$8+\beta_4$	13	7-8	$8+\beta_4$
14	7-8	$6+\beta_5$	14	7-10	$11+\beta_4$	14	7-9	$6+\beta_5$

15	8-9	$8+\alpha_4$	15	8-10	$9+\beta_5$	15	8-9	$7+\alpha_3$
			16	9-10	$6+\beta_5$	16	9-10	$4+\alpha_2$

Варіант 6.

Варіант 7.

Варіант 8.

№ п/п	Роботи	Час виконання	№ п/п	Роботи	Час виконання	№ п/п	Роботи	Час виконання
1	1-2	$5+\beta_4$	1	1-2	$4+\alpha_3$	1	1-2	$4+\beta_5$
2	1-3	$6+\beta_3$	2	1-3	$6+\alpha_4$	2	1-3	$5+\alpha_1$
3	2-4	$5+\beta_2$	3	1-4	$7+\alpha_1$	3	1-4	$9+\beta_4$
4	2-5	$8+\beta_1$	4	2-4	$5+\alpha_3$	4	2-5	$9+\alpha_2$
5	3-5	$9+\alpha_4$	5	3-4	$3+\alpha_4$	5	2-7	$12+\beta_3$
6	3-6	$9+\alpha_3$	6	4-5	$3+\beta_1$	6	3-5	$7+\alpha_3$
7	4-5	$4+\alpha_4$	7	3-6	$11+\alpha_1$	7	3-6	$10+\beta_2$
8	4-10	$13+\alpha_2$	8	4-6	$10+\beta_2$	8	4-6	$11+\alpha_1$
9	4-8	$9+\alpha_1$	9	4-7	$12+\alpha_1$	9	5-8	$13+\beta_1$
10	5-7	$7+\beta_1$	10	5-8	$15+\beta_3$	10	5-7	$8+\alpha_4$
11	6-7	$6+\beta_3$	11	5-7	$13+\alpha_1$	11	5-9	$11+\beta_2$
12	6-9	$10+\beta_4$	12	6-9	$13+\beta_4$	12	6-8	$7+\alpha_2$
13	7-9	$8+\beta_2$	13	6-10	$17+\alpha_1$	13	7-9	$6+\beta_3$
14	7-10	$6+\beta_5$	14	7-8	$8+\beta_5$	14	8-10	$8+\alpha_3$
15	8-10	$5+\alpha_1$	15	7-9	$9+\alpha_1$	15	9-10	$9+\beta_4$
16	9-10	$3+\beta_5$	16	8-9	$10+\alpha_3$	16	10-11	$5+\alpha_1$
			17	9-10	$8+\alpha_2$			

Варіант 9.

№ п/п	Роботи	Час виконання
1	1-2	$7+\alpha_4$
2	1-3	$6+\alpha_3$
3	3-5	$9+\alpha_2$
4	2-7	$11+\beta_1$
5	3-4	$12+\alpha_4$
6	4-6	$9+\alpha_3$
7	4-9	$13+\alpha_2$
8	5-7	$10+\beta_2$
9	5-8	$12+\alpha_4$
10	5-9	$8+\alpha_3$
11	6-9	$10+\alpha_2$
12	6-10	$15+\beta_3$
13	7-8	$8+\beta_4$
14	8-9	$16+\beta_5$
15	9-10	$14+\alpha_2$

Таблиця 13.1

(Варіант вибирати по номеру студента в журналі групи)

Варіант	α_1	α_2	α_3	α_4	Варіант	α_1	α_2	α_3	α_4
1	0	0	1	1	19	1	0	2	1
2	0	2	1	1	20	1	2	0	1
3	1	1	0	1	21	1	2	1	0
4	1	1	0	1	22	0	2	2	2
5	1	1	1	0	23	2	0	2	2
6	1	2	2	2	24	2	2	0	2
7	2	1	2	2	25	2	2	2	0
8	2	2	1	2	26	0	0	1	2
9	2	2	2	1	27	0	1	0	2
10	1	1	2	2	28	0	1	2	0
11	1	2	1	2	29	1	0	2	0
12	1	2	2	1	30	1	2	0	0
13	2	2	2	1	31	1	0	0	2
14	2	1	2	2	32	2	1	0	0
15	2	2	1	2	33	2	0	1	0
16	2	0	1	1	34	2	0	0	1
17	0	2	1	1	35	0	0	2	1
18	0	1	1	2	36	0	1	2	1

Таблиця 13.2

(Номер варіанту вибирати по двох останніх цифрах № залікової)

Варіант	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	Варіант	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5
01	0	0	0	1	0	26	2	2	1	2	1
02	0	0	1	0	1	27	2	2	2	2	1
03	0	1	0	0	0	28	1	2	2	2	2
04	1	0	0	0	0	29	2	1	2	2	2
05	0	1	2	1	1	30	2	2	1	2	2
06	1	0	1	2	1	31	2	2	2	1	2
07	2	1	0	1	2	32	2	1	2	2	2
08	0	1	2	2	1	33	1	2	2	2	2
09	0	1	2	2	1	34	1	1	2	1	1
10	1	0	1	2	2	35	1	1	1	2	1
11	2	1	0	1	2	36	1	1	1	1	2
12	2	2	1	0	1	37	3	1	1	2	2
13	1	2	2	1	0	38	1	3	1	2	2
14	0	2	2	2	1	39	1	2	3	1	2
15	2	0	2	2	1	40	1	2	2	3	1
16	2	2	0	2	1	41	1	2	2	1	3
17	1	2	2	0	2	42	2	3	1	1	2
18	1	2	2	2	0	43	2	2	3	1	1
19	2	2	2	1	0	44	2	2	1	1	3
20	2	2	2	0	1	45	2	2	1	1	3
21	2	2	2	1	1	46	2	1	2	3	1
22	1	2	2	2	1	47	2	2	1	1	3
23	1	1	2	2	2	48	2	2	2	0	0

24	2	1	2	1	2	49	2	2	2	2	0
25	2	2	1	1	2	50	0	2	2	0	2

Стохастичне програмування

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Завдання 14. Підприємство повинно визначити рівень виробництва певного виду продукції так, щоб задовольнити потребу споживачів протягом певного періоду часу. Конкретна кількість споживачів невідома, але очікується, що вона може становити одне з п'яти значень: S_1, S_2, S_3, S_4 ààî S_5 . Для кожного із цих можливих значень існує найкраща альтернатива (з точки зору можливих витрат). Відхилення від цих альтернатив призводить до додаткових витрат або через підвищення пропозиції над попитом, або з причин неповного задоволення попиту. Розмір витрат (тис. грн.) наведено в таблиці. Користуючись критеріями Лапласа, Вальда, Севіджа, Гурвіца, Байєса, мінімуму середнього ризику та Ходжеса-Лемана знайти оптимальну альтернативу.

Споживачі					
Альтернатива	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
a_1	$5 + \alpha_1$	$20 + \beta_1$	$15 + \alpha_1$	$16 + \alpha_3$	$30 + \alpha_1$
a_2	$10 + \alpha_2$	$16 + \beta_2$	$25 + \beta_1$	$13 + \beta_1$	$11 + \alpha_2$
a_3	$9 + \beta_1$	$20 + \alpha_1$	$6 + \alpha_2$	$25 + \alpha_1$	$7 + \beta_2$
a_4	$30 + \beta_2$	$25 + \alpha_2$	$6 + \beta_2$	$15 + \beta_2$	$17 + \beta_3$
a_5	$15 + \beta_3$	$5 + \alpha_3$	$30 + \beta_3$	$23 + \beta_2$	$10 + \beta_1$

Таблиця 14.1

<i>Варіант</i>	α_1	α_2	α_3	<i>Варіант</i>	α_1	α_2	α_3	<i>Варіант</i>	α_1	α_2	α_3
1	0	1	2	18	2	0	4	35	6	3	1
2	1	0	2	19	0	2	4	36	5	2	4
3	2	1	0	20	1	3	5	37	5	0	4
4	0	1	1	21	5	3	1	38	5	4	0
5	0	0	1	22	5	1	3	39	1	0	2
6	1	1	0	23	1	5	3	40	2	1	0
7	3	2	1	24	3	1	5	41	0	1	1
8	0	3	0	25	3	5	1	42	0	0	1
9	3	3	0	26	0	5	4	43	1	1	0
10	2	2	3	27	4	5	0	44	3	2	1
11	2	3	2	28	0	4	5	45	0	3	0
12	1	5	2	29	5	0	4	46	3	3	0
13	5	1	2	30	5	4	0	47	2	2	3
14	2	1	5	31	4	0	5	48	2	3	2
15	2	5	1	32	6	1	3	49	5	0	4
16	0	4	2	33	3	1	6	50	5	4	0
17	4	0	2	34	3	6	1				

Таблиця 14.2

<i>Варіант</i>	β_1	β_2	β_3	<i>Варіант</i>	β_1	β_2	β_3	<i>Варіант</i>	β_1	β_2	β_3
00	1	5	0	17	3	2	1	34	1	4	5
01	0	0	1	18	2	1	3	35	1	5	4
02	1	0	1	19	3	1	2	36	4	1	5
03	1	0	0	20	1	2	3	37	4	5	1
04	2	1	0	21	1	3	2	38	5	1	4
05	1	2	0	22	1	0	4	39	5	4	1
06	0	2	1	23	1	4	0	40	1	3	5
07	1	0	2	24	4	1	0	41	1	5	3
08	0	1	2	25	4	0	1	42	3	1	5
09	2	0	1	26	0	4	1	43	3	5	1
10	1	0	3	27	0	1	4	44	5	1	3
11	3	0	1	28	2	3	0	45	5	3	1
12	1	3	0	29	2	0	3	46	5	3	0
13	3	1	0	30	3	0	2	47	5	0	3
14	0	1	3	31	3	2	0	48	0	5	3
15	0	3	1	32	0	2	3	49	0	3	5
16	2	3	1	33	0	3	2	50	3	5	0

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Вибрані лекції з дисципліни „Дослідження операцій” для студентів заочної форми навчання /Іващук О. Т., Хома Г. П., Хома–Могильська С. Г. – Тернопіль : Тайп, 2007. – 69с.
2. Дослідження операцій [навчальний посібник] / Меншикова О.В., Чмир О.Ю., Карабин О.О. – Львів : ЛДУ БЖД, 2019. – 196с.
3. Дослідження операцій : конспект лекцій / О. В. Шебаніна, В. П. Ключан, І. В. Ключан та ін. – Миколаїв : МНАУ, 2021. – 150 с
4. Дослідження операцій та методи оптимізації : практикум : у 2-х ч. Частина 1 [Електронний ресурс] / Л. М. Малярець, І. Л. Лебедева, Л. О. Норік. – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2017. – 169 с.
5. Дослідження операцій та методи оптимізації: лабораторний практикум в середовищі MATLAB. Малярець, Л. М., Ковальова, К. О., Малярець, Л. М., Ковалева, Е. А. (2018).
6. Дослідження операцій та методи оптимізації: методичні рекомендації до практичних завдань для студентів усіх спеціальностей першого (бакалаврського) рівня / уклад. С. В. Прокопович, О. В. Панасенко, Л. О. Чаговець. – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2019. – 64 с.
7. Елементи дослідження операцій в управлінні процесами перевезень: Підручник. / Панченко Н.Г., Резуненко М.Є. – Харків: УкрДУЗТ, 2015. – Ч. 1. – 280 с