

Міністерство освіти і науки України
ВСП «Фаховий коледж економіки, права та
інформаційних технологій ЗУНУ»

Алілуйко А.М.

Математика
Підготовка до зовнішнього незалежного
оцінювання та державної підсумкової атестації
Частина I. Алгебра

Навчальний посібник

Тернопіль
ЗУНУ
2022

Рекомендовано до друку

*Вченою радою навчально-наукового інституту інноватики,
природокористування та інфраструктури Західноукраїнського
національного університету
(протокол № 4 від 16 лютого 2022 року)*

Рецензенти: В.М. Неміш – доцент кафедри прикладної математики Західноукраїнського національного університету, кандидат фізико-математичних наук;
Н.А. Стефурак – старший викладач Галицького коледжу імені В'ячеслава Чорновола, викладач вищої категорії, кандидат фізико-математичних наук;
О.М. Федчишин – доцент кафедри фізики та методики її навчання Тернопільського національного педагогічного університету імені Володимира Гнатюка, кандидат педагогічних наук.

А 50 Математика. Підготовка до зовнішнього незалежного оцінювання та державної підсумкової атестації. Частина І. Алгебра / А.М. Алілуйко. – Тернопіль : ЗУНУ, 2022. – 203 с.

УДК 512(075)

Навчальний посібник містить приклади розв'язання задач, вправ та завдання різних форм з усіх основних тем алгебри та початків аналізу. Усі тестові завдання відповідають чинній програмі зовнішнього незалежного оцінювання та чинним навчальним програмам з математики.

Для вчителів, учнів закладів загальної середньої освіти та студентів закладів професійної (професійно-технічної), закладів фахової передвищої освіти.

© Алілуйко А.М., 2022

Пропонований навчальний посібник призначений для ефективної підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО) та державної підсумкової атестації (ДПА) у формі ЗНО з математики. Посібник написано на основі багаторічного досвіду використання тестових технологій у навчанні та узагальненні досвіду підготовки абітурієнтів до складання ЗНО з математики.

Посібник містить приклади розв'язання задач і вправ та завдання різних форм з усіх основних тем алгебри та початків аналізу: з вибором однієї правильної відповіді; на встановлення відповідності; відкритої форми з короткою та розгорнутою відповіддю. Завдання укладено по темах, що сприяє успішному засвоєнню учнями матеріалу. У посібник не входять тема «Ірраціональні нерівності» та «Тригонометричні нерівності», адже вони не вивчаються на рівні стандарт.

Усі завдання посібника відповідають чинній програмі зовнішнього незалежного оцінювання з математики, затвердженій Міністерством освіти і науки України.

Навчальний посібник є корисним вчителям і випускникам закладів загальної середньої освіти, закладів професійної (професійно-технічної), закладів фахової передвищої освіти, які вивчають математику на рівні стандарт або профільному рівні.

Тема 1. Числові множини. Дії над числами

Приклад 1. Обчисліть $1,75 : \frac{2}{3} - 1,75 : 2$.

Розв'язання. $1,7 : \frac{2}{3} - 1,7 : 2 = 1,7 \cdot \frac{3}{2} - 1,7 \cdot \frac{1}{2} = 1,7 \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right) = 1,7$.

Відповідь: 1,7.

Приклад 2. Знайти $\frac{3}{8}$ суми чисел $1\frac{1}{2}$ і $2\frac{1}{3}$.

Розв'язання. $\frac{3}{8} \cdot \left(1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3}\right) = \frac{3}{8} \cdot 3\frac{5}{6} = \frac{3}{8} \cdot \frac{23}{6} = \frac{23}{16} = 1\frac{7}{16} = 1,4375$.

Відповідь: 1,4375.

Приклад 3. Знайти число, $\frac{5}{6}$ якого дорівнюють значенню виразу $10,06 - 0,2 \cdot 0,3$.

Розв'язання. Обчислимо вираз $10,06 - 0,2 \cdot 0,3 = 10,06 - 0,06 = 10$.

Тоді знайдемо шукане число: $10 : \frac{5}{6} = 10 \cdot \frac{6}{5} = 12$.

Відповідь: 12.

1. Серед указаних чисел укажіть раціональне число.

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{3}$	$\sqrt{3}-1$	$\sqrt{3+1}$	$\sqrt{3-1}$	$\sqrt{3+1}$

2. Укажіть рівність, яка *може* бути правильною, якщо x – парне, y – непарне.

А	Б	В	Г	Д
$x \cdot y = 11$	$\frac{x}{y} = 1$	$x + y = 16$	$x + 2y = 21$	$x - y = 25$

3. Яке з наведених чисел кратне числу 9?

А	Б	В	Г	Д
9788	1009	1999	3447	3333

4. Учитель роздав учням 63 зошити. Кожен учень отримав однакову кількість зошитів. Якому з поданих нижче чисел *може* дорівнювати кількість учнів у цьому класі?

А	Б	В	Г	Д
8	9	10	11	14

5. У магазині купили цукерок на 6 грн і три однакові торти. Укажіть, яке з наведених значень *може* виражати вартість усієї покупки.

А	Б	В	Г	Д
46	73	64	57	50

6. (2010) У магазині придбали 6 однакових зошитів і кілька ручок по 3 грн за кожну з них. Яке з наведених чисел *може* виражати загальну вартість покупки (у грн)?

А	Б	В	Г	Д
29	26	25	24	23

7. У класі дівчат удвічі більше, ніж хлопців. З'ясуйте, якою із запропонованих *може* бути кількість учнів у такому класі.

А	Б	В	Г	Д
28	26	24	22	20

8. Для ремонту дитячого садочку закуплено вікна та двері у відношенні 5 : 1. Укажіть число, яким *може* виражатися загальна кількість вікон і дверей у цьому дитячому садочку.

А	Б	В	Г	Д
41	45	54	68	81

9. Маса вершкового масла відноситься до маси молока, з якого воно виготовлене, як 1 : 25. Скільки масла можна виготовити з 45 т молока?

А	Б	В	Г	Д
1,2 т	1,3 т	1,4 т	1,5 т	1,8 т

10. Кількість вікон в будинку відноситься до кількості дверей в ньому як 5 : 3. Скільки вікон в будинку, якщо в ньому 12 дверей?

А	Б	В	Г	Д
12	24	20	60	84

11. У магазині друзі купили кілька однакових ручок вартістю 10 грн кожна і 5 однакових олівців вартістю x грн. кожен. Яке з чисел *може* виражати загальну вартість цієї покупки (у грн), якщо x – ціле число?

А	Б	В	Г	Д
31	32	33	34	35

12. Знайдіть натуральне, одноцифрове число N , якщо відомо, що сума $870+N$ ділиться на 9 без остачі.

А	Б	В	Г	Д
1	3	5	6	9

13. Укажіть, яку цифру треба написати замість букви a у чотиризначному числі $11a9$, щоб воно ділилося без остачі на 9?

А	Б	В	Г	Д
0	1	3	9	7

14. Знайдіть натуральне одноцифрове число, яке треба додати до числа 671, щоб їх сума ділилася на 3 і на 5 одночасно.

А	Б	В	Г	Д
2	4	5	7	9

15. Горіхи, що лежать у коробці можна поділити між двома або трьома дітьми, але не можна поділити порівну між чотирма дітьми. Якому з наведених значень *може* дорівнювати кількість горіхів у цій коробці?

А	Б	В	Г	Д
36	40	42	48	50

16. В учня є певна кількість цукерок. Коли він розклала їх у купки по 5 цукерок, то два цукерки залишилися, а коли розклала їх по 3, то зайвих цукерок не виявилось. Яка кількість цукерок із запропонованих варіантів *могла бути* в учня?

А	Б	В	Г	Д
32	45	57	63	81

17. У магазині проходить акція: купуєш три однакові шоколадки – таку саму четверту магазин надає безкоштовно. Ціна кожної такої шоколадки – 45 грн. Покупець має у своєму розпорядженні 240 грн. Яку *максимальну* кількість шоколадок він зможе отримати, узявши участь в акції?

А	Б	В	Г	Д
5	6	7	8	9

18. Поділивши число n на 7, одержали остачу 6. Чому дорівнює остача від ділення числа $2n$ на 7?

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	5	6

19. Остача від ділення натурального числа k на 5 дорівнює 2. Укажіть остачу від ділення на 5 числа $k + 20$.

А	Б	В	Г	Д
0	1	2	3	4

20. Знайдіть остачу від ділення числа $a + b$ на 6, якщо натуральні числа a і b діляться на 6 із остачами 4 та 5 відповідно.

А	Б	В	Г	Д
3	4	5	6	9

21. Знайти найбільший спільний дільник чисел 36 і 90.

А	Б	В	Г	Д
126	3	5	9	18

22. Із 48 троянд і 72 тюльпанів склали букети. Яку *максимальну* кількість букетів можна отримати, розділивши троянди та тюльпани в усі букети порівну?

А	Б	В	Г	Д
3	9	18	24	36

23. Знайти найменше спільне кратне чисел 18 і 30.

А	Б	В	Г	Д
6	48	90	150	180

24. Яка найменша кількість метрів тканини може бути в рулоні, щоб його можна було продати без залишку по 6 м або по 15 м?

А	Б	В	Г	Д
15	30	40	60	90

25. Запишіть число $\frac{5}{3}$ у вигляді десяткового дробу, округливши його до десятих.

А	Б	В	Г	Д
1,6	1,66	1,67	1,7	1,3

26. $2\frac{5}{12} + \frac{5}{8} =$

А	Б	В	Г	Д
$2\frac{10}{20}$	$\frac{17}{8}$	$\frac{22}{20}$	$3\frac{1}{24}$	$4\frac{1}{24}$

27. Обчислити $\frac{5}{8} \cdot 0,2$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{8}{17}$	$\frac{1}{30}$

28. $\frac{1}{3} \cdot 4 + 5 =$

А	Б	В	Г	Д
$4\frac{1}{15}$	3	$6\frac{1}{3}$	19	27

29. Обчислити $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{9}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{11}{27}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{5}{8}$

30. Обчислити $1,521 : 0,3 + 0,3^2$.

А	Б	В	Г	Д
5,79	5,67	5,16	4,5	5,97

31. Обчислити $0,5 \cdot 20,6 + 0,5 \cdot 9,4$.

А	Б	В	Г	Д
10	15	20	25	30

32. Обчислити $\frac{1}{3} \cdot 5,9 + \frac{1}{3} \cdot 8,2$.

А	Б	В	Г	Д
3,7	4,07	4,7	4,9	47

33. Обчислити $2 \cdot \frac{3}{4} + \frac{12}{25} : \frac{3}{20}$.

А	Б	В	Г	Д
3,575	3,7	4,7	5,7	4,07

34. Обчислити $(1,2 + \frac{2}{9}) \cdot \frac{5}{16}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{28}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{5}{8}$

35. Обчислити $-4,8 : (-2,6 + 3,4) + 0,8$.

А	Б	В	Г	Д
-7,2	-6,8	6,8	-5,2	5,2

36. Обчисліть значення виразу $\frac{\frac{2}{5} + \frac{3}{6}}{\frac{3}{6} - \frac{4}{4}}$.

А	Б	В	Г	Д
14	$\frac{3}{5}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{5}{24}$	1

37. Вказати найбільше з наведених чисел.

А	Б	В	Г	Д
0,31	0,(31)	0,311	0,3(1)	0,(3)

38. Вкажіть проміжок, якому належить число $\frac{6}{9}$.

А	Б	В	Г	Д
(0; 0,5)	(0,5; 1)	(1; 1,5)	(1,5; 2)	(2; 4)

39. Укажіть правильну нерівність.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{3}{8} > \frac{7}{8}$	$\frac{5}{2} < \frac{5}{3}$	$\frac{6}{7} > \frac{7}{6}$	$\frac{5}{6} > \frac{4}{5}$	$\frac{20}{21} < \frac{6}{7}$

40. Дано числа: $\frac{5}{3}; 2,7; \frac{7}{5}$. Розташуйте їх у порядку спадання.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{5}{3}; 2,7; \frac{7}{5}$	$2,7; \frac{5}{3}; \frac{7}{5}$	$2,7; \frac{7}{5}; \frac{5}{3}$	$\frac{5}{3}; \frac{7}{5}; 2,7$	$\frac{7}{5}; 2,7; \frac{5}{3}$

41. Дано числа: $1,5; \frac{5}{4}; \frac{4}{3}$. Розташуйте їх у порядку зростання.

А	Б	В	Г	Д
$1,5; \frac{5}{4}; \frac{4}{3}$	$\frac{5}{4}; 1,5; \frac{4}{3}$	$1,5; \frac{4}{3}; \frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}; 1,5; \frac{5}{4}$	$\frac{5}{4}; \frac{4}{3}; 1,5$

42. Розташуйте у порядку зростання числа $\frac{1}{3}; 0,3; 0,33$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{3}; 0,3; 0,33$	$0,3; 0,33; \frac{1}{3}$	$0,33; \frac{1}{3}; 0,3$	$0,3; \frac{1}{3}; 0,33$	$\frac{1}{3}; 0,33; 0,3$

43. Розташуйте у порядку зростання числа $\frac{7}{16}; \frac{7}{17}; \frac{9}{16}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{7}{16}; \frac{7}{17}; \frac{9}{16}$	$\frac{7}{17}; \frac{7}{16}; \frac{9}{16}$	$\frac{9}{16}; \frac{7}{16}; \frac{7}{17}$	$\frac{7}{17}; \frac{9}{16}; \frac{7}{16}$	$\frac{7}{16}; \frac{9}{16}; \frac{7}{17}$

44. Визначте кількість усіх дробів із знаменником 18, які більші від $\frac{5}{6}$, але менші за 1.

А	Б	В	Г	Д
2	3	4	5	6

45. Скільки є звичайних дробів, які більші за $\frac{1}{6}$ і менші за $\frac{1}{5}$?

А	Б	В	Г	Д
0	1	2	3	4

46. Із поданих нижче чисел укажіть найбільше.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{30}{29}$	$\frac{29}{28}$	$\frac{28}{27}$	$\frac{27}{26}$	$\frac{26}{25}$

47. Укажіть, скільки можна скласти правильних дробів, чисельниками знаменниками яких є числа 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23.

А	Б	В	Г	Д
28	36	48	56	72

48. Укажіть, скільки можна скласти різних неправильних дробів, чисельниками знаменниками яких є числа 3, 5, 7, 11, 17.

А	Б	В	Г	Д
30	25	20	15	10

49. Середнє арифметичне трьох чисел дорівнює 16, а середнє арифметичне п'яти інших чисел дорівнює 32. Знайти середнє арифметичне усіх восьми чисел.

А	Б	В	Г	Д
18	20	24	26	48

50. Сергій та Андрій збирали яблука. Сергій зібрав 6 ящиків яблук, а Андрій у 2 рази менше. Яку частину всіх яблук зібрав Андрій?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{5}$

51. Два робітники за виконану роботу отримали отримали 6000 грн, розподіливши гроші таким чином: перший отримав четверту частину зароблених грошей, а другий – решту. Скільки гривень отримав за цю роботу другий робітник?

А	Б	В	Г	Д
1000 грн	1500 грн	3000 грн	3500 грн	4500 грн

52. Визначте, на скільки $\frac{2}{3}$ числа 150 більше за 0,3 числа 210.

А	Б	В	Г	Д
17	57	137	37	27

53. За три дні зорано 1500 га поля. За перший день зорано $\frac{3}{5}$ поля, а за другий - $\frac{1}{15}$ поля. Скільки гектарів поля було зорано за третій день?

А	Б	В	Г	Д
1000	700	1100	800	500

54. За перший день тракторист зорав $\frac{2}{7}$ поля, а за другий - решту — 145 га. Яка площа усього поля (у га)?

А	Б	В	Г	Д
193	215	250	205	203

55. Перший тракторист може зорати поле 12 год, а другий – за 6 год. Через скільки годин буде зорано поле, якщо трактористи будуть працювати разом?

А	Б	В	Г	Д
3	4	9	16	18

56. Установіть відповідність між числом (1-3) та множиною, до якої воно належить (А-Д).

Число	Множина
1 – 11	А множина натуральних чисел
2 2,5	Б множина цілих чисел, що не є натуральними числами
3 $\sqrt{12}$	В множина складених чисел
	Г множина ірраціональних чисел
	Д множина дробових чисел

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

57. Установіть відповідність між числом (1-3) та множиною, до якої воно належить (А-Д).

Число	Множина
1 – 10	А множина парних натуральних чисел
2 17	Б множина цілих чисел, що не є натуральними числами
3 $\sqrt{0,36}$	В множина раціональних чисел, що не є цілими числами
	Г множина ірраціональних чисел
	Д множина простих чисел

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

58. Установіть відповідність між виразом (1-3) та проміжком (А-Д), якому належить значення цього виразу, якщо $a = 2,6$.

Вираз	Проміжок
1 $4 - a$	А (0; 2)
2 $2a - 2$	Б (2; 4)
3 $\frac{16}{a}$	В (4; 6)
	Г (6; 8)
	Д (8; 12)

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

59. Установіть відповідність між твердженням про дріб (1-3) та дробом (А-Д), для якого це твердження є правильним.

Твердження про дріб

Дріб

- 1 є скоротним
2 є неправильним
3 є оберненим до дроби $2\frac{3}{7}$

- А $\frac{17}{51}$
Б $\frac{41}{9}$
В $\frac{13}{27}$
Г $\frac{7}{17}$
Д $-\frac{17}{7}$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

60. До кожного початку речення (1-3) доберіть його закінчення (А-Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

Початок речення

Закінчення речення

- 1 Добуток чисел 52 і 13
2 Частка чисел 32 і 20
3 Різниця чисел 32 і 20

- А є квадратом натурально-го числа.
Б є числом, що ділиться націло на 10.
В є найменшим спільним кратним чисел 32 і 20.
Г є раціональним числом, яке не є цілим.
Д є дільником числа 72.

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

61. Дві однакові автоматичні лінії виготовляють 12 т цукру за 3 дні. Установіть відповідність між запитаннями (1-3) та правильною відповіддю на нього (А-Д). Уважайте, що кожна лінія виготовляє однакову кількість цукру щодня.

Запитання

Відповідь на запитання

- 1 Скільки тонн цукру дві лінії виготовлять за 4 дні?
2 За скільки днів одна лінія виготовить 16 т цукру?
3 Скільки таких ліній потрібно для виготовлення 24 т цукру за 4 дні?

- А 2
Б 3
В 6
Г 8
Д 16

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

<i>Завдання</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
<i>Відповідь</i>	В	Д	Г	Б	Г	Г	В	В	Д	В	Д	Б	Д	Б	В
<i>Завдання</i>	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
<i>Відповідь</i>	В	Б	Г	В	А	Д	Г	В	Б	Г	Г	В	В	Б	В
<i>Завдання</i>	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
<i>Відповідь</i>	Б	В	В	В	Г	А	Д	Б	Г	Б	Д	Б	Б	А	А
<i>Завдання</i>	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56				
<i>Відповідь</i>	Д	А	Г	Г	В	Д	Г	Д	Д	Б	1-Б, 2-Д, 3-Г				
<i>Завдання</i>	57					58					59				
<i>Відповідь</i>	1-А, 2-Д, 3-В					1-А, 2-Б, 3-Г					1-А, 2-Б, 3-Г				
<i>Завдання</i>	60					61									
<i>Відповідь</i>	1-А, 2-Г, 3-Д					1-Д, 2-Г, 3-Б									

Тема 2. Відсотки

Задача 1. Знайти число, 60% якого дорівнюють $\left(7\frac{3}{4} - 7,69\right) \cdot 100$.

Розв'язання. $\left(7\frac{3}{4} - 7,69\right) \cdot 100 = (7,75 - 7,69) \cdot 100 = 0,06 \cdot 100 = 6$.

Нехай x – шукане число. Тоді складемо пропорцію: $\frac{x}{6} = \frac{100}{60}$.

Отже, $x = \frac{6 \cdot 100}{60} = 10$.

Відповідь: 10.

Задача 2. Шматок сплаву масою 3 кг містить 30% олова. Його сплавляли із шматком олова масою 7 кг. Який став відсотковий вміст олова у сплаві?

Розв'язання. У сплаві було 30% олова, що становить $3 \cdot 0,3 = 0,9$ кг. Після того, як до сплаву додали 7 кг олова, його стало в сплаві $0,9 + 7 = 7,9$ кг, а маса сплаву стала $3 + 7 = 10$ кг. Отже, відсотковий вміст олова став $\frac{7,9}{10} \cdot 100\% = 79\%$.

Відповідь: 79%.

Задача 3. Після першого вдосконалення продуктивність верстата зросла на 10%, а після другого – ще на 10%. На скільки процентів зросла продуктивність верстата внаслідок двох удосконалень?

Розв'язання. Нехай продуктивність верстата була p дет/год. Тоді після першого вдосконалення вона стала $p + 0,1p = 1,1p$ дет/год, а після другого – $1,1p + 0,1 \cdot 1,1p = 1,21p$ дет/год. Отже, після двох удосконалень продуктивність верстата зросла в 1,21 рази або на 21%.

Відповідь: 21%.

1. Виразіть у відсотках число $\frac{1}{4}$.

А	Б	В	Г	Д
4%	25%	50%	0,25%	40%

2. Як знайти 30% від числа 500?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{500 \cdot 100}{30}$	$\frac{30 \cdot 100}{500}$	$\frac{500 \cdot 30}{100}$	$500 : 30$	$30 \cdot 500$

3. Як знайти число, 40% якого дорівнюють 150?

А	Б	В	Г	Д
$150 \cdot 40$	$150 : 60$	$\frac{40 \cdot 100}{150}$	$\frac{150 \cdot 40}{100}$	$\frac{150 \cdot 100}{40}$

4. Як встановити, скільки відсотків становить число 5 від 36?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{5 \cdot 100}{36}$	$\frac{36 \cdot 5}{100}$	$\frac{36 \cdot 100}{5}$	$5 : 36$	$36 : 5$

5. Вміст олова у сплаві становить 40%. Скільки грамів олова у 300 г такого ж сплаву?

А	Б	В	Г	Д
$133\frac{1}{3}$ г	120 г	75 г	$13\frac{1}{3}$ г	240 г

6. Банк сплачує своїм вкладникам 6% річних. Визначте, скільки грошей треба покласти на рахунок, щоб через рік отримати 81 грн прибутку.

А	Б	В	Г	Д
1350 грн	1050 грн	1150 грн	1250 грн	950 грн

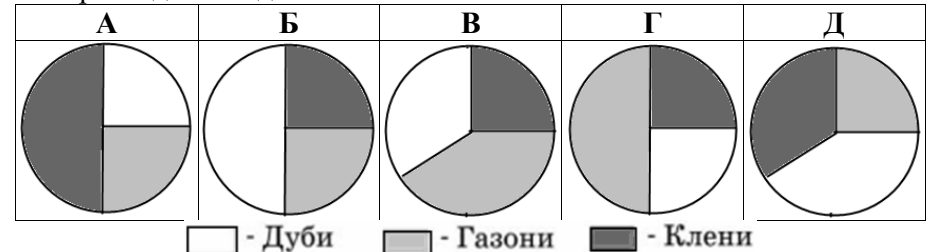
7. Сплав містить 50 г олова і 200 г міді. Який відсотковий вміст олова у сплаві?

А	Б	В	Г	Д
24%	40%	20%	25%	50%

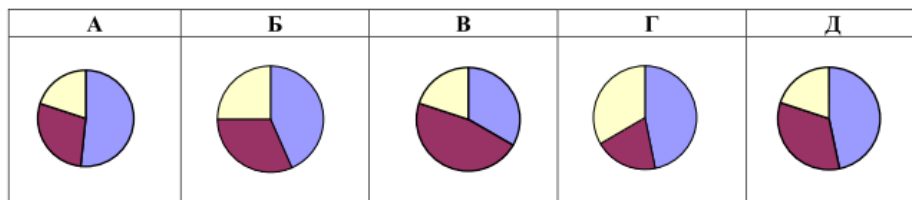
8. Вартість вантажного автомобіля перевищує вартість легкового автомобіля на 300%. У скільки разів легковий автомобіль дешевший від вантажного автомобіля?

А	Б	В	Г	Д
у 2 рази	у 3 рази	у 4 рази	у 100 разів	у 200 разів

9. (2008) Під час закладання нового парку 25% його площі відвели під посадку кленів, 50% площі, що залишилася, під посадку дубів, а решту площі під газони. Вкажіть, на якій із діаграм правильно показано розподіл посадок:



10. (2010) У саду ростуть 60 дерев: 28 яблунь, 20 вишень і 12 абрикос. На одній із діаграм правильно зображено розподіл дерев у саду. Укажіть цю діаграму.



– яблуні
 – вишни
 – абрикоси

11. За переказ грошей клієнт повинен сплатити банку винагороду в розмірі 3% від суми переказу. Скільки всього грошей (у гривнях) йому потрібно сплатити в касу банку, якщо сума переказу становить 27 000 грн?

А	Б	В	Г	Д
27800 грн	27108 грн	27801 грн	27810 грн	27081 грн

12. Вкладник вніс до банку 3000 грн., а через рік отримав 3180 грн. Під який відсоток річних були покладені гроші?

А	Б	В	Г	Д
12%	8%	6%	14%	16%

13. 10%-й розчин солі містить 180 г води. Яка маса цього розчину?

А	Б	В	Г	Д
198 г	190 г	1800 г	200 г	400 г

14. Молоко містить 3% жирів. Скільки всього жирів міститься в 600 г молока?

А	Б	В	Г	Д
1,8 г	18 г	20 г	180 г	200 г

15. У магазині побутової техніки на всі товари було знижено ціни на 15%. Скільки коштуватиме після знижки телевізор вартістю 4800 грн?

А	Б	В	Г	Д
3980 грн	3880 грн	4008 грн	3800 грн	4080 грн

16. Книга коштувала 250 грн. Через два місяці ця книга стала коштувати 220 грн. На скільки відсотків знизилася ціна журналу?

А	Б	В	Г	Д
4%	12%	10%	88%	16%

17. Якщо число b становить 33% від додатного числа a , то $b =$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{33}{100 \cdot a}$	$\frac{100}{33 \cdot a}$	$\frac{a}{33 \cdot 100}$	$\frac{a}{33} \cdot 100$	$\frac{a}{100} \cdot 33$

18. Ціна товару була підвищена на 25%. На скільки відсотків необхідно зменшити нову ціну товару, щоб одержати початкову?

А	Б	В	Г	Д
25%	15%	35%	20%	10%

19. Деяке додатне число спочатку збільшили на 50%, а потім одержане число зменшили на 50%. Як змінилося початкове число?

А	Б	В	Г	Д
не змінилося	зменшилося на 25%	зменшилося на 20%	зменшилося на 5%	збільшилося на 5%

20. На скільки відсотків збільшиться площа квадрата, якщо його сторону збільшити на 50%?

А	Б	В	Г	Д
50%	100%	125%	150%	225%

21. Число a становить 25% числа b . Скільки відсотків становить число b від числа a ?

А	Б	В	Г	Д
400%	200%	250%	750%	500%

22. У сплаві міді та цинку мідь становить $\frac{1}{4}$ частину маси цинку.

Який відсотковий вміст міді у сплаві?

А	Б	В	Г	Д
0,25%	12,25%	25%	45%	20%

23. 4 кг сплаву міді з цинком містить 40% міді. Скільки потрібно додати до цього сплаву цинку, щоб отриманий сплав містив 16% міді?

А	Б	В	Г	Д
6 кг	5 кг	4 кг	8 кг	7 кг

24. Установіть відповідність між сформульованою задачею (1 – 3) та її розв'язком (А – Д).

Запитання

Відповідь

- 1 Скільки відсотків складає 5 від 20?
- 2 На скільки відсотків 30 більше за 15?
- 3 Скільки відсотків складає 28, якщо 7 складає 5%?

- А 20%
- Б 25%
- В 10%
- Г 50%
- Д 100%

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

25. (2013) У лабораторії є два сплави міді з оловом: перший масою 50 кг містить 10% міді, другий масою 100 кг містить 25% міді. Добрайте до кожного запитання (1-3) правильну відповідь (А-Д).

Запитання	Відповідь на запитання
1 Скільки кілограмів міді міститься в першому сплаві?	А 5
2 Скільки кілограмів міді міститься у двох сплавах разом?	Б 15
3 Якщо із даних сплавів утворити новий сплав, то скільки відсотків міді міститиме цей сплав?	В 20 Г 25 Д 30

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

26. Початкова вартість книги становить 340 грн. Унаслідок уцінення вартість цієї книги було зменшено на 20%.

- Обчисліть вартість книги після уцінення (у грн).
- Скільки відсотків становить початкова вартість книги від її вартості після уцінення?

27. (2014) Визначте вартість (у грн) спожитої за місяць користувачем пільгової категорії електроенергії (див. фрагмент квитанції).

Пільга (%), ліміт (кВт · год) <u>25% при нормі 75 кВт · год</u>				
Поточні показання, кВт · год	Попередні показання, кВт · год	Спожито, кВт · год	Тариф, грн	Сума до сплати, грн
6275	6160	115	0,28	?

Ураxуйте те, що тариф (вартість однієї кВт·год) становить 0,28 грн. Надана цьому користувачеві пільга полягає в тому, що за 75 кВт·год зі спожитих за місяць користувач сплачує на 25% менше від їхньої вартості за тарифом.

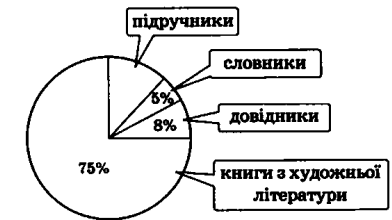
28. (2016) Для 80 учнів вирішено закупити зошити в клітинку та в лінійку для контрольних робіт. Кожному учневі потрібно 9 зошитів у клітинку, а в лінійку – у три рази менше. Вартість одного зошита (у клітинку або в лінійку) становить 3 грн. При купівлі зошитів в упаковках по 10 штук у кожній надається знижка 5%.

- Визначте загальну кількість N зошитів у клітинку та в лінійку, які потрібно закупити для 80 учнів.
- Скільки гривень коштуватимуть усі N зошитів, якщо купувати їх в упаковках по 10 штук (з урахуванням знижки)?

29. На швейній фабриці за тиждень пошили 1470 одиниць штанів, шортів та футболок. Штанів було пошито 726, а футболок – у 5 разів більше, ніж шортів.

- На скільки відсотків футболок було пошито більше, ніж шортів?
- Скільки шортів було пошито на цій фабриці?

30. (2016) У бібліотеці є лише підручники, словники, довідники та книги з художньої літератури. Відсотковий розподіл кількості цих книг у бібліотеці відображено на діаграмі.



- Визначте загальну кількість книг у цій бібліотеці, якщо кількість підручників дорівнює 84.
- Скільки потрібно придбати додатково підручників, щоб отримана після цього їхня сумарна кількість відносилася до кількості довідників як 4 : 1?

31. Перший автомат за 2 хвилини виготовляє 4 однакові деталі, а другий автомат за цей самий час – на 150% більше таких деталей. Уважайте, що продуктивність роботи автоматів є сталою.

- За скільки секунд другий автомат виготовить одну деталь?
- Скільки всього деталей виготовлять обидва автомати за 5 хвилин, працюючи одночасно?

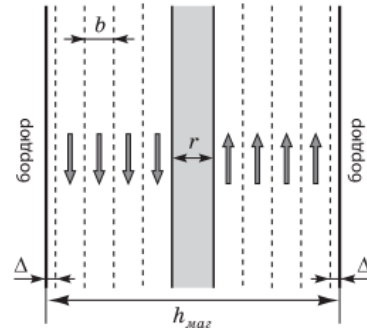
32. (2017) Для поповнення рахунку телефону Андрій уніс певну суму грошей до платіжного терміналу. З цієї суми утримано комісійний платіж у розмірі 2 грн 40 коп., що становить 3% від суми, унесеної до терміналу. У результаті рахунок телефону поповнено на решту внесеної суми.

- Яку суму грошей (у гривнях) Андрій уніс до платіжного терміналу?
- Мобільний оператор, послугами якого користується Андрій, нараховує 8 бонусів за кожні 5 грн, на які поповнено рахунок телефону. На залишок грошей, менший за 5 грн, бонуси не нараховуються. Скільки бонусів нараховано Андрію за здійснене ним поповнення телефону?

Тема 3. Цілі та раціональні вирази

33. (2018) Для визначення ширини автомагістралі $h_{\text{маг}}$ (у м), що має по 4 однакові смуги руху транспорту в обох напрямках (див. рисунок), використовують формулу $h_{\text{маг}} = 8b + r + 2\Delta$, де

- b – ширина однієї смуги руху транспорту;
- r – ширина розділювальної смуги між напрямками руху транспорту;
- Δ – ширина запобіжної смуги між крайньою смугою руху й бордюром.



1. Визначте ширину b (у м) однієї смуги, якщо $h_{\text{маг}} = 40,2\text{ м}$, $r = 10\text{ м}$, $\Delta = 1,5\text{ м}$.
2. Заплановано збільшити ширину b кожної смуги руху транспорту на 10% за рахунок лише зменшення ширини r розділювальної смуги. На скільки метрів потрібно зменшити ширину r розділювальної смуги?

34. До 200 г 5%-го розчину солі додали 50 г солі. Визначити відсотковий вміст солі в новому розчині.

35. Скільки води потрібно випарувати із 50 кг 10%-го розчину солі, щоб одержати розчин з концентрацією 20%?

36. Змішали 2 л молока, жирність якого дорівнює 5%, і 3 л молока, жирність якого дорівнює 7%. Якою буде жирність утвореної суміші?

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Відповідь	Б	В	Д	А	Б	А	В	В	В	Д	Г	В	Г	Б	Д
Завдання	16	17	18	19	20	21	22	23	24		25				
Відповідь	Б	Д	Г	Б	В	А	Д	А	1-Б,2-Д,3-А		1-А,2-Д,3-В				
Завдання	26			27			328			29					
Відповідь	1- 272; 2- 125			26,95			1- 960; 2- 2736			1- 500; 2- 124					
Завдання	30			31			32			33					
Відповідь	1- 700; 2- 140			1- 12; 2- 35			1- 80; 2- 120			1- 3,4; 2- 2,72					
Завдання	34	35	36												
Відповідь	24	25	6,2												

Приклад 1. Спростіть вираз $\frac{24m^4n^3}{p^4} : \frac{18m^2n^6}{p^5}$.

Розв'язання. $\frac{24m^4n^3}{p^4} : \frac{18m^2n^6}{p^5} = \frac{24m^4n^3}{p^4} \cdot \frac{p^5}{18m^2n^6} = \frac{4m^2}{1} \cdot \frac{p}{3n^3}$.

Відповідь: $\frac{4m^2p}{3n^3}$.

Приклад 2. Спростіть вираз $(x-2)^2 + (x-1)(x+1)$.

Розв'язання. $(x-2)^2 + (x-1)(x+1) = x^2 - 4x + 4 - (x^2 - 1) = x^2 - 4x + 4 - x^2 + 1 = 5 - 4x$.

Відповідь: $5 - 4x$.

1. Число a в 4 разів більше за додатне число b . Тоді $a =$

А	Б	В	Г	Д
$b-4$	$\frac{4}{b}$	$b+4$	$4b$	$\frac{b}{4}$

2. Число a становить $\frac{3}{8}$ додатного числа b . Тоді $a+b =$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{3}{8}b$	$\frac{3}{8}b$	$\frac{5}{8}b$	$\frac{8}{3}b$	$\frac{5}{8}b$

3. Визначте m із співвідношення $\frac{m}{3} = \frac{2}{n}$, де $n \neq 0$.

А	Б	В	Г	Д
$m = 6n$	$m = \frac{6}{n}$	$m = \frac{2n}{3}$	$m = \frac{3}{2n}$	$m = \frac{n}{6}$

4. Якщо $y = \frac{2x}{z}$ ($x \neq 0, z \neq 0$), то $\frac{1}{2x} = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$2yz$	$\frac{z}{y}$	$\frac{y}{z}$	yz	$\frac{1}{yz}$

5. Якщо $m = n - 1$, то $7 - m =$

А	Б	В	Г	Д
$n-8$	$6-n$	$8-n$	$n-6$	$6+n$

6. Якщо $\frac{a}{b} = \frac{2}{5}$, то $\frac{b}{a} =$

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{2}{5}$	$-\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$

7. Якщо числа x і y задовольняють співвідношення $2y + 6 = x$, то $y =$

А	Б	В	Г	Д
$2x - 8$	$8 - 2x$	$\frac{x - 6}{2}$	$\frac{x + 6}{2}$	$\frac{6 - x}{2}$

8. Якщо числа x і y задовольняють співвідношення $\frac{1}{3}y + 4 = x$, то $y =$

А	Б	В	Г	Д
$3x - 12$	$12 - 3x$	$\frac{x - 4}{3}$	$\frac{x + 4}{3}$	$\frac{4 - x}{3}$

9. Укажіть запис числа 0,153 у стандартному вигляді.

А	Б	В	Г	Д
$1,53 \cdot 10^{-1}$	$1,53 \cdot 10^1$	$1,53 \cdot 10^{-2}$	$1,53 \cdot 10^2$	$1,53 \cdot 10^{-3}$

10. Спростіть вираз $(a^4)^6 : a^2$, де $a \neq 0$.

А	Б	В	Г	Д
a^5	a^8	a^{10}	a^{12}	a^{22}

11. $(0,2)^2 \cdot 10^4 =$

А	Б	В	Г	Д
40	400	8000	4000	2^6

12. $0,2x^2 \cdot 10^2 x^3 =$

А	Б	В	Г	Д
$2x^6$	$20x^5$	$200x^5$	$0,2x^5$	$20x^6$

13. Спростіть вираз $0,8b^6 : 8b^2$.

А	Б	В	Г	Д
$0,1b^6$	$10b^6$	$6,4b^{12}$	$0,1b^4$	$10b^4$

14. Спростіть вираз $\frac{b^2 \cdot b^8}{b^4}$, де $b \neq 0$.

А	Б	В	Г	Д
b^{16}	b^8	b^6	b^4	b^3

15. Обчисліть $\frac{2^6 \cdot 5^6}{10^4}$.

А	Б	В	Г	Д
$10^{1,5}$	10^2	10^8	10^9	10^{10}

16. $\frac{3^4 \cdot 2^4}{12^3} =$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$

17. $\frac{2^5 \cdot 3^6}{6^4} =$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{6}$	6	0,5	12	18

18. $\frac{12^3}{4^2} =$

А	Б	В	Г	Д
6	12	48	72	108

19. Скоротіть дріб $\frac{5ab^3}{10a^2b}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2b^2}{a}$	$\frac{b^4}{2a^3}$	$50a^3b^4$	$\frac{2b^4}{a^3}$	$\frac{b^2}{2a}$

20. Скоротіть вираз $5x^4y : \frac{2x}{y}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{5}{2}x^3$	$\frac{5}{2}x^3y^2$	$10x^3$	$10x^4y^2$	$\frac{2}{5}x^3$

21. Якщо $2^a = \frac{1}{3}$, то $2^{5-a} =$

А	Б	В	Г	Д
12,8	59	10,2	35	96

22. Якщо $2^a = 5$, то $4^{a+1} =$

А	Б	В	Г	Д
15	25	50	75	100

23. Обчисліть вираз $\left(1\frac{2}{3}\right)^7 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^4 \cdot 27$.

А	Б	В	Г	Д
15	30	50	100	125

24. Запишіть числа 2^{15} ; 4^{10} ; 9^5 в порядку зростання.

А	Б	В	Г	Д
$2^{15}; 4^{10}; 9^5$	$2^{15}; 9^5; 4^{10}$	$9^5; 2^{15}; 4^{10}$	$9^5; 4^{10}; 2^{15}$	$4^{10}; 2^{15}; 9^5$

25. Обчисліть значення виразу $3x^2 - x^3$, якщо $x = -2$

А	Б	В	Г	Д
4	10	20	22	26

26. $-2xy^2 - (3xy^2 - 2x^2y) =$

А	Б	В	Г	Д
$-5xy^2 + 2x^2y$	$-5xy^2 - 2x^2y$	$xy^2 - 2x^2y$	$-6xy^2 + 2x^2y$	$-3xy^2$

27. Спростіть вираз $2(a + 5b) - (b - 2a)$.

А	Б	В	Г	Д
$6b$	$4b$	$4a + 11b$	$4a + 9b$	$11b$

28. Укажіть вираз, тотожно рівний виразу $(2x + 5) \cdot (3 - x)$.

А	Б	В	Г	Д
$15 + x - 2x^2$	$15 + x + 2x^2$	$15 + 6x - 2x^2$	$15 + 11x - 2x^2$	$15 + 11x + 2x^2$

29. Укажіть вираз, тотожно рівний виразу $-7x - (x + 5) \cdot (3 - 2x)$.

А	Б	В	Г	Д
$15 + x - 2x^2$	$2x^2 - 15$	$-2x^2 - 15$	$15 + 11x - 2x^2$	$15 + 11x + 2x^2$

30. При якому значенні a вираз $(a - 1)^2 + 2$ набуває найменшого значення?

А	Б	В	Г	Д
-2	-1	1	2	0

31. Нехай a – довільне додатне число. Установіть відповідність між виразом (1-3) та тотожно рівним йому виразом (А-Д).

Вираз

Тотожно рівний вираз

1 $\frac{2a^5}{a^6}$

А $32a^{11}$

2 $(2a)^5 \cdot a^6$

Б $2a^{-1}$

3 $\frac{(2a^6)^5}{64a^3}$

В $2a^{11}$

Г $\frac{1}{2}a^{10}$

Д $\frac{a^{27}}{2}$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Відповідь	Г	А	Б	Д	В	Б	В	А	А	Д	Б	Б	Г	В	Б
Завдання	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Відповідь	Б	Д	Д	Д	Б	Д	Д	Б	Б	В	Д	Г	А	Б	В
Завдання	31														
Відповідь	1-Б, 2-А, 3-Д														

Тема 4. Тотожні перетворення цілих та раціональних виразів

Приклад 1. Спростіть вираз $\frac{2a-3}{a^2-b^2} - \frac{2b-3}{a^2-b^2}$.

Розв'язання. $\frac{2a-3}{a^2-b^2} - \frac{2b-3}{a^2-b^2} = \frac{2a-3-2b+3}{a^2-b^2} = \frac{2a-2b}{a^2-b^2} = \frac{2(a-b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{2}{a+b}$

Відповідь: $\frac{2}{a+b}$.

Приклад 2. Спростіть вираз $\frac{5a-5b}{a} : \frac{a^2-b^2}{a^2}$.

Розв'язання. $\frac{5a-5b}{a} : \frac{a^2-b^2}{a^2} = \frac{5(a-b)}{a} \cdot \frac{a^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{5a}{a+b}$

Відповідь: $\frac{5a}{a+b}$.

Приклад 3. Спростіть вираз $\frac{x^2-121}{x^2+22x+121}$.

Розв'язання. $\frac{x^2-121}{x^2+22x+121} = \frac{(x-11)(x+11)}{(x+11)^2} = \frac{x-11}{x+11}$

Відповідь: $\frac{x-11}{x+11}$.

1. Знайдіть значення виразу $x^3+97,5x^2$, якщо $x=2,5$.

А	Б	В	Г	Д
102,5	120,5	125	625	70,5

2. Розкладіть на множники вираз $6m - mn - 6 + n$.

А	Б	В	Г	Д
$m(6-n)$	$m(n-6)$	$(m-1)(6-n)$	$(m-1)(n-6)$	$(m+1)(6-n)$

3. Розкладіть на множники вираз $a^6 - a^4 + 3 - 3a^2$.

А	Б	В
$(a^4+3)(a^2-1)$	$(a^4-3)(a^2-1)$	$(a^4-3)(a^2+1)$
Г		Д
$3(a^4-a)$		$3(a^2-1)$

4. Знайдіть вираз, тотожно рівний даному виразу $4x^2 - \frac{4}{9}$.

А	Б	В	Г	Д
$\left(4x - \frac{2}{3}\right)^2$	$\left(2x - \frac{2}{3}\right)^2$	$4\left(2x^2 - \frac{1}{9}\right)$	$\left(4x - \frac{2}{3}\right)\left(4x + \frac{2}{3}\right)$	$\left(2x - \frac{2}{3}\right)\left(2x + \frac{2}{3}\right)$

5. Знайдіть вираз, тотожно рівний даному виразу $-a^4 + 6$.

А	Б	В	Г	Д
$(\sqrt{6} + a^2)^2$	$(\sqrt{6} - a^2)^2$	$(6 - a^2)^2$	$(\sqrt{6} - a^2)(\sqrt{6} + a^2)$	$(6 - a^2)(6 + a^2)$

6. Знайдіть вираз, тотожно рівний даному виразу $\frac{x^2}{81} - 0,04$.

А	Б	В	Г	Д
$\left(\frac{x}{9} + 0,2\right)^2$	$\left(\frac{x}{9} - 0,02\right)^2$	$\left(\frac{x}{9} - 0,2\right)^2$	$\left(\frac{x}{9} - 0,2\right)\left(\frac{x}{9} + 0,2\right)$	$\left(\frac{x}{9} - 0,02\right)\left(\frac{x}{9} + 0,02\right)$

7. Знайдіть вираз, тотожно рівний даному виразу $4x^2 - (x-1)^2$.

А	Б	В	Г	Д
$(3x-1)(x-1)$	$(5x+1)(3x-1)$	$(5x+1)(3x+1)$	$(3x-1)(x+1)$	$(5x-1)(3x+1)$

8. Розкладіть на множники вираз $(a-1)^2 - (1-b)^2$.

А	Б	В	Г	Д
$(a-b)(a+b)$	$(a-b)(a+b+2)$	$(a-b)^2$	$(a-b)(a+b-2)$	$(a+b)(a-b-2)$

9. Обчисліть $101^2 - 99^2$.

А	Б	В	Г	Д
2	4	200	398	400

10. Розкладіть на множники многочлен $x^2 - 9 + x + 3$.

А	Б	В	Г	Д
$(x-2)(x+3)$	$(x+3)(x-4)$	$(x-3)(x+2)$	$(x-3)(x+3)$	$x(x-6)$

11. Розкладіть на множники многочлен $x^2 - 0,6x + 0,09$.

А	Б	В	Г	Д
$(x-3)(x+3)$	$(x+0,3)^2$	$(x-0,3)(x-0,3)$	$(x-0,3)(x+0,3)$	$x(x-0,6)$

12. Знайдіть вираз, тотожно рівний даному виразу $x^4 + x^3 - x - 1$.

А	Б	В	Г	Д
$(x+1)^2(x^2+x+1)$	$(x-1)^2(x^2-x+1)$	$(x-1)^3(x+1)$	$(x-1)(x+1)^3$	$(x^2-1)(x^2+x+1)$

13. Розкладіть на множники многочлен $x^2 + 5x + 4$.

А	Б	В	Г	Д
$(x-1)(x+4)$	$(x+1)(x-4)$	$(x+5)(x+4)$	$(x+1)(x+4)$	$(x-1)(x-4)$

14. Розкладіть на множники квадратний тричлен $2x^2 + x - 1$.

А	Б	В	Г	Д
$(x-1)(2x-1)$	$(x+1)(2x+1)$	$(x-1)(2x+1)$	$(x+2)(2x-1)$	$(x+1)(2x-1)$

15. Спростіть вираз $\frac{2-x}{x^2+x-6}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{x+3}$	$\frac{1}{x-3}$	$-\frac{1}{x-3}$	$-\frac{1}{x+3}$	$x+3$

16. Спростіть вираз $b(2a+b) - (a+b)^2$.

А	Б	В	Г	Д
$4ab+b^2$	$4ab-b^2$	$-a^2$	$2ab-b^2$	b^2

17. $\frac{2a+4}{2} =$

А	Б	В	Г	Д
$a+2$	$2a+2$	$a+2$	$2a$	$a+4$

18. Спростіть вираз $\frac{5x+20}{x^2-16}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{5}{4-x}$	$\frac{5}{x+4}$	$\frac{5}{x-4}$	$-\frac{5}{x+4}$	$\frac{1}{x-4}$

19. Спростіть вираз $\frac{m^3-4m^2}{m^2+16-8m}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{m^3}{m-4}$	$\frac{m^2}{m+4}$	$\frac{m^2}{m-4}$	$\frac{m}{4-2m}$	$\frac{m}{4}$

20. Спростіть вираз $\frac{(a-b)^2 - a^2}{b}$.

А	Б	В	Г	Д
a	$b-2a$	$-2a-b$	$a+b$	$a-2b^2$

21. Якщо $x^2 - y^2 = 7$ і $2x - 2y = 42$, то $x + y =$

А	Б	В	Г	Д
14	3	$-\frac{1}{3}$	-3	$\frac{1}{3}$

22. Спростіть вираз $\frac{9-x^2}{x^2-6x+9}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{3-x}{x+3}$	$\frac{x+3}{x-3}$	$3-x$	$\frac{1}{x-3}$	$\frac{3+x}{3-x}$

23. Спростіть вираз $\frac{a^2+16}{a-4} - \frac{8a}{a-4}$.

А	Б	В	Г	Д
-1	$a-4$	$a+4$	1	$(a-4)^2$

24. $\frac{8}{3a-1} + \frac{3}{1-3a} = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{11}{1-3a}$	$\frac{11}{3a-1}$	$\frac{5}{1-3a}$	$\frac{5}{3a-1}$	$\frac{24}{3a-1}$

25. $\frac{y^2+8y}{4-y^2} + \frac{4y-4}{y^2-4} = \dots$

А	Б	В	Г	Д
2	$\frac{2-y}{y+2}$	$\frac{y-2}{y+2}$	$\frac{y+2}{2-y}$	$\frac{y+2}{y-2}$

26. $\frac{c^2}{c^2-4} - \frac{c}{c+2} =$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2c}{4-c^2}$	$\frac{2c}{c^2-4}$	$\frac{c^2}{c^2-4}$	$\frac{c^2}{4-c^2}$	$\frac{c^2-c}{c^2-4}$

27. Спростіть вираз $\frac{b}{a(a-b)} - \frac{a}{b(a-b)}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{a+b}{ab}$	$\frac{1}{ab}$	$\frac{1}{b-a}$	$\frac{a-b}{ab}$	$-\frac{a+b}{ab}$

28. $\frac{a^2-6a+9}{a^2} \cdot \frac{a^6}{a^2-9} = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$a^4(a-3)$	$\frac{a^3(a-3)}{a+3}$	$\frac{a^4(a-3)}{a+3}$	$-3a^5$	$\frac{a^4(a+3)}{a-3}$

29. $(b+2) : \frac{b^2+2b}{5} = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{b^2}{2}$	$\frac{b(b+2)^2}{5}$	$\frac{b}{5}$	$\frac{5}{b}$	$\frac{5}{b^2}$

30. $\frac{12}{a} - \frac{3a+6}{a+1} \cdot \frac{4}{a+2} = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{8-3a}{a(a+1)}$	$\frac{8-a}{a(a+1)}$	$\frac{12}{a}$	$\frac{12}{a(a+1)}$	$\frac{12}{a+1}$

31. $\left(\frac{1}{a-1} + \frac{1}{a}\right) : (2a-1) = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{(2a-1)^2}$	$\frac{a(a-1)}{(2a-1)^2}$	$\frac{(2a-1)^2}{a(a-1)}$	$a-1$	$\frac{1}{a(a-1)}$

32. $a-3 - \frac{9}{a+3} = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{a+3}{a^2}$	$\frac{a^2}{a-3}$	$\frac{a+9}{a-3}$	$\frac{-9}{a+3}$	$\frac{9}{a^2-9}$

33. Спростіть вираз $\frac{1-\frac{1}{a}}{a^2-1}$.

А	Б	В	Г	Д
$a(a-1)$	$-a^3$	$-a(a+1)$	$\frac{a+1}{a}$	$\frac{1}{a^2+a}$

34. $(a^2-1) : (a^{-1}+1) = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$a(a+1)$	$\frac{1}{a(a-1)}$	$\frac{a}{a-1}$	$\frac{a-1}{a}$	$a(a-1)$

35. $(a+b^{-1}) : (b+a^{-1}) = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{b}{a}$	$\frac{a}{b}$	$\frac{(ab+1)^2}{ab}$	$\frac{a+b}{ab}$	$\frac{ab}{a+b}$

36. Якщо $\frac{1}{a} = \frac{1}{2} - \frac{1}{c}$, то $c =$

А	Б	В	Г	Д
$a-2$	$\frac{2a}{2-a}$	$\frac{a-2}{2a}$	$\frac{2a}{a-2}$	$2a$

37. Якщо $a = c - \frac{b}{c}$, то $b =$

А	Б	В	Г	Д
$1-a$	$c(a-1)$	$\frac{c}{1-a}$	$\frac{1-a}{c}$	c^2-ac

38. $\frac{a+b}{b} = 4$. Знайти значення виразу $\frac{b}{a}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{4}$	4	3	$\frac{1}{3}$	5

39. $a + a^{-1} = 2$. Знайти значення виразу $a^2 + a^{-2}$.

А	Б	В	Г	Д
0	2	-2	3	4

40. $\frac{a}{b} = 2$. Знайти значення виразу $\frac{4b^2+a^2}{a^2-ab}$.

А	Б	В	Г	Д
-16	8	4	-8	-4

41. (2012) Спростіть вираз $2(a^2-5ab+4b^2) - 3(2a^2-2ab+3b^2)$ та обчисліть його значення, якщо $a=1,1$, $b=0,8$.

42. При якому значенні змінної x вираз x^2+4x+1 набуває найменшого значення?

43. Відомо, що $\frac{y-x}{2x} = \frac{2}{5}$, де $0 < x < y$. У скільки разів число y більше за число x ?

44. Відомо, що $\frac{y+2x}{2x} = \frac{5}{4}$, де $0 < y < x$. У скільки разів число x більше за число y ?

45. Якого найменшого значення може набувати вираз x^2-6x+2 ?

46. Знайдіть значення виразу $\left(1 - \frac{1-2a^2}{1-a} + a\right) \cdot a^{-1}$, якщо $a=1,2$.

47. (2015) Відомо, що $\frac{2a^2 - 8b^2}{a - 2b} = 18$. Тоді

1. $a + 2b =$ 2. $a^3 + (2b)^3 + 3a \cdot 2b(a + 2b) =$

48. Знайдіть значення виразу $\frac{m+4}{m^2-6m+9} \cdot \frac{2m-6}{16-m^2} + \frac{2}{m-4}$, якщо $m = 4,25$;

49. Обчисліть значення виразу $\frac{6a-b}{b^2-4a^2} + \frac{4a+2b}{b^2+4ab+4a^2}$, якщо $a = 0,25$; $b = 4,5$.

50. Обчисліть значення виразу $\frac{a^2-b^2}{a-b} + \frac{a^3-b^3}{b^2-a^2}$, якщо $a = 10,2$; $b = -0,2$.

51. Знайдіть значення виразу $\frac{a^3+8}{a^3-4a} \cdot \frac{a-2}{a^2-2a+4} + a$, якщо $a = 0,1$;

52. Установіть відповідність між виразом (1-3) та твердженням про його значення (А-Д) при $a = 6$.

<i>Вираз</i>	<i>Твердження про значення виразу</i>																									
1 $3a^{-1}$	А менше за 1	<table border="1"> <tr><td></td><td>А</td><td>Б</td><td>В</td><td>Г</td><td>Д</td></tr> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		А	Б	В	Г	Д	1						2						3					
	А		Б	В	Г	Д																				
1																										
2																										
3																										
2 $a^2 + 12a + 36$	Б є простим числом																									
3 $a^3 - 5^3$	В є парним Г є від'ємним числом Д ділиться націло на 5																									

53. Установіть відповідність між заданим виразом (1-3) та виразом, що йому тотожно дорівнює (А-Д).

<i>Вираз</i>	<i>Тотожно рівний вираз</i>																									
1 $(2a+b)^2$	А $4a^2 - b^2$	<table border="1"> <tr><td></td><td>А</td><td>Б</td><td>В</td><td>Г</td><td>Д</td></tr> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		А	Б	В	Г	Д	1						2						3					
	А		Б	В	Г	Д																				
1																										
2																										
3																										
2 $(2a-b)(b+2a)$	Б $4b^2 - 2ab + a^2$																									
3 $(a+2b)(2a-b)$	В $2a^2 + 3ab - 2b^2$ Г $4a^2 + 4ab + b^2$ Д $4b^2 - 4ab + a^2$																									

54. До кожного виразу (1-3) доберіть тотожно рівний йому (А-Д).

<i>Вираз</i>	<i>Тотожно рівний вираз</i>																									
1 $(a-4)^2$	А $a^2 - 8a + 16$	<table border="1"> <tr><td></td><td>А</td><td>Б</td><td>В</td><td>Г</td><td>Д</td></tr> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		А	Б	В	Г	Д	1						2						3					
	А		Б	В	Г	Д																				
1																										
2																										
3																										
2 $(a-2)(a^2+2a+4)$	Б $a^2 - 16$																									
3 $(a-2)(a-4)$	В $a^2 - 6a + 8$ Г $a^3 + 8$ Д $a^3 - 8$																									

55. Установіть відповідність між виразами (1-3) та їхніми значеннями, якщо $x = 0,5$ (А-Д).

<i>Вираз</i>	<i>Значення виразу</i>																									
1 $(x-4)^2 + 4(2x-4)$	А - 1	<table border="1"> <tr><td></td><td>А</td><td>Б</td><td>В</td><td>Г</td><td>Д</td></tr> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		А	Б	В	Г	Д	1						2						3					
	А		Б	В	Г	Д																				
1																										
2																										
3																										
2 $\frac{x^3-1}{x^2+x+1}$	Б - 0,5																									
3 $\frac{3x-6}{2x} \cdot \frac{x}{x^2-4x+4}$	В 0,25 Г 1,5 Д 2,5																									

56. Установіть відповідність між заданим виразом (1-3) та виразом, що йому тотожно дорівнює (А-Д), якщо $a \neq 0$; $a \neq 1$; $a \neq -1$.

<i>Вираз</i>	<i>Тотожно рівний вираз</i>																									
1 $\frac{a}{a+1} \cdot \frac{a^2-1}{a}$	А $a-1$	<table border="1"> <tr><td></td><td>А</td><td>Б</td><td>В</td><td>Г</td><td>Д</td></tr> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		А	Б	В	Г	Д	1						2						3					
	А		Б	В	Г	Д																				
1																										
2																										
3																										
2 $a^2 + \frac{a^3-1}{1-a}$	Б $-a-1$																									
3 $\frac{a-2}{a-1} - 1$	В $-\frac{1}{a+1}$ Г $-\frac{1}{a-1}$ Д $a+1$																									

<i>Завдання</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
<i>Відповідь</i>	Г	В	Б	Д	Г	Г	Г	Г	Д	А	В	Д	Г	Д	Г
<i>Завдання</i>	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
<i>Відповідь</i>	В	В	В	В	Б	Д	Д	Б	Г	Г	Б	Д	В	Г	Г
<i>Завдання</i>	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	
<i>Відповідь</i>	Д	Г	Д	Д	Б	Г	Д	Г	Б	В	-9	-2	1,8	2	
<i>Завдання</i>	45	46	47					48	49	50	51				
<i>Відповідь</i>	-7	6	1-9; 2-729					1,6	0,25	-2,04	10,1				
<i>Завдання</i>	52					53					54				
<i>Відповідь</i>	1-А, 2-В, 3-Б					1-Г, 2-А, 3-В					1-А, 2-Д, 3-В				
<i>Завдання</i>	55					56									
<i>Відповідь</i>	1-В, 2-Б, 3-А					1-А, 2-Б, 3-Г									

**Тема 5. Степінь з раціональним показником.
Ірраціональні вирази**

Приклад 1. Обчисліть $\left(\frac{2^{1,3} \cdot 2^{1,4}}{2^{0,7}}\right)^{\frac{3}{2}}$.

Розв'язання. $\left(\frac{2^{1,3} \cdot 2^{1,4}}{2^{0,7}}\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{2^{2,7}}{2^{0,7}}\right)^{\frac{3}{2}} = (2^2)^{\frac{3}{2}} = 2^3 = 8$.

Відповідь: 8.

Приклад 2. Подайте вираз $\sqrt[9]{a \cdot \sqrt[3]{a}}$ у вигляді степеня з раціональним показником.

Розв'язання. $\sqrt[9]{a \cdot \sqrt[3]{a}} = \left(a^1 \cdot a^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{9}} = \left(a^{1+\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{9}} = \left(a^{\frac{4}{3}}\right)^{\frac{1}{9}} = a^{\frac{4 \cdot 1}{3 \cdot 9}} = a^{\frac{4}{27}}$.

Відповідь: $a^{\frac{4}{27}}$.

Приклад 3. Спростіть вираз $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} - 2\sqrt{6}$.

Розв'язання. $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} - 2\sqrt{6} = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} - 2\sqrt{6} =$
 $= \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2}{3 - 2} - 2\sqrt{6} = \frac{3 + 2\sqrt{6} + 2}{1} - 2\sqrt{6} = 5 + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = 5$.

Відповідь: 5.

Приклад 4. Спростіть вираз $\sqrt{(1 + \sqrt{3})^2} - \sqrt{1 - 2\sqrt{3} + 3}$.

Розв'язання. $\sqrt{(1 + \sqrt{3})^2} - \sqrt{1 - 2\sqrt{3} + 3} = \sqrt{(1 + \sqrt{3})^2} -$
 $-\sqrt{1^2 - 2\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{(1 + \sqrt{3})^2} - \sqrt{(1 - \sqrt{3})^2} = |1 + \sqrt{3}| - |1 - \sqrt{3}| =$
 $= 1 + \sqrt{3} - (\sqrt{3} - 1) = 2$. Знаки модуля відкрито з урахуванням того, що $1 + \sqrt{3} > 0$ і $1 - \sqrt{3} < 0$.

Відповідь: 2.

1. Обчисліть $25^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{-1}$.

А	Б	В	Г	Д
0,2	2,5	1,6	10	-20

2. Обчисліть $27^{\frac{2}{3}} + 16^{\frac{1}{4}}$.

А	Б	В	Г	Д
2	4	5	7	11

3. Обчисліть $16^{\frac{3}{4}} + 25^{\frac{1}{2}}$.

А	Б	В	Г	Д
9	12	13	15	31

4. Обчисліть $\sqrt{6400} + \sqrt{0,04} + \sqrt{0,0025}$.

А	Б	В	Г	Д
800,025	800,25	80,0205	80,25	800,025

5. Обчисліть $\sqrt{1 - \frac{1}{25}} \cdot \sqrt{1 - \frac{23}{26}} + \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}$.

А	Б	В	Г	Д
4,4	4,5	5,4	5,6	6

6. Укажіть проміжок, якому належить значення виразу $(2 - \sqrt{2})^2$.

А	Б	В	Г	Д
(-3; 0)	[0; 0,5)	[0,5; 1)	[1; 2)	[2; 5)

7. Укажіть проміжок, якому належить значення виразу $\frac{-1 + \sqrt{18}}{2}$.

А	Б	В	Г	Д
(-3; 0)	[0; 1)	[1; 2)	[2; 3)	[3; 5)

8. Скільки всього цілих чисел містить інтервал $(\sqrt{7}; \sqrt[3]{1000})$?

А	Б	В	Г	Д
6	7	8	9	10

9. Якому з наведених проміжків належить число $\sqrt[4]{20}$?

А	Б	В	Г	Д
(1; 2)	(2; 3)	(3; 4)	(4; 5)	(5; 6)

10. Якому з наведених проміжків належить число $\sqrt[3]{29}$?

А	Б	В	Г	Д
[0; 1)	[1; 2)	[2; 3)	[3; 4)	[4; +∞)

11. Порівняйте числа 4 ; $2\sqrt{5}$; $\sqrt{18}$.

А	Б	В
$4 < 2\sqrt{5} < \sqrt{18}$	$4 < \sqrt{18} < 2\sqrt{5}$	$\sqrt{18} < 4 < 2\sqrt{5}$
Г		Д
$\sqrt{18} < 2\sqrt{5} < 4$		$2\sqrt{5} < 4 < \sqrt{18}$

12. Укажіть правильну нерівність, якщо $a = 5\sqrt{2}$, $b = 7$, $c = \sqrt{51}$.

А	Б	В	Г	Д
$b < a < c$	$a < b < c$	$c < a < b$	$a < c < b$	$b < c < a$

13. Запишіть числа $\sqrt[3]{2}$; 1; $\sqrt[4]{3}$ в порядку зростання.

А	Б	В	Г	Д
1; $\sqrt[3]{2}$; $\sqrt[4]{3}$	1; $\sqrt[4]{3}$; $\sqrt[3]{2}$	$\sqrt[3]{2}$; $\sqrt[4]{3}$; 1	$\sqrt[4]{3}$; 1; $\sqrt[3]{2}$	$\sqrt[3]{2}$; 1; $\sqrt[4]{3}$

14. Серед чисел $a = \sqrt{5} - 2$, $b = 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$, $c = \sqrt[4]{4} - \sqrt[4]{3}$ укажіть усі додатні.

А	Б	В	Г	Д
a	c	$a; b$	$a; c$	$a; b; c$

15. Обчисліть $\sqrt{2} \cdot \sqrt{0,02}$.

А	Б	В	Г	Д
0,04	0,08	0,2	0,4	0,6

16. Обчисліть $\frac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}}$.

А	Б	В	Г	Д
3	9	18	27	12

17. Обчисліть $\frac{\sqrt[4]{81}}{81}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	3	9

18. Обчисліть $\sqrt{27} \sqrt[5]{32} - 3^2$.

А	Б	В	Г	Д
$6\sqrt{3}$	$5\sqrt{3}$	6	18	5

19. Обчисліть $\frac{\sqrt[4]{9} \cdot \sqrt[3]{8}}{\sqrt{48}}$.

А	Б	В	Г	Д
1	3	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	0,5

20. Обчисліть $\frac{\sqrt[3]{3} \cdot 81^{\frac{3}{4}}}{3^3}$.

А	Б	В	Г	Д
1	3	9	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{3}$

21. $\frac{a - a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} - 1} = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$a^{\frac{1}{2}} + 1$	$a^{\frac{1}{2}}$	$a^{-\frac{1}{2}}$	$-a^{\frac{1}{2}}$	$1 - a^{\frac{1}{2}}$

22. $\frac{a - 1}{1 - a^{\frac{1}{2}}} = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$a^{\frac{1}{2}} + 1$	$a^{\frac{1}{2}}$	$-1 - a^{\frac{1}{2}}$	$-a^{\frac{1}{2}}$	$1 - a^{\frac{1}{2}}$

23. $\sqrt[3]{y} : \sqrt{y} = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$y^{-\frac{1}{6}}$	$y^{\frac{1}{6}}$	$y^{-\frac{2}{3}}$	$y^{\frac{2}{3}}$	$y^{\frac{3}{2}}$

24. Спростити вираз $10\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{50}$.

А	Б	В	Г	Д
$17\sqrt{2}$	$39\sqrt{2}$	$37\sqrt{2}$	$19\sqrt{2}$	$24\sqrt{2}$

25. Обчислити $\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{5} - \sqrt[4]{16}$.

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	5

26. Вказати правильну рівність.

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{9} = \sqrt[6]{18}$	$\sqrt[5]{\sqrt[3]{11}} = \sqrt[8]{11}$	$(\sqrt[3]{10})^5 = \sqrt[15]{10}$	$\sqrt[10]{(-2)^{10}} = -2$	$\sqrt[9]{(-3)^9} = -3$

27. Обчислити $\sqrt[3]{5^6} \cdot 2^9$.

А	Б	В	Г	Д
200	8000	1600	400	800

28. Знайдіть значення виразу $|x - 3| - |2x + 5|$ при $x = -6$.

А	Б	В	Г	Д
-10	-6	-4	2	10

29. $|\pi - 4| = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$\pi - 4$	$\pi + 4$	-4π	$4 - \pi$	4π

30. $|2 - \sqrt{6}| + |2 + \sqrt{6}| =$

А	Б	В	Г	Д
4	$2\sqrt{6}$	$4 + 2\sqrt{6}$	$4 - 2\sqrt{6}$	$2\sqrt{6} - 4$

31. Спростіть вираз $2a - |a|$, якщо $a < 0$.

А	Б	В	Г	Д
$2a$	a	$3a$	$-a$	$-2a$

32. Якщо $a < -3$, то $1 - |a + 3| =$

А	Б	В	Г	Д
$-a - 4$	$-a - 2$	$a - 2$	$a + 4$	$-a + 4$

33. Якщо $a < 2$, то $|-2| + |a - 2| =$

А	Б	В	Г	Д
$-a$	a	$a - 4$	$a + 4$	$-a + 4$

34. Якщо $a < 1$, то $|a - 1| \cdot |1 - a| =$

А	Б	В	Г	Д
$(a - 1)^2$	$a^2 - 1$	$(a + 1)^2$	$-(a - 1)^2$	$1 - a^2$

35. Якщо $a < -5$, то $\left| \frac{a^2 - 25}{a + 5} \right| =$

А	Б	В	Г	Д
$5 - a$	$a + 5$	$a - 5$	0	$-5 - a$

36. Якщо $a \in (-1; 3)$, то $|a^2 - 2a - 3| =$

А	Б	В	Г	Д
$a^2 - 2a - 3$	$a^2 + 2a - 3$	$a^2 + 2a + 3$	$-a^2 + 2a + 3$	$-a^2 - 2a + 3$

37. $\sqrt{(-2)^2} + \sqrt[3]{(-3)^3} + \sqrt[3]{\frac{1}{8}} =$

А	Б	В	Г	Д
$-4,5$	$-5,5$	$-1,5$	$1,5$	$-0,5$

38. Обчисліть $(\sqrt{3})^2 + \sqrt{(-3)^2} + \sqrt[3]{(-5)^3}$.

А	Б	В	Г	Д
5	-2	2	8	1

39. Знайти значення виразу $\sqrt{(\sqrt{5} - 3)^2} + \sqrt{5}$.

А	Б	В	Г	Д
-3	$3 - 2\sqrt{5}$	$2 - \sqrt{5}$	3	$2\sqrt{5} - 3$

40. Обчисліть $\sqrt{(2\sin 60^\circ + 1)^2} - \sqrt{(1 - \sqrt{3})^2}$.

А	Б	В	Г	Д
1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{2}$	2

41. $\sqrt{(-2 - \sqrt{5})^2} + \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} = \dots$

А	Б	В	Г	Д
0	4	-4	$4 + 2\sqrt{5}$	$2\sqrt{5}$

42. Спростіть вираз $a^2 \cdot \sqrt{a^6}$, якщо $a \geq 0$.

А	Б	В	Г	Д
a^{12}	a^{10}	a^8	a^6	a^5

43. Якщо $a < 0$, то $\sqrt{4a^2} = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$4a$	$2a$	$2a^2$	$-2a$	$-4a$

44. Спростіть вираз $\sqrt[3]{\sqrt{a^6}}$, якщо $a \geq 0$.

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt[3]{a^2}$	\sqrt{a}	a^2	$\sqrt[6]{a}$	a

45. Спростіть вираз $\sqrt[3]{\sqrt[4]{a^6}}$, якщо $a \leq 0$.

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt[3]{a^2}$	$\sqrt{-a}$	a^2	$\sqrt[6]{-a}$	$-\sqrt{a}$

46. Звільнитися від ірраціональності в знаменнику дробу $\frac{4}{\sqrt{5} - 1}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\sqrt{5} + 1}{4}$	$\frac{\sqrt{5} - 2}{4}$	$\sqrt{5} + 1$	$4(\sqrt{5} + 1)$	$\frac{\sqrt{5} - 1}{4}$

47. Спростіть вираз $\frac{3\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1}$.

А	Б	В	Г	Д
3	$\sqrt{3} + 1$	$4 + \sqrt{3}$	$4 + 2\sqrt{3}$	$4 - \sqrt{3}$

48. Спростіть вираз $\frac{5}{a - 9} : \frac{1}{3\sqrt{a} - 9}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{15}{\sqrt{a} - 3}$	$\frac{5}{3\sqrt{a} + 9}$	$\frac{\sqrt{a} + 3}{15}$	$\frac{15}{\sqrt{a} + 3}$	$\frac{3\sqrt{a} - 9}{5}$

49. Знайдіть значення виразу $\frac{a}{b} - 1$, якщо $\frac{\sqrt{3a} - \sqrt{3b}}{b} = \sqrt{12}$

А	Б	В	Г	Д
-2	$0,5$	2	3	6

50. Обчислити $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}$.

А	Б	В	Г	Д
-1	1	5	8	9

51. До кожного виразу (1-3) при $a > 0$ доберіть тотожно йому рівний (А-Д).

Вираз	Тотожно рівний вираз																	
1 $\frac{2a^5}{a^6}$	А $32a^{11}$	Б $2a^{\frac{5}{6}}$	1 <table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>															
2 $(2a)^5 \cdot a^6$	В $2a^{\frac{6}{5}}$	Г $2a^{-1}$	2 <table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>															
3 $\sqrt[6]{64a^5}$	Д $32a^{30}$		3 <table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>															

52. До кожного виразу (1-3) доберіть тотожно йому рівний (А-Д).

Вираз	Тотожно рівний вираз																	
1 $\sqrt{27} + 1$	А $\sqrt{3} + 1$	Б $\sqrt{3}$	1 <table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>															
2 $\frac{1}{\sqrt{3}}$	В $3\sqrt{3} + 1$	Г $\frac{\sqrt{3}}{3}$	2 <table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>															
3 $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$	Д $\sqrt{3}-3$		3 <table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>															

53. (2017) Нехай m і n – довільні дійсні числа, a – довільне додатне число, $a \neq 1$. До кожного початку речення (1-4) доберіть його закінчення (А-Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

Початок речення	Закінчення речення																
1 Якщо $(a^m)^n = a^4$, то	А $m + n = 4$.	1 <table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>															
2 Якщо $a^m \cdot a^n = a^4$, то	Б $m - n = 4$.	2 <table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>															
3 Якщо $\sqrt[8]{a^m} = \sqrt{a^n}$, то	В $mn = 4$.	3 <table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>															
4 Якщо $\frac{a^n}{a^m} = \frac{1}{a^4}$, то	Г $m = 4n$.																
	Д $m = 8n$.																

54. Установіть відповідність між числовим виразом (1-3) та проміжком (А-Д), якому належить його значення.

Вираз	Проміжок																
1 $8^{\frac{1}{3}}$	А $(-\infty; -3)$	1 <table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>															
2 $\sqrt[3]{\left(-\frac{1}{2}\right)^3}$	Б $[-3; 0)$	2 <table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>															
3 $\left \frac{1}{2} - 2\right $	В $[0; 1)$	3 <table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>															
	Г $[1; 3)$																
	Д $[3; +\infty)$																

55. Установіть відповідність між числовим виразом (1-3) та його значенням (А-Д), якщо $a = -8$.

Числовий вираз	Значення числового виразу																
1 $\sqrt[3]{a}$	А -2	1 <table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>															
2 $\left(\frac{1}{a}\right)^{-2}$	Б -16	2 <table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>															
3 $(\sqrt{2}-a)(\sqrt{2}+a)$	В 16	3 <table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>															
	Г -62																
	Д 64																

56. Установіть відповідність між числовим виразом (1-3) та його значенням (А-Д).

Числовий вираз	Значення числового виразу																
1 $64^{\frac{1}{3}}$	А 4	1 <table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>															
2 $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$	Б 8	2 <table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>															
3 $(2^3)^2$	В 16	3 <table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>															
	Г 32																
	Д 64																

57. До кожного початку речення (1-3) доберіть його закінчення (А-Д) так, щоб утворилося правильне твердження, якщо $a = -3$.

Початок речення	Закінчення речення																
1 Значення виразу a^0	А більше за 1.	1 <table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>															
2 Значення виразу $\frac{ a }{a}$	Б дорівнює 1.	2 <table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>															
3 Значення виразу $\sqrt[3]{a}$	В дорівнює 0.	3 <table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>															
	Г дорівнює -1.																
	Д менше за -1.																

58. Установіть відповідність між числовим виразом (1-3) та його значенням (А-Д), якщо $a = \frac{25}{4}$.

Вираз	Значення виразу																
1 a^{-1}	А $\frac{4}{25}$	1 <table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>															
2 $ 9-2a $	Б $2\frac{1}{2}$	2 <table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>															
3 $a^{\frac{1}{2}}$	В $-3\frac{1}{2}$	3 <table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>															
	Г $3\frac{1}{2}$																
	Д $4\frac{1}{6}$																

59. Нехай a – довільне додатне число. Установіть відповідність між виразом (1-3) та тотожно рівним йому виразом (А-Д).

Вираз	Тотожно рівний вираз																										
1 $\sqrt[3]{27a^6}$	А $9a^6$	Б $9a^3$	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>А</th> <th>Б</th> <th>В</th> <th>Г</th> <th>Д</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		А	Б	В	Г	Д	1						2						3					
	А	Б		В	Г	Д																					
1																											
2																											
3																											
2 $\frac{27a^6}{9a^3}$	В $\sqrt[3]{3a}$	Г $3a^3$																									
3 $(3a)^{\frac{1}{3}}$	Д $3a^2$																										

60. Установіть відповідність між числовим виразом (1-3) та його значенням (А-Д), якщо $a = \sqrt{7} - 2$.

Вираз	Значення виразу																										
1 $ a - \sqrt{7} $	А 2	Б 3	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>А</th> <th>Б</th> <th>В</th> <th>Г</th> <th>Д</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		А	Б	В	Г	Д	1						2						3					
	А	Б		В	Г	Д																					
1																											
2																											
3																											
2 $a(\sqrt{7} + 2)$	В -3	Г 11																									
3 $a^2 + 4\sqrt{7}$	Д 5																										

61. Обчислити $\frac{53}{8 - \sqrt{11}} + \frac{2}{\sqrt{13} + \sqrt{11}} - \frac{9}{\sqrt{13} + 2}$.

62. Обчисліть $(\sqrt[6]{27} + \sqrt[4]{81})(\sqrt[6]{27} - \sqrt[4]{81})$.

63. Обчисліть $\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{12 - 4\sqrt{5}} \cdot \sqrt{24 + 8\sqrt{5}}$.

64. Обчисліть вираз $\sqrt{4a^2 - 20a + 25} + \sqrt[3]{0,04a}$, якщо $a = 0,2$.

65. Обчисліть значення виразу $4\sqrt{6} - \left(\frac{4}{\sqrt{2}} + \sqrt{3}\right)^2$.

66. (2011) Обчисліть значення виразу $\frac{3\sqrt{2} - 5}{\sqrt{2} - 1} + \frac{\sqrt{24} - \sqrt{300}}{\sqrt{3}}$.

67. Обчисліть значення виразу $\frac{x^3 - 3x}{x^2 + x\sqrt{3}}$, якщо $x = \sqrt{3} + 7$.

68. Обчисліть значення виразу $\frac{x^3 - 2\sqrt{3}x^2 + 3x}{x}$, якщо $x = \sqrt{3} - 5$.

69. (2013) Знайдіть значення виразу $|y - 2x|$, якщо $4x^2 - 4xy + y^2 = \frac{9}{4}$.

70. Обчисліть $\frac{3^{-1,6} \cdot 9^{2,8}}{27^{\frac{2}{3}}}$.

71. Обчисліть вираз $\frac{a^3 - b^3}{a - b} - (a^2 + b^2)$, якщо $a = 4^{\frac{7}{4}}$, $b = 2^{\frac{1}{2}}$.

72. Обчисліть значення виразу $\frac{x^{\frac{1}{2}} - 1}{x^2 + 1} - \frac{x^{\frac{1}{2}} + 1}{x^2 - 1}$, якщо $x = 0,36$.

73. Обчисліть значення виразу $\frac{a^{0,5} + 2}{a^{0,5} - 2} - \frac{4a^{0,5}}{a - 4}$, якщо $a = 27^{\frac{2}{3}}$.

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Відповідь	Б	Д	В	Г	В	Б	В	Б	Б	Г	Б	А	А	Г	В
Завдання	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Відповідь	А	А	Б	Д	В	Б	В	А	А	В	Д	А	Г	Г	Б
Завдання	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
Відповідь	В	Г	А	А	А	Г	Д	Д	Г	Д	Д	Д	Г	Д	Б
Завдання	46	47	48	49	50	51			52						
Відповідь	В	Д	Г	В	Б	1-Г, 2-А, 3-Б			1-В, 2-Г, 3-А						
Завдання	53			54			55								
Відповідь	1-В, 2-А, 3-Г, 4-Б			1-В, 2-Б, 3-Г			1-А, 2-Д, 3-Г								
Завдання	56		57		58		59								
Відповідь	1-А, 2-В, 3-Д		1-Б, 2-Г, 3-Д		1-А, 2-В, 3-Б		1-Д, 2-Г, 3-В								
Завдання	60		61	62	63	64	65	66	67	68	69	70			
Відповідь	1-А, 2-Б, 3-Г		6	-6	8	4,8	-11	-9	7	25	1,5	9			
Завдання	71	72	73												
Відповідь	16	1,875	2,6												

Тема 6. Цілі та дробово-раціональні рівняння

Приклад 1. Розв'яжіть рівняння $3x^2 + 18x = 0$.

Розв'язання. Дане рівняння рівносильне рівнянню $3x(x+18) = 0$.

Тоді $x = 0$ або $x + 6 = 0$.

Відповідь: 0; -6.

Приклад 2. Розв'яжіть рівняння $|2 - x| = 2x + 1$.

Розв'язання. $2 - x = 0$ при $x = 2$.

Якщо $x \leq 2$, то $2 - x \geq 0$ і $|2 - x| = 2 - x$. Отже, $2 - x = 2x + 1$, $3x = 1$,

$x = \frac{1}{3}$. $\frac{1}{3} \in (-\infty; 2]$, тому $x = \frac{1}{3}$ - корінь даного рівняння.

Якщо $x > 2$, то $2 - x < 0$ і $|2 - x| = x - 2$. Отже, $x - 2 = 2x + 1$, $x = -3$.
 $-3 \notin (2; +\infty)$, тому $x = -3$ - не є коренем цього рівняння.

Відповідь: $\frac{1}{3}$.

Приклад 3. Розв'яжіть рівняння $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$.

Розв'язання. Зробимо заміну: $x^2 = t$, тоді $x^4 = t^2$. Звідси: $t^2 - 3t - 4 = 0$. За теоремою Вієта: $t_1 = -1$; $t_2 = 4$. Отже, рівняння $x^2 = -1$ коренів не має, а рівняння $x^2 = 4$ має два корені $x_1 = -2$, $x_2 = 2$.

Відповідь: -2; 2.

Приклад 4. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} x^2 - y^2 = 8, \\ x + y = 4. \end{cases}$

Розв'язання. $\begin{cases} (x - y)(x + y) = 8, \\ x + y = 4; \end{cases} \begin{cases} 4(x - y) = 8, \\ x + y = 4; \end{cases} \begin{cases} x - y = 2, \\ x + y = 4. \end{cases}$

Додамо рівняння і отримаємо: $2x = 6$, $x = 3$. З другого рівняння отримаємо: $y = 4 - x = 4 - 3 = 1$.

Відповідь: (3;1).

Приклад 5. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} 2x^2 - xy^2 = 33, \\ 4x - y = 17. \end{cases}$

Розв'язання. Розв'яжемо методом підстановки:

$\begin{cases} y = 4x - 17, \\ 2x^2 - x(4x - 17) = 33; \end{cases} \begin{cases} y = 4x - 17, \\ 2x^2 - 17x + 33 = 0. \end{cases}$

Корені квадратного рівняння: $x_1 = 3$; $x_2 = 5,5$.

Тоді: $y_1 = 4 \cdot 3 - 17 = -5$; $y_2 = 4 \cdot 5,5 - 17 = 5$.

Відповідь: (3; -5), (5,5; 5).

1. Якому проміжку належить корінь рівняння $2x - 4 = 3$?

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -2)$	$[-2; 0)$	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; +\infty)$

2. Скільки коренів має рівняння $0,2(x - 4) = -0,8 + 0,2x$?

А	Б	В	Г	Д
один	два	три	жодного	безліч

3. Укажіть рівняння, коренем якого є число 2.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{x-2} = 0$	$x^2 + 4 = 0$	$5x + 2 = 2$	$\frac{2x-4}{x} = 0$	$x - 2 = x$

4. Яке з чисел є коренем рівняння $\frac{4x-2}{3} = 2$.

А	Б	В	Г	Д
-1	-2	0	1	2

5. Розв'яжіть рівняння $\frac{x}{0,7} - 2 = 0$.

А	Б	В	Г	Д
-14	1,3	0,14	1,4	2,7

6. Розв'яжіть рівняння $-0,2(x + 1) = 4$.

А	Б	В	Г	Д
-19	-21	1,8	1,2	0,8

7. Обчисліть добуток коренів рівняння $(x - \sqrt{3})\left(x + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 0$.

А	Б	В	Г	Д
0	1	3	9	-1

8. Розв'яжіть рівняння $\frac{2x-3}{12} = \frac{x+1}{3}$.

А	Б	В	Г	Д
-12	1,3	0,14	1,4	-3,5

9. Розв'язати рівняння $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 4$.

А	Б	В	Г	Д
1,2	5	12	4,8	0,4

10. Розв'язати рівняння $0,5(5x - 2) = \frac{2x + 1}{4}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{5}{8}$	-3	$\frac{8}{5}$	13	6

11. Розв'яжіть рівняння $3x^2 - 2x - 5 = 0$.

А	Б	В	Г	Д
$1; \frac{5}{3}$	$-1; \frac{5}{3}$	-1; 6	$-1; -\frac{5}{3}$	2; 5

12. Розв'яжіть рівняння $2x(x + 1) = 5(x + 1)$.

А	Б	В	Г	Д
-1; 2	-1	2,5	-1; 0,4	-1; 2,5

13. Розв'яжіть рівняння $2x^2 = 8x$.

А	Б	В	Г	Д
-1; 2	2; 4	0; 2	0; 4	0; -4

14. Розв'яжіть рівняння $2x^2 - 24 = 0$.

А	Б	В	Г	Д
-6; 6	6	$2\sqrt{3}$	$-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3}$	$0; 2\sqrt{3}$

15. Знайдіть суму коренів рівняння $2x^2 - 5x - 7 = 0$.

А	Б	В	Г	Д
5	-2,5	2,5	-7	-3,5

16. Знайдіть всі значення a , за яких один з коренів рівняння $x^2 + 2ax + a^2 = 0$ дорівнює -3.

А	Б	В	Г	Д
$a = \pm 3$	$a = 3$	$a = 6$	$a = \pm 6$	$a = -3$

17. За яких значень c рівняння $3x^2 - 2x + c = 0$ має тільки один корінь?

А	Б	В	Г	Д
3	-3	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	6

18. Знайдіть значення виразу $\sqrt{3}(x_1 + x_2) + x_1 \cdot x_2$, якщо x_1 та x_2 - корені рівняння $x^2 - \sqrt{3}x - 5 = 0$.

А	Б	В	Г	Д
-1	-2	2	3	5

19. (2007) Обчисліть значення виразу $\frac{x_1 \cdot x_2}{(x_1 + x_2)^2}$, якщо x_1 і x_2 - корені

квадратного рівняння $x^2 - (\sqrt{3} + 1)x - (2 + \sqrt{3}) = 0$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{1}{2}$	-1	$\frac{3}{2}$	2	3

20. Запишіть зведене квадратне рівняння з коренями $\sqrt{3}$ і $\sqrt{12}$.

А	Б	В
$x^2 + 6x + 3\sqrt{3} = 0$	$x^2 - 6x + 3\sqrt{3} = 0$	$x^2 + 3\sqrt{3}x + 6 = 0$
Г		Д
$x^2 - 3\sqrt{3}x + 6 = 0$		$x^2 - 3\sqrt{2}x + 16 = 0$

21. Коренем рівняння $kx + 1 = 4$ є число 0,2. Знайти корінь рівняння $kx = 1$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{1}{15}$	15	$-\frac{5}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{1}{15}$

22. Знайдіть значення t , при якому значення виразів $t^2 - 4t$ і $2t - 9$ співпадають.

А	Б	В	Г	Д
0,3	-3	3	0,5	0,6

23. За якого значення x значення виразу $-0,3x + 10$ на 5 більше від значення виразу $0,1x - 7$?

А	Б	В	Г	Д
-3,5	4,5	30	47	-30

24. Розв'яжіть рівняння $\frac{-5}{x-5} = 0$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; +\infty)$	5	$(-\infty; 5) \cup (5; +\infty)$	-5	коренів не має

25. Розв'яжіть рівняння $\frac{x-5}{x-5} = 1$.

А	Б	В	Г	Д
5	$(-\infty; +\infty)$	$(-\infty; 5) \cup (5; +\infty)$	$(5; +\infty)$	коренів не має

26. Розв'яжіть рівняння $\frac{x-x}{x-3} = 0$.

А	Б	В	Г	Д
-3	$(-\infty; +\infty)$	3	$(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$	коренів не має

27. Розв'яжіть рівняння $x^2 + \frac{1}{x-3} = \frac{1}{x-3} + 9$.

А	Б	В	Г	Д
3	-4,5 і 4,5	-3	-3; 3	4,5

28. Розв'яжіть рівняння $2x + \frac{1}{x^2 - 9} = \frac{1}{x^2 - 9} + 6$.

А	Б	В	Г	Д
4	3	-3	-3; 3	коренів не має

29. Розв'яжіть рівняння $\frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4} = 0$.

А	Б	В	Г	Д
-2	2	-2; 2	-2; 0; 2	0

30. Розв'яжіть рівняння $\frac{x^2 - 9}{3} = 0$.

А	Б	В	Г	Д
6	0	-3	-3; 3	3

31. Знайдіть суму коренів рівняння $\frac{x^3 - 27}{x + 3} = 0$.

А	Б	В	Г	Д
4	0	-3	-3; 3	3

32. Розв'яжіть рівняння $\frac{x + 4}{x + 1} = 2$.

А	Б	В	Г	Д
-1	-1; 2	2	-2	1

33. Розв'яжіть рівняння $\frac{x - 1,5}{2x + 3} = 1$.

А	Б	В	Г	Д
-1,5	-4,5	2	-2	1

34. Розв'яжіть рівняння $\frac{1}{3x} = \frac{1}{2 - x}$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{5}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$

35. Вказати інтервал, який містить корені рівняння $\frac{3}{x} = \frac{2}{x + 1}$.

А	Б	В	Г	Д
(-5; -3)	(-1; 2)	(2; 4)	(-2; 1)	(-4; -2)

36. Розв'яжіть рівняння $\frac{1}{x - 6} = -\frac{1}{x + 4}$ і вказати проміжок, якому належить його корінь.

А	Б	В	Г	Д
(0; 2)	(-2; -1)	(-4; -2)	(2; 4)	(4; 6)

37. Знайти суму коренів рівняння $\frac{x}{3} = \frac{5}{x + 2}$.

А	Б	В	Г	Д
2	-2	15	-15	5

38. Укажіть суму коренів рівняння $|x| = 4$

А	Б	В	Г	Д
-10	-6	-4	4	0

39. Розв'язати рівняння $|x - 1| = 3$ та знайти суму його коренів.

А	Б	В	Г	Д
0	4	2	-2	-4

40. Укажіть суму коренів рівняння $2|x - 1| = 12$.

А	Б	В	Г	Д
-2	0	2	7	12

41. Скільки коренів має рівняння $|x^2 - 3x + 2| = 2$?

А	Б	В	Г	Д
один	два	три	чотири	жодного

42. Укажіть суму усіх коренів рівняння $|x^2 - 6x| = 9$.

А	Б	В	Г	Д
$3 - 3\sqrt{2}$	$3 - \sqrt{2}$	-3	0	-9

43. Скільки коренів має рівняння $x^3 - 4|x| = 0$?

А	Б	В	Г	Д
один	два	три	чотири	жодного

44. Скільки коренів має рівняння $x^2 - 7|x| + 10 = 0$?

А	Б	В	Г	Д
один	два	три	чотири	жодного

45. Укажіть суму усіх коренів рівняння $|x| - 4x^3 = 0$

А	Б	В	Г	Д
0	0,5	1	1,5	-0,5

46. Якщо $x + 2y - 6z = -1$ і $-y + 3z = 7$, то $x =$

А	Б	В	Г	Д
6	11	13	-6	-11

47. Розв'яжіть систему $\begin{cases} 3x - 2y = 9, \\ x + 2y = -5. \end{cases}$ Для одержаного розв'язку

$(x_0; y_0)$ обчисліть суму $x_0 + y_0$.

А	Б	В	Г	Д
-2	-1	1	2	-4

48. Розв'яжіть систему $\begin{cases} 2x + 5y = 5, \\ x - 2y = 7. \end{cases}$ Для одержаного розв'язку

$(x_0; y_0)$ обчисліть суму $x_0 + y_0$.

А	Б	В	Г	Д
-18	3	4	8	12

49. Розв'яжіть систему $\begin{cases} 2y = 3x, \\ x - y = 12. \end{cases}$ Якщо $(x_0; y_0)$ – розв'язок системи, то $x_0 =$

А	Б	В	Г	Д
-24	36	4,8	7,2	-36

50. Розв'яжіть систему $\begin{cases} 2x + 3y = 7, \\ 3x - 4y = 2. \end{cases}$ Для одержаного розв'язку

$(x_0; y_0)$ обчисліть суму $x_0 + y_0$.

А	Б	В	Г	Д
-1	3	4	-2	5

51. Розв'яжіть систему $\begin{cases} \frac{1}{3}x + y = 3, \\ -\frac{2}{3}x + y = -3. \end{cases}$ Для одержаного розв'язку

$(x_0; y_0)$ обчисліть суму $x_0 + y_0$.

А	Б	В	Г	Д
-1	6	4	-2	5

52. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} xy = -12, \\ x(2y - 3) = -15. \end{cases}$ Якщо $(x_0; y_0)$ –

розв'язок системи, то $x_0 =$

А	Б	В	Г	Д
-6	-3	-9	2	6

53. Скільки всього розв'язків має система рівнянь $\begin{cases} x^2 - y = -6, \\ x^2 + y = 3? \end{cases}$

А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	більше трьох

54. Скільки всього розв'язків має система рівнянь $\begin{cases} x^2 - y^2 = -6, \\ x^2 + y^2 = 6? \end{cases}$

А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	більше трьох

55. Розв'яжіть систему $\begin{cases} y - x = 7, \\ \frac{x + 4}{2y - 3} = 2. \end{cases}$ Якщо пара $(x_0; y_0)$ є розв'язком

цієї системи рівнянь, то запишіть у відповідь добуток $x_0 \cdot y_0$.

А	Б	В	Г	Д
-6	-3	6	2	4

56. Установіть відповідність між рівняннями (1-3) та його коренями (А-Д).

<i>Рівняння</i>	<i>Корені</i>
1. $x^2 = 5$	А 0; 5
2. $x^2 = 5x$	Б 0; -5
3. $x^2 + 5x = 0$	В -5; 5
	Г $-\sqrt{5}; \sqrt{5}$
	Д 5

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

57. Установіть відповідність між рівняннями (1-3) та його коренями (А-Д).

<i>Рівняння</i>	<i>Корені</i>
1. $x^2 + 3 = 0$	А -3
2. $\frac{x^2 - 3}{x - 3} = 0$	Б $-\sqrt{3}$
3. $ x = 3$	В -3; 3
	Г $-\sqrt{3}; \sqrt{3}$
	Д коренів не має

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

58. Установіть відповідність між виразом (1-3) та його значенням (А-Д), якщо x_1 та x_2 корені рівняння $x^2 - \sqrt{2}x - 8 = 0$.

	Вираз	Значення виразу
1.	$x_1 \cdot x_2$	А - 8
2.	$x_1 + x_2$	Б $\sqrt{2}$
3.	$x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$	В $-\sqrt{2}$
		Г 8
		Д $-8\sqrt{2}$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

59. Розв'яжіть рівняння $\frac{x-2}{5} + \frac{2x-5}{4} = \frac{19x}{20}$.

60. Розв'яжіть рівняння $x^4 + 8x^2 - 9 = 0$. Запишіть у відповідь суму його коренів.

61. Розв'яжіть рівняння $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$. Запишіть у відповідь добуток його коренів.

62. Розв'язати рівняння $x^3 + 1 - 3(x+1) = 0$. Запишіть у відповідь суму усіх його коренів.

63. (2012) Розв'яжіть систему $\begin{cases} y+x=3, \\ x^2+4=8y. \end{cases}$ Якщо пара $(x_0; y_0)$ є єдиним розв'язком цієї системи рівнянь, то запишіть у відповідь добуток $x_0 \cdot y_0$. Якщо пари $(x_1; y_1)$ та $(x_2; y_2)$ є розв'язками цієї системи рівнянь, то запишіть у відповідь найменший із добутків $x_1 \cdot y_1$ та $x_2 \cdot y_2$.

64. Скільки розв'язків має система рівнянь $\begin{cases} |x|-|y|=0, \\ x^2-3y=0? \end{cases}$

65. Розв'яжіть рівняння $||x-1|-2|=5$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має більше одного кореня, то у відповідь запишіть суму усіх коренів.

66. Розв'яжіть рівняння $|2-|1-x||=5$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має більше одного кореня, то у відповідь запишіть добуток усіх коренів.

67. Розв'яжіть рівняння $2x=|x-6|$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має більше одного кореня, то у відповідь запишіть суму усіх коренів.

68. Розв'яжіть рівняння $|x^2-x|=-x-15$. Запишіть у відповідь кількість його коренів.

69. Розв'язати рівняння $|3x-1|=|x+3|$. Запишіть у відповідь суму усіх його коренів.

70. Розв'язати рівняння $\sqrt{(2x-1)^2}=|x-2|$. Запишіть у відповідь суму усіх його коренів.

71. Розв'яжіть рівняння $(x-10)(|x-4|-1)=0$. Запишіть у відповідь суму усіх його коренів.

72. Розв'яжіть рівняння $(x^2-x-6)(|x-1|-5)=0$. Запишіть у відповідь суму усіх його коренів.

73. Розв'яжіть рівняння $|x+2|+|x-5|=20$. Запишіть у відповідь суму усіх його коренів.

74. Розв'яжіть рівняння $|x+2|+|4-x|=x$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має більше одного кореня, то у відповідь запишіть суму усіх коренів. Якщо рівняння не має коренів, то запишіть у відповіді число 100.

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Відповідь	Г	Д	Г	Д	В	Б	Д	Д	Г	А	Б	Д	Г	Г	В
Завдання	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Відповідь	Б	В	Б	А	Г	Д	В	В	Д	В	Г	В	Д	Д	Г
Завдання	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
Відповідь	Д	В	Б	Г	Д	А	Б	Д	В	В	Б	Д	Б	Г	Б
Завдання	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56				
Відповідь	В	А	В	А	Б	Б	Б	А	Б	А	1-Г, 2-А, 3-Б				
Завдання	57				58			59	60	61	62	63	64		
Відповідь	1-Д, 2-Г, 3-В				1-А, 2-Б, 3-Д			-6,6	0	2	2	-130	3		
Завдання	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74					
Відповідь	2	-48	2	0	1,5	0	18	3	3	100					

Тема 7. Задачі на складання рівнянь та їх систем

Задача 1. У басейні було 90 м^3 води, щосекунди вливалось $0,8 \text{ м}^3$ води. Якою формулою виражається залежність об'єму води V (у м^3) від часу t (у секундах)?

Розв'язання. За t секунд у басейн вливається $0,8t \text{ м}^3$ води. Тому через t секунд у басейні буде $V = (90 + 0,8t) \text{ м}^3$ води.

Відповідь: $V = (90 + 0,8t)$.

Задача 2. За два дні спільної роботи два трактори зорали третину поля. За скільки днів можна було б зорати все поле кожним трактором окремо, якщо перший трактор може зорати все поле на п'ять днів раніше, ніж другий?

Розв'язання. Нехай перший трактор може зорати поле за x днів, тоді другий – за $(x + 5)$ днів. За один день перший трактор може зорати $\frac{1}{x}$, другий – $\frac{1}{x+5}$, а обидва разом – $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+5}$ частини поля. Оскільки трактори працювали разом 2 дні і зорали $\frac{1}{3}$ частину поля, то:

$$2\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+5}\right) = \frac{1}{3}; \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6}; \quad \frac{6(x+x+5) - x(x+5)}{6x(x+5)} = 0;$$

$$\begin{cases} x^2 - 7x - 30 = 0, \\ x(x+5) \neq 0; \end{cases} \quad x_1 = 10, \quad x_2 = -3.$$

Значення $x_2 = -3$ не задовольняє умову задачі. Отже, першим трактором можна зорати поле за 10 днів, а другим – за 15 днів.

Відповідь: 10 і 15 днів.

Задача 3. З пунктів A і B , відстань між якими 390 км, виходять одночасно два автомобілі. Якщо автомобілі рухатимуться назустріч один одному, то вони зустрінуться через 3 год, а якщо вони рухатимуться в одному напрямі, то автомобіль, який вийшов з B , дожене автомобіль, що вийшов з A , через 13 год. Яка швидкість першого автомобіля?

Розв'язання. Нехай швидкість першого автомобіля (що вийшов з пункту A) – x км/год, а другого – y км/год. Рухаючись назустріч один одному, перший за 3 год пройде до зустрічі шлях $3x$ км, а другий – $3y$ км. Разом вони пройдуть 390 км. Тому $3x + 3y = 390$. Рухаючись в одному напрямі, перший за 13 год пройде до зустрічі шлях $13x$ км, а другий – $13y$ км. Оскільки при цьому другий автомобіль пройде на 390 км більше, ніж перший, то $13y - 13x = 390$. Маємо систему:

$$\begin{cases} 3x + 3y = 390, \\ 13y - 13x = 390; \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 130, \\ y - x = 30; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 50, \\ y = 80. \end{cases}$$

Відповідь: 50 км/год.

1. Верстат працює зі сталюю продуктивністю і виготовляє 40 деталей за t год ($t > 5$). Укажіть вираз для визначення кількості деталей, які виготовив верстат за 5 год.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{t}{8}$	$\frac{40}{t-5}$	$\frac{8}{t}$	$8t$	$\frac{200}{t}$

2. Значення температури F за шкалою Фаренгейта пов'язане зі значенням температури C за шкалою Цельсія співвідношенням $F = 1,8 \cdot C + 32$. Скільки градусів показуватиме термометр зі шкалою Фаренгейта, якщо за таких самих умов термометр зі шкалою Цельсія показуватиме 30°C .

А	Б	В	Г	Д
-30°F	86°F	-10°F	21°F	912°F

3. (2021) Із заглибленням у надра Землі температура порід *підвищується* в середньому на 3°C щокожні 100 м. Прилад на першому рівні ствола шахти показує температуру породи $+12^\circ\text{C}$. За якою формулою можна визначити температуру t (у $^\circ\text{C}$) породи на глибині, що на h м *нижче* від першого рівня?

А	Б	В
$t = 12 + \frac{3h}{100}$	$t = 12 - \frac{3h}{100}$	$t = 3 + \frac{100h}{12}$
Г		Д
$t = 3 + \frac{100}{12h}$		$t = 12 + \frac{100h}{3}$

4. З міст A і B , відстань між якими по шосе 200 км, одночасно назустріч один одному виїхали автобус і маршрутне таксі зі сталими швидкостями 65 км/год і 80 км/год відповідно. Автобус і маршрутне таксі рухаються без зупинок і ще не зустрілися. За якою формулою можна обчислити відстань S (у км) між автобусом і маршрутним таксі по шосе через t годин після початку руху?

А	Б	В	Г	Д
$S = 200 - 15t$	$S = 200 + 145t$	$S = 15t - 200$	$S = 145t - 200$	$S = 200 - 145t$

5. (2021) Для місцевості, що лежить на рівні моря, нормальний атмосферний тиск становить 760 мм рт. ст. Із підняттям на кожен 100 метрів угору атмосферний тиск знижується на 10 мм рт. ст. Укажіть з-поміж наведених формулу, за якою визначають атмосферний тиск p (у мм рт. ст.) на висоті h метрів над рівнем моря.

А	Б	В
$p = \frac{760 \cdot 100}{10h}$	$p = 760 - \frac{100h}{10}$	$p = 760 + \frac{100h}{10}$
Г		Д
$p = 760 + \frac{10h}{100}$		$p = 760 - \frac{10h}{100}$

6. Порожній басейн, що вміщує $x \text{ м}^3$ води, повністю заповнюють водою за 5 годин (швидкість заповнення є сталою). За якою формулою можна обчислити кількість води V (у м^3) у басейні через 2 години після початку його заповнення, якщо басейн був порожній і швидкість заповнення не змінювалась?

А	Б	В	Г	Д
$V = \frac{5}{2x}$	$V = 2 \cdot 5x$	$V = \frac{2}{5x}$	$V = \frac{2x}{5}$	$V = \frac{5x}{2}$

7. З пунктів A і B одночасно по шосе назустріч один одному виїхали два велосипедисти. Вони їхали без зупинок зі сталими швидкостями: перший – зі швидкістю $x \text{ км/год}$, другий – зі швидкістю $y \text{ км/год}$ ($x > y$). Через t годин ($t > 1$) вони зустрілися в точці C і, не зупиняючись, продовжили рух без зміни напрямів.

До кожного запитання (1–4) доберіть правильну відповідь (А–Д).

Запитання

Відповідь

1 На скільки кілометрів зменшилася відстань по шосе між велосипедистами через 1 годину після початку руху?

А $(x + y)t$
Б $(x - y)t$

2 Чому дорівнює відстань по шосе між пунктами A і B (у км)?

В $\frac{yt}{x}$

3 На скільки кілометрів більше проїхав перший велосипедист, ніж другий, за час від початку руху до моменту зустрічі?

Г $\frac{(x - y)t}{y}$

4 За скільки годин перший велосипедист подолає відстань по шосе від точки C до пункту B ?

Д $x + y$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

8. Протягом 40 секунд по телевізору показували рекламні ролики, три з яких соціальні та два комерційні. Показ кожного ролика із комерційною рекламою тривав на 10 секунд більше, ніж з соціальною. Визначте тривалість ролика із комерційною рекламою (у секундах). Тривалістю пауз між роликами знехтуйте.

9. При виготовленні парфум ароматичний концентрат розводять водою у масовому відношенні 2 : 5 відповідно, після чого на кожен 10 г води додають 1 г спирту. Скільки грамів ароматичного концентрату потрібно для приготування 375 г парфум?

10. Квиток у кінотеатр на 15 грн дорожчий за квиток у драматичний театр. Вартість чотирьох квитків у театр на 220 грн менша за вартість шістьох квитків у кінотеатр. Скільки гривень коштує один квиток у театр?

11. (2021) Тривалість зеленого сигналу світлофора на 15 с довша за тривалість червоного сигналу й у дванадцять разів довша за тривалість жовтого сигналу. Яка тривалість (у с) червоного сигналу, якщо тривалість зеленого сигналу відноситься до сумарної тривалості червоного й жовтого сигналів як 3 до 2?

12. У магазині побутової техніки діє акція: при покупці будь-яких двох однакових чайників за один з них платять на 30 % менше, ніж за інший. За два однакові чайники, придбані в цьому магазині під час акції, покупець заплатив 2550 гривень. Скільки гривень заплатить покупець, якщо він купить лише один такий чайник?

13. У готелі для проживання туристів є одномісні, двомісні та тримісні номери. Їх всього 124. Якщо всі номери в готелі заповнені, то одночасно в ньому проживає 255 туристів. Скільки всього в цьому готелі тримісних номерів, якщо кількість одномісних номерів дорівнює кількості двомісних номерів?

14. З пункту A в пункт B одночасно виїжджають два велосипедиста. Швидкість першого на 30 км/год більше швидкості другого, і він приїздить в пункт B на 3 години раніше другого. Знайдіть швидкість (в км/год) другого велосипедиста, якщо відстань між пунктами A і B дорівнює 100 км .

15. З одного села в інше, відстань між якими 24 км , виїхав мотоцикліст, а через 12 хв услід за ним виїхав автомобіль. У друге село мотоцикліст та автомобіль прибули одночасно. Знайдіть швидкість (в км/год) автомобіля, якщо вона на 20 км/год більша від швидкості мотоцикліста.

16. На перегоні, довжина якого дорівнює 240 км, поїзд рухався зі швидкістю на 10 км/год менше, ніж мала бути за розкладом, і запізнився на 48 хв. З якою швидкістю (в км/год) мав рухатися поїзд за розкладом?

17. Відстань між залізничними станціями A і B дорівнює 230 км. Зі станції A до станції B вирушив товарний потяг, а через 1 год назустріч йому зі станції B – пасажирський. Потяги зустрілися на відстані 140 км від станції A . Знайдіть швидкість пасажирського потяга, якщо вона на 20 км/год більша від швидкості товарного.

18. Хлопчик може доїхати на велосипеді від села до станції за 3 год, а пішки дійти за 7 год. Його швидкість пішки на 8 км/год менша, ніж на велосипеді. Знайдіть відстань від села до станції (у км).

19. Відстань між двома містами велосипедист долає за 2 години, а пішоход – за 6 годин. Уважайте, що швидкості велосипедиста і пішохода є сталими протягом усього шляху.

1. Визначте відстань між містами (у км), якщо швидкість велосипедиста на 12 км/год більша за швидкість пішохода.

2. Пішоход і велосипедист одночасно вирушили назустріч один одному з цих двох міст. Через скільки годин після початку руху вони зустрінуться?

20. Човен проходить 24 км за течією ріки за 5 годин і 12 км проти течії за 3 години. Визначте швидкість течії ріки (у км/год). Уважайте, що власна швидкість човна та швидкість течії незмінні.

21. За течією річки моторний човен проходить 32 км за 1 годину 20 хвилин, а проти течії – проходить 48 км за 3 години. Визначте власну швидкість човна (у км/год). Уважайте, що вона є сталою протягом усього руху.

22. Шлях від пристані A до пристані B теплохід, що рухається за течією річки, долає за 2 години. На зворотний шлях він витрачає на 15 хвилин більше. Швидкість течії річки дорівнює 2 км/год, власна швидкість теплохода є сталою. Визначте власну швидкість теплохода (у км/год).

23. Катер проплив 9 км за течією річки і 14 км проти течії, затративши на весь шлях стільки часу, скільки йому потрібно для подолання 24 км у стоячій воді. Знайдіть швидкість (у км/год) катера у стоячій воді, якщо швидкість течії річки 2 км/год.

24. (2019) Маршрутний автобус, рухаючись зі сталою швидкістю, подолав відстань від міста A до міста B за 5 год, а на зворотний шлях витратив на 30 хв менше. Визначте швидкість (у км/год) автобуса на маршруті від A до B , якщо вона на 8 км/год менша за швидкість на маршруті від B до A . Уважайте, що довжини маршрутів від A до B та від B до A , якими рухався маршрутний автобус, рівні.

25. (2017) Автобус вирушив з міста A до міста B , відстань між якими становить 150 км. Через 30 хв із міста A до міста B тією самою дорогою вирушив автомобіль, швидкість якого в $1\frac{1}{5}$ рази більша за швид-

кість автобуса. Скільки часу (у год) витратив на дорогу з міста A до міста B автомобіль, якщо він прибув до міста B одночасно з автобусом? Уважайте, що автобус та автомобіль рухалися зі сталими швидкостями.

26. З пункту A в пункт B , відстань між якими дорівнює 60 км, спочатку виїхав автобус, а через 20 хв – легковий автомобіль, швидкість якого на 20 км/год більша, ніж швидкість автобуса. Знайти швидкість автобуса, якщо він приїхав до пункту B на 10 хв пізніше від легкового автомобіля.

27. Два екскаватори, працюючи разом, вирили каналу за 3 год 45 хв. Перший екскаватор, працюючи сам, може вирити каналу на 4 год швидше, ніж другий. За який (у год) час може вирити каналу перший екскаватор, працюючи окремо?

28. Басейн наповнюється водою двома трубами за 6 год. Перша труба може заповнити басейн водою на 5 год швидше, ніж друга. За який час може заповнити весь басейн лише перша труба?

29. За 4 дні спільної роботи два токарі виконали $\frac{3}{5}$ всього завдання.

Перший токар може виконати все завдання на 3 дні швидше, ніж другий. За який час може виконати завдання перший токар, працюючи окремо?

30. Два трактори готують землю під озимину. Протягом 3 год вони працювали разом, після чого ще 1 год працював лише другий трактор. За весь цей час трактори підготували половину поля. За який час може підготувати все поле перший трактор, працюючи окремо, якщо він може це зробити на 4 год швидше, ніж другий?

31. У магазині в продажу є лише музичні диски, диски з науково-популярними фільмами та диски з художніми фільмами. Кількість дисків із науково-популярними фільмами в п'ять разів більша за кількість музичних дисків і вдвічі менша за кількість дисків із художніми фільмами. Загальна кількість дисків у цьому магазині дорівнює 192.

1. Скільки відсотків становлять кількість музичних дисків від загальної кількості всіх дисків у магазині?
2. Визначте кількість дисків із науково-популярними фільмами в цьому магазині.

32. У лабораторії є два сплави міді з оловом: перший масою 50 кг містить 10% міді, а другий сплав містить 25% міді. Скільки кілограмів другого сплаву треба додати до першого, щоб утворити сплав, який містить 15% міді?

33. Маємо два водно-солевих розчини. Концентрація солі в першому розчині становить 0,25, а в другому – 0,4. На скільки більше треба взяти кілограмів одного розчину, ніж другого, щоб отримати розчин масою 50 кілограмів, концентрація солі в якому – 0,34.

34. Скільки кілограмів 5-відсоткового розчину солі потрібно додати до 3 кілограмів 12-відсоткового розчину солі, щоб одержати 9-відсотковий розчин солі?

35. Упродовж одного дня громадянин уклав з двома банками кредитні угоди на один рік: із першим банком під 12% річних, із другим – під 15% річних. Загальна сума грошей, отриманих за кредитними угодами, становить 5000 грн. Погашення кредитів здійснюється одноразовим внеском в останній день дії угод. Нарахована сума відсотків за користування кредитами становить 654 грн. Скільки грошей (у грн.) узяв громадянин під більші відсотки?

36. (2017) Для приготування чайної суміші змішали індійський та цейлонський чай у відношенні 10 : 13, причому індійського чаю взяли 180 г.

1. Скільки *грамів* чайної суміші отримали?
2. На скільки відсотків у суміші цейлонського чаю більше, ніж індійського?

37. (2018) На виставці представлено лише два види мистецьких робіт: картини та скульптури, причому кількість скульптур у 4 рази менша за кількість картин.

1. Скільки відсотків становить кількість картин від загальної кількості робіт на виставці?
2. На скільки відсотків кількість картин більша за кількість скульптур?

38. (2018) На клумбі висадили рядами 125 кущів троянд з однаковою кількістю кущів у кожному ряду. Виявилось, що кількість рядів на 20 менша за кількість кущів у кожному ряду.

1. Скільки висадили кущів троянд у кожному ряду?
2. Узимку в першому ряду зазнали ушкоджень 16% кущів троянд. Скільки кущів троянд у першому ряду перезимували *неушкодженими*?

39. У майстерні мали виготовити 160 столів за n днів, причому щодня планували виробляти однакову кількість столів. Однак, на прохання замовника, завдання виконали на 2 дні раніше запланованого терміну. Для цього довелося денну норму виготовлення збільшити на 4 столи. Визначте n .

Завдання	1	2	3	4	5	6	7		8	9	10	11
Відповідь	Д	Б	А	Д	Г	Г	1-Д,2-А,3-Б,4-В		4	100	65	21
Завдання	12	13	14	15	16	17	18	19		20		
Відповідь	1500	46	20	80	60	90	42	1-36,2-1,5		0,4		
Завдання	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	
Відповідь	20	34	16	72	2,5	40	6	10	12	12	1-6,25, 2-60	
Завдання	32	33	34	35	36		37		38			
Відповідь	25	10	2,25	1800	1-6,25, 2-30		1-414, 2- 300		1- 25, 2- 21			
Завдання	39											
Відповідь	10											

Тема 8. Цілі та раціональні нерівності

Приклад 1. Відомо, що $-2 < x < 8$. Яких значень може набувати вираз $4x - 5$.

Розв'язання. Помножимо нерівність $-2 < x < 8$ на 4, а потім від кожної частини нерівності віднімемо 5. Отримаємо:

$$-8 < 4x < 32; \quad -13 < 4x - 5 < 27.$$

Відповідь: $(-13; 27)$.

Приклад 2. Розв'яжіть нерівність $|x - 9| \leq x$.

Розв'язання. $x - 9 = 0$ при $x = 9$. Отже, матимемо дві системи нерівностей:

$$1) \begin{cases} x - 9 \geq 0, \\ x - 9 \leq x; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 9, \\ 0x \leq 9; \end{cases} \Rightarrow x \in [9; +\infty) \text{ або}$$

$$2) \begin{cases} x - 9 < 0, \\ 9 - x \leq x; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 9, \\ x \geq 4,5; \end{cases} \Rightarrow x \in [4,5; 9).$$

Відповідь: $[4,5; +\infty)$.

Приклад 3. Розв'яжіть нерівність $\frac{x^2 + x}{x - 2} \geq \frac{6}{x - 2}$.

Розв'язання. Задана нерівність рівносильна нерівності $\frac{x^2 + x - 6}{x - 2} \geq 0$, яку розв'яжемо методом інтервалів. Спочатку знайдемо

корені рівняння $\frac{x^2 + x - 6}{x - 2} = 0$. $\begin{cases} x^2 + x - 6 = 0, \\ x - 2 \neq 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -3, x_2 = 2, \\ x \neq 2. \end{cases}$



Отже, $x \in [-3; 2) \cup (2; +\infty)$.

Відповідь: $[-3; 2) \cup (2; +\infty)$.

1. Розв'яжіть нерівність $-5x < 20$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 4)$	$(-\infty; -4)$	$(4; +\infty)$	$(-4; +\infty)$	$(-4; 20)$

2. Розв'яжіть нерівність $14 - 3x > 8$.

А	Б	В	Г	Д
$(-2; +\infty)$	$(2; +\infty)$	$(-3; +\infty)$	$(-\infty; -2)$	$(-\infty; 2)$

3. Розв'яжіть нерівність $\frac{x - 1}{2} < 1$.

А	Б	В	Г	Д
$(5; +\infty)$	$(-\infty; 5)$	$(-\infty; 3)$	$(3; +\infty)$	$(-\infty; 2,5)$

4. Розв'яжіть нерівність $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} \leq 1$.

А	Б	В	Г	Д
$[1,2; +\infty)$	$(-\infty; 1,2]$	$[6; +\infty)$	$(-\infty; 6]$	$(-\infty; 5]$

5. Знайдіть найбільший цілий розв'язок нерівності $\frac{x + 2}{2} - \frac{x - 3}{3} < 5$.

А	Б	В	Г	Д
2	6	12	17	18

6. (2010) Відомо, що $a < b$. Серед наведених нерівностей укажіть правильну нерівність.

А	Б	В	Г	Д
$-2a < -2b$	$\sqrt{2}a > \sqrt{2}b$	$\frac{a}{3} > \frac{b}{3}$	$a - 4 > b - 4$	$0,5 - a > 0,5 - b$

7. Укажіть число, що є розв'язком нерівності $\frac{6}{x - 3} \geq 2$.

А	Б	В	Г	Д
-2	0	2	9	4

8. Розв'яжіть систему нерівностей $\begin{cases} x - 2 > 3, \\ -3x < -18. \end{cases}$

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 5)$	$(5; +\infty)$	$(6; +\infty)$	$(-\infty; 6)$	$(5; 6)$

9. Розв'яжіть систему нерівностей $\begin{cases} -0,2x \geq 0,6, \\ -\frac{x}{2} \geq -4 - x. \end{cases}$

А	Б	В	Г	Д
$[3; 8]$	$[-8; -3]$	$(-\infty; -3]$	$(-\infty; -8]$	$[-8; +\infty)$

10. Відомо, що $-1 < a < 3$ та $2 < b < 4$. Укажіть правильну нерівність, якщо $c = 2a + b$.

А	Б	В	Г	Д
$3 < c < 9$	$-2 < c < 10$	$0 < c < 9$	$0 < c < 10$	$3 < c < 11$

11. (2019) Один кілограм яблук коштує на базарі від 9 грн до 12 грн, а один кілограм груш – від 19 грн до 25 грн. Оксана заплатила за куплені на базарі 2 кг аблук та 3 кг груш m гривень. Укажіть нерівність, що виконуватиметься для m .

А	Б	В	Г	Д
$28 < m < 37$	$18 < m < 75$	$75 < m < 99$	$42 < m < 66$	$75 < m < 81$

12. Розв'яжіть нерівність $2 < x - 6 \leq 5$.

А	Б	В	Г	Д
(4; 11]	(-3; -1]	(8; 11]	(-4; 11]	(-4; 1]

13. Розв'яжіть нерівність $-2 \leq -2x + 4 < 2$.

А	Б	В	Г	Д
(2; 6]	[2; 6)	[1; 6)	[-3; -2)	(1; 3]

14. Знайдіть усі значення x , при яких значення виразу $3 - 5x$ належить проміжку $(-2; 4)$.

А	Б	В	Г	Д
$-1 < x < 0,2$	$-0,2 < x < 1$	$0 < x < 9$	$-1,6 < x < 0,2$	$-0,2 < x < 1,6$

15. Розв'яжіть нерівність $7x < 1 - 3x < 16$.

А	Б	В	Г	Д
(-5; 0,1)	(-∞; -5)	(-∞; 0,1)	(5; +∞)	(0,1; +∞)

16. Укажіть кількість цілих розв'язків нерівності $x + 2 < \frac{x}{2} < x + 3$.

А	Б	В	Г	Д
один	два	три	чотири	жодного

17. Знайти множину розв'язків нерівності $2x + \frac{1}{x} > \frac{1}{x} - 4$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; +\infty)$	$(-2; +\infty)$	$(-2; 0) \cup (0; +\infty)$	$(0; +\infty)$	$(-\infty; -2) \cup (-2; 0) \cup (0; +\infty)$

18. Розв'яжіть нерівність $x^2 + \frac{1}{x-3} > \frac{1}{x-3} - 4$

А	Б	В
$(-\infty; +\infty)$	$(-2; +\infty)$	$(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$
Г		Д
$(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$		$(-2; 3) \cup (3; +\infty)$

19. Розв'язати нерівність $(x + 5)(x - 3) < 0$.

А	Б	В	Г	Д
(-3; 5)	$(-\infty; 3) \cup (5; +\infty)$	$(-\infty; -5) \cup (3; +\infty)$	(3; 5)	(-5; 3)

20. Розв'язати нерівність $x^2 + 7x - 30 \geq 0$.

А	Б	В	Г	Д
$[-10; 3]$	$(-\infty; -10] \cup [3; +\infty)$	$(-\infty; -3] \cup [10; +\infty)$	$[-3; 10]$	$(-\infty; 3] \cup [10; +\infty)$

21. Розв'язати нерівність $-x^2 + 3x + 10 < 0$.

А	Б	В	Г	Д
(2; 5)	$(-\infty; -5) \cup (2; +\infty)$	(-5; 2)	$(-\infty; -2) \cup (5; +\infty)$	(-2; 5)

22. Розв'яжіть нерівність $(x + 4)(x - 6) > 3(x - 6)$.

А	Б	В	Г	Д
$(6; +\infty)$	(-1; 6)	$(-1; 6) \cup (6; +\infty)$	$(-\infty; -1) \cup (6; +\infty)$	(-1; +∞)

23. Розв'яжіть нерівність $a^2 > a$.

А	Б	В	Г	Д
$(1; +\infty)$	(0; 1)	$(-\infty; 0)$	$(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$	$(-\infty; 1)$

24. Розв'яжіть нерівність $x^3 - x^2 \leq 0$.

А	Б	В	Г	Д
$[0; 1]$	$(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$	$[1; +\infty)$	$(-\infty; 1]$	$(-\infty; 0] \cup \{1\}$

25. Розв'язати нерівність $x^2 > 9$.

А	Б	В	Г	Д
$(3; +\infty)$	(-3; 3)	$(-3; +\infty)$	$(-\infty; -81) \cup (81; +\infty)$	$(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$

26. Розв'язати нерівність $x^2 > 5$.

А	Б	В	Г	Д
$(\sqrt{5}; +\infty)$	$(-\sqrt{5}; \sqrt{5})$	$(-\sqrt{5}; +\infty)$	$(-\infty; -25) \cup (25; +\infty)$	$(-\infty; -\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}; +\infty)$

27. Розв'язати нерівність $x^2 < 25$.

А	Б	В	Г	Д
$(5; +\infty)$	(-5; 5)	$(-5; +\infty)$	$(-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$	$(-\infty; -25) \cup (25; +\infty)$

28. Розв'язати нерівність $x^2 \leq 4$.

А	Б	В	Г	Д
$[2; +\infty)$	$[-2; 2]$	$[-2; +\infty)$	$(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$	$(-\infty; -16] \cup [16; +\infty)$

29. Розв'язати нерівність $(x - 1)^2 < 16$.

А	Б	В	Г	Д
(-5; 3)	(-4; 4)	(-3; 5)	$(-\infty; -3) \cup (5; +\infty)$	$(-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$

30. Розв'яжіть нерівність $(x + 4)^2 \leq 25$.

А	Б	В	Г	Д
$[-9; 1]$	$(-\infty; 4]$	$(-\infty; 0]$	$[-5; 5]$	$(-\infty; 5]$

31. Розв'яжіть нерівність $\frac{1}{x-4} < 0$.

А	Б	В	Г	Д
$(4; +\infty)$	$(-4; +\infty)$	$(-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$	$(-\infty; 4)$	$(-\infty; -4)$

32. Розв'яжіть нерівність $\frac{x-5}{x} \leq 0$.

А	Б	В	Г	Д
$(0; 5]$	$[-5; 0)$	$(-\infty; 0) \cup (0; 5]$	$(-\infty; -5]$	$(-\infty; 0) \cup [5; +\infty)$

33. Розв'яжіть нерівність $\frac{2x-4}{x-1} < 0$.

А	Б	В	Г	Д
$(1; 2)$	$(-\infty; 1) \cup (1; 2)$	$(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$	$(-\infty; 2)$	$(-\infty; 1)$

34. Розв'яжіть нерівність $(x^2 + 49)(x - 5) > 0$.

А	Б	В	Г	Д
$(5; +\infty)$	$(5; 7)$	$(-\infty; 5) \cup (5; +\infty)$	$(-\infty; 5) \cup (7; +\infty)$	$(-\infty; 5)$

35. Розв'яжіть нерівність $\frac{x-5}{x^2+64} > 0$.

А	Б	В	Г	Д
$(5; +\infty)$	$(5; 8)$	$(-\infty; 5) \cup (5; +\infty)$	$(-\infty; 5) \cup (8; +\infty)$	$(-\infty; 5)$

36. Розв'яжіть нерівність $\frac{x^2+6}{x-1} < 0$.

А	Б	В	Г	Д
$(1; +\infty)$	$(1; \sqrt{6})$	$(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$	$(-\infty; 1) \cup (\sqrt{6}; +\infty)$	$(-\infty; 1)$

37. Розв'яжіть нерівність $\frac{x+5}{x+3} > 1$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -3) \cup (-2; +\infty)$	$(-2; +\infty)$	$(-3; +\infty)$	$(-\infty; -2)$	$(-\infty; -3)$

38. Розв'яжіть нерівність $\frac{3x+4}{x+1} \leq 5$.

А	Б	В	Г	Д
$\left[-1; -\frac{1}{2}\right]$	$[-2; -1]$	$[-2; -1)$	$\left[-1; -\frac{1}{2}\right]$	$(-\infty; -1) \cup \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$

39. Розв'яжіть нерівність $\frac{1}{x} \leq -x$.

А	Б	В	Г	Д
$(1; +\infty)$	$(-\infty; -1)$	$(0; +\infty)$	$(-\infty; 0)$	$(-\infty; 0]$

40. Розв'яжіть нерівність $\frac{3}{x} \leq \frac{2}{x+1}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -3] \cup (-1; 0)$	$(-\infty; -3] \cup [-1; 0]$	$[-3; -1)$	$(-1; 0)$	$(-3; -1]$

41. Розв'яжіть нерівність $\frac{3x}{x+1} < \frac{8}{x+1}$.

А	Б	В	Г	Д
$\left(-1; \frac{8}{3}\right)$	$\left(-\infty; \frac{8}{3}\right)$	$(-\infty; -1) \cup \left(\frac{8}{3}; +\infty\right)$	$(-\infty; -1) \cup \left(-1; \frac{8}{3}\right)$	$(-\infty; -1)$

42. Розв'яжіть нерівність $\frac{(x-5)(x+2)^2}{x-3} \leq 0$.

А	Б	В	Г	Д
$\{-2\} \cup (3; 5]$	$(-\infty; -2] \cup (3; 5]$	$[-2; 5]$	$(-\infty; 5]$	$(-\infty; 3) \cup (3; 5]$

43. Розв'яжіть нерівність $\frac{(4-x)^2}{x^2+x-6} \geq 0$.

А	Б	В
$(-\infty; -3) \cup (2; 4]$	$(-3; -2) \cup [4; +\infty)$	$(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$
Г		Д
$(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$		$(-3; 2) \cup \{4\}$

44. Розв'яжіть нерівність $|x| \geq 3$.

А	Б	В	Г	Д
$[3; +\infty)$	$[-3; 3]$	$[-3; +\infty)$	$(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$	$(-\infty; -3]$

45. Розв'яжіть нерівність $|x| > 10$.

А	Б	В	Г	Д
$(10; +\infty)$	$(-10; 10)$	$(-10; +\infty)$	$(-\infty; -10) \cup (10; +\infty)$	$(0; +\infty)$

46. Розв'яжіть нерівність $|x| < 5$.

А	Б	В	Г	Д
$(5; +\infty)$	$(-5; 5)$	$(-5; +\infty)$	$(-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$	$(-\infty; -25) \cup (25; +\infty)$

47. Розв'яжіть нерівність $|x| \leq 2$.

А	Б	В	Г	Д
$[2; +\infty)$	$[-2; 2]$	$[-2; +\infty)$	$(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$	$(-\infty; -4] \cup [4; +\infty)$

48. Розв'яжіть нерівність $|-x| < 7$.

А	Б	В	Г	Д
$(-7; +\infty)$	$(-7; 7)$	$(-\infty; 7)$	$(-\infty; -7) \cup (7; +\infty)$	$(-\infty; -7)$

49. Розв'язати нерівність $|x-1| < 4$.

А	Б	В	Г	Д
$(-5; 3)$	$(-4; 4)$	$(-3; 5)$	$(-\infty; -3) \cup (5; +\infty)$	$(-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$

50. Розв'яжіть нерівність $|x+4| \geq 4$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -8] \cup [0; +\infty)$	$(-\infty; -8]$	$[0; +\infty)$	$[-8; 0]$	$(-\infty; 0]$

51. Знайти множину розв'язків нерівності $|x-5| < 9$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -14) \cup (4; +\infty)$	$(-\infty; 14)$	$(-4; 14)$	$(-3; 13)$	$(-\infty; -4) \cup (14; +\infty)$

52. Розв'язати нерівність $|x+4| > 3$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -7) \cup (-1; +\infty)$	$(-7; -1)$	$(-1; +\infty)$	$(-\infty; 1) \cup (7; +\infty)$	$(1; 7)$

53. Знайдіть найбільший цілий розв'язок нерівності $(x+12)(x-9)^2(x-5)^3 \leq 0$.

54. Знайдіть найменший цілий розв'язок нерівності $(x^2 - 2x + 1)(x-3)^3(4-x) \geq 0$.

55. Розв'яжіть нерівність $(9+x)^2(x^2+8x+15) \leq 0$. У відповідь запишіть суму всіх цілих її розв'язків.

56. Розв'яжіть нерівність $\frac{x^2+8x+15}{x^2+3x-10} < 0$. У відповідь запишіть *найменше ціле* число, що задовольняє цю нерівність. Якщо такого числа немає, то у відповідь запишіть число 100.

57. Знайдіть кількість усіх цілих розв'язків нерівності $\frac{x^2-x-12}{(x+2)^2} \leq 0$. Якщо нерівність має безліч цілих розв'язків, то у відповідь запишіть число 100.

58. Укажіть *найменше ціле* число, яке є розв'язком нерівності $\frac{x^2+2x-3}{|x+1|} < 0$.

59. Укажіть найменше ціле число, яке є розв'язком нерівності $\frac{(x-3)(x+10)(x^2+7x-8)}{x^2+7x-8} < 0$.

60. Укажіть суму цілих розв'язків нерівності $2 \leq x^2 + x < 6$.

61. Укажіть кількість цілих розв'язків нерівності $(|x|-4)(x+5)^2 \leq 0$.

62. Укажіть кількість цілих розв'язків нерівності $|x+7|(6-|x|) \geq 0$.

63. Укажіть кількість цілих розв'язків нерівності $|3x| < x+1$.

64. Укажіть кількість натуральних розв'язків нерівності $|3-x| \leq 3-x$.

65. Укажіть суму всіх цілих розв'язків нерівності $|2-4x| \leq 3+x$.

66. Укажіть суму всіх цілих розв'язків нерівності $|x-3| + |x+1| \leq 5$.

67. Укажіть суму всіх цілих розв'язків нерівності $|x| + |x-1| \leq x+1$.

68. Укажіть суму всіх цілих розв'язків нерівності $x^2 - 4|x| + 3 < 0$.

69. Укажіть *найменший цілий* розв'язок нерівності

$$2\sqrt{x^2-6x+9} - \sqrt{(x+1)^2-4x} \leq x.$$

70. Установіть відповідність між нерівностями (1-3) та рівносильними їм нерівностями (А-Д).

	Нерівність	Рівносильна нерівність
1	$x^2 < 9$	А $ x < 3$
2	$\frac{x-3}{x} > 0$	Б $ x > 0$
3	$(x-3)^2 \geq 0$	В $ x-3 < 0$
		Г $ x+3 \geq 0$ Д $x(x-3) > 0$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

71. Установіть відповідність між нерівностями (1-3) та їхніми розв'язками (А-Д).

	Нерівність	Розв'язок нерівності
1	$x^2 > 4$	А $(-\infty; +\infty)$
2	$x^2 < -4$	Б розв'язків не має
3	$x^2 > -4$	В $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$
		Г $(-2; 2)$
		Д $(-2; +\infty)$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

72. Установіть відповідність між нерівностями (1-4) та їхніми розв'язками (А-Д).

	Нерівність	Розв'язок нерівності
1	$ x < 2$	А $(-\infty; +\infty)$
2	$ x < -2$	Б розв'язків не має
3	$ x > -2$	В $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$
		Г $(-2; 2)$
		Д $(-2; +\infty)$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

73. Установіть відповідність між нерівностями (1-3) та їхніми розв'язками (А-Д).

- | | |
|---------------------|-------------------------------------|
| <i>Нерівність</i> | <i>Розв'язок нерівності</i> |
| 1 $x^2 - x + 2 < 0$ | А $(-\infty; +\infty)$ |
| 2 $x^2 - x + 2 > 0$ | Б розв'язків не має |
| 3 $x^2 - x - 2 < 0$ | В $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$ |
| | Г $(-1; 2)$ |
| | Д $(2; +\infty)$ |

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

74. Установіть відповідність між нерівностями (1-3) та їхніми розв'язками (А-Д).

- | | |
|-------------------------|------------------------------------|
| <i>Нерівність</i> | <i>Розв'язок нерівності</i> |
| 1 $x^2 - 2x + 1 < 0$ | А $(-\infty; +\infty)$ |
| 2 $x^2 - 2x + 1 > 0$ | Б розв'язків не має |
| 3 $x^2 - 2x + 1 \geq 0$ | В $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ |
| | Г $(1; +\infty)$ |
| | Д 1 |

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

75. Установіть відповідність між виразом (1-3) та його оцінкою (А-Д), якщо виконуються нерівності $2 < a < 3$ і $1 < b < 4$.

- | | |
|-----------------------|---|
| <i>Вираз</i> | <i>Оцінка виразу</i> |
| 1 $c = a + b$ | А $-1 < c < 1$ Б $2 < c < 12$ |
| 2 $c = \frac{a-b}{2}$ | В $\frac{1}{2} < c < \frac{3}{4}$ Г $\frac{1}{6} < c < 1$ |
| 3 $c = ab$ | Д $3 < c < 7$ |

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Відповідь	Г	Д	В	Г	Г	Д	Д	В	Б	Г	В	В	Д	Б	А
Завдання	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Відповідь	А	В	Г	Д	Б	Д	Г	Г	Г	Д	Д	Б	Б	В	А
Завдання	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
Відповідь	Г	А	А	А	А	Д	А	Д	В	А	А	А	В	Г	Г
Завдання	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	
Відповідь	Б	Б	Б	В	А	В	А	9	1	-21	-3	7	-2	-9	
Завдання	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70				
Відповідь	-1	10	14	1	3	2	5	2	0	-3	1- А, 2-Д, 3-Г				
Завдання	71					72					73				
Відповідь	1-В, 2-Б, 3-А					1-Г, 2-Б, 3-А					1- Б, 2-А, 3-Г				
Завдання	74					75									
Відповідь	1- Б, 2-В, 3-А					1- Д, 2-А, 3-Б									

Тема 9. Ірраціональні рівняння

Приклад 1. Розв'яжіть рівняння $(x^2 + 6x + 5)\sqrt{9x - 2} = 0$.

Розв'язання. Добуток двох множників дорівнює нулю тоді й тільки тоді, коли принаймні один із них дорівнює нулю. Тому $x^2 + 6x + 5 = 0$ або $\sqrt{9x - 2} = 0$.

Отже, маємо: $x_1 = -1$, $x_2 = -5$, $x_3 = \frac{2}{9}$.

Значення $x_1 = -1$, $x_2 = -5$ не входять в ОДЗ $\left(x \geq \frac{2}{9}\right)$ рівняння і не є його коренями. Отже, рівняння має один корінь $x = \frac{2}{9}$.

Відповідь: $\frac{2}{9}$.

Приклад 2. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{3-x} = \sqrt{x-6}$.

Розв'язання. Знаходимо ОДЗ із нерівностей:

$$\begin{cases} 3-x \geq 0 \\ x-6 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x \geq 6 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset.$$

Відповідь: коренів не має.

Приклад 3. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{(-x^2 - 16x - 3)} = \sqrt{-8x - 3}$.

Розв'язання. Підносимо обидві частини рівняння до квадрата:

$$-x^2 - 16x - 3 = -3x - 3,$$

звідки $x_1 = 0$, $x_2 = -8$.

Значення $x = 0$ не є коренем рівняння, оскільки при $x = 0$ обидва підкореневі вирази від'ємні. Отже, -8 – єдиний корінь рівняння.

Відповідь: -8 .

Приклад 4. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{5+x} + \sqrt{5-x} = x$.

Розв'язання. Підносимо обидві частини рівняння до квадрата:

$$5 + x + 2\sqrt{25 - x^2} + 5 - x = x^2, \quad 2\sqrt{25 - x^2} = x^2 - 10,$$

а далі знову підносимо обидві частини перетвореного рівняння до квадрата:

$$4(25 - x^2) = x^4 - 20x^2 + 100, \quad x^4 - 16x^2 = 0, \quad x_1 = 0, \quad x_2 = 4, \quad x_3 = -4.$$

Значення $x_1 = 0$, $x_3 = -4$ не задовольняють дане рівняння. Отже, $x = 4$ – єдиний корінь рівняння.

Відповідь: 4.

1. Знайти область допустимих значень рівняння $\sqrt{5-x} + \sqrt{x+1} = 2$.

А	Б	В	Г	Д
R	$(-\infty; -1]$	$[5; +\infty)$	$(-1; 5)$	$[-1; 5]$

2. Вказати рівняння, областю визначення якого є одне число.

А	Б	В
$\sqrt{x-4} + \sqrt{5-x} = 2$	$\sqrt{5-x} + \sqrt{x-6} = 1$	$\sqrt{x+1} - \sqrt{x} = -x$
Г		Д
$\sqrt{x-3} + \sqrt{9-3x} = x$		$\sqrt{x} + \sqrt{-x-2} = 1$

3. Вказати рівняння, розв'язками яких є числа -2 та 1 .

- 1) $\sqrt{x+2} \cdot \sqrt{x-1} = 0$ 2) $\sqrt{x+2} \cdot \sqrt[3]{x-1} = 0$
 3) $\sqrt[3]{x+2} \cdot \sqrt{x-1} = 0$ 4) $\sqrt[3]{x+2} \cdot \sqrt[3]{x-1} = 0$ 5) $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-1} = 0$

А	Б	В	Г	Д
1, 2	2, 3	2, 4	2, 5	1, 4, 5

4. Вказати рівняння, коренем якого є число 1 .

А	Б	В
$(x-1)\sqrt{x-3} = 0$	$(x-1)\sqrt{1-2x} = 0$	$(x-1)\sqrt{-x} = 0$
Г		Д
$(x-1)\sqrt{x-2} = 0$		$(x-1)\sqrt{2-x} = 0$

5. (2008) Якщо $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ і $k \neq 0$, то $m =$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{k\sqrt{T}}{2\pi}$	$\frac{kT^2}{2\pi}$	$\frac{k^2T}{4\pi^2}$	$\frac{4\pi}{k}$	$\frac{kT^2}{4\pi^2}$

6. Якщо $2a = \sqrt{2b-1}$ і $a \geq 0$, то $b =$

А	Б	В	Г	Д
$4a^2 + 1$	$2a^2 + 1$	$\frac{2a^2 + 1}{2}$	$\frac{4a^2 + 1}{2}$	$\frac{a^2 + 1}{2}$

7. Яке з наведених рівнянь має корені?

А	Б	В
$\sqrt{x+2} = -2$	$\sqrt{x-1} = -x^2$	$\sqrt{x+3} + \sqrt{2-x} = 0$
Г		Д
$x^2 + \sqrt{x} = 0$		$\sqrt{x} + \sqrt{x+1} = -1$

8. Знайти суму коренів рівнянь $\sqrt{x-1} = 2$ і $\sqrt{-x} = 5$.

А	Б	В	Г	Д
30	-20	8	-7	-24

9. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $\sqrt{6-4x} = 4$.

А	Б	В	Г	Д
$[-3; -1)$	$[-1; 0)$	$[0; 1)$	$[1; 3)$	$[3; 6)$

10. Знайти значення виразу $\sqrt[3]{x+1}$, якщо значення x задовольняє умову $\sqrt{8-x} = \sqrt{x-6}$.

А	Б	В	Г	Д
2	3	4	5	6

11. Розв'яжіть рівняння $\sqrt[3]{x-1} = 2$.

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	9

12. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x-5} = 0$.

А	Б	В	Г	Д
$-1; 2$	-1	$-1; 2; 5$	5	Рівняння розв'язків не має

13. Кількість коренів рівняння $(x^2 - 16) \cdot \sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x-3} = 0$ дорівнює ...

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	Рівняння коренів не має

14. Розв'яжіть рівняння $(x^2 - 9) \cdot \sqrt{-15 + 8x - x^2} = 0$. У відповідь запишіть суму різних коренів.

А	Б	В	Г	Д
8	-1	4	5	0

15. Знайдіть добуток коренів рівняння $\sqrt{x^2 + 4x + 4} = 1$.

А	Б	В	Г	Д
-3	-1	0	1	3

16. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{2x+3} = x$.

А	Б	В	Г	Д
-1	-1; 3	3	-3; 1	1

17. Розв'яжіть систему рівняння $\begin{cases} 3\sqrt{x} - \sqrt{y} = 2, \\ 2\sqrt{x} + \sqrt{y} = 3. \end{cases}$ Для отриманого розв'язку $(x_0; y_0)$ системи обчисліть $x_0 + y_0$.

А	Б	В	Г	Д
1	2	7	10	14

18. Розв'яжіть систему рівняння $\begin{cases} 2\sqrt{x} + \sqrt{y} = 7, \\ \sqrt{x} - 2\sqrt{y} = 1. \end{cases}$. Для отриманого

розв'язку $(x_0; y_0)$ системи обчисліть $x_0 + y_0$.

А	Б	В	Г	Д
1	2	7	10	14

19. (2015) Якщо $\sqrt{x} + y = 5$ і $\sqrt{x} - y = 7$, то y дорівнює ...

А	Б	В	Г	Д
-2	-1	3	2	1

20. Розв'яжіть систему рівняння $\begin{cases} 3\sqrt{x} = 12, \\ x - 2y = 26. \end{cases}$. Для отриманого

розв'язку $(x_0; y_0)$ системи обчисліть $x_0 + y_0$.

А	Б	В	Г	Д
11	21	-7	-10	-14

21. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{x-2} \cdot \sqrt{2x+1} = \sqrt{3}$. Якщо рівняння має один корінь, запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має більше одного кореня, то відповіді зазначте добуток усіх коренів. Якщо рівняння не має коренів, то у відповідь запишіть число 100.

22. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{x} \cdot \sqrt{1-x} = x$. Якщо рівняння має один корінь, запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має більше одного кореня, то відповіді зазначте суму усіх коренів. Якщо рівняння не має коренів, то у відповідь запишіть число 100.

23. Розв'яжіть рівняння $x + 2 + \sqrt{31-2x} = 0$. Якщо рівняння має один корінь, запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має більше одного кореня, то відповіді зазначте добуток усіх коренів. Якщо рівняння не має коренів, то у відповідь запишіть число 100.

24. Розв'яжіть рівняння $x - \sqrt{x+1} = 5$. Якщо рівняння має один корінь, запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має більше одного кореня, то відповіді зазначте добуток усіх коренів. Якщо рівняння не має коренів, то у відповідь запишіть число 100.

25. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{2x-3} = 3-2x$. Якщо рівняння має більше одного кореня, то відповіді зазначте добуток усіх коренів. Якщо рівняння не має коренів, то у відповідь запишіть число 100.

26. Розв'яжіть рівняння $x - 2 - \sqrt{2x^2 - 9x - 2} = 0$. Якщо рівняння має кілька коренів, то у відповідь запишіть їх суму.

27. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = 2$. Якщо рівняння має один корінь, запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має кілька коренів, то у відповідь запишіть їх суму.

28. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{x-5} + \sqrt{10-x} = 3$. Якщо рівняння має один корінь, запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має кілька коренів, то у відповідь запишіть їх суму.

29. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{x-2} + 2\sqrt{x+6} = 4$. Якщо рівняння має один корінь, запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має кілька коренів, то у відповідь запишіть їх суму.

30. Знайти суму коренів рівняння $\sqrt[3]{x^2} - 3\sqrt[3]{x} + 2 = 0$. Якщо рівняння має один корінь, запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має кілька коренів, то у відповідь запишіть їх суму.

31. Розв'яжіть рівняння $\sqrt[3]{x} + 3\sqrt[6]{x} - 4 = 0$. Якщо рівняння має один корінь, запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має кілька коренів, то у відповідь запишіть їх суму.

32. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} - 6 = 0$. Якщо рівняння має один корінь, запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має кілька коренів, то у відповідь запишіть їх суму.

33. Розв'яжіть рівняння $x - \sqrt{x} - 12 = 0$. Якщо рівняння має один корінь, запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має кілька коренів, то у відповідь запишіть їх суму.

34. Розв'яжіть рівняння $(x^2 - 4)(x + \sqrt{-x}) = 0$. У відповіді зазначте суму усіх коренів.

35. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{\frac{x+5}{x-1}} + 7\sqrt{\frac{x-1}{x+5}} = 8$.

36. Розв'яжіть систему рівняння $\begin{cases} 5\sqrt{x} + 2\sqrt[3]{y} = 4, \\ 3\sqrt{x} - \sqrt[3]{y} = 9. \end{cases}$. Для отриманого

розв'язку $(x_0; y_0)$ системи обчисліть $x_0 + y_0$.

37. (2014) Розв'яжіть систему рівняння $\begin{cases} \sqrt{y-7x+33} = x, \\ 4x - y = 5. \end{cases}$. Якщо сис-

тема має єдиний розв'язок $(x_0; y_0)$, то у відповідь запишіть добуток $x_0 \cdot y_0$. Якщо система має два розв'язки $(x_1; y_1)$ та $(x_2; y_2)$, то у відповідь запишіть найбільший з добутків $x_1 \cdot y_1$ та $x_2 \cdot y_2$.

Тема 10. Властивості функції

38. Розв'яжіть систему рівняння $\begin{cases} 4x + y + 4\sqrt{xy} = 49, \\ 6\sqrt{x} - \sqrt{y} = 9. \end{cases}$ Якщо система

має єдиний розв'язок $(x_0; y_0)$, то у відповідь запишіть добуток $x_0 \cdot y_0$. Якщо система має два розв'язки $(x_1; y_1)$ та $(x_2; y_2)$, то у відповідь запишіть найбільший з добутків $x_1 \cdot y_1$ та $x_2 \cdot y_2$.

39. Розв'яжіть рівняння $(\sqrt{x} - 4)(x^2 - 4x - 21) = 0$. Якщо рівняння має один корінь, запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має кілька коренів, то у відповідь запишіть їх суму.

40. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{x^2 - 2x - 3} + \sqrt{x^2 + 6x + 5} = 0$. Запишіть у відповідь кількість усіх його коренів.

41. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{x^2 - 4} + |x^2 + 6x - 16| = 0$. Запишіть у відповідь кількість його коренів.

42. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{x + 6 + 4\sqrt{x + 2}} - \sqrt{x + 6 - 4\sqrt{x + 2}} = 4$. Запишіть у відповідь найменший його корінь.

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Відповідь	Д	Г	В	Д	Д	Г	Г	Б	А	А	Д	Г	В	А	Д
Завдання	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28		
Відповідь	В	Б	Г	Б	А	2,5	0,5	-9	8	1,5	6	6	15		
Завдання	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41		
Відповідь	40	9	1	16	16	-3	1,125	-23	44	36	23	1	1		
Завдання	42														
Відповідь	2														

Приклад 1. Знайдемо область визначення функції

$$f(x) = \frac{4x}{x^3 - 3x^2 + 2x}.$$

Розв'язання. Корені многочлена $x^3 - 3x^2 + 2x$ - числа 0, 1 і 2. Тому $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; 1) \cup (1; 2) \cup (2; \infty)$.

Приклад 2. Дослідити на парність функцію $f(x) = x^4 - x$.

Розв'язання. Функція $f(x) = x^4 - x$ є ні парної, ні непарної. Її область визначення симетрична відносно точки 0, але, наприклад, при $x=1$ не виконується ні рівність $f(1) = f(-1)$, ні рівність $f(1) = -f(-1)$, оскільки $f(1) = 0$, а $f(-1) = 2$.

Приклад 3. Задано функцію $f(x) = x^2 - 4$.

1) Знайдіть точки перетину графіка функції $f(x)$ з осями координат та позначте їх в системі координат.

2) Побудуйте графік функції $f(x)$.

3) Вкажіть проміжок зростання функції.

4) Розв'яжіть нерівність $f(x) \leq 0$.

5) Вкажіть найменше значення функції $f(x)$.

6) Вкажіть множину значень функції $f(x)$.

Розв'язання. 1) Для знаходження точок перетину графіка функції $f(x)$ з віссю абсцис розв'яжемо рівняння $x^2 - 4 = 0$, $x_1 = -2$, $x_2 = 2$. Для знаходження точок перетину графіка функції $f(x)$ з віссю ординат обчислимо значення функції $f(x)$ при $x=0$, тобто $f(0) = 0^2 - 4 = -4$. Отже, отримали три точки: $A(-2; 0)$, $B(2; 0)$, $C(0; -4)$.

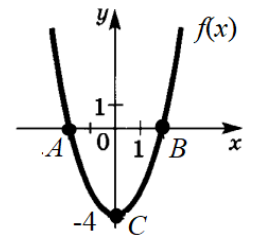
2) Побудуємо графік функції $f(x)$:

3) $(0; +\infty)$ - проміжок зростання функції.

4) Розв'язком нерівності $f(x) \leq 0$ є проміжок, на якому функція приймає додатні значення, тобто $x \in [-2; 2]$.

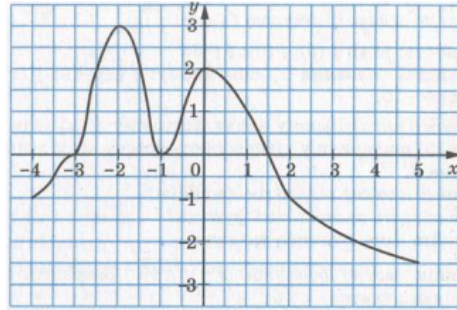
5) -4 є найменшим значенням функції.

6) $[-4; +\infty)$ - множина значень функції.



1. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-4; 5]$. Користуючись графіком, знайдіть:

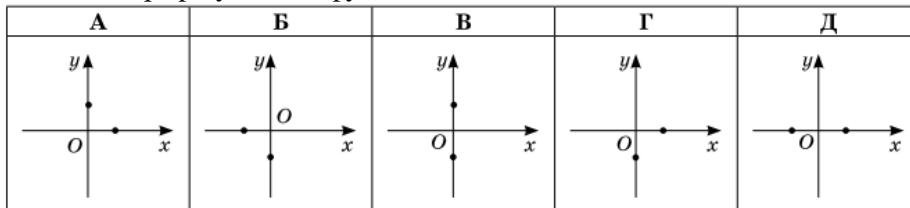
- 1) множини значень функції;
- 2) значення функції $f(-4)$, $f(-2)$, $f(-1)$, $f(1)$, $f(2)$;
- 3) значення x , при яких $f(x) = -2$, $f(x) = -1$, $f(x) = 2$;
- 4) нулі функції;
- 5) проміжки, на яких виконується нерівність $f(x) > 0$; $f(x) < 0$;
- 6) проміжки зростання і спадання;
- 7) найбільше і найменше значення функції на області визначення;
- 8) найбільше і найменше значення функції на проміжку: $[0; 1]$, $[-4; 0]$, $[-1; 1]$.



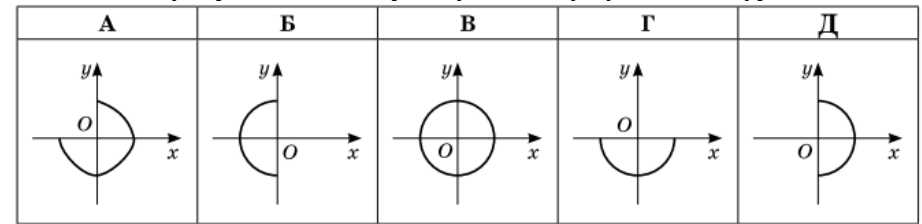
2. Для функції $y = x^2 - 2x - 3$ знайдіть:

- 1) множини значень функції;
- 2) значення функції $f(-1)$, $f(1)$, $f(2)$;
- 3) значення x , при яких $f(x) = -4$, $f(x) = -3$;
- 4) нулі функції;
- 5) точки перетину графіка з віссю ординат;
- 6) проміжки, на яких виконується нерівність $f(x) > 0$; $f(x) < 0$;
- 7) проміжки зростання і спадання;
- 8) найменше значення функції на області визначення;
- 9) найбільше і найменше значення функції на проміжку: $[0; 1]$, $[-2; 2]$.

3. Укажіть рисунок, на якому позначено множину точок, що не може належати графіку деякої функції.



4. Укажіть рисунок, на якому зображено графік деякої функції.



5. Яка з наведених точок належить графіку функції $y = \frac{7+x}{x-2}$?

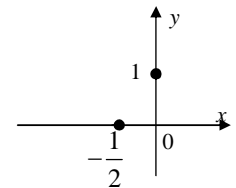
А	Б	В	Г	Д
(2; 7)	(1; 6)	(-3; 0, 4)	(0; 2, 5)	(4; 5, 5)

6. Укажіть точку, яка належить графіку функції $y = \frac{x^4 - x}{x}$.

А	Б	В	Г	Д
(0; 0)	(1; 0)	(-1; 0)	(-1; -1)	(2; 1)

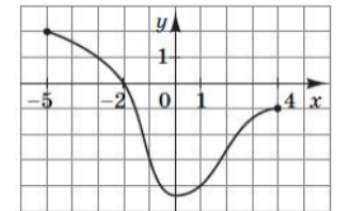
7. (2011) Укажіть функцію, графік якої проходить через дві точки, зображені на малюнку.

А	Б	В
$y = -x^2 + 1$	$y = -4x^2 + 1$	$y = -2x^2 + 1$
Г		Д
$y = -x^2 - 1$		$y = -4x^2 - 1$



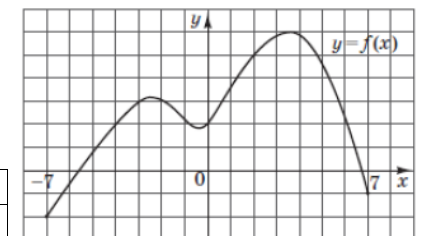
8. Графік функції, визначеної на проміжку $[-5; 4]$, проходить через одну з наведених точок. Укажіть цю точку.

А	Б	В	Г	Д
(-5; -2)	(1; -3)	(-1; 4)	(1; -4)	(2; 0)



9. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на відрізку $[-7; 7]$. Користуючись рисунком, знайдіть $f(6)$.

А	Б	В	Г	Д
-4	0	6	2	5



10. Визначте точку перетину графіка функції $y = 2x - 4$ з віссю x .

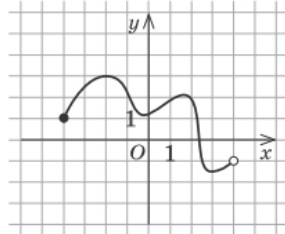
А	Б	В	Г	Д
$(0; -4)$	$(-2; 0)$	$(2; 0)$	$(0; 2)$	$(1; -2)$

11. Визначте точку перетину графіка функції $y = x^2 + 2$ з віссю y .

А	Б	В	Г	Д
$(0; 2)$	$(2; 0)$	$(1; 0)$	$(0; 1)$	$(0; \sqrt{2})$

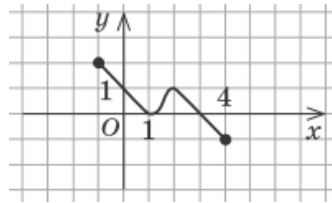
12. Користуючись графіком функції знайдіть область визначення функції.

А	Б	В	Г	Д
$[-1,5; 3]$	$(-1,5; 3]$	$(-1; 1]$	$[-4; 4)$	$[-4; 4]$



13. Користуючись графіком функції знайдіть область визначення функції.

А	Б	В	Г	Д
$[-1; 2]$	$(-1; 2]$	$(-1,5; 0]$	$[-1; 4]$	$[1; 4]$



14. Знайдіть область визначення функції $y = 3 - \frac{2}{x}$.

А	Б	В
$(-\infty; +\infty)$	$(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$	$(0; 2)$
Г		Д
$(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$		$(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$

15. Знайдіть область визначення функції $y = \frac{2x}{x-1}$.

А	Б	В
$(-\infty; +\infty)$	$(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$	$(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$
Г		Д
$(-\infty; 0) \cup (0; 1) \cup (1; +\infty)$		$(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$

16. Укажіть область визначення функції $y = \frac{5-x}{4}$.

А	Б	В
$(-\infty; +\infty)$	$(-\infty; 5) \cup (5; +\infty)$	$(-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$
Г		Д
$(-\infty; \frac{4}{5}) \cup (\frac{4}{5}; +\infty)$		$(4; 5)$

17. Знайдіть область визначення функції $y = \sqrt{x+9}$.

А	Б	В	Г	Д
$[3; +\infty)$	$[9; +\infty)$	$[-3; +\infty)$	$[-9; +\infty)$	$[-9; 9]$

18. Знайдіть область визначення функції $y = \sqrt[6]{3-x}$.

А	Б	В	Г	Д
$[3; +\infty)$	$(-\infty; 3)$	$[-3; +\infty)$	$(-\infty; -3]$	$(-\infty; 3]$

19. Знайдіть область визначення функції $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x}$.

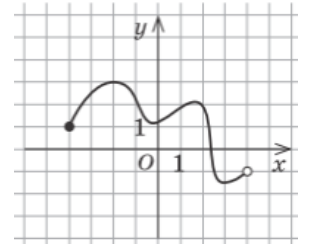
А	Б	В	Г	Д
$[-2; 0) \cup (0; +\infty)$	$[-2; 0)$	$(-2; 0) \cup (0; +\infty)$	$(-\infty; -2]$	$x \neq 0$

20. Знайдіть область визначення функції $y = \sqrt[6]{4-x^2}$.

А	Б	В	Г	Д
$[2; +\infty)$	$[-2; 2]$	$[-4; +\infty)$	$(-\infty; 4]$	$[0; 2]$

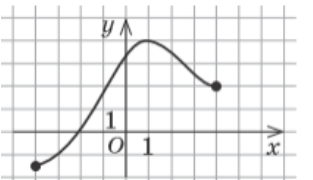
21. Користуючись графіком функції знайдіть область значень функції.

А	Б	В	Г	Д
$[-1,5; 3]$	$(-1,5; 3]$	$(-1; 1]$	$[-4; 4)$	$[-4; 4]$



22. Користуючись графіком функції знайдіть область значень функції.

А	Б	В	Г	Д
$[-1,5; 4]$	$(-1,5; 4]$	$(-1,5; 0]$	$[-4; 4)$	$[-4; 4]$



23. Знайдіть найбільше значення функції $y = -x^2 + 2x - 1$.

А	Б	В	Г	Д
-2	-1	0	1	2

24. Знайдіть область значень функції $y = x^2 - 2x - 1$.

А	Б	В	Г	Д
$[-1; +\infty)$	$[1; +\infty)$	$[2; +\infty)$	$[-2; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$

25. Знайдіть проміжки на яких функція $y = x^2 - 5x$ має від'ємні значення.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 0) \cup (5; +\infty)$	$(-\infty; 0)$	$(-\infty; 5)$	$(5; +\infty)$	$(0; 5)$

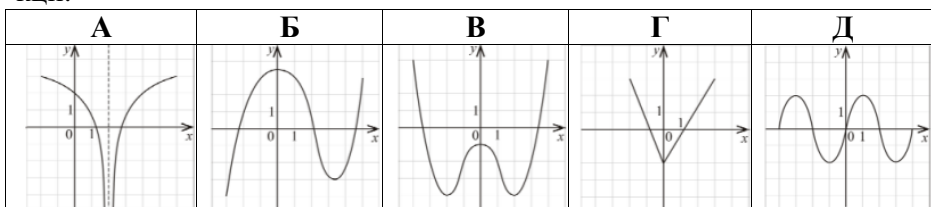
26. Знайдіть проміжки на яких функція $y = x^2 - 6x + 5$ має додатні значення.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$	$(-\infty; 5)$	$(-\infty; 1)$	$(5; +\infty)$	$(1; 5)$

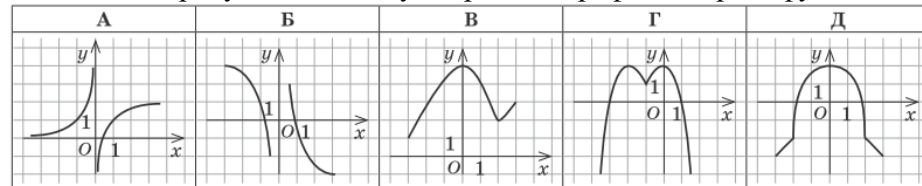
27. Вкажіть нулі функції $y = x^2 - x - 2$.

А	Б	В	Г	Д
1; 2	-1; 2	1; -2	0	1

28. (2009) Укажіть рисунок, на якому зображено графік парної функції.



29. Укажіть рисунок, на якому зображено графік непарної функції.



30. Укажіть парну функцію.

А	Б	В	Г	Д
$y = x$	$y = x^2$	$y = \frac{2}{x}$	$y = \sqrt{x}$	$y = x^3$

31. Укажіть непарну функцію.

А	Б	В	Г	Д
$y = x^2 - 4$	$y = -x^2$	$y = x^3 - 1$	$y = \sqrt{x - 2}$	$y = x^3 - x$

32. Укажіть парну функцію.

А	Б	В	Г	Д
$y = x^2 - x$	$y = -x^2 + 1$	$y = x^3 - x$	$y = \frac{1}{x^3 + 1}$	$y = \frac{1}{x^3 - x}$

33. (2016) Парна функція $y = f(x)$ визначена на проміжку $(-\infty; +\infty)$. Які з наведених тверджень є правильними?

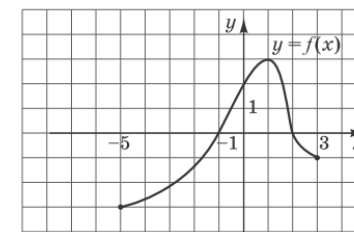
I. $f(-10) = -f(10)$.

II. $f(-6) = f(6)$.

III. Графік функції $y = f(x)$ симетричний відносно осі y .

А	Б	В	Г	Д
лише I	лише II	лише I і III	лише II і III	лише III

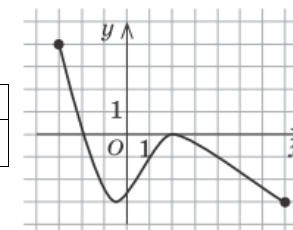
34. (2013) На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-5; 3]$. Укажіть проміжок, на якому функція $y = f(x)$ зростає.



А	Б	В	Г	Д
$[0; 3]$	$[-1; 2]$	$[1; 3]$	$[-3; 3]$	$[-5; 1]$

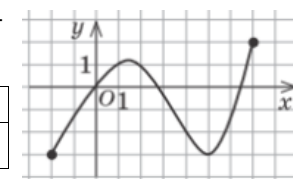
35. Функція задана графіком функції. Укажіть проміжок, на якому вона зростає.

А	Б	В	Г	Д
$[-3; -0,5]$	$[-0,5; 2]$	$[-3; 7]$	$[-3; 0]$	$[-3; 4]$

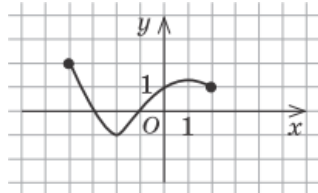


36. Функція задана графіком функції. Укажіть проміжок, на якому вона спадає.

А	Б	В	Г	Д
$[-2; 1,5]$	$[5; 7]$	$[1,5; 5]$	$[0; 3]$	$[-2; 7]$

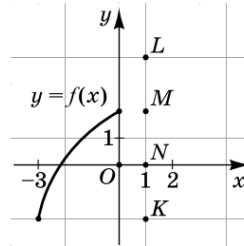


37. Функція задана графіком функції. Укажіть проміжок, на якому вона зростає.



А	Б	В	Г	Д
$[-4; 2]$	$[-4; -2]$	$[-2; 1]$	$[1; 2]$	$[-1; 2]$

38. (2017) Функція $y = f(x)$ визначена й зростає на проміжку $[-3; 2]$. На рисунку зображено графік цієї функції на проміжку $[-3; 0]$. Яка з наведених точок *може* належати графіку цієї функції?



А	Б	В	Г	Д
K	L	O	M	N

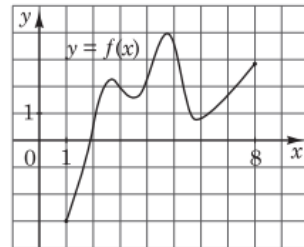
39. Функція $y = f(x)$ є спадною на проміжку $(-\infty; +\infty)$. Укажіть правильну нерівність.

А	Б	В	Г	Д
$f(2) > f(-1)$	$f(2) < f(8)$	$f(2) > f(0)$	$f(-1) < f(0)$	$f(2) > f(8)$

40. Функція $y = f(x)$ зростає на проміжку $(-\infty; +\infty)$. Яке з наведених чисел може бути значенням цієї функції в точці $x = 7$, якщо $f(1) = -2$, $f(8) = 6$?

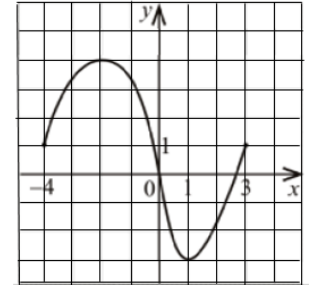
А	Б	В	Г	Д
-8	-3	-2	3	8

41. На рисунку зображено графік функція $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[1; 8]$. Скільки нулів має ця функція на заданому проміжку?



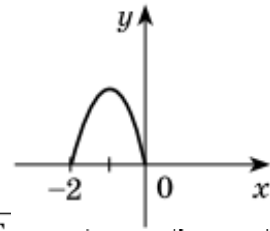
А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	чотири

42. (2010) Функція $y = f(x)$ визначена на всій числовій прямій і є періодичною з найменшим додатним періодом 7. На рисунку зображено графік цієї функції на відрізку $[-4; 3]$. Обчисліть $f(5)$.



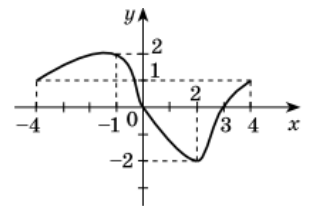
А	Б	В	Г	Д
4	1	0	-2	-3

43. На рисунку зображено фрагмент графіка функції $y = f(x)$, визначеної на множині всіх дійсних чисел і періодичної з періодом $T = 2$. Укажіть рисунок, на якому може бути зображений інший фрагмент графіка цієї функції.



А	Б	В	Г	Д

44. На рисунку зображено фрагмент графіка функції $y = f(x)$, визначеної на множині всіх дійсних чисел і періодичної з періодом $T = 8$. Укажіть проміжок, для всіх точок якого виконується нерівність $f(x) < 0$.

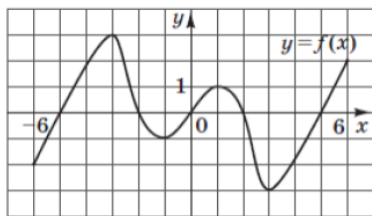


А	Б	В	Г	Д
$(4; 8)$	$(8; 12)$	$(10; 13)$	$(16; 19)$	$(11; 15)$

45. Областю визначення періодичної функції $y = f(x)$ із періодом $T = 4$ є множина всіх дійсних чисел. Чому дорівнює значення виразу $3f(-3) + 2f(9)$, якщо $f(1) = 2$?

А	Б	В	Г	Д
2	-2	10	12	14

46. (2014) На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, заданої на проміжку $[-6; 6]$. Яку властивість має функція $y = f(x)$?

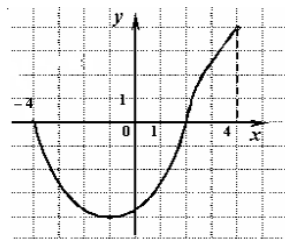


- А функція є періодичною
- Б функція є парною
- В функція спадає на проміжку $[-6; 6]$
- Г функція зростає на проміжку $[-6; 6]$
- Д функція є непарною

47. Установіть відповідність між функціями (1-3) та їхніми областями визначення (А-Д).

Функція	Область визначення	А	Б	В	Г	Д
1 $y = \sqrt[3]{x+1}$	А $[-1; +\infty)$	1				
2 $y = \sqrt{x + \sqrt{x+1}}$	Б $(-\infty; +\infty)$	2				
3 $y = \sqrt{x^2 - x - 2}$	В $[0; +\infty)$	3				
	Г $[2; +\infty)$					
	Д $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$					

48. (2011) На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, заданої на проміжку $[-4; 4]$. Установіть відповідність між властивістю функції $f(x)$ (1-4) та проміжком (А-Д).



Властивість	Проміжок	А	Б	В	Г	Д
1 функція зростає на проміжку	А $[-4; 2]$	1				
2 функція спадає на проміжку	Б $[-1; 4]$	2				
3 якщо аргумент приймає всі значення з проміжку $[-4; 2]$, то функція приймає всі значення з проміжку	В $[-4; -1]$	3				
4 функція приймає недодатні значення тільки на проміжку	Г $[-4; 4]$	4				
	Д $[-4; 0]$					

49. На рисунках (1-5) зображено графіки функцій, визначених на відрізку $[-3; 3]$.

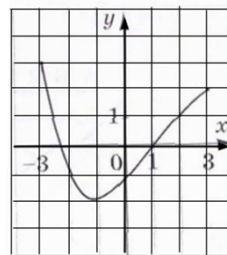


Рис. 1

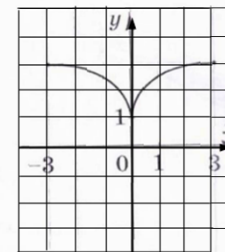


Рис. 2

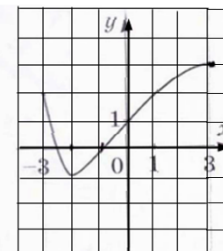


Рис. 3

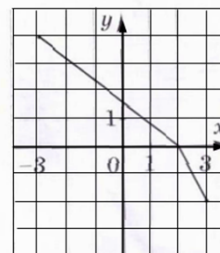


Рис. 4

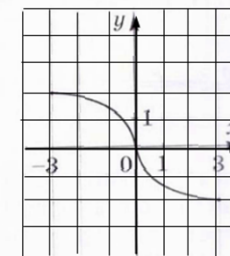


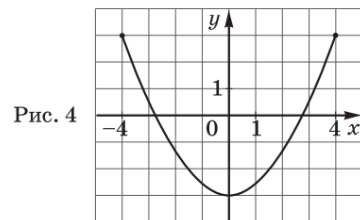
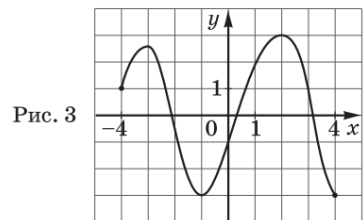
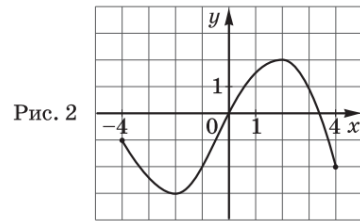
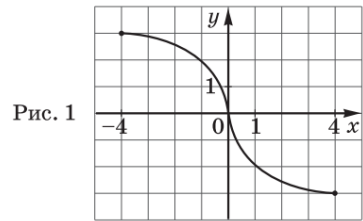
Рис. 5

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

До кожного запитання (1-4) доберіть правильну відповідь (А-Д).

Запитання	Відповідь
1 На якому рисунку зображено графік функції, що проходить через точку $(1; 0)$?	А рис. 1
2 На якому рисунку зображено графік парної функції?	Б рис. 2
3 На якому рисунку зображено графік функції, що має три спільні точки з графіком функції $y = -x$?	Г рис. 4
4 На якому рисунку зображено графік функції, що зростає на відрізку $[-2; 3]$?	Д рис. 5

50. (2017) На рисунках (1-4) зображено графіки функцій, визначених на відрізку $[-4; 4]$.



До кожного початку речення (1-4) доберіть його закінчення (А-Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

- | | | |
|---|--|---|
| | <i>Початок речення</i> | <i>Закінчення речення</i> |
| 1 | Функція, графік якої зображено на рис. 1 | А є непарною |
| 2 | Функція, графік якої зображено на рис. 2 | Б набуває найбільшого значення, що дорівнює 4 |
| 3 | Функція, графік якої зображено на рис. 3 | В є парною. |
| 4 | Функція, графік якої зображено на рис. 4 | Г має три нулі |
| | | Д має дві точки локального екстремуму |

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

51. Знайдіть область визначення функції $y = \frac{1}{\sqrt{52-4x}}$. У відповіді запишіть *найбільше ціле двоцифрове число*, що належить області визначення цієї функції.

52. Знайдіть область визначення функції $y = \sqrt[4]{49-3x}$. У відповіді запишіть *найбільше ціле двоцифрове число*, що належить області визначення цієї функції.

53. Число $T = 3$ є періодом функції $y = f(x)$, визначеної на множині всіх дійсних чисел. Чому дорівнює значення виразу $f(-5) + 3f(4)$, якщо $f(-2) = 2$?

54. (2014) Областю визначення періодичної функції $y = f(x)$ із періодом $T = 9$ є множина всіх дійсних чисел. На проміжку $(-5; 4]$ цю функцію задано формулою $f(x) = 19 - x^3$. Обчисліть значення $f(5)$.

55. Функцію $y = 3x - 4|x| + 1$ подайте у вигляді суми двох функцій $f(x) + g(x)$, де $f(x)$ – парна функція, а $g(x)$ – непарна функція. У відповідь запишіть значення виразу $f(2) \cdot g(-3)$.

56. Функцію $y = x^2 + 2x + 3$ подайте у вигляді суми двох функцій $f(x) + g(x)$, де $f(x)$ – парна функція, а $g(x)$ – непарна функція. У відповідь запишіть значення виразу $f(-1) \cdot g(-2)$.

Завдання	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
Відповідь	В	Г	Д	Б	Б	Г	Г	В	А	Г	Г	Б	В	А	Г	
Завдання	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	
Відповідь	Д	А	Б	А	А	В	Г	Д	А	Б	В	Б	Б	Д	Б	
Завдання	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46		
Відповідь	Г	Д	Б	В	В	Б	Д	Г	Б	А	В	Г	В	Д		
Завдання	47				48				49							
Відповідь	1-Б, 2-В, 3-Д				1-Б, 2-В, 3-Д, 4-А				1-А, 2-Б, 3-Д, 4-В							
Завдання	50				51	52	53	54	55	56						
Відповідь	1-А, 2-Д, 3-Г, 4-В				12	16	8	83	63	0						

Тема 11. Побудова графіків функцій

Приклад 1. При яких значеннях p і q графік функції $y = x^2 + px + q$ проходить через точки $M(1; -1)$ і $K(3; -2)$?

Розв'язання. Оскільки точки $M(1; -1)$ і $K(3; -2)$ належать графіку функції $y = x^2 + px + q$, то координати цих точок задовольняють дане рівняння. Підставляючи значення x і y у дану рівність, маємо:

$$\begin{cases} 1 + p + q = -1, \\ 9 + 3p + q = -2; \end{cases} \begin{cases} p + q = -2, \\ 3p + q = -11; \end{cases} \begin{cases} p = -2 - q, \\ 3(-2 - q) + q = -11; \end{cases}$$

$$-6 - 3q + q = -11; \quad -2q = -5; \quad q = 2,5, \text{ тоді } p = -4,5.$$

Отже, $y = x^2 - 4,5x + 2,5$.

Відповідь: $p = -4,5, q = 2,5$.

Приклад 2. Задано функцію $y = \frac{8x + 32}{x^2 + 4x}$.

1. Для наведених у таблиці значень x визначте відповідні їм значення y заданої функції. Результати запишіть у таблицю.

x	y
1	
2	
4	

2. Розв'яжіть рівняння $x^2 + 4x = 0$.

3. Спростіть вираз $\frac{8x + 32}{x^2 + 4x}$.

4. Знайдіть область визначення функції $y = \frac{8x + 32}{x^2 + 4x}$.

5. Побудуйте графік функції $y = \frac{2 - x}{x^2 + x - 6}$.

6. Користуючись графіком, визначте область значень цієї функції.

Розв'язання.

1. Якщо $x = 1$, то $y = 8$; якщо $x = 2$, то $y = 4$; якщо, то $x = 4$, то $y = 2$.

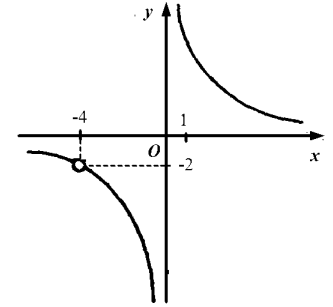
2. $x^2 + 4x = 0$; $x(x + 4) = 0$. Отже, корені рівняння: $x_1 = 0$ і $x_2 = -4$.

$$3. \frac{8x + 32}{x^2 + 4x} = \frac{8(x + 4)}{x(x + 4)} = \frac{8}{x}.$$

4. Дана функція невизначена при умові $x^2 + 4x = 0$, тобто якщо $x = 0$ і $x = -4$. Отже, область визначення функції:

$$D(y) = (-\infty; -4) \cup (-4; 0) \cup (0; +\infty).$$

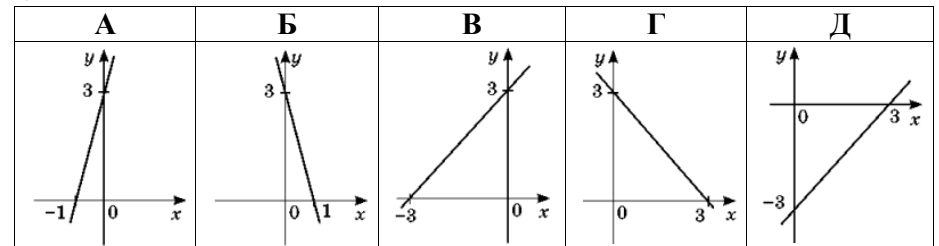
5. Графік функції має такий вигляд:



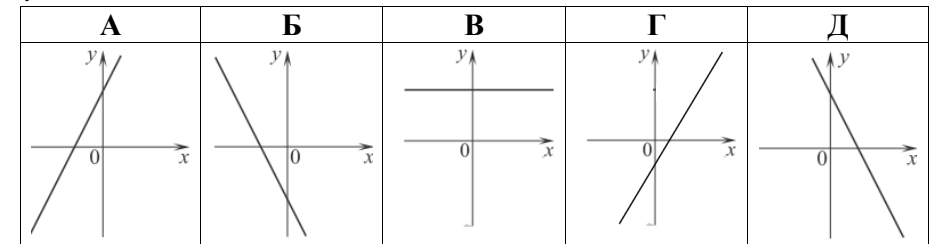
6. Область значень функції:

$$E(y) = (-\infty; -2) \cup (-2; 0) \cup (0; +\infty)$$

1. (2008) З-поміж наведених графіків укажіть графік функції $y = 3 - x$.



2. На якому з наведених рисунків зображено ескіз графіка функції $y = -3x + 2$?



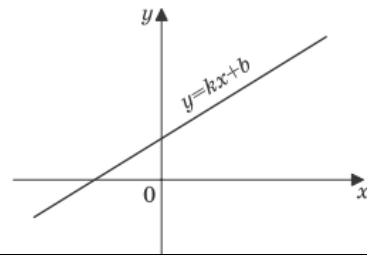
3. Графіком однієї з наведених функцій є пряма. Укажіть цю функцію.

А	Б	В	Г	Д
$y = 2^x$	$y = x^2 - 2x$	$y = \sin(2 + x)$	$y = 2x$	$y = \frac{2}{x}$

4. Яку властивість із наведених має функція $y = 3x - 8$?

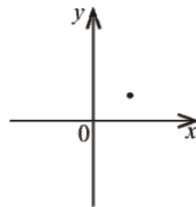
А	Б	В	Г	Д
є парною	є непарною	є періодичною	є спадною	є зростаючою

5. За видом графіка функції $y = kx + b$ визначте знаки коефіцієнтів k і b . Оберіть правильне твердження.



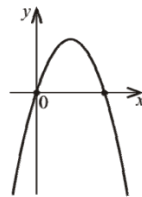
А	Б	В	Г	Д
$k > 0, b < 0$	$k > 0, b > 0$	$k < 0, b < 0$	$k < 0, b > 0$	$k < 0, b = 0$

6. (2010) У прямокутній системі координат зображено точку, що є вершиною параболи $y = x^2 + bx + c$ (див. рисунок). Укажіть правильне твердження щодо коефіцієнтів b і c .



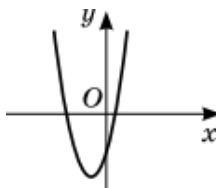
А	Б	В	Г	Д
$b > 0,$ $c < 0$	$b > 0,$ $c > 0$	$b < 0,$ $c < 0$	$b < 0,$ $c > 0$	$b > 0,$ $c = 0$

7. (2010) На рисунку зображено ескіз графіка функції $y = ax^2 + bx + c$. Укажіть правильне твердження щодо коефіцієнтів a, b, c .



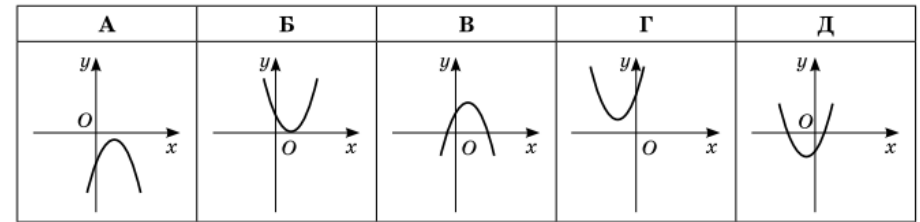
А	Б	В	Г	Д
$\begin{cases} a < 0, \\ b < 0, \\ c = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} a > 0, \\ b < 0, \\ c > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} a > 0, \\ b > 0, \\ c = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} a < 0, \\ b > 0, \\ c < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} a < 0, \\ b > 0, \\ c = 0 \end{cases}$

8. На рисунку зображено ескіз графіка функції $y = 2x^2 + bx + c$. Укажіть правильне твердження щодо коефіцієнтів b і c .

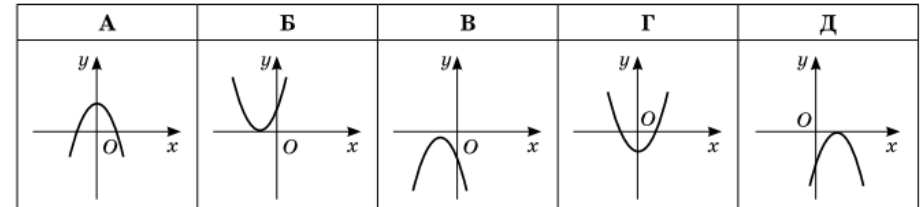


А	Б	В	Г	Д
$b > 0,$ $c > 0$	$b > 0,$ $c < 0$	$b < 0,$ $c > 0$	$b < 0,$ $c < 0$	$b < 0,$ $c = 0$

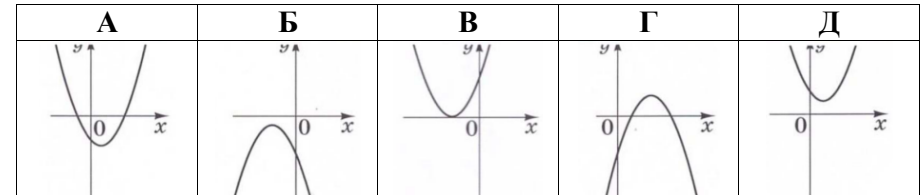
9. Укажіть рисунок, на якому може бути зображено графік функції $y = x^2 + bx + c$, якщо $b^2 - 4c < 0$.



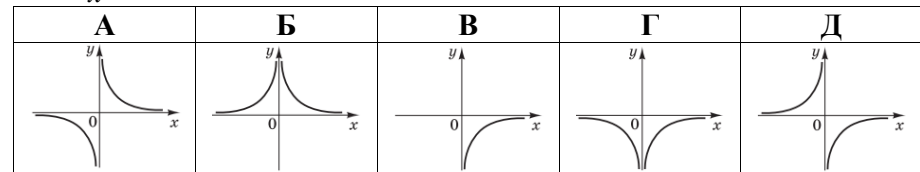
10. Укажіть рисунок, на якому може бути зображено графік функції $y = -x^2 + bx + c$, якщо $b^2 + 4c = 0$.



11. Яка з наведених парабол може бути графіком функції $y = x^2 + px + q$, якщо рівняння $x^2 + px + q = 0$ не має дійсних коренів?



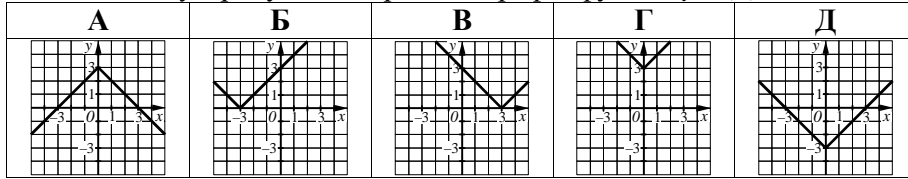
12. На якому з наведених рисунків зображено ескіз графіка функції $y = -\frac{2}{x}$.



13. Вказати формулу функції, графік якої отримують з графіка $y = \frac{1}{x}$ у результаті його паралельного перенесення в додатному напрямі осі y на 5 одиниць.

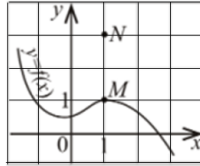
А	Б	В	Г	Д
$y = \frac{1}{x+5}$	$y = \frac{1}{x-5}$	$y = \frac{1}{x} - 5$	$y = \frac{1}{x} + 5$	$y = \frac{5}{x}$

14. На якому з рисунків зображено графік функції $y = |x| - 3$?

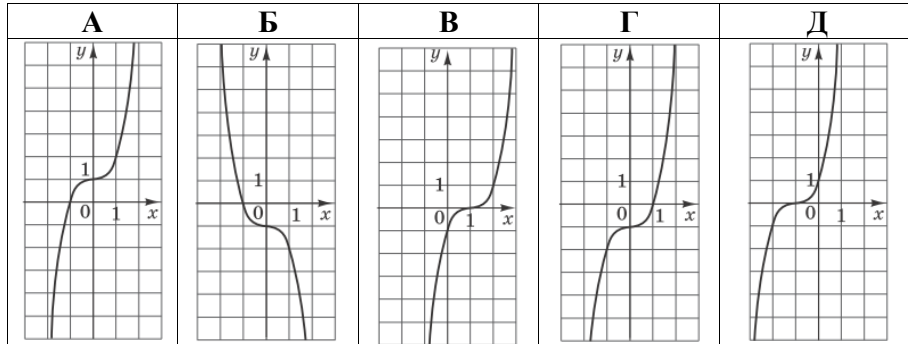


15. Графік функції $y = f(x)$ проходить через точку $M(1;1)$. При якому значенні a графік функції $y = f(x) + a$ проходить через точку $N(1;3)$?

А	Б	В	Г	Д
$a = 2$	$a = -2$	$a = -3$	$a = \frac{1}{3}$	$a = 3$

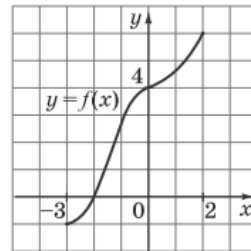


16. Укажіть ескіз графіка функції $y = x^3 + 1$.

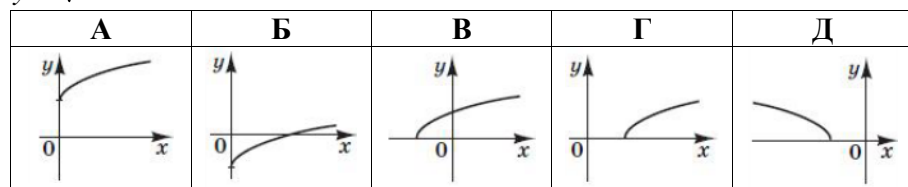


17. (2017) На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-3; 2]$. Укажіть точку перетину графіка функції $y = f(x) - 2$ з віссю y .

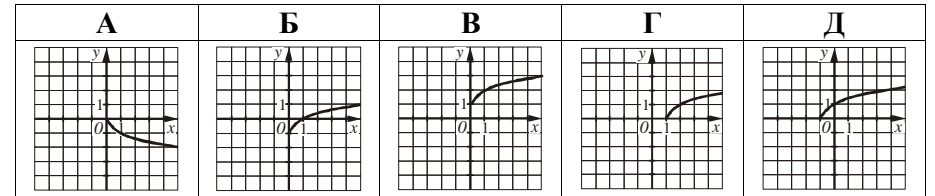
А	Б	В	Г	Д
$(0; 2)$	$(0; 6)$	$(0; 0)$	$(-4; 0)$	$(2; 0)$



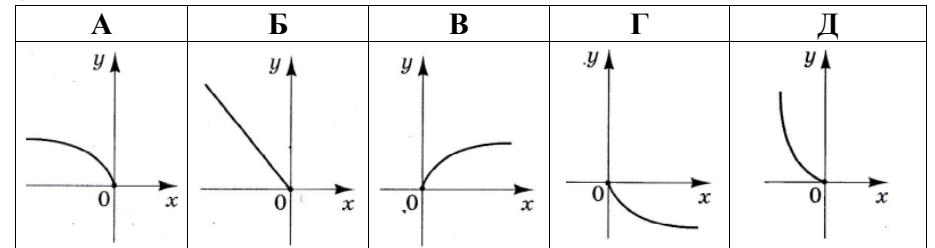
18. На якому з наведених рисунків зображено ескіз графіка функції $y = \sqrt{x-3}$.



19. На якому з рисунків зображено графік функції $y = \sqrt{x+1}$?

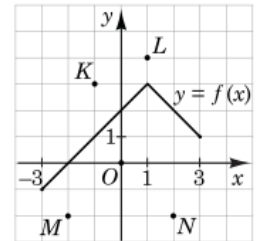


20. На якому з наведених рисунків зображено ескіз графіка функції $y = \sqrt{-x}$.



21. (2019) На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-3; 3]$. Одна з наведених точок належить графіку функції $y = -f(x)$. Укажіть цю точку.

А	Б	В	Г	Д
K	L	O	M	N



22. Область значень функції $y = f(x)$ є проміжок $[-2; 8]$. Знайти область значень функції $y = \frac{1}{2}f(x)$.

А	Б	В	Г	Д
$[-8; 32]$	$[4; 4]$	$[-1; 4]$	$[-4; 16]$	$[0; 6]$

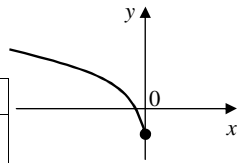
23. Область визначення функції $y = f(x)$ є проміжок $[-2; 6]$. Знайти область визначення функції $y = f(2x)$.

А	Б	В	Г	Д
$[-4; 12]$	$[-1; 3]$	$[-4; 3]$	$[-1; 12]$	$[0; 8]$

24. Область значень функції $y = f(x)$ є проміжок $[-2; 2]$. Знайти область значень функції $y = 4f(x) - 3$.

А	Б	В	Г	Д
$[-20; -4]$	$[-2; 2]$	$[-3,5; -2,5]$	$[-11; 5]$	$[0; 5]$

25. (2011) На рисунку зображено графік функції $y = \sqrt{ax + b}$. Укажіть знаки параметрів a і b .

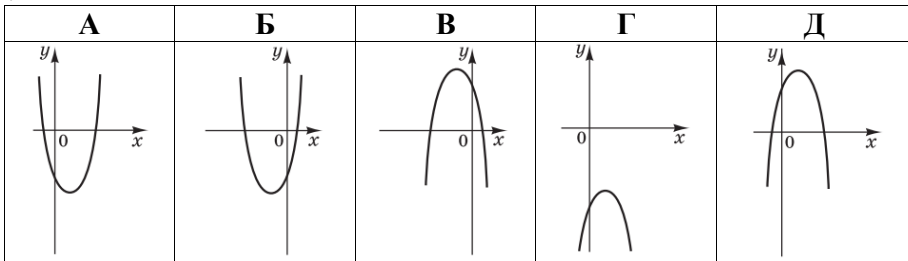


А	Б	В	Г	Д
$\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} a < 0 \\ b < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} a < 0 \\ b = 0 \end{cases}$

26. Графік функції $y = x^3$ зсунули вліво на 2 одиниці й відобразили симетрично відносно осі x . Графік якої функції отримали в результаті таких перетворень?

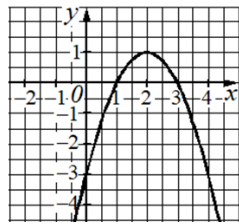
А	Б	В	Г	Д
$y = -(x - 2)^3$	$y = -(x + 2)^3$	$y = (-x)^3 - 2$	$y = (-x)^3 + 2$	$y = (x + 2)^3$

27. На якому з наведених рисунків зображено ескіз графіка функції $y = 3 - (x - 1)^2$?

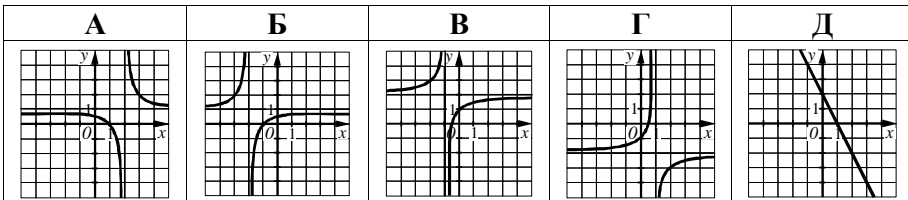


28. Ескіз графіка, якої з наведених функцій зображено на рисунку?

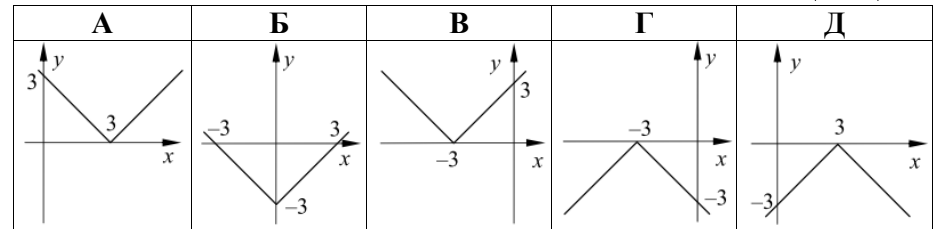
А	Б	В
$y = (x + 2)^2 + 1$	$y = -(x - 2)^2 + 1$	$y = -(x - 2)^2 - 1$
Г	Д	
$y = (-x - 2)^2 + 1$	$y = -(x - 2)^2 - 1$	



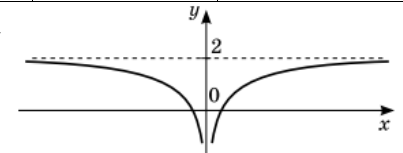
29. На якому з рисунків зображено графік функції $y = -\frac{1}{x+1} + 2$?



30. З-поміж наведених графіків укажіть графік функції $y = -|x - 3|$.

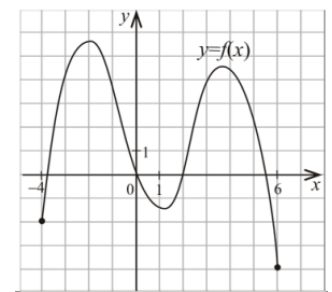


31. Укажіть функцію, ескіз графіка якої може бути зображено на рисунку.



А	Б	В	Г	Д
$y = 2 + \frac{1}{ x }$	$y = \frac{1}{ x } - 2$	$y = 2 + \frac{1}{x}$	$y = 2 - \frac{1}{ x }$	$y = 2 - \frac{1}{x}$

32. (2010) На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, яка визначена на відрізку $[-4; 6]$. Скільки всього коренів має рівняння $f(x) = x$ на цьому відрізку?



А	Б	В
жодного	один	два
Г	Д	
три	чотири	

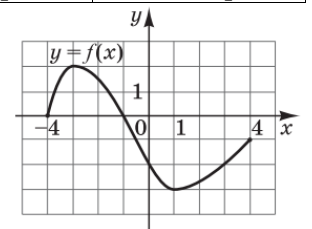
33. Укажіть, скільки дійсних коренів має рівняння $x^3 - 2|x| = 0$.

А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	більше трьох

34. Укажіть, скільки дійсних коренів має рівняння $|x| - \frac{3}{x} = 0$.

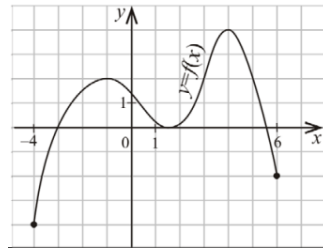
А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	більше трьох

35. (2012) На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, яка визначена на відрізку $[-4; 4]$. Знайдіть множину усіх значень x , для яких $f(x) \leq -2$?



А	Б	В	Г	Д
$[0; 3]$	$[-3; 2]$	$[-1; 4]$	$[-3; -2]$	$[-4; 0]$

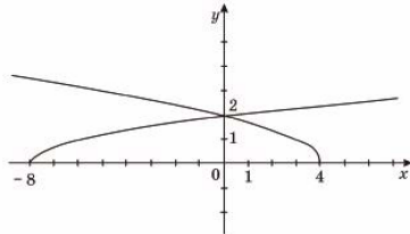
36. (2010) На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, яка визначена на відрізку $[-4; 6]$. Укажіть усі значення x , для яких виконується нерівність $f(x) \geq 2$?



А	Б	В	Г	Д
$\{2\} \cup [3; 5]$	$[-4; 3] \cup [5; 6]$	$[3; 5]$	$[2; 4]$	$\{-1\} \cup [3; 5]$

37. На рисунку зображено графіки функцій $g(x) = \sqrt{4-x}$ і $f(x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{x+8}$.

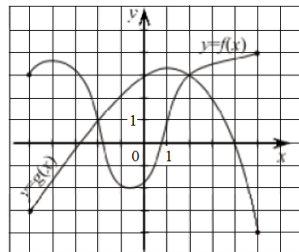
$$f(x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{x+8}$$



Укажіть проміжок, на якому виконується нерівність $f(x) \leq g(x)$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 0]$	$[-8; +\infty)$	$[0; +\infty)$	$[0; 4]$	$[-8; 0]$

38. На рисунку зображено графіки функцій $y = f(x)$ і $y = g(x)$, визначені на проміжку $[-5; 5]$. Укажіть усі значення x , для яких виконується нерівність $f(x) \leq g(x)$.



А	Б	В
$[-5; -2] \cup [2; 5]$	$[-2; 2]$	$[-5; -2]$
Г		Д
$[2; 5]$		$[-2; 5]$

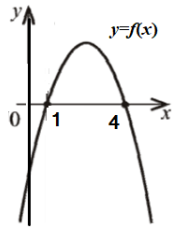
39. Укажіть графік рівняння $x + |y| = 0$.

А	Б	В	Г	Д

40. Укажіть графік рівняння $|x| = |y|$.

А	Б	В	Г	Д

41. (2013) На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, який перетинає вісь Ox в точках $(1; 0)$ та $(4; 0)$. Знайдіть множину всіх розв'язків нерівності $x \cdot f(x) < 0$.



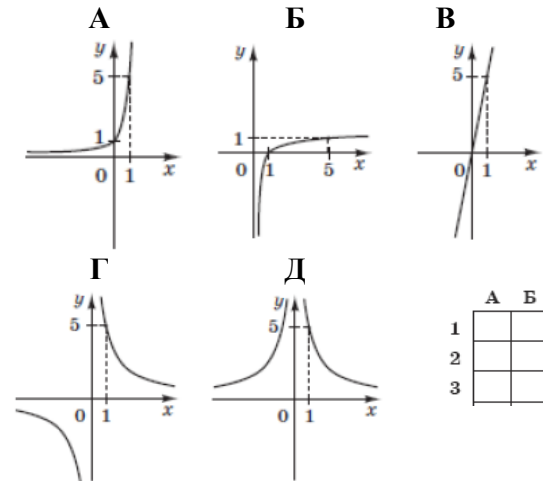
А	Б	В	Г	Д
$(0; 1) \cup (4; +\infty)$	$(4; +\infty)$	$(-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$	$(-\infty; 0) \cup (1; 4)$	$(-\infty; 0)$

42. Установіть відповідність між функціями (1-3) і графіками (А-Д) для цих функцій.

Функція

- $y = \frac{5}{x}$
- $y = 5x$
- $y = 5^x$

Графіки функцій



	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

43. Установіть відповідність між функцією (1-3) та прямою на рисунку (А-Д), яка не має з графіком цієї функції жодної спільної точки.

Функція			А Б В Г Д				
1 $y = x$	2 $y = \sqrt{x} - 2$	3 $y = -\pi$	1				
			2				
			3				

А	Б	В	Г	Д

44. Установіть відповідність між функціями (1-3) і проміжками (А-Д) які є множинами значень цих функцій, якщо множина значень функції $y = f(x)$ є проміжок $[4; 10]$.

Функція	Множина значень																									
1 $y = 2f(x)$	А $[2; 5]$	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><th>А</th><th>Б</th><th>В</th><th>Г</th><th>Д</th></tr> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>					А	Б	В	Г	Д	1					2					3				
А	Б						В	Г	Д																	
1																										
2																										
3																										
2 $y = f(2x)$	Б $[6; 12]$																									
3 $y = 2 + f(x)$	В $[8; 20]$																									
	Г $[2; 8]$																									
	Д $[4; 10]$																									

45. Установіть відповідність між функціями (1-3) і проміжками (А-Д) які є множинами значень цих функцій, якщо множина значень функції $y = f(x)$ є проміжок $[-1; 4]$.

Функція	Множина значень																									
1 $y = f(x) $	А $[-1; 4]$	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><th>А</th><th>Б</th><th>В</th><th>Г</th><th>Д</th></tr> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>					А	Б	В	Г	Д	1					2					3				
А	Б						В	Г	Д																	
1																										
2																										
3																										
2 $y = -f(x)$	Б $[-4; 1]$																									
3 $y = f^2(x)$	В $[0; 4]$																									
	Г $[1; 16]$																									
	Д $[0; 16]$																									

46. Установіть відповідність між функцією (1-3) та кількістю точок перетину її графіка з осями координат (А-Д).

Функція	Координатні точки перетину																									
1 $y = 2x + 1$	А жодної	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><th>А</th><th>Б</th><th>В</th><th>Г</th><th>Д</th></tr> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>					А	Б	В	Г	Д	1					2					3				
А	Б						В	Г	Д																	
1																										
2																										
3																										
2 $y = \frac{1}{x}$	Б одна																									
3 $y = x^3$	В дві																									
	Г три																									
	Д чотири																									

47. Установіть відповідність між функціями (1-3) і графіками (А-Д) для цих функцій.

Функція	Графіки функцій																							
1 $y = 1 - x^2$	А	Б	В																					
2 $y = -(x-1)^2$																								
3 $y = (x+1)^2 - 1$	Г	Д	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><th>А</th><th>Б</th><th>В</th><th>Г</th><th>Д</th></tr> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		А	Б	В	Г	Д	1					2					3				
А	Б	В			Г	Д																		
1																								
2																								
3																								

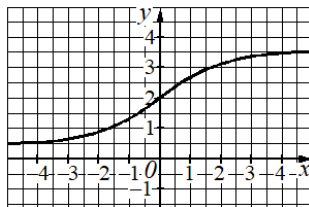
48. Установіть відповідність між геометричними перетвореннями графіка функції $y = \sqrt{x}$ (1-3) та функціями, одержаними в результаті цих перетворень (А-Д).

Початок речення	Закінчення речення
1 Графік функції $y = \sqrt{x}$ паралельно перенесли вздовж осі Ox на дві одиниці ліворуч	А $y = \sqrt{2x}$.
2 Графік функції $y = \sqrt{x}$ стиснути до осі Ox у два рази	Б $y = \sqrt{x-2}$.
3 Графік функції $y = \sqrt{x}$ стиснути до осі Oy у два рази	В $y = \sqrt{x+2}$.
	Г $y = \sqrt{x} - 2$.
	Д $y = \frac{1}{2}\sqrt{x}$.

49. Установіть відповідність між функцією (1-3) та її властивістю (А-Д).

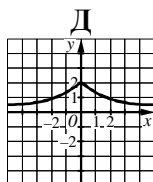
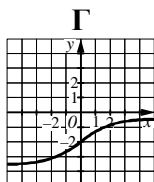
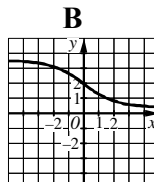
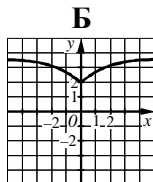
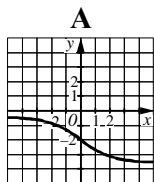
Функція	Властивість																									
1 $y = x^2 + 1$	А зростає на всій області визначення	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><th>А</th><th>Б</th><th>В</th><th>Г</th><th>Д</th></tr> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>					А	Б	В	Г	Д	1					2					3				
А	Б						В	Г	Д																	
1																										
2																										
3																										
2 $y = x^3 + 1$	Б спадає на всій області визначення																									
3 $y = 3 - x$	В є непарною																									
	Г є парною																									
	Д областю значень функції є проміжок $[0; +\infty)$																									

50. На рисунку зображено ескіз графіка функції $y = f(x)$. Установіть відповідність між функціями (1-3) і графіками (А-Д) для цих функцій.



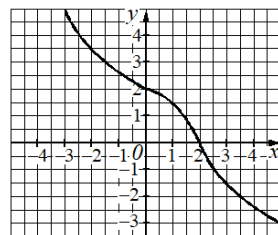
Функція

- 1 $y = f(-x)$
- 2 $y = -f(x)$
- 3 $y = f(|x|)$



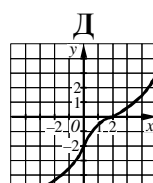
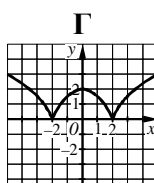
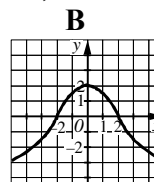
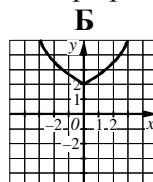
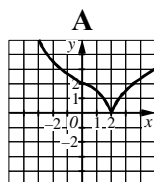
	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

51. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$. Установіть відповідність між функціями (1-3) і графіками (А-Д) для цих функцій.



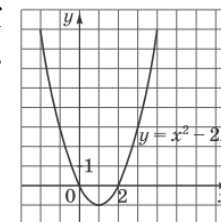
Функція

- 1 $y = f(|x|)$
- 2 $y = |f(x)|$
- 3 $y = |f(|x|)|$



	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

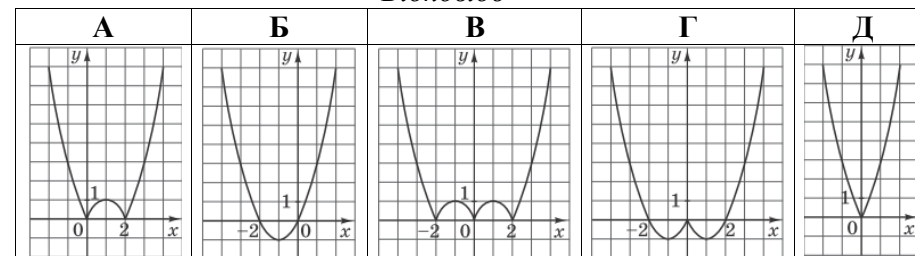
52. На рисунку зображено графік функції $y = x^2 - 2x$. До кожного запитання (1-3) доберіть правильну відповідь (А-Д).



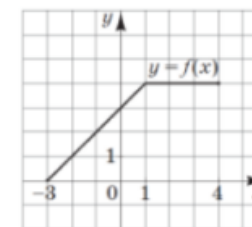
Запитання

- 1 На якому рисунку зображено графік функції $y = |x^2 - 2x|$?
- 2 На якому рисунку зображено графік функції $y = x^2 - 2|x|$?
- 3 На якому рисунку зображено графік функції $y = |x^2 - 2|x||$?

Відповідь



53. (2016) На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на відрізку $[-3; 4]$. Установіть відповідність між функцією (1-4) та абсцисою (А-Д) точок перетину графіка цієї функції з графіком функції $y = f(x)$.



Функція

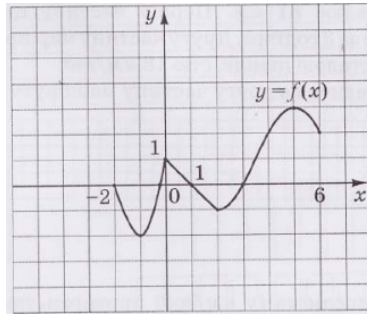
- 1 $y = x + 1$
- 2 $y = \frac{4}{x}$
- 3 $y = \sqrt{x + 5}$
- 4 $y = 3 - x^3$

Координати точок перетину

- А $x = -3$
 Б $x = -1$
 В $x = 0$
 Г $x = 1$
 Д $x = 3$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

54. (2014) На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на відрізку $[-2; 6]$.



Установіть відповідність між твердженням (1-4) та рівнянням прямої (А-Д), для якої це твердження є правильним.

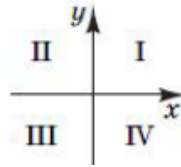
Твердження

- 1 пряма не перетинає графік функції $y = f(x)$
- 2 пряма є дотичною, до графіка функції $y = f(x)$ у точці з абсцисою $x = 5$
- 3 пряма перетинає графік функції $y = f(x)$ у точці з абсцисою $x = 3$
- 4 пряма має з графіком функції $y = f(x)$ не менше трьох спільних точок на відрізку $[0; 2]$

- Пряма*
- А $y = 3 + x$
 - Б $y = 1$
 - В $y = 1 - x$
 - Г $y = 3$
 - Д $y = 3 - x$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

55. Установіть відповідність між функцією (1-3) та координатними чвертями (А-Д), у яких розміщений графік цієї функції (координатні чверті показано на рисунку).



- | <i>Функція</i> | <i>Координатні чверті</i> |
|----------------------|---------------------------|
| 1 $y = -x^2 - 1$ | А III та IV |
| 2 $y = -\frac{1}{x}$ | Б I, II та III |
| 3 $y = x $ | В II та IV |
| | Г I, II, III та IV |
| | Д I та II |

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

56. Установіть відповідність між функцією (1-3) та її найбільшим значенням на проміжку $[0; 5]$ (А-Д).

- | <i>Функція</i> | <i>Найбільше значення функції на проміжку $[0; 5]$</i> |
|------------------------|---|
| 1 $y = 2x - 7$ | А 1 Б 2 |
| 2 $y = -x^2 + 2$ | В 3 Г 4 |
| 3 $y = \sqrt{x-1} + 3$ | Д 5 |

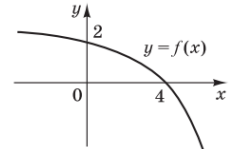
	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

57. Установіть відповідність між твердженням (1-3) та функцією (А-Д), для якої це твердження є правильним.

- | <i>Твердження</i> | <i>Функція</i> |
|---|-----------------------|
| 1 графік функції проходить через точку $(0; 1)$ | А $y = 3^x$ |
| 2 найменшого значення функція набуває в точці $x = -2$ | Б $y = (x + 2)^2$ |
| 3 областю визначення функції є множина $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$ | В $y = \frac{2}{x-2}$ |
| | Г $y = x $ |
| | Д $y = 2\sqrt{x}$ |

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

58. (2012) На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, спадної на проміжку $(-\infty; +\infty)$. Установіть відповідність між функцією (1-4) та точкою перетину її графіка з віссю Ox (А-Д).

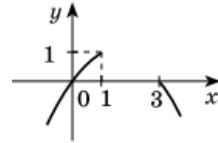


- | <i>Функція</i> | <i>Точка</i> |
|------------------|--------------|
| 1 $y = f(x + 2)$ | А $(0; 0)$ |
| 2 $y = f(x - 2)$ | Б $(2; 0)$ |
| 3 $y = 2f(x)$ | В $(4; 0)$ |
| 4 $y = f(x) - 2$ | Г $(6; 0)$ |
| | Д $(8; 0)$ |

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

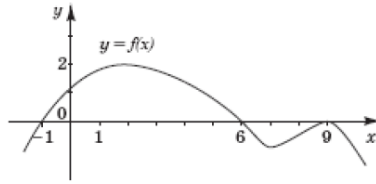
59. Якого найбільшого значення набуває функція $y = 1 - |x - 2|$?
60. При якому значенні x функція $y = 4 - |10x + 3|$ набуває найбільшого значення?
61. Графік функції $y = kx + b$ проходить через точки $A(2; 0)$ і $B(0; 5)$. Знайдіть k .

62. На рисунку зображено фрагмент параболи $y = ax^2 + bx + c$. Знайдіть ординату її вершини.



63. При якому найменшому цілому значенні параметра a графіки функцій $y = x^2 - 2x - 3$ і $y = a$ перетинаються у двох точках?
64. Знайдіть абсциси точок перетину графіків функцій $f(x) = \sqrt{x+2}$ та $g(x) = -x$. Якщо таке значення єдине, то запишіть його у відповіді, якщо таких значень кілька, то запишіть у відповіді найбільше з них.
65. (2014) Графік функції $y = \sqrt{2x^2 + x + 1}$ проходить через точку $(x_0; 4)$, де $x_0 > 0$. Обчисліть x_0 .

66. (2011) На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, що визначена на проміжку $(-\infty; +\infty)$ і має лише три нулі. Розв'яжіть систему нерівностей



$$\begin{cases} f(x) \geq 0, \\ x^2 + x - 6 > 0. \end{cases}$$

У відповідь запишіть суму всіх цілих розв'язків системи.

67. Задано функції $f(x) = x^2 + 1$ і $g(x) = 7 - x$.

1. Знайдіть абсциси точок перетину графіків функцій $f(x)$ і $g(x)$.
2. Побудуйте графік функції $f(x) = x^2 + 1$.
3. Побудуйте графік функції $g(x) = 7 - x$.
4. Розв'яжіть нерівність $f(x) \leq g(x)$.

68. Задано функцію $f(x) = x^2 - 6x + 9$.

1. Визначте координати точок перетину графіка функції $f(x)$ з осями координат.
2. Побудуйте графік функції $f(x)$.
3. Вкажіть найменше значення функції $f(x)$.
4. Вкажіть множину значень функції $f(x)$.

69. Задано функцію $f(x) = x^2 + 3x - 10$.

1. Визначте координати точок перетину графіка функції $f(x)$ з віссю x .
2. Знайдіть найменше значення функції $f(x)$.
3. Побудуйте графік функції $f(x)$.
4. Вкажіть проміжки знакосталості функції $f(x)$.

70. Задано функцію $f(x) = \frac{4}{x-2}$.

1. Знайдіть область визначення функції $f(x)$.
2. Запишіть координати точки перетину графіка функції $f(x)$ з віссю y .
3. Побудуйте графік функції $f(x)$.
4. Розв'яжіть рівняння $f(x) = -2$.

71. Задано функцію $y = \sqrt{x} - 2$.

1. Для наведених у таблиці значень x та y заданої функції визначте відповідні їм значення x та y . Результати запишіть у таблицю.

x	y
0	
	0
9	

2. Побудуйте графік функції $y = \sqrt{x} - 2$.
3. Позначте на рисунку точки перетину графіка функції з осями координат та укажіть координати цих точок.
4. Запишіть множину значень функції $y = \sqrt{x} - 2$.

72. (2017) Задано функцію $y = \frac{2-x}{x^2+x-6}$.

1. Розв'яжіть рівняння $x^2 + x - 6 = 0$.
2. Спростіть вираз $\frac{2-x}{x^2+x-6}$.
3. Побудуйте графік функції $y = \frac{2-x}{x^2+x-6}$.
4. Користуючись графіком, визначте область значень цієї функції.

73. Побудувати графік функції $y = \frac{x-|x|}{2}$.

74. Побудувати графік функції $y = x^2 - 2|x| - 8$.

75. Побудувати графік функції $y = |-x^2 - x + 2|$.

76. Вкажіть кількість коренів рівняння $|x^2 - 2|x| - 3| = a$ залежно від значення a .

77. Побудувати графік функції $y = |x+1| + |x-2|$.

78. Побудуйте графік функції $y = \frac{x^3 - x^2}{2|x-1|}$.

79. (2016) Побудуйте графік функції $y = \frac{x^2 - x - 2}{|x+1|}$. Користуючись графіком, визначте область значень цієї функції.

80. (2008) Побудуйте графік функції $y = \frac{x^2 + x - 2}{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}$.

81. (2007) Побудуйте графік функції $y = \frac{\sqrt{-x} + |4 - \sqrt{-x}|}{2}$.

82. Знайдіть *найменше ціле* значення параметра a , при якому пряма $y = a$ перетинає графік рівняння $|x+1| + 4|y-2| = 4$ лише у двох точках.

83. Знайдіть *найменше ціле* значення параметра a , при якому пряма $x = a$ перетинає графік рівняння $2|x-1| - 3|y+2| = 4$ лише в одній точці.

84. Знайдіть *найменше ціле додатне* значення параметра a , при якому графік функції $y = \sqrt{x-a}$ перетинає графік рівняння $y^2 = x^2 - 4x + 4$ лише у двох точках.

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Відповідь	Г	Д	Г	Д	Б	Г	Д	Б	Г	Д	В	Д	Г	Д	А
Завдання	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Відповідь	А	А	Г	Д	А	Д	В	Б	Г	В	Б	Д	Б	В	Д
Завдання	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42			
Відповідь	Г	Г	В	Б	А	А	Д	Б	А	В	А	1-Г, 2-В, 3-А			
Завдання	43			44			45			46					
Відповідь	1-А, 2-В, 3-Б			1-В, 2-Д, 3-Б			1-В, 2-Б, 3-Д			1-В, 2-А, 3-Б					
Завдання	47			48			49			50					
Відповідь	1-Д, 2-А, 3-Б			1-В, 2-Д, 3-А			1-Г, 2-А, 3-Б			1-В, 2-А, 3-Б					
Завдання	51			52			53			54					
Відповідь	1-В, 2-А, 3-Г			1-А, 2-Г, 3-В			1-Д, 2-Г, 3-Б, 4-В			1-А, 2-В, 3-Б					
Завдання	55			56			57			58					
Відповідь	1-А, 2-В, 3-Д			1-В, 2-Б, 3-Д			1-А, 2-Б, 3-В			1-Б, 2-Г, 3-В, 4-А					
Завдання	59	60	61	62	63	64	65	66							
Відповідь	1	-0,3	-2,5	1,125	-3	-1	2,5	27							

Тема 12. Тригонометричні тотожності

Приклад 1. Обчисліть вираз $\sin 12^\circ \sin 78^\circ$.

Розв'язання. $\sin 15^\circ \sin 75^\circ = \sin 15^\circ \cos(90^\circ - 15^\circ) = \sin 15^\circ \cos 15^\circ =$
 $= \frac{1}{2} \cdot (2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ) = \frac{1}{2} \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 0,25.$

Приклад 2. Спростіть вираз $\frac{\cos^2 \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}$.

Розв'язання. $\frac{\cos^2 \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha \cdot \sin \alpha}{-(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \cdot \cos \alpha} =$
 $= \frac{\cos \alpha \cdot \sin \alpha}{-\cos 2\alpha} = \frac{2 \cos \alpha \cdot \sin \alpha}{-2 \cos 2\alpha} = -\frac{\sin 2\alpha}{2 \cos 2\alpha} = -\operatorname{tg} 2\alpha.$

Приклад 3. Знайдіть значення виразу $\sin \alpha \cos \alpha$, якщо $\sin \alpha + \cos \alpha = 0,3$.

Розв'язання. Якщо $\sin \alpha + \cos \alpha = 0,3$, то: $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 0,3^2$;
 $\sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha = 0,09$; $2 \sin \alpha \cos \alpha + 1 = 0,09$.
 Отже, $\sin \alpha \cos \alpha = (0,09 - 1) : 2 = -0,455$.

Приклад 4. Дано $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$. Знайти $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$.

Розв'язання. Оскільки в другій чверті $\cos \alpha < 0$, то
 $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = -\frac{4}{5}.$
 $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{3}{5} : \left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{3}{4}$, а $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{1}{-\frac{3}{4}} = -\frac{4}{3}.$

1. Якій координатній чверті належить кут 5 радіан?

А	Б	В	Г	Д
I	II	III	IV	визначити неможливо

2. Якій координатній чверті належить кут -6 радіан?

А	Б	В	Г	Д
I	II	III	IV	визначити неможливо

3. На одиничному колі зображено точку

$M\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}; -\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$ і кут β . Визначте $\sin \beta$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$

4. На одиничному колі зображено точку $P(-0,8; 0,6)$ і кут α . Визначте $\cos \alpha$.

А	Б	В	Г	Д
-0,8	0,6	0,8	-0,6	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. Укажіть правильну нерівність.

А	Б	В	Г	Д
$\sin 140^\circ < 0$	$\cos 200^\circ > 0$	$\operatorname{tg} 100^\circ > 0$	$\operatorname{ctg} 250^\circ > 0$	$\frac{\cos 200^\circ}{\sin 200^\circ} < 0$

6. Спростіть вираз $\frac{\sin(\pi + \alpha)\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{\operatorname{tg}(\pi - \alpha)}$.

А	Б	В	Г	Д
$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\sin \alpha \cos \alpha$	$-\sin^2 \alpha$	$\sin^2 \alpha$

7. Спростіть вираз $\operatorname{tg}^2(270^\circ + \alpha)\sin^2(180^\circ + \alpha)$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{\cos^2 \alpha}$	$-\cos^2 \alpha$	$\cos^2 \alpha$	$\sin^2 \alpha$	$-\sin^2 \alpha$

8. Спростіть вираз $\cos^2(\pi - \alpha) + \cos^2(270^\circ - \alpha)$.

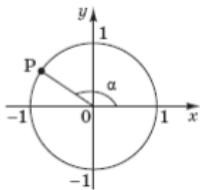
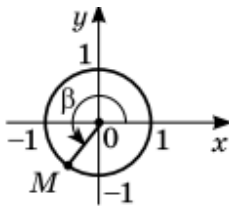
А	Б	В	Г	Д
-1	1	0	$2\sin^2 \alpha$	$2\cos \alpha$

9. $\operatorname{tg} 10^\circ \operatorname{tg} 80^\circ = \dots$

А	Б	В	Г	Д
0	1	2	3	4

10. Обчисліть значення виразу $\sin \alpha + \sin \beta$, якщо $\alpha - \beta = 180^\circ$.

А	Б	В	Г	Д
1	0,5	0	-0,5	-1



11. Укажіть правильну нерівність, якщо $a = \sin 120^\circ$, $b = \cos 135^\circ$.

А	Б	В	Г	Д
$0 < b < a$	$a < 0 < b$	$a < b < 0$	$0 < a < b$	$b < 0 < a$

12. Упорядкуйте числа $a = \operatorname{tg} 200^\circ$, $b = \sin 225^\circ$, $c = \cos 210^\circ$.

А	Б	В	Г	Д
$c < b < a$	$a < c < b$	$a < b < c$	$c < a < b$	$b < c < a$

13. Знайдіть $\cos 85^\circ$, якщо $\sin 5^\circ = a$.

А	Б	В	Г	Д
$-a$	a	$\sqrt{1-a^2}$	$-\sqrt{1-a^2}$	$\pm\sqrt{1-a^2}$

14. Якому проміжку належить значення виразу $\sin 400^\circ$?

А	Б	В	Г	Д
$\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$	$\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$	$\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$	$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$	$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 1\right)$

15. Укажіть проміжок, якому належить значення виразу $\operatorname{tg} 25^\circ$.

А	Б	В	Г	Д
$\left(0; \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$	$\left(\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$	$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 1\right)$	$(1; \sqrt{3})$	$(\sqrt{3}; +\infty)$

16. Обчисліть $\sin 210^\circ$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$

17. Обчисліть $\sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right)$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	0

18. Обчисліть значення виразу $\sin \frac{5\pi}{2} + \cos 5\pi$.

А	Б	В	Г	Д
-2	-1	0	1	2

19. Обчисліть значення виразу $\sin \frac{7\pi}{2} + \cos(-3\pi)$.

А	Б	В	Г	Д
-2	-1	0	1	2

20. $\frac{\cos(90^\circ + \alpha)}{\sin \alpha} =$

А	Б	В	Г	Д
-1	ctg α	tg α	-ctg α	1

21. $1 - \sin^2 \alpha - 2 \cos^2 \alpha =$

А	Б	В	Г	Д
-2	2cos ² α 0	1	-cos ² α	1 + cos 2 α

22. Обчисліть $\cos^2 15^\circ + \sin^2(-15^\circ)$.

А	Б	В	Г	Д
1	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

23. Знайдіть значення виразу $3 \sin^2 x - 2$, якщо $\cos^2 x = 0,1$.

А	Б	В	Г	Д
0,9	-0,7	4,7	0,7	0,6

24. Знайдіть значення виразу $5 \cos^2 x - 1$, якщо $\sin^2 x = 0,4$.

А	Б	В	Г	Д
2	-0,2	-2	1	5

25. Обчисліть значення виразу $5 \sin^2 \alpha$, якщо $5 \cos^2 \alpha = 1$.

А	Б	В	Г	Д
5	4	$\frac{4}{5}$	0	$\frac{1}{5}$

26. Спростіть вираз $\frac{\cos^2 \alpha - 1}{\cos^2 \alpha}$.

А	Б	В	Г	Д
-tg ² α	-ctg ² α	1	tg ² α	ctg ² α

27. Спростіть вираз $1 - \sin \alpha \cdot \text{tg} \alpha \cdot \cos \alpha$.

А	Б	В	Г	Д
0	-sin ² α	sin ² α	cos ² α	-cos ² α

28. Спростіть вираз $-5 \sin^2 \alpha + 1 - 5 \cos^2 \alpha$.

А	Б	В	Г	Д
1	4	1 + 10sin ² α	1 - 10cos ² α	-4

29. Спростіть вираз $(1 + \text{ctg}^2 \alpha) \cdot \cos^2 \alpha$.

А	Б	В	Г	Д
1	cos 2 α	sin ² α	tg ² α	ctg ² α

30. Спростіть вираз $\sin^2 \alpha (1 - \text{ctg}^2 \alpha)$.

А	Б	В	Г	Д
cos 2 α	tg ² α	1	ctg ² α	-cos 2 α

31. Спростіть вираз $(1 - \cos^2 \alpha) \text{ctg}^2 \alpha$.

А	Б	В	Г	Д
cos ² α	sin 2 α	$\frac{\sin^4 \alpha}{\cos^2 \alpha}$	sin ² α	tg ² α

32. Спростіть вираз $(1 + \text{tg}^2 \alpha) \cdot \sin^2 \alpha$.

А	Б	В	Г	Д
1	cos 2 α	sin ² α	tg ² α	ctg ² α

33. Знайдіть значення виразу $2 - \text{ctg}^2 x \sin^2 x$, якщо $\cos x = 0,2$.

А	Б	В	Г	Д
1,2	1,96	1,04	1,6	1

34. Спростіть вираз $\cos^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$.

А	Б	В	Г	Д
2sin ² α	cos ² α	cos ⁴ α	2cos ² α	cos 2 α

35. Спростіть вираз $\frac{\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}$.

А	Б	В	Г	Д
tg ² α	ctg ² α	$\frac{1}{\sin^2 \alpha}$	$\frac{1}{\cos^2 \alpha}$	1

36. $\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \dots$

А	Б	В	Г	Д
-2sin ² α	1	2cos ² α	2sin ² α	0

37. Якщо $4 \sin \alpha = \cos \alpha$, то $\text{tg} \alpha =$

А	Б	В	Г	Д
-4	-0,25	0,25	0,5	4

38. Обчисліть $\text{tg} \alpha$, якщо $4 \sin \alpha - \cos \alpha = 3 \cos \alpha - \sin \alpha$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	3	$\frac{5}{4}$

39. Знайдіть значення виразу $\frac{4\sin\alpha - \cos\alpha}{\cos\alpha + 4\sin\alpha}$, якщо $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{2}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{3}{13}$	$\frac{11}{13}$	$-\frac{1}{3}$	3	$\frac{7}{9}$

40. Обчислити $\frac{\sin\alpha - \cos\alpha}{\sin\alpha + \cos\alpha}$, якщо $\operatorname{tg}\alpha = 3$.

А	Б	В	Г	Д
1	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	2

41. Яка з нерівностей є тотожністю?

А	Б	В
$\sin^4\alpha + \cos^4\alpha = 1$	$\sin\alpha + \cos\alpha = 1$	$1 + \cos^2\alpha = \sin^2\alpha$
Г		Д
$\sin^2\alpha - 1 = \cos^2\alpha$		$1 - \cos^2\alpha = \sin^2\alpha$

42. Укажіть нерівність, що виконується для $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

А	Б	В	Г	Д
$1 - \sin^2\alpha < 0$	$\sin\alpha < 0$	$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha < 0$	$1 - \cos^2\alpha < 0$	$\sin\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha < 0$

43. Відомо, що $\operatorname{ctg}\alpha < 0$, $\cos\alpha > 0$. Якого значення може набути $\sin\alpha$?

А	Б	В	Г	Д
-1	-0,5	0	0,5	1

44. Спростіть вираз $(\cos x - \sin x)^2 + 2\sin x \cos x$.

А	Б	В	Г	Д
1	2	$1 - 2\sin 2x$	$\cos 2x + \sin 2x$	$1 + 2\sin 2x$

45. Обчисліть значення виразу $(\sin 15^\circ - \cos 15^\circ)^2$.

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0

46. Обчисліть значення виразу $\left(\cos \frac{\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12}\right)^2$.

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0

47. Знайдіть значення виразу $\sqrt{2} \sin 22,5^\circ \cos 22,5^\circ$.

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

48. $\frac{\sin 40^\circ}{2\cos^2 20^\circ} = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$\cos 20^\circ$	0,5	$\sin 20^\circ$	$\operatorname{ctg} 20^\circ$	$\operatorname{tg} 20^\circ$

49. $\cos^4 \frac{\alpha}{2} - \sin^4 \frac{\alpha}{2} = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\cos \frac{\alpha}{4}$	$\cos 2\alpha$	1

50. Обчисліть $\cos^4 \frac{\pi}{12} - \sin^4 \frac{\pi}{12}$.

А	Б	В	Г	Д
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0

51. $\cos 75^\circ \cos 15^\circ = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

52. $\sin 75^\circ \sin 15^\circ = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$

53. Обчисліть $4\sin 15^\circ \cdot \sin 30^\circ \cdot \sin 75^\circ$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$

54. Обчисліть $2\sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ \cdot \operatorname{tg} 30^\circ \cdot \operatorname{ctg} 30^\circ$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$

55. Спростіть вираз $\frac{\left(\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2}\right)^2}{1 + \sin \alpha}$.

А	Б	В	Г	Д
1	$\frac{1 + \cos \alpha}{1 + \sin \alpha}$	$\frac{1}{1 + \sin \alpha}$	$1 + \sin \alpha$	$\frac{1 + \sin 2\alpha}{1 + \sin \alpha}$

56. Спростіть вираз $\frac{\cos 2\alpha + \sin^2 \alpha}{\sin 2\alpha}$.

А	Б	В	Г	Д
$-\sin^2 \alpha$	$\frac{1}{2} \operatorname{ctg} \alpha$	$2 \operatorname{ctg} \alpha$	$\sin \alpha \cos \alpha$	$\frac{1}{\sin 2\alpha}$

57. Спростіть вираз $\frac{1 + \cos 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha}$.

А	Б	В	Г	Д
$\operatorname{ctg}^2 \alpha$	$\operatorname{ctg} 2\alpha$	$\operatorname{tg}^2 \alpha$	$\operatorname{tg} 2\alpha$	$\frac{1}{\sin 2\alpha}$

58. Спростіть вираз $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2} \sin \alpha - \sqrt{3} \cos \alpha$	$\frac{1}{2} \sin \alpha + \sqrt{3} \cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha$	0	$\frac{1}{2} \sin \alpha$

59. Обчисліть значення виразу $\frac{\sin 56^\circ \cos 11^\circ - \cos 56^\circ \sin 11^\circ}{\cos 48^\circ \cos 18^\circ + \sin 48^\circ \sin 18^\circ}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\sqrt{2}}{3}$	$\frac{\sqrt{6}}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{\sqrt{6}}{3}$

60. Спростіть вираз $\sin 2,5\alpha \cos 1,5\alpha + \sin 1,5\alpha \cos 2,5\alpha + \cos(4\pi - \alpha)$.

А	Б	В	Г	Д
$\sin 4\alpha - \cos \alpha$	$\sin \alpha + \cos \alpha$	$\sin \alpha - \cos \alpha$	$\sin 4\alpha + \cos \alpha$	$\cos 4\alpha + \cos \alpha$

61. Спростіть вираз $\sin 3\alpha \sin 2\alpha - \cos 3\alpha \cos 2\alpha - \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$.

А	Б	В	Г	Д
$-\cos 5\alpha + \sin \alpha$	$-\cos 5\alpha - \sin \alpha$	$2 \sin \alpha$	$2 \cos \alpha$	$\cos 5\alpha - \sin \alpha$

62. Спростіть вираз $\frac{\cos 4\alpha - \cos 6\alpha}{\sin 4\alpha + \sin 6\alpha}$.

А	Б	В	Г	Д
$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} 5\alpha$	$-\operatorname{tg} 5\alpha$	$\operatorname{ctg} 5\alpha$

63. $\sin 48^\circ + \sin 12^\circ = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$\sin 36^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\cos 18^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \cos 18^\circ$

64. $\cos 70^\circ - \cos 10^\circ = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$-\sin 40^\circ$	$\sin 40^\circ$	$\cos 30^\circ$	$\frac{1}{2}$	$2 \sin 40^\circ$

65. $\cos 70^\circ + \cos 50^\circ = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$2 \cos 10^\circ$	$\sin 10^\circ$	$\cos 10^\circ$

66. Установіть відповідність між виразами (1-3) та їх значеннями (А-Д).

Вираз	Значення виразу
1 $\cos(-300^\circ)$	А $-\frac{1}{2}$
2 $\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$	Б $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
3 $\operatorname{tg}^2(-30^\circ)$	В $-\frac{1}{\sqrt{3}}$
	Г $\frac{1}{\sqrt{3}}$
	Д $\frac{1}{2}$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

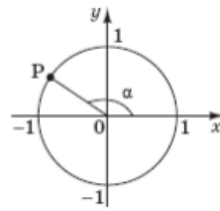
67. До кожного виразу (1-3) доберіть тотожно йому рівний (А-Д).

Тригонометричний вираз	Тотожний тригонометричний вираз
------------------------	---------------------------------

1 $(1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha)$	А $-\cos \alpha$
2 $\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$	Б $\cos \alpha$
3 $2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$	В $\cos^2 \alpha$
	Г $\sin \alpha$
	Д $-\cos 2\alpha$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

68. На одиничному колі зображено точку $P(-0,8; y_\alpha)$ і кут α . Установіть відповідність між тригонометричною функцією (1-3) та її значенням (А-Д) для кута α .



Функція	Значення функції
1 $\cos \alpha$	А 0,6
2 $\sin \alpha$	Б -0,6
3 $\operatorname{tg} \alpha$	В -0,8
	Г 0,8
	Д -0,75

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

69. Установіть відповідність між тригонометричним виразом (1-3) та його значенням (А-Д).

Тригонометричний вираз	Значення тригонометричного виразу
1 $4\sin \frac{\pi}{6} + 2\sin \frac{3\pi}{2}$	А $\sqrt{3}$
2 $2\cos \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{6}$	Б $\frac{\sqrt{3}}{2}$
3 $\frac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ}$	В $\frac{\sqrt{3}}{3}$
	Г 1
	Д 0

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

70. Обчисліть $2\sin \alpha \cos \alpha$, якщо $\sin \alpha + \cos \alpha = 1,5$.

71. Відомо, що $\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} = 1,2$. Обчисліть $\sin x$.

72. Знайдіть значення виразу $\frac{\sin 4\alpha}{\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha}$, якщо $\alpha = 15^\circ$.

73. Знайдіть значення виразу $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha$, якщо $\alpha = 15^\circ$.

74. Спростіть вираз $(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha) \sin 2\alpha$.

75. Обчисліть $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{8} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{8}$.

76. Обчисліть значення виразу $\sqrt{3} \cdot \frac{\sin \alpha + \sin \beta}{\sin \alpha - \sin \beta}$, якщо $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$,

$$\alpha - \beta = \frac{\pi}{3}.$$

77. Обчисліть $\cos \alpha$, якщо $\sin \alpha = 0,8$ і $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

78. Обчисліть $\cos \alpha$, якщо $\sin \alpha = -\frac{7}{25}$ і $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

79. Обчисліть $3\operatorname{ctg} \alpha$, якщо $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ і $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

80. Обчисліть $\operatorname{tg} \beta$, якщо $\sin \beta = -\frac{2}{\sqrt{5}}$ і $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$.

81. Знайдіть значення виразу $\sin(30^\circ + \alpha) - 0,3\sqrt{3}$, якщо $\sin \alpha = 0,6$ і $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

82. Знайдіть значення виразу $\cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) + 0,3\sqrt{3}$, якщо $\sin \alpha = -0,8$ і $180^\circ < \alpha < 270^\circ$.

83. Обчисліть значення виразу $\sin 2\alpha$, якщо $\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{1}{2}$.

84. Обчисліть значення виразу $\sin(3\pi - 2\alpha)$, якщо $\cos \alpha = -0,6$ і $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

85. Знайдіть $\sin \alpha$, якщо $\cos 2\alpha = -0,62$ і $270^\circ < \alpha < 360^\circ$.

86. Обчисліть значення виразу $10(\sin \alpha - \cos \alpha)$, якщо $\sin 2\alpha = 0,96$ і $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.

87. Знайдіть значення виразу $\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha$, якщо $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = 4$.

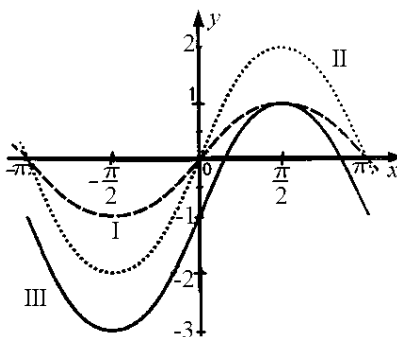
88. Обчисліть $2\cos 160^\circ \cdot \cos 140^\circ \cdot \cos 100^\circ$.

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Відповідь	Г	А	Г	А	Г	В	В	Б	Б	В	Д	А	Б	В	А
Завдання	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Відповідь	Г	А	В	А	А	Г	А	Г	А	Д	А	Г	Д	Д	Д
Завдання	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
Відповідь	А	Г	Б	А	А	Д	В	А	Д	В	Д	Д	Б	А	Г
Завдання	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
Відповідь	Г	Г	Д	Б	Г	Г	Б	А	А	А	Б	А	Д	Д	Б
Завдання	61	62	63	64	65	66					67				
Відповідь	А	А	В	А	Д	1-Д, 2-Б, 3-Г					1-В, 2-Д, 3-Г				
Завдання	68				69				70	71	72	73	74	75	
Відповідь	1-В, 2-А, 3-Д				1-Д, 2-Б, 3-А				1,25	0,44	1	4	2	2	
Завдання	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85					
Відповідь	3	-0,6	-0,96	-4	2	-0,4	0,4	-0,8	-0,96	-0,9					
Завдання	86	87	88												
Відповідь	-2	14	-0,5												

Тема 13. Тригонометричні функції

Приклад 1. Знайдіть область значень функції $y = 2\sin x - 1$.

Розв'язання. Побудуємо графік функції $y = 2\sin x - 1$. Для цього виконаємо такі побудови: 1) будуємо графік функції $y = \sin x$; 2) графік функції $y = \sin x$ розтягуємо в 2 рази від осі абсцис; 3) графік функції $y = 2\sin x$ переносимо паралельно вздовж осі ординат на одну одиницю вниз.



Для функції $y = 2\sin x - 1$
 $y_{\min} = -3, y_{\max} = 1$.

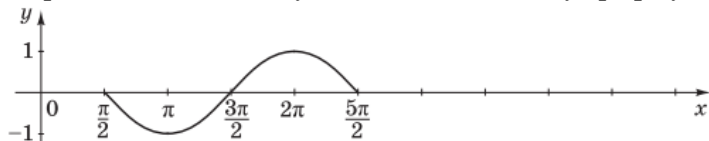
Відповідь: $E(y) = [-3; 1]$

Приклад 2. Знайдіть найбільше та найменше значення функції $y = 0,2^{\cos x - 1}$ на відрізку $[0; 2\pi]$.

Розв'язання. При $x \in [0; 2\pi]$ має місце нерівність $-1 \leq \cos x \leq 1$. Віднімемо від усіх частин останньої нерівності 1 і отримаємо нерівність $-2 \leq \cos x - 1 \leq 0$. Оскільки показникові функція $y = 0,2^x$ спадна, то маємо: $0,2^{-2} \geq 0,2^{\cos x - 1} \geq 0,2^0; 1 \leq 2^{\cos x - 1} \leq 25$.

Відповідь: $\min_{[0; 2\pi]} y = 1; \max_{[0; 2\pi]} y = 25$

1. (2018) На рисунку зображено фрагмент графіка періодичної функції з періодом $T = 2\pi$, яка визначена на множині дійсних чисел. Укажіть серед наведених точку, що належить цьому графіку.



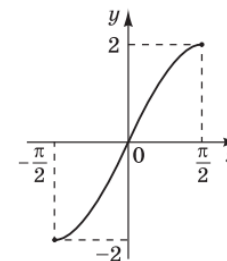
А	Б	В	Г	Д
$(1; 2\pi)$	$(3\pi; 0)$	$(-1; 5\pi)$	$(5\pi; 0)$	$(5\pi; -1)$

2. Точка $P\left(\frac{\pi}{3}; y\right)$ належить графіку функції $y = \cos x$. Вкажіть можливе значення y .

А	Б	В	Г	Д
0	0,5	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. На рисунку зображено фрагмент графіка однієї з наведених функцій на проміжку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Укажіть цю функцію.



А	Б	В	Г	Д
$y = 2\sin x$	$y = \frac{1}{2}\sin x$	$y = -2\sin x$	$y = -\frac{1}{2}\cos x$	$y = 2\cos x$

4. На рисунку зображено фрагмент графіка однієї з наведених функцій на відрізку $[0; \pi]$. Укажіть цю функцію.

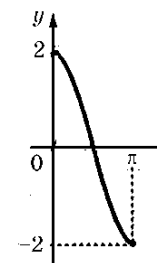
А $y = 2\sin x$

Б $y = \sin x$

В $y = -2\sin x$

Г $y = -2\cos x$

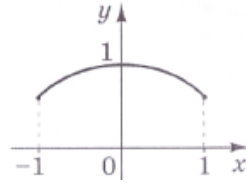
Д $y = 2\cos x$



5. (2014) На якому рисунку зображено фрагмент графіка функції $y = \cos(x + 2\pi)$ на проміжку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$?

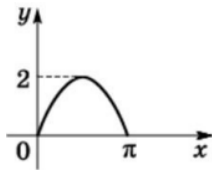
А	Б	В	Г	Д

6. (2014) На рисунку зображено фрагмент графіка однієї з наведених функцій на проміжку $[-1; 1]$. Укажіть цю функцію.



А	Б	В	Г	Д
$y = \sin x$	$y = -x^2$	$y = x^2$	$y = \operatorname{tg} x$	$y = \cos x$

7. (2016) На рисунку зображено фрагмент графіка однієї з наведених на проміжку $[0; \pi]$. Укажіть цю функцію.



А	Б	В	Г	Д
$y = 2 \sin x$	$y = 2 \cos x$	$y = -2 \sin x$	$y = \cos 2x$	$y = 2 \cos x$

8. Як треба перенести графік функції $y = \sin x$, щоб отримати графік функції $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$?

А	Б	В
на $\frac{\pi}{6}$ одиниць управо	на $\frac{\pi}{6}$ одиниць уліво	на $\frac{\pi}{6}$ одиниць угору
Г	Д	
на $\frac{\pi}{6}$ одиниць униз	на $\frac{\pi}{6}$ одиниць управо і на $\frac{\pi}{6}$ одиниць уверх	

9. На якому проміжку функції $y = 2 \cos x$ зростає.

А	Б	В	Г	Д
$[0; \pi]$	$\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$	$[-\pi; 0]$	$[-2\pi; 2\pi]$	$\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

10. Укажіть кількість нулів функції $y = \sin 2x$ на проміжку $[0; \pi]$.

А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	чотири

11. Серед наведених функцій вкажіть функцію, яка набуває лише додатних значень.

А	Б	В	Г	Д
$y = -2 \cos x$	$y = \cos(x + 2)$	$y = 1 + \cos x$	$y = -\cos x$	$y = 2 + \cos x$

12. Укажіть непарну функцію, областю значень якої є проміжок $[-1; 1]$.

А	Б	В	Г	Д
$y = \operatorname{tg} x$	$y = \operatorname{ctg} x$	$y = x$	$y = \sin x$	$y = \cos x$

13. Розв'яжіть нерівність $(x - 1) \cos 3 \leq 0$.

А	Б	В	Г	Д
$[1; +\infty)$	$(-\infty; 1]$	$[-1; 1]$	$[0; 1]$	$(-\infty; +\infty)$

14. Яка область визначення функції $y = \sqrt{x \sin 4}$?

А	Б	В	Г	Д
$[0; +\infty)$	$(-\infty; 0]$	$[-1; 1]$	$[0; 1]$	$(-\infty; +\infty)$

15. Серед наведених функцій укажіть парну функцію.

А	Б	В	Г	Д
$y = x \cos x$	$y = x \sin x$	$y = x + \cos x$	$y = x - \cos x$	$y = x + \sin x$

16. Чому дорівнює найбільше значення виразу $2 - 3 \sin x$?

А	Б	В	Г	Д
5	6	-1	-2	-5

17. Знайдіть область значень функції $y = 5 - 2 \sin x$.

А	Б	В	Г	Д
$[-1; 1]$	$[-2; 2]$	$[3; 7]$	$[0; 5]$	$[-5; 0]$

18. Знайдіть найменше значення функції $y = 6 \sin \frac{x}{2} + 8$.

А	Б	В	Г	Д
-2	2	5	-5	-6

19. Знайдіть найбільше значення функції $y = 5 \cos 3x - 7$.

А	Б	В	Г	Д
-2	2	5	-5	-6

20. Знайдіть множину значень функції $f(x) = (\sin x + \cos x)^2$.

А	Б	В	Г	Д
$[1; 2]$	$[0; 2]$	$[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$	$[0; 1]$	$[-1; 0]$

21. Знайдіть найбільше значення функції $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{\sin x - 1} + 2$.

А	Б	В	Г	Д
2	3	9	10	11

22. Знайдіть область значень функції $y = 3^{2\cos^2 x - \sin^2 x}$.

А	Б	В	Г	Д
[1;9]	[3;9]	[1;3]	$\left[\frac{1}{3};1\right]$	$\left[\frac{1}{3};9\right]$

23. Укажіть найменший додатний період функції $y = 2\text{tg}(3x)$.

А	Б	В	Г	Д
2π	π	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$

24. Укажіть найменший додатний період функції $y = 3\cos\frac{x}{2}$.

А	Б	В	Г	Д
2π	4π	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$

25. Установіть відповідність між геометричними перетвореннями графіка функції $y = \sin x$ (1-3) та функціями, одержаними в результаті цих перетворень (А-Д).

Геометричне перетворення

1 графік функції $y = \sin x$

паралельно перенесли вздовж осі Ox на дві одиниці ліворуч

2 графік функції $y = \sin x$

стиснути до осі Ox у два рази

3 графік функції $y = \sin x$

стиснути до осі Oy у два рази

Функція

А $y = \sin(2x)$

Б $y = \frac{1}{2}\sin x$

В $y = \sin(x-2)$

Г $y = \sin(x+2)$

Д $y = \sin x - 2$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

26. Установіть відповідність між функціями (1-3) і їх найменшими додатними періодами (А-Д).

Функція

Період

1 $y = \cos\frac{x}{2}$

А π

2 $y = 2 + \sin x$

Б $\frac{\pi}{2}$

3 $y = 2\text{tg}x$

В 2π

Г 4π

Д $\frac{\pi}{4}$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

27. Знайдіть найменший додатний період функції $f(x) = 1 - 5\cos(20\pi x + 3)$.

28. Знайдіть найбільше значення функції $y = \frac{1}{\cos x + 3}$.

29. Знайдіть найбільше значення функції $y = \frac{(1 - 2\sin x)^4}{2}$.

30. Задано функції $f(x) = 1$ та $g(x) = \cos x$. Завдання виконайте на одному рисунку.

1. Побудуйте графік функції $f(x)$.

2. Побудуйте графік функції $g(x)$ на проміжку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

3. Позначте на рисунку точку, що є спільною для обох побудованих графіків функцій f і g , і запишіть її координати.

4. Знайдіть множину всіх коренів рівняння $f(x) = g(x)$ на інтервалі $(-\infty; +\infty)$.

31. Задано функції $f(x) = 1$ та $g(x) = \text{tg}x$. Завдання виконайте на одному рисунку.

1. Побудуйте графік функції $f(x)$.

2. Побудуйте графік функції $g(x)$ на проміжку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

3. Позначте на рисунку точку, що є спільною для обох побудованих графіків функцій f і g , і запишіть її координати.

4. Знайдіть множину всіх коренів рівняння $f(x) = g(x)$ на інтервалі $(-\infty; +\infty)$.

32. Задано функції $f(x) = |\sin x|$. Завдання виконайте на одному рисунку.

1. Побудуйте графік функції $f(x)$ на проміжку $[0; 2\pi]$.

2. Вкажіть множину значень функції $f(x)$.

3. Вкажіть найменший додатний період функції $f(x)$.

4. Знайдіть множину всіх коренів рівняння $f(x) = 0$ на інтервалі $(-\infty; +\infty)$.

<i>Завдання</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
<i>Відповідь</i>	Д	Б	А	Д	Б	Д	А	Б	В	Г	Д	Г	А	Б	Б
<i>Завдання</i>	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25					
<i>Відповідь</i>	А	В	Б	А	Б	Д	Д	В	Б	1-Г, 2-Б, 3-А					
<i>Завдання</i>	26				27	28	29								
<i>Відповідь</i>	1-Г, 2-В, 3-А				0,1	0,5	40,5								

Тема 14. Тригонометричні рівняння

Приклад 1. Обчисліть $\operatorname{tg}\left(\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Розв'язання. $\operatorname{tg}\left(\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \operatorname{tg}\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$.

Відповідь: $\sqrt{3}$.

Приклад 2. Розв'яжіть рівняння $\cos 3x = \frac{1}{2}$.

Розв'язання. $3x = \pm \arccos\frac{1}{2} + 2\pi k, k \in Z \Leftrightarrow 3x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$.

Поділимо останню рівність на 3 і отримаємо розв'язок рівняння:

$$x = \pm \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3}, k \in Z.$$

Відповідь: $\pm \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3}$.

Приклад 3. Розв'яжіть рівняння $\cos 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Розв'язання. Оскільки $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \pi - \arccos\frac{\sqrt{3}}{2} = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$,

то одержимо $2x = \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z \Leftrightarrow x = \pm \frac{5\pi}{12} + \pi k, k \in Z$.

Відповідь: $\pm \frac{5\pi}{12} + \pi k, k \in Z$.

Приклад 4. Розв'яжіть рівняння $\sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Розв'язання. $2x = (-1)^k \arcsin\frac{\sqrt{2}}{2} + \pi k, k \in Z \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 2x = (-1)^k \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z \Leftrightarrow x = (-1)^k \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in Z.$$

Відповідь: $(-1)^k \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in Z$.

Приклад 5. Розв'яжіть рівняння $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Розв'язання. $x - \frac{\pi}{3} = (-1)^k \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \pi k, k \in Z$.

Оскільки $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\pi}{3}$, то

$$x = \frac{\pi}{3} + (-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in Z \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + (-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in Z.$$

Відповідь: $\frac{\pi}{3} + (-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in Z$.

Приклад 6. Розв'яжіть рівняння $\operatorname{tg} 2x = \sqrt{3}$.

Розв'язання. $2x = \arctg\sqrt{3} + \pi k, k \in Z \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}k, k \in Z$.

Відповідь: $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}k, k \in Z$.

Приклад 7. Розв'яжіть рівняння $2\sin^2 x = 3\cos x$.

Розв'язання. Усі члени рівняння можна виразити через функцію $y = \cos x$. Приходимо до рівняння

$$2(1 - y^2) = 3y, \quad y_1 = 0,5, \quad y_2 = -2.$$

Повертаємося до заміни. Рівняння $\cos x = -2$ коренів не має, оскільки $-2 < -1$, а рівняння $\cos x = 0,5$ має розв'язок

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z.$$

Відповідь: $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$.

Приклад 8. Розв'яжіть рівняння $\cos 2x + 2\sin 2x + 2 = 0$.

Розв'язання. Перепишемо рівняння у вигляді

$$\cos^2 x - \sin^2 x + 4\cos x \sin x + 2\cos^2 x + 2\sin^2 x = 0$$

або

$$3\cos^2 x + 4\cos x \sin x + \sin^2 x = 0.$$

Це рівняння однорідне і зводиться, діленням на $\cos^2 x$, до рівняння $\operatorname{tg}^2 x + 4\operatorname{tg} x + 3 = 0$. Введемо заміну $y = \operatorname{tg} x$ і отримаємо:

$$y^2 + 4y + 3 = 0, \quad y_1 = -1, \quad y_2 = -3.$$

Рівняння має дві множини розв'язків:

$$\operatorname{tg} x = -1, x_1 = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; \quad \operatorname{tg} x = -3, x_2 = -\operatorname{arctg} 3 + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Відповідь: } -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; \quad -\operatorname{arctg} 3 + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Приклад 9. Розв'яжіть рівняння $\sin 4x - 2\sin 2x = 0$.

Розв'язання. Розкладемо рівняння на множники

$$2\sin 2x(\cos 2x - 1) = 0.$$

Отримане рівняння зводиться до двох рівнянь:

$$\sin 2x = 0, 2x = \pi k, x_1 = \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z};$$

$$\cos 2x = 1, 2x = 2\pi k, x_2 = \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

Корінь x_2 входить в x_1 . Тому остаточною відповідь $x = \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

$$\text{Відповідь: } \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

1. Чому дорівнює значення виразу $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} + \arccos 0$?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{\pi}{12}$

2. Укажіть правильну нерівність.

А	Б	В
$\arcsin 1 < \operatorname{arctg} 1$	$\operatorname{arctg} 1 < \arccos 1$	$\operatorname{arctg} 1 < \operatorname{arctg} 1$
Г		Д
$\arcsin 1 < \arccos 1$		$\arccos 1 < \operatorname{arctg} 1$

3. $\sin\left(\arccos \frac{1}{2}\right) = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0

4. Яка з наведених нерівностей виконується при всіх дійсних значеннях x ?

А	Б	В	Г	Д
$\sin x < 1$	$\sin x > -1$	$\sin x > 1$	$\sin x > -2$	$\sin x < -\pi$

5. Яка з нерівностей не має розв'язків?

А	Б	В	Г	Д
$\sin x > \frac{\pi}{2}$	$\sin x < \frac{\pi}{2}$	$\cos x > -\frac{\pi}{2}$	$\operatorname{tg} x < \frac{\pi}{2}$	$\operatorname{ctg} x > \frac{\pi}{2}$

6. Укажіть рівняння, яке не має коренів.

А	Б	В	Г	Д
$\sin x = \frac{\sqrt{7}}{3}$	$\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{7}}{3}$	$\operatorname{ctg} x = \sqrt{7}$	$\cos x = \frac{\sqrt{7}}{2}$	$\operatorname{tg} x = \sqrt{7}$

7. (2015) Яке з наведених рівнянь не має коренів?

А	Б	В	Г	Д
$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\operatorname{ctg} x = -\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\operatorname{tg} x = \frac{2}{\sqrt{3}}$	$\cos x = \frac{2}{\sqrt{3}}$

8. Скільки коренів має рівняння $\cos x = x^2 + 1$?

А	Б	В	Г	Д
один	два	три	чотири	жодного

9. Скільки коренів має рівняння $\sin x = -x + 1$ на відрізку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$?

А	Б	В	Г	Д
один	два	три	чотири	жодного

10. Розв'яжіть рівняння $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

А	Б	В	Г	Д
не має розв'язків	$\pm \frac{3\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$(-1)^n \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

11. Розв'яжіть рівняння $2\cos x = -1$.

А	Б	В	Г	Д
$\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{2\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$(-1)^n \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

12. Розв'яжіть рівняння $2\sin x = 1$.

А	Б	В	Г	Д
$\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$(-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$(-1)^n \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

13. Розв'язати рівняння $2\sin x = -1$.

А	Б	В	Г	Д
$(-1)^n \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$	$(-1)^{n+1} \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$	$-\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$	$(-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$	$(-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$

14. Розв'яжіть рівняння $\sin 3x = 0,5$.

А	Б	В	Г	Д
$(-1)^n \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}, n \in Z$	$\pm \frac{\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3}, n \in Z$	$(-1)^n \frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{3}, n \in Z$	$\pm \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}, n \in Z$	$(-1)^n \frac{\pi}{18} + \pi n, n \in Z$

15. Розв'язати рівняння $\sin \pi x = 1$.

А	Б	В	Г	Д
$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$	$x = \frac{\pi^2}{2} + 2\pi^2 n, n \in Z$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$	$x = \frac{1}{2} + n, n \in Z$	$x = \frac{1}{2} + 2n, n \in Z$

16. Знайдіть найменший додатний корінь рівняння $2\cos x = 1$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{6}$

17. Скільки коренів рівняння $\cos x = 0$ належать проміжку $[-\pi; \frac{3\pi}{2}]$?

А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	безліч

18. Розв'язати рівняння $2\cos 2x = \sqrt{2}$.

А	Б	В	Г	Д
не має розв'язків	$\pm \frac{3\pi}{8} + \pi n, n \in Z$	$\pm \frac{\pi}{8} + \pi n, n \in Z$	$\pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$	$\pm \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$

19. Укажіть найменший додатний корінь рівняння $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{6}$	π	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$

20. Розв'яжіть рівняння $\operatorname{tg} \frac{x}{3} = \sqrt{3}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$	$\frac{\pi}{2} + 3\pi n, n \in Z$	$\frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}, n \in Z$	$\pi + 3\pi n, n \in Z$	$\frac{\pi}{9} + \pi n, n \in Z$

21. Розв'яжіть рівняння $\operatorname{tg}(3x) = \sqrt{3}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$	$\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$	$\frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}, n \in Z$	$\frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}, n \in Z$	$\frac{\pi}{9} + \pi n, n \in Z$

22. Розв'язати рівняння $\sqrt{3} \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$.

А	Б	В	Г	Д
$x = \pi n, n \in Z$	$x = \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$	$x = -\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$	$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$	$x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$

23. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{3} \cdot \frac{\sin x}{\cos x} = 1$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$	$\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$	$\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$	$\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$	$\frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}, n \in Z$

24. Розв'яжіть рівняння $\operatorname{tg} x = -1$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$	$\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$	$-\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$	$\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$	коренів не має

25. Розв'яжіть рівняння $\operatorname{ctg} x - 1 = 0$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$	$\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$	$-\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$	$\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$	коренів не має

26. Розв'яжіть рівняння $\cos^2 x - \sin^2 x = 0,5$.

А	Б	В	Г	Д
$\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$	$\pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$	$\pm \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$	$\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$	$\frac{\pi}{12} + \pi n, n \in Z$

27. Знайдіть найбільший від'ємний корінь рівняння $\sin^2 2x - \cos^2 2x = 1$.

А	Б	В	Г	Д
$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{8}$	$-\frac{\pi}{3}$

28. Розв'яжіть рівняння $2\sin x \cos x = -1$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$	$\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$	$-\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$	$\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$	$\pi + \pi n, n \in Z$

29. Розв'яжіть рівняння $\sin x = 3\cos x$.

А	Б	В
$x = \arctg 3 + \pi n, n \in Z$	$x = \arctg 3 + \pi n, n \in Z$	$x = \arctg 3 + 2\pi n, n \in Z$
Г		Д
$x = \arctg 3 + 2\pi n, n \in Z$		$x = \frac{1}{3} \arctg 3 + \pi n, n \in Z$

30. Розв'яжіть рівняння $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 0$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$	$-\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$	$\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$	$\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$	$\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$

31. Розв'язати рівняння $\sin x + \cos x = 0$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{\pi}{4} + \pi n,$ $n \in Z$	$\frac{\pi}{4} + \pi n,$ $n \in Z$	$\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n,$ $n \in Z$	$(-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n,$ $n \in Z$	$\pm \frac{\pi}{4} + \pi n,$ $n \in Z$

32. Вкажіть найбільший від'ємний корінь рівняння $\operatorname{tg}^2 x = 1$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{8}$	$-\frac{\pi}{16}$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\pi$

33. Скільки коренів має рівняння $\sin^2 x - \sin x = 0$ на відрізку $[0; \pi]$?

А	Б	В	Г	Д
один	два	три	чотири	жодного

34. Скільки коренів має рівняння $\sin 2x + \cos x = 0$ на відрізку

$[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$?	А	Б	В	Г	Д
	один	два	три	чотири	жодного

35. Розв'язати рівняння $\sin x + \cos x = -\sqrt{2}$.

А	Б	В	Г	Д
$\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n,$ $n \in Z$	$\pi + 2\pi n,$ $n \in Z$	$-\frac{3\pi}{4} + 2\pi n,$ $n \in Z$	$\frac{5\pi}{4} + \pi n,$ $n \in Z$	$\arctg(-\sqrt{2}) + \pi n,$ $n \in Z$

36. Розв'язати рівняння $\cos x - \sqrt{3} \sin x = 2$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{\pi}{3} + 2\pi n,$ $n \in Z$	$\frac{\pi}{3} + 2\pi n,$ $n \in Z$	$\frac{\pi}{6} + 2\pi n,$ $n \in Z$	$-\frac{\pi}{6} + \pi n,$ $n \in Z$	$-\frac{\pi}{3} + \pi n,$ $n \in Z$

37. Вкажіть кількість коренів рівняння $\cos^2 x + 5\cos x - 6 = 0$ на відрізку $[0; \pi]$?

38. Вкажіть кількість коренів рівняння $\operatorname{tg}^2 x - 2\operatorname{tg} x - 3 = 0$ на відрізку $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$?

39. Вкажіть кількість коренів рівняння $3\sin x - 2\cos^2 x = -3$ на відрізку $[\pi; 2\pi]$?

40. Розв'яжіть рівняння $\sin^2 x - 4\sin x \cos x + 3\cos^2 x = 0$. У відповідь запишіть значення $\frac{x_0}{\pi}$, де x_0 – найменший додатний корінь рівняння.

41. Розв'яжіть рівняння $\sin^2 x - 2\sin 2x + 3\cos^2 x = 0$. У відповідь запишіть значення виразу $\operatorname{tg} x_0$, де x_0 – найменший додатний корінь рівняння.

42. Розв'яжіть рівняння $5\sin^2 x - 7\sin x \cos x + 3 = 0$. У відповідь запишіть значення $\frac{6}{\pi} x_0$, де x_0 – найменший додатний корінь рівняння.

43. Визначте кількість коренів рівняння $\cos x \cdot \sqrt{4 - x^2} = 0$.

44. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{1 - \cos x} = \sin x$. У відповідь запишіть значення $\frac{x_0}{\pi}$, де x_0 – найменший додатний корінь рівняння.

45. Розв'яжіть рівняння. $\cos(\pi x) = x^2 - 4x + 5$. Якщо рівняння має єдиний розв'язок, то його запишіть у відповідь; якщо рівняння має більше, ніж один розв'язок, то у відповідь запишіть число 100.

46. Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} \cos\left(\frac{\pi}{2}(2x+5)\right) = 1 + (y-1)^8, \\ 4\sin\frac{\pi y}{2} = 4x^2 + 4x + 5. \end{cases}$$

Запишіть у відповідь добутки $x_0 \cdot y_0$, якщо пара $(x_0; y_0)$ є розв'язком системи.

47. Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} 5\cos\frac{\pi y}{2} = x^2 - 8x + 21, \\ y + 5x - 4 = 0. \end{cases}$$
 Якщо

система має єдиний розв'язок $(x_0; y_0)$, то у відповідь запишіть суму $x_0 + y_0$; якщо система має більше, ніж один розв'язок, то у відповідь запишіть кількість усіх розв'язків.

48. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{2x^2 + 7x - 9} + |\sin(\pi x) + 1| = 0$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має більше, ніж один корінь, то у відповідь запишіть суму усіх коренів.

49. Обчисліть $2\sqrt{13}\cos(\operatorname{arctg}\frac{2}{3})$.

50. Обчисліть $\sin^2(\operatorname{arctg}3)$.

51. Обчисліть $\frac{3}{\sqrt{35}}\cos\left(\arcsin\frac{1}{6}\right)$.

52. Обчисліть $\operatorname{tg}(-\arcsin 0,6)$.

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Відповідь	Г	Д	В	Г	А	Г	Д	А	А	Д	А	Д	Д	В	Д
Завдання	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Відповідь	А	Г	В	Г	Г	В	А	А	В	Г	В	В	В	Б	Г
Завдання	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	
Відповідь	А	А	В	В	В	А	1	2	3	0,25	1	1	4	0,5	
Завдання	45	46	47	48	49	50	51	52							
Відповідь	2	-0,5	-12	-4,5	6	0,1	0,5	-0,75							

Тема 15. Показникова функція. Показникові рівняння

Приклад 1. Розв'язати рівняння $4 \cdot 3^{2x} - 9 \cdot 2^{2x} = 5 \cdot 6^x$.

Розв'язання. Перепишемо рівняння у вигляді

$$4 \cdot 3^x \cdot 3^x - 9 \cdot 2^x \cdot 2^x = 5 \cdot 3^x \cdot 2^x.$$

Поділимо рівняння на 2^{2x} і отримаємо $4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 9 = 5 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x$.

Позначимо $t = \left(\frac{3}{2}\right)^x$, тоді $4t^2 - 9 = 5t$; $t_1 = \frac{9}{4}$, $t_2 = -1$.

Отримали два рівняння: 1) $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{9}{4}$; $x_1 = 2$;

2) $\left(\frac{3}{2}\right)^x = -1$, $x \in \emptyset$.

Відповідь: 2.

Приклад 2. Розв'язати систему рівнянь

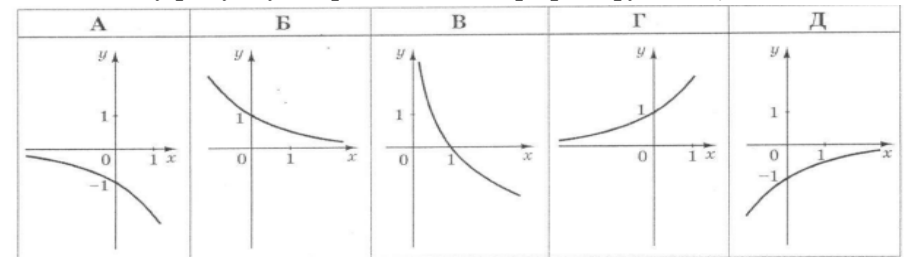
$$\begin{cases} 4^{x+y} = 128, \\ 5^{3x-2y-3} = 1. \end{cases}$$

Розв'язання. Запишемо систему рівнянь у вигляді

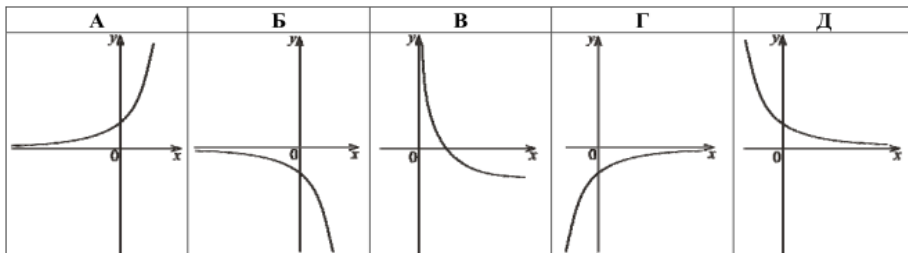
$$\begin{cases} 4^{2(x+y)} = 2^7, \\ 5^{3x-2y-3} = 5^0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = \frac{7}{2}, \\ 3x-2y = 3, \end{cases} \Rightarrow x = 2, y = \frac{3}{2}.$$

Відповідь: (2; 1,5).

1. На якому рисунку зображено ескіз графіка функції $y = 3^{-x}$?



2. На якому рисунку зображено ескіз графіка функції $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$?



3. Скільки коренів має рівняння $2^x = 3 - x$?

А	Б	В	Г	Д
один	два	три	безліч	жодного

4. Скільки коренів має рівняння $2^{x-2} = \frac{9}{x}$?

А	Б	В	Г	Д
один	два	три	безліч	жодного

5. Знайдіть область визначення функції $y = 3^{\sqrt{x+2}}$.

А	Б	В	Г	Д
$[-2; 3) \cup (3; +\infty)$	$[-2; +\infty)$	$(-2; 0) \cup (0; +\infty)$	$(-\infty; -2]$	$[2; +\infty)$

6. Знайдіть множину значень функції $y = 0,2^x + 1$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 1)$	$(-1; +\infty)$	$(1; +\infty)$	$(0; +\infty)$	$(0, 2; +\infty)$

7. Вкажіть рівняння, яке не має коренів.

А	Б	В	Г	Д
$2^x = 2$	$2^x = 1$	$2^x = \sqrt{2}$	$2^x = 2^{-2}$	$2^x = -2$

8. Укажіть число, що є коренем рівняння $3^x = \frac{1}{27}$.

А	Б	В	Г	Д
3	1	-3	-2	-1

9. Якому з проміжків належить корінь рівняння $5^{x-2} = 25$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -5]$	$(-2; 0]$	$(0; 2]$	$(-5; -2]$	$(2; +\infty)$

10. Знайдіть область визначення функції $y = \frac{\sqrt{x+1}}{2^x - 1}$.

А	Б	В	Г	Д
$[-1; 0) \cup (0; +\infty)$	$[-1; +\infty)$	$(-1; 0) \cup (0; +\infty)$	$(-\infty; -1]$	$x \neq 1$

11. Розв'яжіть рівняння $3^{x+4} = 27$.

А	Б	В	Г	Д
-2	-1	0	3	5

12. Якому з проміжків належить корінь рівняння $5^{x+3} = \left(\frac{1}{125}\right)^x$.

А	Б	В	Г	Д
$(-3; -2]$	$(-2; 0]$	$(0; 2]$	$(-5; -2]$	$(2; +\infty)$

13. Розв'яжіть рівняння $2^{2x} = \frac{1}{2^3}$.

А	Б	В	Г	Д
-3	-2	-1,5	1,5	2

14. Розв'яжіть рівняння $2^x \cdot 3^{x-1} = 72$.

А	Б	В	Г	Д
-2	-1	1	2	3

15. Розв'яжіть рівняння $3^x = \frac{4\sqrt{3}}{12}$.

А	Б	В	Г	Д
не має коренів	-1	-0,5	0,5	1

16. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $0,4^{2x-1} = 0,064$.

А	Б	В	Г	Д
$[-2; -1)$	$(-\infty; -2)$	$(-1; 0)$	$(1; 2]$	$[0; 1)$

17. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{2^x} \cdot \sqrt{7^x} = 196$.

А	Б	В	Г	Д
8	7	6	5	4

18. Розв'яжіть рівняння $\sqrt[3]{8^x} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{2}{5}$

19. Розв'яжіть рівняння $\left(\frac{2}{3}\right)^x \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^x = \frac{27}{64}$.

А	Б	В	Г	Д
1	$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$	2	3

20. Якому з проміжків належить корінь рівняння $3^x \cdot 4^x = \frac{1}{144}$.

А	Б	В	Г	Д
$[-25; -5)$	$(-3; -1]$	$(-1; 0]$	$(0; 1]$	$(1; 3]$

21. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} x + y = 5, \\ 2^{2x} = 16^{-1}. \end{cases}$ Якщо $(x_0; y_0)$ – розв'язок

цієї системи, то $x_0 \cdot y_0 =$

А	Б	В	Г	Д
-36	-14	-6	4	6

22. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $4^{x+2} - 4^{x+1} + 4^x = 52$.

А	Б	В	Г	Д
$(-3; -2]$	$(-2; 0]$	$(0; 2]$	$(-5; -2]$	$(2; +\infty)$

23. Знайти суму коренів рівняння $5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$.

А	Б	В	Г	Д
1	0	-6	6	-5

24. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння

$$6^x - \left(\frac{1}{6}\right)^{1-x} = 5.$$

А	Б	В	Г	Д
$(-3; -2]$	$(-2; 0]$	$(0; 2]$	$(-5; -2]$	$(2; +\infty)$

25. Установіть відповідність між функціями (1-3) та їхніми властивостями (А-Д).

Функція

Властивість функції

А область визначення функції є інтервал

1 $y = 2^x + 1$ (1; +∞)

2 $y = 1$ Б область значень функції є інтервал

(1; +∞)

3 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ В функція спадає на інтервалі $(-\infty; +\infty)$

Г непарна функція

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

Д періодична функція, що не має найменшого додатного періоду

26. Розв'яжіть рівняння $3^x \cdot 4^x = (12^{x+1})^5$.

27. Розв'яжіть рівняння $3^{x+1} + 3^{x+3} - 10 = 0$.

28. Розв'яжіть рівняння $2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} = 56$.

29. Розв'яжіть рівняння $25^x - 5^x - 20 = 0$.

30. Розв'яжіть рівняння $5^{2x+1} - 25^x - 20 = 0$.

31. Знайти суму коренів рівняння $3^{2\sqrt{x}} - 12 \cdot 3^{\sqrt{x}} + 27 = 0$. У відповідь запишіть суму усіх його коренів.

32. Знайти суму коренів рівняння $3 \cdot 2^{2x} + 2 \cdot 3^{2x} - 5 \cdot 6^x = 0$. У відповідь запишіть суму усіх його коренів.

33. Знайти суму коренів рівняння $2^{2-x} - 2^{x-1} = 1$.

34. Вкажіть кількість коренів рівняння $2^{\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x} = 3$ на проміжку $[0; 2\pi]$.

35. (2006) Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 24, \\ 2^y \cdot 3^x = 54. \end{cases}$ Якщо $(x_0; y_0)$ –

розв'язок цієї системи, то запишіть у відповідь суму $x_0 + y_0$.

36. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} 9^{x-2y} = \frac{1}{9}, \\ 3^x + 3^{2y} = 4\sqrt{3}. \end{cases}$ Для одержаного

розв'язку $(x_0; y_0)$ системи обчисліть добуток $x_0 \cdot y_0$.

37. Розв'яжіть рівняння $7 \cdot 3^x - 5^{x+1} = 3^{x+3} - 5^{x+2}$.

38. Розв'яжіть рівняння $9^{\sqrt{-x}} - 10 \cdot 3^{\sqrt{-x}} + 9 = 0$. У відповідь запишіть суму усіх його коренів.

39. Розв'яжіть рівняння $\frac{9}{2^x - 1} - \frac{21}{2^x + 1} = 2$.

40. Розв'яжіть рівняння $4 \cdot 9^x - 7 \cdot 12^x + 3 \cdot 16^x = 0$. У відповідь запишіть суму усіх його коренів.

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Відповідь	Б	А	А	А	Б	В	Д	В	Д	А	Б	Б	В	Д	В
Завдання	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25			26		
Відповідь	Г	Д	Г	Д	Б	Б	В	А	В	1-Б, 2-Д, 3-В			-1,25		
Завдання	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	
Відповідь	-1	5	1	0,5	5	1	2	2	4	15	0	-4	1	1	

Тема 16. Показникові нерівності

Приклад 1. Розв'язати нерівність $3^{x+1} > \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{x}}$.

Розв'язання. Перейдемо до основи 3

$$3^{x+1} > 3^{\frac{2}{x}}, \quad x+1 > \frac{2}{x}, \quad \frac{x^2+x-2}{x} > 0, \quad \frac{(x+2)(x-1)}{x} > 0.$$

Останню нерівність розв'яжемо методом інтервалів і отримаємо розв'язок $x \in (-2; 0) \cup (1; +\infty)$.

Відповідь: $(-2; 0) \cup (1; +\infty)$.

Приклад 2. Розв'язати нерівність $5 \cdot 4^x + 3 \cdot 10^x < 2 \cdot 5^{2x}$.

Розв'язання. Запишемо нерівність у вигляді

$$5 \cdot 2^{2x} + 3 \cdot 2^x \cdot 5^x < 2 \cdot 5^{2x}.$$

Поділимо нерівність на 2^{2x} і отримаємо

$$5 + 3 \cdot \frac{5^x}{2^x} < 2 \cdot \left(\frac{5^x}{2^x}\right)^2.$$

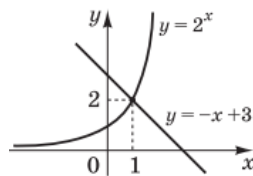
Позначимо $\frac{5^x}{2^x} = \left(\frac{5}{2}\right)^x = t$, отримаємо нерівність $2t^2 - 3t - 5 > 0$,

$t \in (-\infty; -1) \cup \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$. Перепишемо:

$$1) t < -1, \quad \left(\frac{5}{2}\right)^x < -1, \quad x \in \emptyset. \quad 2) t < \frac{5}{2}, \quad \left(\frac{5}{2}\right)^x > \frac{5}{2}, \quad x > 1.$$

Відповідь: $(1; +\infty)$.

1. Використовуючи зображені на рисунку графіки функцій, розв'яжіть нерівність $2^x < -x + 3$.



А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 2)$	$(1; +\infty)$	$(0; 1)$	$(-\infty; 1)$	$(2; +\infty)$

2. Яке з наведених чисел є розв'язком подвійної нерівності $3 \leq 5^x \leq 15$?

А	Б	В	Г	Д
-3	-2	-1,5	1	2

3. Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{2}{7}\right)^{x-5} > \frac{2}{7}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 5)$	$(-\infty; 6)$	$(0; 5)$	$(5; +\infty)$	$(6; +\infty)$

4. Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{\pi}{4}\right)^{-x} > \left(\frac{4}{\pi}\right)^3$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 3)$	$(-\infty; -3)$	$\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$	$(-3; +\infty)$	$(3; +\infty)$

5. Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{1}{4}\right)^x \leq \frac{1}{16}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 5]$	$(-\infty; 2]$	$(0; 2]$	$[2; +\infty)$	$[5; +\infty)$

6. Знайти множину розв'язків нерівності $0,6^x < 1$.

А	Б	В	Г	Д
$(0,6; 1)$	$(-\infty; +\infty)$	$(-\infty; 0)$	$(0; +\infty)$	$(1; +\infty)$

7. Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{1}{5}\right)^x > 1$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 0)$	$(-\infty; 1)$	$(0; +\infty)$	$(1; +\infty)$	$(3; +\infty)$

8. Розв'яжіть нерівність $2 \cdot (0,4)^x < 0,32$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 2)$	$(-\infty; 0,3)$	$(0; 2)$	$(2; +\infty)$	$(0,3; +\infty)$

9. Яка з наведених нерівностей має розв'язки?

А	Б	В	Г	Д
$5^x < -1$	$5^x \leq 0$	$5^x < -5$	$5^{-x} < 5$	$x^2 < -5$

10. Розв'яжіть нерівність $3^x > 3^{\frac{1}{x}}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -1) \cup (0; 1)$	$(-1; 1)$	$(1; +\infty)$	$(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$	$(-1; 0) \cup (1; +\infty)$

11. Знайти множину розв'язків нерівності $4^x > 3$.

А	Б	В	Г	Д
R	$(-\infty; \log_4 3)$	$(-\infty; \log_3 4)$	$(\log_4 3; +\infty)$	$(\log_3 4; +\infty)$

12. Розв'яжіть нерівність $1 \leq \left(\frac{1}{3}\right)^x \leq 27$.

А	Б	В	Г	Д
$\left[0; \frac{1}{3}\right]$	$[0; 3]$	$\left[\frac{1}{3}; 1\right]$	$[-3; 0]$	$\left[-\frac{1}{3}; 0\right]$

13. Знайдіть суму цілих розв'язків нерівності $\frac{1}{3} < 3^{x+3} < 9$.

А	Б	В	Г	Д
-5	-4	-3	-2	0

14. Знайдіть область визначення функції $y = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^x} - 8$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -3]$	$[-3; +\infty)$	$[2; +\infty)$	$(-\infty; 3]$	$(-\infty; 2]$

15. Знайдіть область визначення функції $y = \frac{2}{\sqrt{1-2^x}}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 0)$	$(0; +\infty)$	$[2; +\infty)$	$(-\infty; 2)$	$(-\infty; 0]$

16. (2018) Розв'яжіть нерівність $2^x + 2^{x+3} \geq 144$.

А	Б	В	Г	Д
$[34, 5; +\infty)$	$[4; +\infty)$	$(-\infty; 4]$	$(-\infty; 4, 5]$	$[4, 5; +\infty)$

17. Розв'яжіть нерівність $2^{x+1} + 2^x < 24$.

А	Б	В	Г	Д
$(-3; +\infty)$	$(-\infty; -3)$	$(3; +\infty)$	$(0; 3)$	$(-\infty; 3)$

18. Розв'яжіть нерівність $2^x \cdot 4^{3-x} \leq 16$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 2]$	$[2; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$	$(-\infty; -2]$	$[-2; +\infty)$

19. Розв'яжіть нерівність $3^x > 5^x$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 0)$	$(0; +\infty)$	$(-\infty; -1)$	$(1; +\infty)$	$(3; 5)$

20. Розв'яжіть нерівність $3^{|x+2}| > 27$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$	$(-5; 5)$	$(-1; 1)$	$(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$	$(3; +\infty)$

21. Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{1}{2}\right)^{|x|-1} < \frac{1}{8}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; +\infty)$	$(-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$	$(-4; 4)$	$(4; +\infty)$	$(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

22. Знайдіть найменший цілий розв'язок нерівності $(\sin 2)^{3x+2} < 1$.

А	Б	В	Г	Д
0	1	-1	-2	3

23. Розв'яжіть нерівність $(\cos 1)^{|x-1|} \geq (\cos 1)^2$.

А	Б	В	Г	Д
$[0; 2]$	$[-1; 3]$	$[0; 1]$	$[-3; 0]$	$[-1; 0]$

24. Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-x-20} > 1$.

А	Б	В	Г	Д
$\left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{5}\right)$	$(-5; 4)$	$(4; 5)$	$\left(-\frac{1}{5}; \frac{1}{4}\right)$	$(-4; 5)$

25. Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} > 8^{x-5}$. У відповідь запишіть суму

всіх цілих розв'язків цієї нерівності. Якщо нерівність має безліч цілих розв'язків, то у відповідь запишіть число 100.

26. Розв'яжіть нерівність $0,6^{\frac{x^2-4}{x-1}} > 1$. У відповідь запишіть найбільший цілий розв'язок цієї нерівності.

27. Для нерівності $49^x - 8 \cdot 7^x + 7 < 0$ вкажіть кількість цілих розв'язків.

28. Розв'яжіть нерівність $x^2 \cdot 4^x - 4^{x+1} \leq 0$. У відповідь запишіть суму цілих розв'язків цієї нерівності.

29. Розв'яжіть нерівність $3^x + 3^{1-x} > 4$. У відповіді запишіть суму всіх цілих розв'язків нерівності на проміжку $[-3; 3]$.

30. Розв'яжіть нерівність $\frac{15^x - 9 \cdot 5^x}{x+1} \geq 0$. У відповіді запишіть суму всіх цілих розв'язків нерівності на проміжку $[-3; 4]$.

31. Розв'яжіть нерівність $(2^x - 4)\sqrt{x^2 - 4} \geq 0$. Вкажіть найменший цілий розв'язок цієї нерівності.

32. Розв'яжіть систему нерівностей $\begin{cases} (0,2)^{1-2x} > (0,2)^{8+x}, \\ \frac{2}{x-5} < 0. \end{cases}$ У відповіді

вказіть кількість усіх цілих розв'язків цієї системи. Якщо система має безліч цілих розв'язків, то у відповіді запишіть число 100.

33. Розв'яжіть систему нерівностей $\begin{cases} 4^{8-x^2} \leq 0,25, \\ \frac{(x+3)(x-2)}{x^2-1} \leq 1. \end{cases}$ У відповіді

вказіть найбільший цілий розв'язок цієї системи.

34. Розв'яжіть нерівність $2^{x^2+4x} \geq 8 \cdot 4^x$. У відповіді запишіть суму всіх цілих розв'язків нерівності на проміжку $[-5; 3]$.

35. Розв'яжіть нерівність $3 \cdot 2^{x^2} - 4 \cdot 2^{x^2-1} \leq 16$. У відповіді вкажіть кількість усіх цілих розв'язків цієї нерівності.

36. Розв'яжіть нерівність $2^{x+3} + 2^{-x+1} - 17 < 0$. У відповіді вкажіть кількість усіх цілих розв'язків цієї нерівності.

37. Розв'яжіть нерівність $3^{|x|} - 9 \cdot 3^{-|x|} - 8 > 0$. У відповіді запишіть суму всіх цілих розв'язків нерівності на проміжку $[-5; 5]$.

38. Розв'яжіть нерівність $(2^x - 8)(x^2 - 2x - 3) > 0$. У відповіді запишіть суму всіх цілих розв'язків нерівності на проміжку $[1; 5]$.

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Відповідь	Г	Г	Б	Д	Г	Г	А	Г	Г	Д	Г	Г	А	А	А
Завдання	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Відповідь	Б	Д	Б	А	Г	Б	А	Б	Д	-7	-3	0	0	-1	4
Завдання	31	32	33	34	35	36	37	38							
Відповідь	-2	7	5	6	5	4	3	4							

Тема 17. Логарифм і його властивості. Логарифмічна функція

Приклад 1. Обчислити: а) $\log_{\sqrt{5}} 625$; б) $\log_5 150 - \log_5 3 + \log_5 \frac{1}{2}$;

в) $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{1}{2}} 27}$; г) $\log_9 \log_4 (\sqrt[3]{4})$; д) $3^{\log_3^2 5} - 5^{\log_9 25}$.

Розв'язання. а) $\log_{\sqrt{5}} 625 = \log_{\frac{1}{5^2}} 5^4 = \frac{4}{\frac{1}{2}} \log_5 5 = 8$.

б) $\log_5 150 - \log_5 3 + \log_5 \frac{1}{2} = \log_5 \frac{150 \cdot 1}{3 \cdot 2} = \log_5 25 = 2$.

в) $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{1}{2}} 27} = \left(\frac{1}{2}\right)^{2 \log_{\frac{1}{2}} 3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{\frac{1}{2}} 3^2} = 9$.

г) $\log_9 \log_4 (\sqrt[3]{4}) = \log_9 \log_4 4^{\frac{1}{3}} = \log_9 \frac{1}{3} = \log_{3^2} \cdot 3^{-1} = -\frac{1}{2}$.

д) $3^{\log_3^2 5} - 5^{\log_9 25} = (3^{\log_3 5})^{\log_3 5} - 5^{\log_3 5} = 5^{\log_3 5} - 5^{\log_3 5} = 0$.

Приклад 2. Знайти $\log_9 20$, якщо $\lg 2 = a$, $\lg 3 = b$.

Розв'язання. $\log_9 20 = \frac{\lg 20}{\lg 9} = \frac{\lg 2 + \lg 10}{2 \lg 3} = \frac{a+1}{2b}$.

Приклад 3. Знайти область визначення функції $y = \log_{0,5}(x^2 - 2x)$.

Розв'язання. Область визначення задається нерівністю $x^2 - 2x > 0$. Розв'язуючи цю квадратну нерівність одержуємо $x < 0$ або $x > 2$.

Тобто $D(y) = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

Відповідь: $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.



1. Вкажіть правильну рівність, якщо $\log_b a = c$ для $a > 0$, $b > 0$ і $b \neq 1$.

А	Б	В	Г	Д
$a = c^b$	$b = a^c$	$a = b^c$	$c = a^b$	$c = b^a$

2. Обчисліть $\log_4 8$.

А	Б	В	Г	Д
1	8	12	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$

3. Обчисліть $\log_2 \frac{1}{8} + \log_5 125$.

А	Б	В	Г	Д
2	0	5	$\lg \frac{125}{8}$	$\log_7 125 \frac{1}{8}$

4. Обчисліть $\log_{\sqrt{2}} 4 + \log_{\frac{1}{3}} 9$.

А	Б	В	Г	Д
3	1	2	-3	4

5. Обчисліть $\log_2 24 - \log_2 3$.

А	Б	В	Г	Д
2	3	$\log_2 21$	6	8

6. $\log_3 36 - 2\log_3 2 =$

А	Б	В	Г	Д
9	3	$\log_3 52$	2	27

7. $\log_2 5 + \log_2 0,8 =$

А	Б	В	Г	Д
3,3	4	$\log_2 5,8$	0,25	2

8. Обчисліть значення виразу $\log_5 64 + 2\log_5 \frac{5}{8}$.

А	Б	В	Г	Д
0	1	2	4	25

9. Обчисліть значення виразу $\log_3 45 + \log_3 90 - \log_3 50$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{4}$	4	3	27	$\log_3 445$

10. Обчисліть $4^{\log_2 5}$.

А	Б	В	Г	Д
5	6	10	25	36

11. Розташуйте в порядку спадання числа $\sqrt{5}; 2^{\log_2 5}; \frac{5}{2}$.

А	Б	В	Г	Д
$2^{\log_2 5}; \frac{5}{2}; \sqrt{5}$	$2^{\log_2 5}; \sqrt{5}; \frac{5}{2}$	$\sqrt{5}; \frac{5}{2}; 2^{\log_2 5}$	$\frac{5}{2}; \sqrt{5}; 2^{\log_2 5}$	$\frac{5}{2}; 2^{\log_2 5}; \sqrt{5}$

12. Обчисліть $\log_{\frac{1}{100}} \sqrt{10}$.

А	Б	В	Г	Д
-2	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

13. (2008) Обчисліть $\lg(\sqrt[5]{2,5}) \cdot \log_{2,5} 10$.

А	Б	В	Г	Д
0,1	0,2	0,5	1	1,5

14. Обчисліть $\lg(\sqrt{\pi}) \cdot \log_{\pi} 10$.

А	Б	В	Г	Д
0,1	0,2	0,5	1	1,5

15. Обчисліть $\frac{\log_7 27}{\log_7 3}$.

А	Б	В	Г	Д
2	$\log_7 3$	$\log_7 9$	4	3

16. Обчисліть $\frac{\lg 125}{\lg 5}$.

А	Б	В	Г	Д
3	5	0,5	$\lg 5$	$\lg 25$

17. Скільки різних чисел записано в наступному ряду: $3^{\frac{1}{\log_2 3}}, \sqrt[4]{\frac{1}{16}}$,

$\log_4 2, 2^{\log_{0,5} 2}, \cos 60^\circ$?

А	Б	В	Г	Д
одне	два	три	чотири	п'ять

18. Обчисліть $\log_2 \log_5 \sqrt[8]{5}$.

А	Б	В	Г	Д
-3	-2	2	3	5

19. Обчисліть $\log_{\frac{1}{3}} \operatorname{tg}(-120^\circ)$.

А	Б	В	Г	Д
-3	-2	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	3

20. Знайдіть x , якщо $\log_a x = 3\log_a 2 + 2\log_a 3$.

А	Б	В	Г	Д
72	5	17	$5a$	6

21. Знайдіть x , якщо $\lg x = 2 + \lg 3 - \lg 5$.

А	Б	В	Г	Д
20	30	40	50	60

22. Обчисліть $3^{2\log_3 5}$.

А	Б	В	Г	Д
9	25	6	10	5

23. Обчисліть $81^{0,5\log_3 \sqrt{7}}$.

А	Б	В	Г	Д
9	3	7	14	21

24. $3^{2+\log_3 a^6} =$

А	Б	В	Г	Д
$9a^6$	$9a^3$	$9a^5$	$3a^3$	$3a^2$

25. Якщо $\log_2 3 = a$, то $\log_8 27 = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$4a$	a^2	$2a$	$\frac{a}{2}$	a

26. Обчисліть $\log_a \sqrt{ab}$, якщо $\log_a b = 7$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2}{3}$	2	3	$\frac{7}{2}$	4

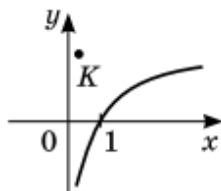
27. Через яку з даних точок проходить графік функції $y = \log_{\frac{1}{2}} x$?

А	Б	В	Г	Д
(2; 1)	(2; -1)	(2; 0)	(1; 2)	$\left(2; \frac{1}{2}\right)$

28. Обчисліть значення функції $y = \log_{\frac{1}{3}}(x^2 + 2)$ в точці $x_0 = 5$.

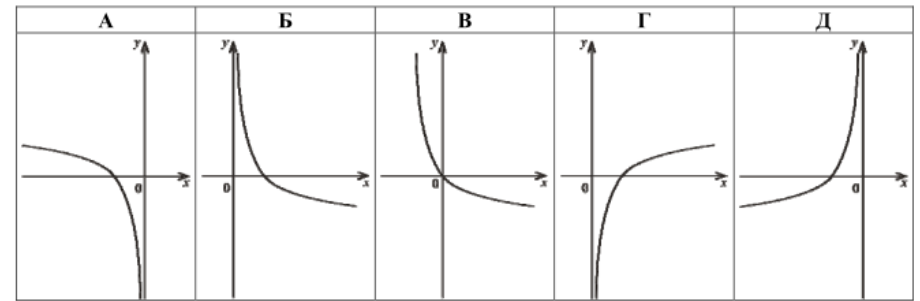
А	Б	В	Г	Д
-1	-3	2	3	0,5

29. На рисунку зображено ескіз графіка функції $y = \log_3 x$ і точку K графік якої з наведених функцій може проходити через точку K ?



А	Б	В	Г	Д
$y = \log_3(-x)$	$y = 2\log_3 x$	$y = \log_3 x + 1$	$y = \log_3 x $	$y = -\log_3 x$

30. На одному з рисунків зображено ескіз графіка функції $y = -\log_3 x$. Укажіть цей рисунок.



31. Укажіть область визначення функції $y = \log_9(x+3)$.

А	Б	В	Г	Д
$(3; +\infty)$	$(-3; +\infty)$	$(-3; 0)$	$(0; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$

32. Укажіть область визначення функції $y = \log_{0,2}(16 - x^2)$.

А	Б	В	Г	Д
$(4; +\infty)$	$(-4; +\infty)$	$(-4; 4)$	$(0; +\infty)$	$(-\infty; 4)$

33. Якому з наведених проміжків належить значення виразу $\log_{\frac{1}{2}} 9$?

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -3)$	$[-3; 0)$	$[0; 1)$	$[1; 3)$	$[3; +\infty)$

34. Якому з наведених проміжків належить значення виразу $\log_2 29$?

А	Б	В	Г	Д
(1; 2)	(2; 3)	[3; 4)	(4; 5)	(5; 6)

35. Укажіть проміжок, якому належить число $\log_2 9$.

А	Б	В	Г	Д
(0; 1)	(1; 2)	(2; 3)	(3; 4)	(4; 5)

36. Дано чотири числа: $a = \log_{\sqrt{3}} \sqrt{2}$, $b = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$, $c = \log_{\pi} 10$,

$d = \log_{\sqrt[3]{5}} \sqrt[4]{5}$. Які з них належать проміжку (0; 1)?

А	Б	В	Г	Д
a, b	a, c	b, d	c, d	a, d

37. Відомо, що $a = \log_{\frac{1}{2}} 5$, $b = \log_2 5$, $c = \log_5 2$. Укажіть правильну

подвійну нерівність.

А	Б	В	Г	Д
$c < b < a$	$a < c < b$	$a < b < c$	$b < c < a$	$b < a < c$

Тема 18. Логарифмічні рівняння

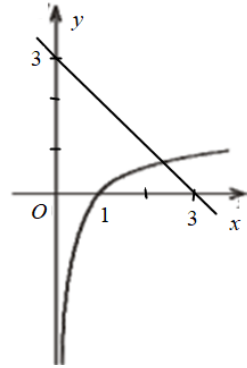
Приклад 1. Розв'язати рівняння $\log_3(x-1) = 2$.

Розв'язання. Дане рівняння рівносильне рівнянню $x-1 = 3^2$, корінь якого $x = 10$ і є коренем заданого рівняння.

Приклад 2. Розв'язати рівняння $\log_2 x = 3 - x$.

Розв'язання. Розв'яжемо рівняння графічно. Графіки функцій $y = \log_2 x$, $y = 3 - x$, перетинаються в точці $x = 2$, $y = 1$. Розв'язок $x = 2$.

Відповідь: 2.



Приклад 3. Розв'язати рівняння $\log_{0,5}^2 x + 6 = 5 \log_{0,5} x$.

Розв'язання. Зробимо заміну $\log_5 x = t$, тоді $t^2 - 5t + 6 = 0$;

$$t_1 = 2; t_2 = 3; \log_5 x = 2, x_1 = 25; \log_5 x = 3, x_2 = 125.$$

Відповідь: 25; 125.

1. Скільки коренів має рівняння $\log_2 x = 1 - x$?

А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	безліч

2. Скільки коренів має рівняння $|\log_{0,2} x| = -x + 2$?

А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	безліч

3. Яке із даних рівнянь не має коренів?

А	Б	В	Г	Д
$\log_2 x = -1$	$\log_2 x = -x^2$	$\log_2 x = \sqrt{-x}$	$\log_2 x = \frac{1}{x}$	$\log_2 x = - x $

4. Якому з наведених проміжків належить корінь рівняння $\log_2 x = 3$.

А	Б	В	Г	Д
$(-4; -1]$	$(-1; 2]$	$(2; 5]$	$(5; 8]$	$(8; 11]$

5. Розв'яжіть рівняння $\log_3 x = -2$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{9}$	9	-6	-9	$-\frac{1}{9}$

6. Укажіть число, що є коренем рівняння $-4 \log_2 x = 12$.

А	Б	В	Г	Д
-9	-8	-6	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$

7. Розв'яжіть рівняння $\log_2(x+1) = 3$.

А	Б	В	Г	Д
4	6	7	8	11

8. Розв'яжіть рівняння $\log_{\frac{1}{2}}(3-x) = -2$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{11}{4}$	2	-5	1	-1

9. Якому проміжку належить корінь рівняння $\log_{0,2} x = 2 \log_{0,2} 3$?

А	Б	В	Г	Д
$(0; 2]$	$(2; 4]$	$(4; 6]$	$(6; 8]$	$(8; 10]$

10. Обчисліть суму коренів рівняння $\lg(x^2 - x) = 1 - \lg 5$.

А	Б	В	Г	Д
-2	-1	0	1	2

11. Обчисліть суму коренів рівняння $\log_3(x^2 + 2x) = -1 + \log_3 24$.

А	Б	В	Г	Д
-2	-1	0	1	2

12. Розв'яжіть рівняння $\log_{\pi}(3x-5) = \log_{\pi}(x-3)$.

А	Б	В	Г	Д
1	2	0	$\frac{3}{5}$	коренів не має

13. Розв'яжіть рівняння $\log_5(x+1) = \log_5(4x-5)$.

А	Б	В	Г	Д
0	1	2	3	коренів не має

14. Розв'яжіть рівняння $\log_x 9 = 3$.

А	Б	В	Г	Д
3	9^3	3^9	$\sqrt[3]{9}$	$\frac{1}{3}$

15. Розв'яжіть рівняння $\log_x 3 = 9$.

А	Б	В	Г	Д
3	9^3	3^9	$\sqrt[3]{3}$	$\frac{1}{3}$

16. Розв'яжіть рівняння $2\log_2(x+3) = \log_2 4$.

А	Б	В	Г	Д
2	0	-5; -1	-1	-5

17. Розв'яжіть рівняння $\log_3(x^2 - 5x + 7) = 1$.

А	Б	В	Г	Д
3	1	1; 4	4	-3

18. Розв'язати рівняння $5^x = 7$.

А	Б	В	Г	Д
7	$\log_5 7$	$\frac{5}{7}$	$\frac{7}{5}$	$\log_7 5$

19. Розв'язати рівняння $0,5^x = 3$.

А	Б	В	Г	Д
6	$\log_{0,5} 3$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{2}$	$\log_3 0,5$

20. Задано рівняння:

$$3^{1-2x} = 4, \quad (1) \quad \sin x = 1 - \sqrt{2}, \quad (2)$$

$$|x+2| = -1, \quad (3) \quad \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -\pi. \quad (4)$$

Укажіть рівняння, яке не має коренів на множині дійсних чисел.

А	Б	В	Г	Д
(1) і (4)	(2) і (3)	(1) і (2)	(3) і (4)	інша відповідь

21. (2012) Розв'яжіть рівняння (1-4). Установіть відповідність між кожним рівнянням та кількістю його коренів (А-Д).

Рівняння $\cos^2 x - \sin^2 x = 1$ Кількість коренів на відрізку $[-5; 5]$

1 $\cos^2 x - \sin^2 x = 1$ А жодного

2 $\log_3 x = -2$ Б один

3 $\frac{x^3 - 4x}{x^3 + 8} = 0$ В два

4 $x^4 + 5x^2 + 4 = 0$ Г три

Д чотири

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

22. Розв'яжіть рівняння $\log_{0,2}(5x^2 - 8) = \log_{0,2}(-3x)$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має кілька коренів, то у відповідь запишіть їх суму.

23. Розв'яжіть рівняння $2\log_5 x = \log_5(2x^2 - x)$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має кілька коренів, то у відповідь запишіть їх суму.

24. Розв'яжіть рівняння $\log_4(x-3) + \log_4 x = 1$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь; якщо воно має два корені, то у відповідь запишіть їх суму.

25. Розв'яжіть рівняння $\log_2 x + \log_2(x-7) = 3$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має кілька коренів, то у відповідь запишіть їх суму.

26. Розв'язати рівняння $\log_2(x+1) - \log_2(x-1) = 1$.

27. Розв'яжіть рівняння $\log_4^2 x + \log_4 x = 2$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має кілька коренів, то у відповідь запишіть їх добуток.

28. Розв'язати рівняння $2\lg x^2 - \lg^2 x = 4$.

29. Розв'язати рівняння $\lg^2(-x) - 4\lg x^2 + 16 = 0$. У відповідь запишіть найменший його корінь.

30. (2015) Розв'язати рівняння $\log_4 x \cdot \left(\log_4 x + \log_4 \frac{1}{16}\right) = 3$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має кілька коренів, то у відповіді запишіть їх суму. Якщо рівняння не має коренів, запишіть у відповіді число 100.

31. Розв'язати рівняння $\frac{1}{5 - \lg x} + \frac{2}{1 + \lg x} = 1$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має кілька коренів, то у відповіді запишіть їх суму. Якщо рівняння не має коренів, запишіть у відповіді число 100.

32. Розв'язати рівняння $\log_5 x + \log_x 25 = 3$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має кілька коренів, то у відповіді запишіть їх суму. Якщо рівняння не має коренів, запишіть у відповіді число 100.

33. (2010) Розв'яжіть рівняння $|3\lg x + 1| - |\lg x - 3| = 2$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь; якщо воно має більше одного кореня, то у відповідь запишіть суму всіх коренів.

34. Розв'яжіть рівняння $|\log_{\sqrt{3}} x - 2| - |\log_3 x - 2| = 2$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь; якщо воно має більше одного кореня, то у відповідь запишіть *добуток* всіх коренів.

35. Розв'язати рівняння $\log_2 x \cdot \log_4 x = 2$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь; якщо воно має більше одного кореня, то у відповідь запишіть *добуток* всіх коренів.

36. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} x - y = 3, \\ \lg x + \lg y = 1. \end{cases}$ Запишіть у відповідь добуток $x_0 \cdot y_0$, якщо пара $(x_0; y_0)$ є розв'язком вказаної системи рівнянь.

37. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} 2^{2y-x} = 64, \\ \log_{\frac{1}{2}}(y-x) = -1. \end{cases}$ Запишіть у відповідь добуток $x_0 \cdot y_0$, якщо пара $(x_0; y_0)$ є розв'язком вказаної системи рівнянь.

38. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} 2^{x+3y} = 32, \\ \lg xy = 2 - \lg 50. \end{cases}$ Якщо пара $(x_0; y_0)$ є єдиним її розв'язком, то запишіть у відповідь суму $x_0 + y_0$; якщо розв'язків кілька, то у відповідь запишіть найменшу суму $x_0 + y_0$.

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Відповідь	Б	В	В	Г	А	Г	В	Д	Д	Г	А	Д	В	Г	Г
Завдання	16	17	18	19	20	21					22	23	24	25	
Відповідь	Г	В	Б	Б	Г	1-Г, 2-Б, 3-В, 4-А					-1,6	1	4	8	
Завдання	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35					
Відповідь	3	16,25	100	-1000	64,25	1100	30	10,001	1	1					
Завдання	36	37	38												
Відповідь	10	8	3												

Тема 19. Логарифмічні нерівності

Приклад 1. Розв'язати нерівність $\lg(-x) < \lg 0,1$.

Розв'язання. Задана нерівність рівносильна системі нерівностей $\begin{cases} -x < 0,1, \\ -x > 0. \end{cases}$ Отримаємо $-0,1 < x < 0$.

Відповідь: $(-0,1; 0)$.

Приклад 2. Розв'язати нерівність $\log_{0,1}(3-2x) > -1$.

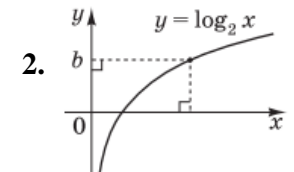
Розв'язання. Оскільки $-1 = \log_{0,1} 10$, то дана нерівність рівносильна системі нерівностей:

$$\begin{cases} 3-2x > 0, \\ 3-2x \leq 10. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 1,5, \\ x \geq -3,5, \end{cases} \Rightarrow -3,5 \leq x < 1,5.$$

Відповідь: $[-3,5; 1,5)$.

1. Розв'яжіть нерівність $\log_3 x < b$.

А	Б	В	Г	Д
$(0; 3^b)$	$(0; b)$	$(-\infty; 3^b)$	$(\log_3 b; +\infty)$	$(-\infty; b)$



Розв'яжіть нерівність $\log_{0,3} 10 < \log_{0,3} x$.

А	Б	В	Г	Д
$(10; +\infty)$	$(0; 10)$	$(0, 1; 10)$	$(-10; 0)$	$(-\infty; 10)$

3. Розв'яжіть нерівність $\log_{0,1} x \geq \log_{0,1} 2$.

А	Б	В	Г	Д
$(0; +\infty)$	$(0, 1; 2]$	$[2; +\infty)$	$(0; 2]$	$(-\infty; 2]$

4. Розв'яжіть нерівність $\log_{0,5}(2x-5) > \log_{0,5} 3$.

А	Б	В	Г	Д
$(2, 5; +\infty)$	$(2, 5; 4)$	$(0; 4)$	$(4; +\infty)$	$(-\infty; 4)$

5. Розв'яжіть нерівність $\log_{0,5}(x-3) > 2$.

А	Б	В	Г	Д
$(3; 3, 25)$	$(2; +\infty)$	$(0; 0, 25)$	$(3, 25; +\infty)$	$(-\infty; 3, 25)$

6. Розв'яжіть нерівність $2 + \log_3 x \geq 0$.

А	Б	В	Г	Д
$\left[\frac{1}{9}; +\infty\right)$	$\left(0; \frac{1}{9}\right]$	$\left(-\infty; \frac{1}{9}\right]$	$[9; +\infty)$	$[-6; +\infty)$

7. Розв'яжіть нерівність $-\log_3 x > 1$.

А	Б	В	Г	Д
$\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$	$\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$	$\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$	$\left(0; \frac{1}{3}\right)$	$(-\infty; -3)$

8. Розв'яжіть нерівність $\log_{\frac{1}{2}} 3 \cdot \log_4 x > 0$.

А	Б	В	Г	Д
$(1; +\infty)$	$(0; 4)$	$(0; 1)$	$(4; +\infty)$	$(-\infty; 1)$

9. Розв'яжіть нерівність $\log_{\frac{1}{3}} 3 \cdot \log_3 x < \log_{\frac{1}{3}} 3$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 3)$	$(0; 3)$	$(0; 1)$	$(3; +\infty)$	$(-\infty; 1)$

10. Розв'яжіть нерівність $3^x \leq 2$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; \log_2 3]$	$(0; \log_2 3]$	$\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$	$(-\infty; \log_3 2]$	$[\log_2 3; +\infty)$

11. Розв'яжіть нерівність $0,2^x \leq 3$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; \log_{0,2} 3]$	$(0; \log_{0,2} 3]$	$\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$	$(-\infty; \log_3 0,2]$	$[\log_{0,2} 3; +\infty)$

12. Розв'яжіть нерівність $\log_{0,1}(x-1) \geq \log_{0,1} 2x$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 1)$	$[-2; +\infty)$	$(-\infty; -2]$	$(1; +\infty)$	$(-1; +\infty)$

13. Розв'яжіть нерівність $\log_2(2x-1) \geq \log_2 x$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 1)$	$[-2; +\infty)$	$(-\infty; -2]$	$[1; +\infty)$	$[-1; +\infty)$

14. Розв'язати нерівність $\left(\frac{1}{5}\right)^{\log_1(2-x)} < 2$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 2)$	$(-\infty; 0)$	$(0; +\infty)$	$(0; 2)$	$(2; +\infty)$

15. Скільки цілих розв'язків має нерівність $-2 < \log_{\frac{1}{2}} x < 3$?

А	Б	В	Г	Д
один	два	три	жодного	більше, ніж три

16. Розв'язати нерівність $0 \leq \log_{\frac{1}{9}} x \leq 1$?

А	Б	В	Г	Д
$\left(0; \frac{1}{9}\right]$	$\left[\frac{1}{9}; \frac{1}{3}\right]$	$\left[\frac{1}{9}; 1\right]$	$[1; 9]$	$[3; 9]$

17. Розв'язати нерівність $\log_3^2 x - 3\log_3 x + 2 \leq 0$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$	$[1; 2]$	$[3; 9]$	$(-\infty; 3] \cup [9; +\infty)$	$(3; 9)$

18. Розв'язати нерівність $\lg^2 x - 4\lg x + 3 \geq 0$.

А	Б	В
$(-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$	$(0; 1] \cup [3; +\infty)$	$[10; 1000]$
Г		Д
$(-\infty; 10] \cup [1000; +\infty)$		$(0; 10] \cup [1000; +\infty)$

19. Розв'язати нерівність $\log_5 x^2 \leq 2 + \log_5 4$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -10]$	$(0; 10]$	$[-10; 10]$	$(-\infty; -10] \cup [10; +\infty)$	$[10; +\infty)$

20. Розв'язати нерівність $(x-2)\log_{0,5} x \leq 0$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$	$[1; 2]$	$(0; 1] \cup [2; +\infty)$	$(0; 2]$	$(0; 1) \cup (2; +\infty)$

21. Розв'язати нерівність $\log_9(x+3)^2 \leq 1$.

А	Б	В
$[-6; 0]$	$[-6; -3) \cup (-3; +\infty)$	$(-\infty; -6] \cup [0; +\infty)$
Г		Д
$(-\infty; -6) \cup (0; +\infty)$		$[-6; -3) \cup (-3; 0]$

22. Розв'язати нерівність $\left|\log_{\frac{1}{2}} x\right| \leq 1$.

А	Б	В	Г	Д
$\left[\frac{1}{2}; 2\right]$	$\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$	$\left(0; \frac{1}{2}\right]$	$\left(0; \frac{1}{2}\right)$	$[2; +\infty)$

23. Розв'язати нерівність $|\log_3 x| \geq 1$.

А	Б	В	Г	Д
$\left[\frac{1}{3}; 3\right]$	$[3; +\infty)$	$\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup [3; +\infty)$	$\left(0; \frac{1}{3}\right] \cup [3; +\infty)$	$\left(-\frac{1}{3}; 0\right) \cup [3; +\infty)$

24. Розв'язати нерівність $\log_{0,2}^2 x \leq 1$.

А	Б	В	Г	Д
$[\frac{1}{5}; 5]$	$[\frac{1}{5}; +\infty)$	$(0; \frac{1}{5}]$	$(0; \frac{1}{5})$	$[5; +\infty)$

25. Розв'язати нерівність $\log_{\frac{1}{3}} x \geq 4$.

А	Б	В	Г	Д
$[\frac{1}{9}; 9]$	$(0; \frac{1}{9}]$	$(-\infty; -\frac{1}{9}) \cup [9; +\infty)$	$(0; \frac{1}{9}) \cup [9; +\infty)$	$[-\frac{1}{9}; 0) \cup [9; +\infty)$

26. Розв'яжіть нерівності (1–3). Кожній нерівності поставте у відповідність множину всіх її розв'язків (А–Д).

Нерівність *Множина всіх розв'язків нерівності*

1 $\log_3(x+7) < 2$	А $(-\infty; 3)$	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>А</th> <th>Б</th> <th>В</th> <th>Г</th> <th>Д</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		А	Б	В	Г	Д	1						2						3					
	А		Б	В	Г	Д																				
1																										
2																										
3																										
2 $-(x+3) > 0$	Б $(-7; 2)$																									
3 $ x < 3$	В $(-3; 3)$																									
	Г $(-\infty; -3)$																									
	Д $(3; +\infty)$																									

27. Розв'яжіть нерівність $\log_{0,1} x^2 \geq \log_{0,1}(10+3x)$. У відповідь запишіть кількість цілих розв'язків цієї нерівності на проміжку $[-12; 15]$.

28. Розв'яжіть нерівність $\log_2 x^2 > \log_2(8-2x)$. У відповідь запишіть кількість цілих розв'язків цієї нерівності на проміжку $[-11; 10]$.

29. Розв'яжіть нерівність $(10-x)\log_{0,5}(x-2) < 0$. У відповідь запишіть кількість цілих розв'язків цієї нерівності на проміжку $[-9; 9]$.

30. Скільки цілих розв'язків має нерівність $\frac{\sqrt{x+3}}{\log_2(2x-3)} \leq 0$?

31. Обчисліть суму цілих розв'язків нерівності $\frac{\log_{0,2}(x+2)}{\sqrt{8-2x-x^2}} \leq 0$.

32. (2014) Розв'яжіть нерівність $x^2 + 2^{\log_2(-2x)} - 15 < 0$. У відповідь запишіть суму всіх цілих розв'язків цієї нерівності.

33. Розв'яжіть нерівність $2^{2\log_2(-x)} - x - 20 < 0$. У відповідь запишіть суму всіх цілих розв'язків цієї нерівності.

34. Розв'яжіть нерівність $\lg \frac{4}{3x-2} \geq 0$. У відповідь запишіть найбільший розв'язок цієї нерівності. Якщо найбільшого розв'язку нерівності не існує, то у відповідь запишіть число 100.

35. Обчисліть суму натуральних розв'язків нерівності $\log_{0,7}(x^2 - 2x - 3) \leq \log_{0,7}(9 - x)$.

36. Обчисліть суму цілих розв'язків нерівності $\log_2 \left(\frac{3}{x-1} \right) \geq \log_2(5-x)$.

37. (2010) Знайдіть кількість усіх цілих розв'язків нерівності $\log_{\frac{1}{4}}(x^2 + 6x) \geq -2$. Якщо нерівність має безліч цілих розв'язків, то у відповідь запишіть число 100.

38. Знайдіть кількість усіх цілих розв'язків нерівності $\log_8(x^2 - 4x + 3) \leq 1$. Якщо нерівність має безліч цілих розв'язків, то у відповідь запишіть число 100.

39. Знайдіть кількість усіх цілих розв'язків нерівності $\lg \frac{x^2 - 1}{(x-2)^2} > 0$ на проміжку $[0; 4]$.

40. Розв'яжіть нерівність $\lg x + \lg(x-3) > 1$. У відповідь запишіть найменший цілий розв'язок нерівності.

41. Розв'яжіть нерівність $\log_{\frac{1}{3}}(x+2) + \log_{\frac{1}{3}} x < -1$. У відповідь запишіть найменший цілий розв'язок нерівності.

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Відповідь	А	Б	Г	Б	А	А	А	В	Г	Г	Д	Г	Г	Г	В
Завдання	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26			27	
Відповідь	В	В	Д	В	В	Д	А	Г	А	Г	1-Б, 2-Г, 3-В	7			
Завдання	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	
Відповідь	8	6	0	1	-1	-6	2	30	6	4	4	2	6	2	

Тема 20. Похідна функції.

Геометричний та фізичний зміст похідної

Приклад 1. Знайдіть похідну функції:

а) $y = x^3 + 3x^{-2}$; б) $y = 2x^2(2 - \sin x)$.

Розв'язання. а) $y' = (x^3 + 3x^{-2})' = (x^3)' + (3x^{-2})' = 3x^2 - 6x^{-3}$;

$$\begin{aligned} \text{б) } y' &= (2x^2(2 - \sin x))' = (2x^2)'(2 - \sin x) + 2x^2(2 - \sin x)' = \\ &= 2(x^2)'(2 - \sin x) + 2x^2(2' - (\sin x)') = 4x(2 - \sin x) + 2x^2(0 - \cos x) = \\ &= 8x - 4x\sin x - 2x^2 \cos x. \end{aligned}$$

Приклад 2. Знайдіть значення похідної функції $f(x) = \frac{x+2}{x^2}$ в точці $x_0 = 1$.

$$\begin{aligned} \text{Розв'язання. } f'(x) &= \left(\frac{x+2}{x^2}\right)' = \frac{(x+2)' \cdot x^2 - (x+2) \cdot (x^2)'}{(x^2)^2} = \\ &= \frac{1 \cdot x^2 - (x+2) \cdot 2x}{x^4} = \frac{x^2 - 2x^2 - 4x}{x^4} = -\frac{x+4}{x^3}. \end{aligned}$$

Отже, $f'(1) = -\frac{1+4}{1^3} = -5$.

Відповідь: -5 .

Приклад 3. Знайдіть похідну функції $f(x) = \ln(x^3 + 1)$.

Розв'язання. Враховуючи, що дана функція є складеною, одержимо

$$f'(x) = (\ln(x^3 + 1))' = \frac{1}{x^3 + 1} \cdot (x^3 + 1)' = \frac{1}{x^3 + 1} \cdot 3x^2 = \frac{3x^2}{x^3 + 1}.$$

1. Знайдіть похідну функції $y = x^5 + 2\cos x$.

А	Б	В
$y' = 5x^4 + 2\sin x$	$y' = 5x - 2\sin x$	$y' = 5x^4 - 2\sin x$
Г		Д
$y' = \frac{x^6}{6} + 2\sin x$		$y' = x^4 - 2\sin x$

2. Укажіть похідну функції $y = 2\sin x - \cos x + 5$.

А	Б	В
$y' = 2\cos x + \sin x + 5$	$y' = 2\cos x - \sin x$	$y' = -2\cos x - \sin x + 5x$
Г		Д
$y' = -2\cos x - \sin x$		$y' = 2\cos x + \sin x$

3. Укажіть похідну функції $y = -\frac{1}{6}x^6 + 4x^3 - 7$.

А	Б	В
$y' = -x^7 + x^4$	$y' = -x^5 + 12x^2 - 7$	$y' = -x^5 + 12x^2$
Г		Д
$y' = -\frac{x^7}{6} + x^4 - 7x$		$y' = -\frac{1}{36}x^5 + \frac{3}{4}x^2$

4. Знайдіть значення похідної функції $f(x) = \sqrt{2}\cos x + 5$ у точці $x_0 = \frac{\pi}{4}$.

А	Б	В	Г	Д
-4	-1	1	4	5

5. Знайдіть значення похідної функції $f(x) = 2x^3 - 3$ у точці $x_0 = -1$.

А	Б	В	Г	Д
-11	-7	1	3	6

6. Знайдіть значення похідної функції $f(x) = -\frac{2}{x^2}$ у точці $x_0 = -1$.

А	Б	В	Г	Д
-4	-1	1	4	5

7. Знайдіть значення похідної функції $f(x) = \frac{x^2}{4} - \sqrt{x}$ у точці $x_0 = 4$.

А	Б	В	Г	Д
4,5	4,25	1,75	2,5	0,75

8. Обчислити $f'(x)$, якщо $f(x) = \cos 5 - e^3$.

А	Б	В	Г	Д
$\cos 5 + 3e^2$	$\sin 5 + e^3$	$\cos 5$	0	$3e^2$

9. Знайдіть похідну функції $y = x^3 \ln x$.

А	Б	В	Г	Д
$y' = 3x^2$	$y' = 3x^2 \ln x + x^2$	$y' = x^2 \ln x + x^2$	$y' = 3x^2 \ln x$	$y' = 3x \ln x + x^2$

10. Укажіть похідну функції $f(x) = x^2(x^3 + 1)$.

А	Б	В	Г	Д
$f'(x) = 5x^4 + 2x$	$f'(x) = 4x^3$	$f'(x) = 5x^4$	$f'(x) = 6x^3 + 2x$	$f'(x) = \frac{x^6}{6} + \frac{x^3}{3}$

11. Знайдіть значення похідної функції $f(x) = \frac{2-x}{3x+1}$ у точці $x_0 = 1$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{7}{16}$	$-\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{7}{4}$	$\frac{1}{16}$

12. Знайдіть похідну функції $f(x) = \frac{x}{x^2 + 3}$.

А	Б	В
$f'(x) = \frac{3+3x^2}{(x^2+3)^2}$	$f'(x) = \frac{3-x^2}{(x^2+3)^2}$	$f'(x) = \frac{1}{2x}$
Г		Д
$f'(x) = \frac{3-x^2}{x^2+3}$		$f'(x) = \frac{x^2-3}{(x^2+3)^2}$

13. Знайдіть значення похідної функції $f(x) = \frac{1}{x^4} - \frac{2}{x^5}$ у точці $x_0 = 1$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{7}{4}$	2	4	6	8

14. Функція $f(x)$ має в точці x_0 похідну $f'(x_0) = -5$. Визначте значення похідної функції $g(x) = 3 \cdot f(x) + 2x - 5$ в точці x_0 .

А	Б	В	Г	Д
15	12	-13	-4	-18

15. Функція $f(x)$ в точці $x_0 = 5$ має похідну $f'(5) = -1$. Визначте значення похідної функції $g(x) = f(x) \cdot x^2$ в точці x_0 , якщо $f(5) = 3$.

А	Б	В	Г	Д
$g'(5) = -2$	$g'(5) = -1$	$g'(5) = -5$	$g'(5) = 5$	$g'(5) = 15$

16. Знайдіть похідну функції $y = e^{-2x} + 1$.

А	Б	В	Г	Д
$y' = e^{-2x}$	$y' = -2e^{-2x}$	$y' = -2xe^{-2x}$	$y' = 2e^{-2x} + 1$	$y' = -\frac{1}{2}e^{-2x}$

17. $(e^{3x+2})' = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{3}e^{3x+2}$	$3e^x$	$(3x+2)e^{3x+2}$	$3e^{3x+2}$	e^{3x+2}

18. Якщо $y = (4x-5)^3$, то $y' =$

А	Б	В	Г	Д
$3(4x-5)^2$	$3(4x-5)$	$\frac{(4x-5)^4}{16}$	$12(4x-5)^2$	$\frac{3}{4}(4x-5)^2$

19. Знайти похідну функції $y = \sin 3x$ у точці $x_0 = \frac{\pi}{9}$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{3}{2}$

20. Тіло рухається прямолінійно за законом $S(t) = \frac{2}{3}t^3 - 2t^2 + 4t$ (час t вимірюється в секундах, шлях S – у метрах). Визначте швидкість його руху у момент $t = 10$ с.

А	Б	В	Г	Д
164 м/с	160 м/с	136 м/с	204 м/с	210 м/с

21. (2008) Матеріальна точка рухається за законом $S(t) = t^2 + 3t + 4$ (t вимірюється в годинах, S – у кілометрах). У який момент часу швидкість точки дорівнює 8 км/год?

А	Б	В	Г	Д
$t = 0,5$ год	$t = 1,5$ год	$t = 2,5$ год	$t = 1$ год	$t = 4$ год

22. Знайти миттєву швидкість точки, яка рухається за законом $S(t) = \frac{1}{3}t^3 + 4t + 3$ (S – шлях у метрах, t – час у секундах) через 3 с після початку руху.

А	Б	В	Г	Д
12 м/с	13 м/с	14 м/с	15 м/с	16 м/с

23. Матеріальна точка рухається прямолінійно за законом $s(t) = 1,5t^2 - 15t + 5$, s – шлях у метрах, t – час у секундах. Через який час від початку руху ця точка зупинилася?

А	Б	В	Г	Д
1 с	2 с	3 с	4 с	5 с

24. До графіка функції $y=5x^2$ проведено дотичну в точці з абсцисою $x_0=2$. Обчисліть тангенс кута нахилу цієї дотичної до додатного напрямку осі абсцис.

А	Б	В	Г	Д
5	10	15	20	30

25. Обчисліть $f'(1)$, якщо кут між дотичною, проведеною до графіка функції $y=f(x)$ у точці з абсцисою $x_0=1$, і додатним напрямом осі Ox дорівнює 60° .

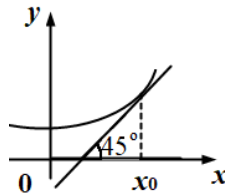
А	Б	В	Г	Д
$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	1

26. Знайдіть ординату точки на графіку функції $y=x^2+2x$, у якій кутовий коефіцієнт дотичної до параболи дорівнює 4.

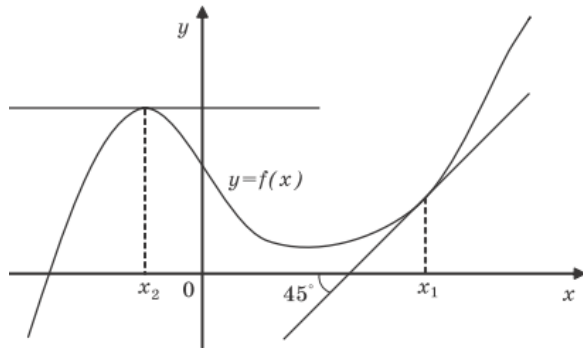
А	Б	В	Г	Д
1	3	4	16	15

27. Дотична, проведена до графіка функції $y=f(x)$ в точці з абсцисою x_0 , нахилена до додатного напрямку осі Ox під кутом 45° . Знайдіть $f'(x_0)$.

А	Б	В	Г	Д
-1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$



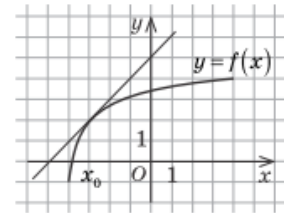
28. На рисунку зображений графік функції $y=f(x)$ та дотичні до нього в точках x_1 та x_2 . Користуючись геометричним змістом похідної, знайдіть $f'(x_1)+2 \cdot f'(x_2)$.



А	Б	В	Г	Д
1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

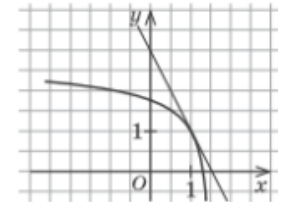
29. На рисунку зображений графік функції $y=f(x)$ та дотична до нього в точці x_0 . Знайдіть значення похідної в точці x_0 .

А	Б	В	Г	Д
1	-1	5	-5	0,5



30. На рисунку зображений графік функції $y=f(x)$ та дотична до нього в точці x_0 . Знайдіть значення похідної в точці x_0 .

А	Б	В	Г	Д
1	-2	2	-0,5	0,5



31. Скласти рівняння дотичної до графіка функції $f(x)=x^2$ у точці $x_0=3$.

А	Б	В
$y=6(x+3)-9$	$y=\frac{1}{6}(x+3)-9$	$y=6x+12$
Г		Д
$y=6(x-3)+9$		$y=6(x+3)+9$

32. Знайдіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x)=4x-\frac{1}{3}x^3$ в точці $x_0=3$.

А	Б	В	Г	Д
$y=16-5x$	$y=16-4x$	$y=18-5x$	$y=18-4x$	$y=12-3x$

33. Укажіть рівняння дотичної, проведеної до графіка функції $y=f(x)$ у точці з абсцисою $x_0=-1$, якщо $f(x_0)=3$, $f'(x_0)=2$.

А	Б	В
$y=-1+2(x-3)$	$y=3+2(x+1)$	$y=2+3(x-1)$
Г		Д
$y=2+3(x+1)$		$y=3+2(x-1)$

34. Укажіть рівняння прямої, яка може бути дотичною до графіка функції $y=f(x)$ у точці з абсцисою $x_0=1$, якщо $f'(x_0)=3$.

А	Б	В	Г	Д
$y=-\frac{3}{2}x+1$	$y=3x-2$	$y=2x+3$	$y=\frac{3}{2}x-1$	$y=-3x+2$

35. Установіть відповідність між функціями (1–3) та похідними цих функцій (А–Д).

- | | |
|---------------------------|------------------------------|
| <i>Функція</i> | <i>Похідна функції</i> |
| 1 $y = 4x^3 - 0,5x^2 + 2$ | А $y' = 4 \cos 2x$ |
| 2 $y = \sqrt[4]{x^3}$ | Б $y' = 4 \sin 2x$ |
| 3 $y = 2 \cos 2x$ | В $y' = -4 \sin 2x$ |
| | Г $y' = \frac{3}{4\sqrt{x}}$ |
| | Д $y' = 12x^2 - x$ |

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

36. Установіть відповідність між функціями (1–3) та похідними цих функцій (А–Д).

- | | |
|-------------------------|-----------------------------|
| <i>Функція</i> | <i>Похідна функції</i> |
| 1 $y = \frac{x}{5} + 2$ | А $y' = 2\frac{1}{5}$ |
| 2 $y = \frac{5}{x} + 2$ | Б $y' = -\frac{5}{(x+2)^2}$ |
| 3 $y = \frac{5}{x+2}$ | В $y' = -\frac{5}{x^2}$ |
| | Г $y' = \frac{1}{5}$ |
| | Д $y' = 5x$ |

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

37. Установіть відповідність між функціями (1–3) та похідними цих функцій (А–Д).

- | | |
|--------------------------|--|
| <i>Функція</i> | <i>Похідна функції</i> |
| 1 $y = \cos \frac{x}{2}$ | А $y' = -\frac{1}{2} \sin \frac{x}{2}$ |
| 2 $y = \cos 2x$ | Б $y' = -\frac{1}{2} \sin x$ |
| 3 $y = \frac{\cos x}{2}$ | В $y' = -2 \sin x$ |
| | Г $y' = -2 \sin 2x$ |
| | Д $y' = -\sin 2x$ |

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

38. Знайдіть значення похідної функції $f(x) = \sqrt{10+3x}$ у точці $x_0 = 2$.

39. Знайдіть значення похідної функції $y = \sqrt{15-3x}$ у точці $x_0 = 2$.

40. Знайдіть значення похідної функції $f(x) = \ln(2x-1)$ у точці $x_0 = 1$.

41. Обчисліть значення похідної функції $f(x) = 4x \ln x + 2$ при $x = e$.

42. Знайдіть суму цілих розв'язків нерівності $\frac{(x-5)f'(x)}{x-4} \leq 0$, де

$$f(x) = x^3 - 12x + 7.$$

43. Обчисліть добуток цілих розв'язків нерівності $f'(x) \leq g'(x)$, де

$$f(x) = \frac{x^2 + 4}{x}, \quad g(x) = \frac{-4x^2 + 1}{x}.$$

44. Дотична, проведена до графіка функції $y = f(x)$ у точці $M(3; -7)$, паралельна осі абсцис. Обчисліть значення виразу $3 \cdot f'(3) + 4 \cdot f(3)$.

45. До графіка функції $f(x) = \frac{a}{x}$ проведена дотична під кутом $\alpha = 45^\circ$. При якому значенні параметра a абсциса точки дотику дорівнює 2?

46. Записати рівняння дотичної до графіка функції $f(x) = 3x^2 - x + 2$, яка утворює з додатним напрямом осі Ox кут 135° .

47. Визначте абсцису точки дотику дотичної, яка проведена до графіка функції $f(x) = -\frac{x^2}{2}$ і паралельна графіку функції $y = -2x + 5$.

48. Скласти рівняння дотичної до графіка функції $f(x) = e^{4x+1}$, яка паралельна прямій $y = 4x$.

49. Задано функції $f(x) = \frac{2}{x}$ і $g(x) = 3 - 2x$.

x	$f(x)$
1	
-2	
-1	

1. Для наведених у таблиці значень аргумента x визначте відповідні їм значення функції f .

2. Побудуйте графік функції f .

3. Побудуйте графік функції g .

4. Знайдіть похідну f' функції f .

5. Визначте абсциси точок дотику дотичних, які проведені до графіка функції f і паралельні графіку функції g .

6. Запишіть рівняння однієї дотичної до графіка функції f , яка паралельна графіку функції g .

50. Задано функцію $f(x) = x^2 - 4$.

1. Для наведених у таблиці значень аргумента x визначте відповідні їм значення y .

x	y
0	
-2	
-1	

2. Визначте й запишіть координати точок перетину графіка функції $f(x) = x^2 - 4$ із осями координат.

3. Побудуйте графік функції $f(x) = x^2 - 4$.

4. Знайдіть похідну f' функції $f(x) = x^2 - 4$ в точці $x_0 = -2$.

5. Складіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x) = x^2 - 4$ в точці $x_0 = -2$.

6. Обчисліть площу трикутника, утвореного осями координат і дотичною до графіка функції $f(x) = x^2 - 4$ в точці $x_0 = -2$.

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Відповідь	В	Д	В	Б	Д	А	В	Г	Б	А	А	Б	Г	В	Г
Завдання	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Відповідь	Б	Г	Г	Д	А	В	Б	Д	Г	Г	Б	Г	А	А	Б
Завдання	31	32	33	34	35			36			37				
Відповідь	Г	В	Б	Б	1-Д; 2-Г; 3-В			1-Г; 2-В; 3-Б			1-А; 2-Г; 3-Б				
Завдання	38		39	40	41	42	43	44	45	46		47			
Відповідь	0,375		-0,5	2	8	5	-1	-28	-4	$y = -x + 2$		2			

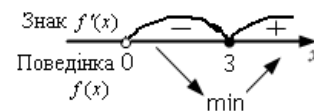
Тема 21. Застосування похідної до дослідження функції

Приклад 1. Для функції $f(x) = x - 3 \ln x$ знайдіть проміжки зростання та спадання функції, точки екстремуму і екстремуми функції.

Розв'язання. 1. Область визначення, $D(f) : x > 0$, тобто $(0; +\infty)$.

$$2. f'(x) = 1 - \frac{3}{x} = \frac{x-3}{x}.$$

3. Похідна існує на всій області визначення функції $f(x)$.



$f'(x) = 0$. Тоді, $\frac{x-3}{x} = 0$, отже, $x \neq 0$, $x = 3$ – критична точка.

4. Відмічаємо критичні точки на області визначення функції $f(x)$ і знаходимо знак $f'(x)$ у кожному з одержаних проміжків.

5. Одержуємо, що функція $f(x)$ спадає на проміжку $(0; 3]$ і зростає на проміжку $[3; +\infty)$. У точці 3 похідна змінює знак з мінуса на плюса, отже, це точка мінімуму; у точці 0 функція невизначена, тому вона на екстремум не досліджується.

Отже, $x_{\min} = 3$, $y_{\min} = f(3) = 3 - 3 \ln 3$.

Приклад 2. Знайдіть найбільше і найменше значення функції $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 5$ на відрізку $[1; 3]$.

Розв'язання.

1. Областю визначення функції є вся множина дійсних чисел.

2. Похідна: $f'(x) = -3x^2 + 6x$.

3. $f'(x) = 0$. Тоді $-3x^2 + 6x = 0$, $x_1 = 0$, $x_2 = 2$ – критичні точки. Лише точка $x = 2$ попадає у заданий відрізок.

4. $f(1) = -1^3 + 3 \cdot 1^2 + 5 = 7$; $f(2) = -2^3 + 3 \cdot 2^2 + 5 = 9$ (найбільше);

$f(3) = -3^3 + 3 \cdot 3^2 + 5 = 5$ (найменше).

Відповідь: $\min_{x \in [1; 3]} f(x) = f(3) = 5$; $\max_{x \in [1; 3]} f(x) = f(2) = 9$.

Приклад 3. З усіх прямокутників, площа яких дорівнює 25 см^2 , знайдіть прямокутник з найменшим периметром.

Розв'язання. Нехай x (см) – довжина однієї сторони прямокутника, а іншої – $\frac{25}{x}$ (см). Тоді периметр прямокутника $P(x) = 2 \left(x + \frac{25}{x} \right)$ – функція від x . Зрозуміло, що x більше за 0 і менше за 25. Маємо

математичну модель задачі: визначити, при якому x функція $P(x)$, задана на проміжку $(0; 25)$, набуває найменшого значення.

Знайдемо похідну даної функції: $P'(x) = 2\left(1 - \frac{25}{x^2}\right)$.

Знайдемо критичні точки: $P'(x) = 0$, $2\left(1 - \frac{25}{x^2}\right) = 0$, $x_1 = 5$, $x_2 = -5$ –

не належить проміжку $(0; 25)$.

Якщо $x < 5$, то $P'(x) < 0$, а якщо $x > 5$, то $P'(x) > 0$. Тому найменшого значення функція $P(x)$ набуває при $x = 5$. Отже, розміри прямокутника – 5×5 см.

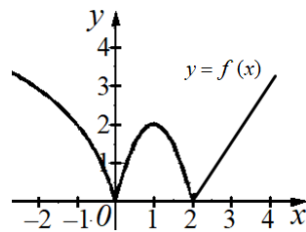
Відповідь: 5×5 см.

1. Знайдіть критичні точки функції $y = x^3 - 6x^2 - 10$.

А	Б	В	Г	Д
0; 2	0; 4	1; 2	1; 4	2; 4

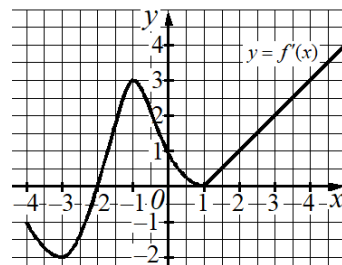
2. Скільки критичних точок має функція $y = f(x)$, зображена на рисунку?

А	Б	В	Г	Д
одну	дві	три	чотири	жодної

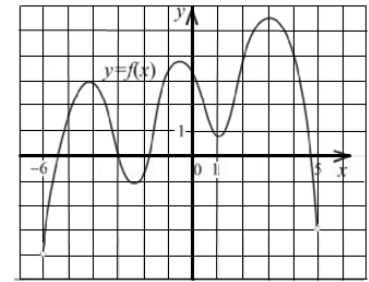


3. На рисунку побудовано графік функції $f'(x)$, визначеної на проміжку $[-4; 4]$. Вкажіть усі критичні точки функції $f(x)$.

А	Б	В	Г	Д
$-3; -1$ і 1	-3 і -1	-2 і 1	-4 і 4	-3 і 1



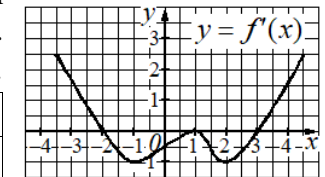
4. (2010) На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, яка визначена на проміжку $(-6; 5)$. У кожній точці цього проміжку існує похідна $y = f'(x)$. Скільки всього коренів має рівняння $f'(x) = 0$ на проміжку $(-6; 5)$?



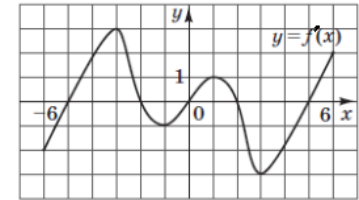
А	Б	В	Г	Д
один	два	три	чотири	п'ять

5. На рисунку побудовано графік функції $f'(x)$, визначеної на проміжку $[-3; 4]$. Вкажіть усі точки екстремуму функції $f(x)$.

А	Б	В	Г	Д
-1 і 2	$-1; 1$ і 2	$-2; 1$ і 3	-2 і 3	-3 і 4



6. На рисунку побудовано графік функції $f'(x)$, визначеної на проміжку $[-6; 6]$. Скільки точок екстремуму має функція $f(x)$?



А	Б	В	Г	Д
жодної	дві	три	чотири	п'ять

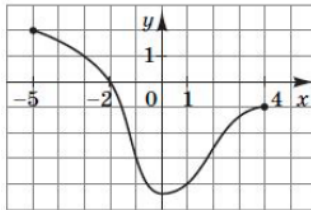
7. Знайдіть проміжки зростання функції $y = -x^3 + 3x + 1$.

А	Б	В	Г	Д
$(-1; +\infty)$	$(1; +\infty)$	$(-1; 1)$	$(-\infty; -1)$	$(-\infty; 1)$

8. Знайдіть проміжки спадання функції $y = \frac{2}{3}x^3 - \frac{x^2}{2}$.

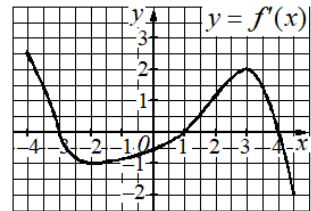
А	Б	В	Г	Д
$(-0, 25; 0, 25)$	$(-1; -0, 5]$	$[-0, 5; 0]$	$[-0, 75; -0, 25]$	$[0; 0, 5]$

9. Функція $y = f(x)$ визначена на проміжку $[-5; 4]$ і має похідну в кожній точці області визначення. На рисунку побудовано графік функції $y = f'(x)$. Укажіть проміжки спадання функції $y = f(x)$.



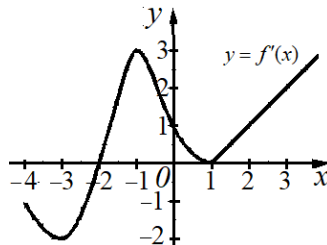
А	Б	В	Г	Д
$[-5; -2]$	$[-5; 0]$	$[-2; 4]$	$[-2; 0]$	$[0; 4]$

10. На рисунку побудовано графік функції $y = f'(x)$, визначеної на проміжку $[-4; 5]$. Вкажіть проміжки зростання функції $y = f(x)$ на проміжку $[-4; 5]$.



А	Б	В	Г	Д
$[-2; 3]$	$[-1; 2]$	$[-2; 1]$ і $[4; 5]$	$[1; 3]$	$[-4; -3]$ і $[1; 4]$

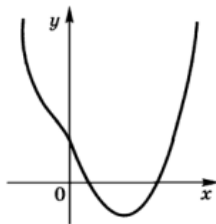
11. На рисунку побудовано графік функції $f'(x)$, визначеної на проміжку $[-4; 4]$. Скільки проміжків спадання має функція $f(x)$?



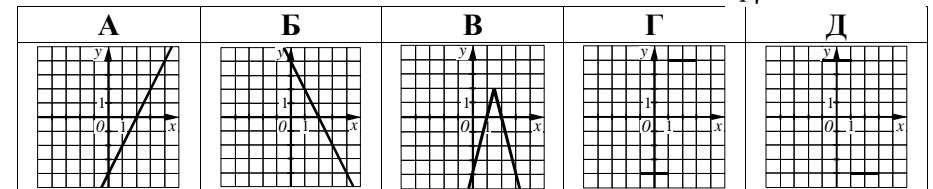
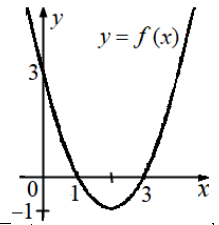
А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	чотири

12. На рисунку зображено графік функції $f(x) = x^4 - bx + c$. Визначте знаки параметрів b і c .

А	Б	В	Г	Д
$\begin{cases} b > 0, \\ c > 0. \end{cases}$	$\begin{cases} b > 0, \\ c < 0. \end{cases}$	$\begin{cases} b < 0, \\ c > 0. \end{cases}$	$\begin{cases} b < 0, \\ c < 0. \end{cases}$	$\begin{cases} b > 0, \\ c = 0. \end{cases}$



13. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$. Серед наведених графіків вказати графік функції $y = f'(x)$.



14. Знайдіть суму цілих чисел, які належать проміжку зростання функції $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x + 1$. Точки екстремуму не враховуйте.

15. Знайдіть найбільше значення функції $f(x) = x^3 - 12x + 1$ на відрізку $[-3; 1]$.

16. Знайдіть найменше значення функції $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ на відрізку $[-1; 3]$.

17. Знайдіть найбільше значення функції $y = \frac{\sqrt{x}}{x+4}$ на проміжку $[1; 9]$.

18. (2015) За якого значення параметра c найменше значення функції $y = x^4 - 8x^2 + c$ на відрізку $[-1; 3]$ дорівнює 30?

19. Відрізок 12 см завдовжки поділили на дві частини так, що сума площ квадратів, побудованих на цих частинах, стала найменшою. Обчисліть суму площ квадратів.

20. На лузі біля річки треба обгородити ділянку прямокутної форми найбільшої площі, що прилягає до прямолінійного берега річки (з боку річки огорожа не встановлюється). Для цього завезено 400 погонних метрів огорожі. Вкажіть площу такої прямокутної ділянки ($у м^2$).

21. Дві вершини прямокутника $ABCD$ належать графіку функції $y = 48 - x^2$, а дві інші – осі x . Яку найбільшу площу може мати прямокутник $ABCD$?

22. Усі вершини трапеції $ABCD$ належать графіку функції $y = 9 - x^2$, побудованому в прямокутній декартовій системі координат. Більша сторона AD лежить на осі x . Яку найбільшу площу може мати трапеція $ABCD$?

23. Задано функцію $y = x + \sin 2x$

1. Знайдіть похідну f' функції $f(x) = x + \sin 2x$.

2. Визначте нулі функції f' .

3. Вкажіть критичні точки функції f на відрізку $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

4. Для наведених у таблиці значень аргумента x визначте відповідні їм значення функції $f(x) = x + \sin 2x$.

x	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$f(x)$			

5. Порівняйте $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ та $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$

6. Вкажіть найбільше та найменше значення функції $f(x) = x + \sin 2x$ на відрізку $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

24. Задано функцію $y = \frac{3}{2}x^2 - x^3$.

1. Для наведених у таблиці значень аргумента x визначте відповідні їм значення y .

x	y
0	
-2	
2	

2. Визначте й запишіть координати точок перетину графіка функції $y = \frac{3}{2}x^2 - x^3$ із віссю x .

3. Знайдіть похідну f' функції $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - x^3$.

4. Визначте нулі функції f' .

5. Визначте проміжки зростання і спадання, точки екстремуму і екстремуми функції f .

6. Побудуйте ескіз графіка функції f .

25. Задано функцію $f(x) = -x^3 + 3x - 2$.

1. Знайдіть проміжки зростання та спадання функції, екстремуми функції.

2. Побудуйте ескіз графіка функції $f(x)$.

3. Знайдіть кількість коренів рівняння $f(x) = a$, де $a \in R$, залежно від значення параметра a .

4. У відповідь запишіть найбільше ціле a , при якому рівняння не має коренів.

26. Використовуючи графік функції $f(x) = x^3 - 9x$, знайдіть найменше ціле значення параметра a , при якому рівняння $x^3 - 9x = a$ має три різні корені. Вважайте, що $\sqrt{3} \approx 1,7$.

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Відповідь	Б	В	В	Д	Г	Д	В	Д	В	Д	Б	А	Б	1	17
Завдання	16	17	18	19	20	21									
Відповідь	1	0,25	46	72	2000	256									

Тема 22. Первісна. Визначений інтеграл

Приклад 1. Знайдіть загальний вигляд первісних для функцій:

а) $f(x) = x^2 + \sin x - 3$; б) $f(x) = 3\sqrt{x}$.

Розв'язання. а) $F(x) = \frac{x^3}{3} - \cos x - 3x + C$;

б) оскільки $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$, то

$$F(x) = 3 \cdot \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + C = 3 \cdot \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + C = 2\sqrt{x^3} + C = 2x\sqrt{x} + C.$$

Приклад 2. Для функції $f(x) = 2\cos x$ знайдіть первісну, графік якої проходить через точку $M(\pi; 1)$.

Розв'язання. Знайдемо загальний вигляд усіх первісних:

$$F(x) = 2\sin x + C.$$

За умовою графік первісної проходить через точку $M(\pi; 1)$, отже, при $x = \pi$ одержуємо $2\sin \pi + C = 1$. Звідси $C = 1$. Тоді шукана первісна $F(x) = 2\sin x + 1$.

Приклад 3. Обчисліть інтеграл $\int_0^3 x^2 dx$.

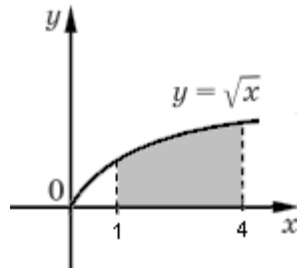
Розв'язання. $\int_0^3 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^3 = \frac{3^3}{3} - \frac{0^3}{3} = 9$.

Приклад 4. Обчислити площу фігури, обмеженої прямими $x = 1$, $x = 4$, віссю Ox і графіком функції $y = \sqrt{x}$.

Розв'язання. Зобразивши ці лінії, отримаємо криволінійну трапецію на рисунку.

Тоді її площа дорівнює

$$S = \int_1^4 \sqrt{x} dx = \int_1^4 x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} \Big|_1^4 = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \Big|_1^4 = \frac{2}{3} \left(4^{\frac{3}{2}} - 1^{\frac{3}{2}} \right) = \frac{2}{3} (2^3 - 1) = 4\frac{2}{3} \text{ кв. од.}$$



Приклад 5. Обчисліть площу фігури, обмеженої лініями $y = \sqrt{x}$ та $y = x^2$.

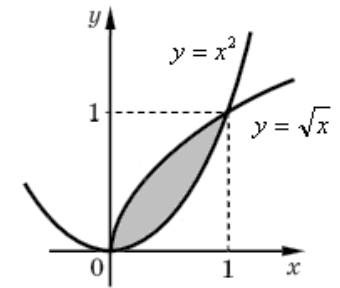
Розв'язання. Зобразимо задані лінії в декартовій системі координат і знайдемо абсциси точок їх перетину з рівняння:

$$x^2 = \sqrt{x},$$

тоді $x^4 = x$, $x^4 - x = 0$, $x(x^3 - 1) = 0$,
 $x = 0$ або $x = 1$.

Площа заданої фігури дорівнює

$$S = \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx = \int_0^1 x^{\frac{1}{2}} dx - \int_0^1 x^2 dx = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \Big|_0^1 - \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} \text{ кв. од.}$$



1. Якщо $F(x) = 3 - \cos x$ – первісна функції $f(x)$, то $f(x) =$

А	Б	В	Г	Д
$-\sin x$	$\sin x$	$3x - \sin x$	$3x + \sin x$	$3 - \sin x$

2. Функція $F(x) = 3\sin(2x) - 1$ є первісною функції $f(x)$. Знайдіть функцію $f(x)$.

А	Б	В
$f(x) = -3\cos(2x)$	$f(x) = 6\cos(2x)$	$f(x) = 3\cos(2x)$
Г		Д
$f(x) = -3\cos(2x) - x + C$		$f(x) = -6\cos(2x) - x + C$

3. Укажіть загальний вигляд первісної функції $f(x) = 3x^2$.

А	Б	В	Г	Д
$6x + C$	$x + C$	$x^3 + C$	$3x^3 + C$	$6x^3 + C$

4. Знайти загальний вигляд первісних для функції $f(x) = x^{10} - x^8 + x + 13$.

А $F(x) = 10x^9 - 8x^7 + 1 + C$

Б $F(x) = \frac{x^{11}}{11} - \frac{x^9}{9} + \frac{x^2}{2} + 13x + C$

В $F(x) = \frac{x^{11}}{11} - \frac{x^9}{9} + \frac{x^2}{2} + 13 + C$

Г $F(x) = 11x^{11} - 9x^9 + 2x^2 + 13x + C$

Д $F(x) = -\frac{x^{11}}{11} + \frac{x^9}{9} - \frac{x^2}{2} - 13x + C$

5. Знайти загальний вигляд первісних для функції $f(x) = -2\cos x + 1$.

А	Б	В
$F(x) = -2\sin x + x + C$	$F(x) = -2\sin x + C$	$F(x) = 2\cos x + C$
Г		Д
$F(x) = 2\sin x + x + C$		$F(x) = -2\sin x + 1 + C$

6. Укажіть загальний вигляд первісних функції $f(x) = \frac{2}{x^2}$.

А	Б	В	Г	Д
$F(x) = \frac{1}{x^3} + C$	$F(x) = \frac{-1}{x^3} + C$	$F(x) = \frac{2}{x^3} + C$	$F(x) = \frac{-2}{x^3} + C$	$F(x) = \frac{-2}{x} + C$

7. Укажіть первісну $F(x)$ для функції $f(x) = \frac{1}{3x}$?

А	Б	В
$F(x) = \frac{1}{x^2}$	$F(x) = \frac{1}{3} \ln x $	$F(x) = -\frac{1}{3x^2}$
Г		Д
$F(x) = 3 \ln x $		$F(x) = \ln 3x $

8. Яка з наведених функцій є первісною для функції $f(x) = 2 + \cos 2x$?

А	Б	В
$F(x) = 2x - \frac{\sin 2x}{2}$	$F(x) = 2x + \frac{\sin 2x}{2}$	$F(x) = 2x + \sin 2x$
Г		Д
$F(x) = 2 \sin 2x$		$F(x) = 2x - \sin 2x$

9. Функція $F(x) = 3x^2 + 1$ є первісною для функції $f(x)$. Укажіть функцію $G(x)$, яка також є первісною функції $f(x)$.

А	Б	В
$G(x) = x^3 + x$	$G(x) = 3x^2 + x$	$G(x) = 6x$
Г		Д
$G(x) = 3x^2 - 1$		$G(x) = x^2 + 3$

10. Знайдіть первісну функції $f(x) = 2x + 3$, графік якої проходить через точку з координатами (1; 5).

А	Б	В
$F(x) = x^2 + 3x$	$F(x) = x^2 + 3x + 1$	$F(x) = x^2 + 3x - 4$
Г		Д
$F(x) = x^2 + 3x + 2$		$F(x) = x^2 + 3x - 12$

11. Для функції $f(x) = \sin x$ знайдіть первісну $F(x)$, графік якої проходить через точку з координатами $(\pi; 0)$.

А	Б	В	Г	Д
$F(x) = \sin x$	$F(x) = \cos x$	$F(x) = -\cos x$	$F(x) = -1 - \cos x$	$F(x) = \cos x - 1$

12. Тіло рухається прямолінійно зі швидкістю $v(t) = 2t + 3$. Знайти закон руху тіла $S(t)$, якщо $S(1) = 3$.

А	Б	В	Г	Д
$S(t) = t^2 + 3t$	$S(t) = t^2 + 3$	$S(t) = t^2 + 3t - 1$	$S(t) = t^2 + 3t + 2$	$S(t) = t^2 + 3t + 1$

13. Знайдіть первісну функції $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} - 1$, для якої виконується умова $F(4) = 0$.

А	Б	В
$F(x) = 4\sqrt{x} - x + 4$	$F(x) = 2\sqrt{x} - x + 4$	$F(x) = 4\sqrt{x} - x - 4$
Г		Д
$F(x) = 2\sqrt{x} - x - 4$		$F(x) = \sqrt{x} - x - 4$

14. Обчисліть інтеграл $\int_0^1 x^{20} dx$.

А	Б	В	Г	Д
19	21	20	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{21}$

15. Використовуючи формулу Ньютона-Лейбніца, обчисліть

$$\int_0^2 (3x^2 + 1) dx.$$

А	Б	В	Г	Д
12	14	18	10	42

16. Знайти значення інтеграла $\int_{-1}^1 f(x) dx$, якщо відомо: $\int_{-2}^{-1} f(x) dx = 1$,

$$\int_{-2}^1 f(x) dx = -2.$$

А	Б	В	Г	Д
3	1	0	-1	-3

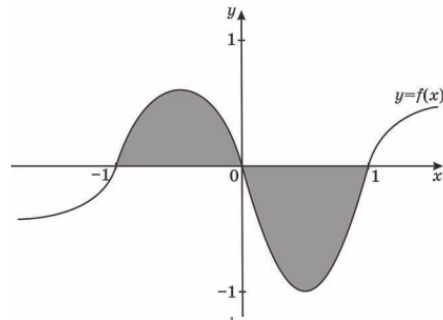
17. Обчисліть інтеграл $\int_0^2 (f(x) + 3) dx$, якщо $\int_0^2 f(x) dx = 5$.

А	Б	В	Г	Д
11	14	2	28	15

18. Вказати формулу для обчислення площі S фігури, обмеженої лініями $y = x^2$ і $y = \sqrt{x}$.

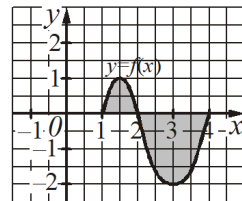
А	Б	В	Г	Д
$S = \int_0^1 (x^2 - \sqrt{x}) dx$	$S = \int_0^1 (x^2 + \sqrt{x}) dx$	$S = \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx$	$S = \int_0^1 x^2 dx$	$S = \int_0^1 \sqrt{x} dx$

19. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$. Укажіть формулу для обчислення площі зафарбованої фігури.



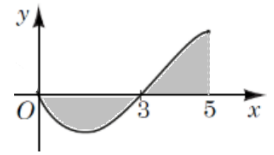
- А $\int_{-1}^1 f(x) dx$
 Б $\int_{-1}^0 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx$
 В $\int_0^1 f(x) dx - \int_{-1}^0 f(x) dx$
 Г $2 \int_{-1}^0 f(x) dx$
 Д $2 \int_0^1 f(x) dx$

20. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$. Вкажіть правильну нерівність.



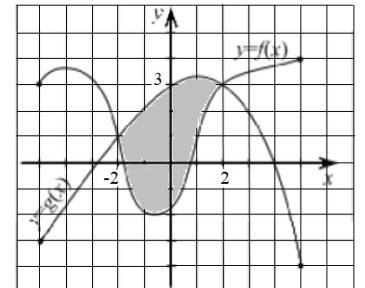
- А $0 < \int_1^2 f(x) dx < \int_2^4 f(x) dx$
 Б $0 < \int_2^4 f(x) dx < \int_1^2 f(x) dx$
 В $\int_2^4 f(x) dx < \int_1^2 f(x) dx < 0$
 Г $\int_2^4 f(x) dx < 0 < \int_1^2 f(x) dx$
 Д $\int_1^2 f(x) dx < 0 < \int_2^4 f(x) dx$

21. Вкажіть формулу для обчислення площі фігури, зображеної на рисунку.



А	Б	В
$S = \int_0^5 f(x) dx$	$S = 2 \int_0^5 f(x) dx$	$S = -\int_0^3 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx$
Г		Д
$S = \int_0^3 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx$		$S = -\int_0^3 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx$

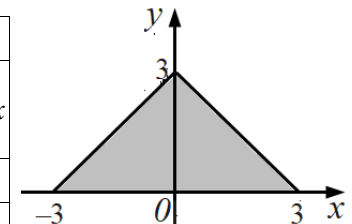
22. На рисунку зображено графіки функцій $y = f(x)$ та $y = g(x)$. Укажіть формулу для обчислення площі зафарбованої фігури.



А	Б	В
$S = \int_{-2}^2 (f(x) - g(x)) dx$	$S = \int_{-2}^2 (g(x) - f(x)) dx$	$S = \int_{-2}^3 (f(x) + g(x)) dx$
Г		Д
$S = \int_{-2}^3 (f(x) - g(x)) dx$		$S = \int_{-2}^3 (g(x) - f(x)) dx$

23. Вказати формулу для обчислення площі трикутника, заштрихованого на рисунку.

А	Б	В
$S = \int_{-3}^3 (x - 3) dx$	$S = \int_{-3}^3 (x + 3) dx$	$S = \int_{-3}^3 3 - x dx$
Г		Д
$S = \int_{-3}^3 (3 - x) dx$		$S = \int_{-3}^3 x + 3 dx$

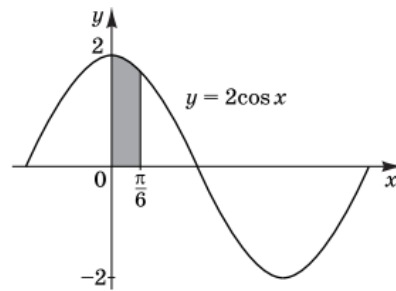


24. Вказати формулу для обчислення площі фігури, обмеженої графіком функції $y = x^2 - 4$ й віссю абсцис.

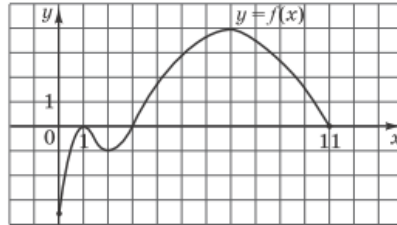
А	Б	В
$S = \int_{-4}^4 (x^2 - 4) dx$	$S = \int_{-2}^2 (x^2 - 4) dx$	$S = -\int_{-2}^2 \left(\frac{x^3}{3} - 4x\right) dx$
Г		Д
$S = -\int_{-4}^4 (x^2 - 4) dx$		$S = -\int_{-2}^2 (x^2 - 4) dx$

25. Обчисліть площу заштрихованої фігури, зображеної на рисунку.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$



26. (2013) На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[0; 11]$ та диференційованої на проміжку $(0; 11)$. Установіть відповідність між числом (1-4) та проміжком (А-Д), якому належить це число.



Число

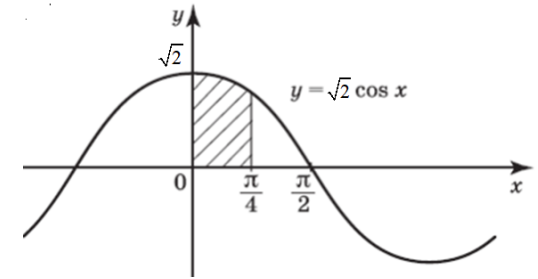
- 1 $f(8)$
- 2 $f'(7)$
- 3 найменше значення функції $y = f(x)$ на її області визначення
- 4 $\int_1^3 f(x) dx$

Проміжок

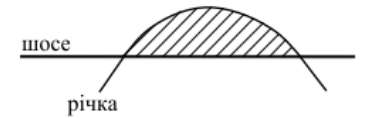
- А $(-\infty; 2]$
- Б $(-2; -0,5]$
- В $(-0,5; 2]$
- Г $(2; 4]$
- Д $(4; +\infty)$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

27. Обчисліть площу заштрихованої фігури, зображеної на рисунку.



28. (2006) Річка тече лугом і двічі перетинає шосе, утворюючи криву $y = 3x - x^2$. Яка площа луку між шосе та річкою, якщо вважати, що лінія шосе збігається з віссю Ox ?



29. Обчисліть інтеграли:

- 1) $\int_{-2}^1 (x^2 - 2x) dx$;
- 2) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}} 2 \operatorname{tg} x \cos x dx$;
- 3) $\int_0^3 \frac{x^4 - 1}{x^2 + 1} dx$.

30. Знайти загальний вигляд первісних для функцій:

- 1) $f(x) = \sin 3x$;
- 2) $f(x) = \cos \frac{x}{3}$;
- 3) $f(x) = (6x - 1)^4$;
- 4) $f(x) = \frac{1}{\cos^2 4x}$;
- 5) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x + 1}}$;
- 6) $f(x) = \frac{3}{2x - 1}$;
- 7) $f(x) = \sqrt{2x - 1}$;
- 8) $f(x) = e^{0,5x-1}$;
- 9) $f(x) = 5^{2x}$.

31. Обчислити інтеграли:

- 1) $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{2x + 1}}$;
- 2) $\int_4^7 \frac{3dx}{\sqrt{4 + 3x}}$;
- 3) $\int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx$.

32. Обчислити площу фігури, обмежену заданими лініями $y = \sin x$, $y = \frac{1}{2}$, $x = \frac{\pi}{6}$, $x = \frac{5\pi}{6}$. Вважайте, що $\sqrt{3} \approx 1,7$, а $\pi \approx 3$.

33. Обчисліть площу фігури, обмеженої лініями: $y = \sin x$, $y = \cos x$, $x = \frac{\pi}{2}$, $x = \pi$.

34. Обчисліть площу фігури, обмеженої лініями $y = x^3$, $y = 8$, $x = 0$.

35. Обчислити площу фігури, обмежену заданими лініями $y = 6 - 2x$, $y = 6 + x - x^2$.

36. Обчислити площу фігури, обмежену заданими лініями $y = x^2$, $y = x^3$. У відповідь запишіть значення виразу $3S$, де S – площа даної фігури.

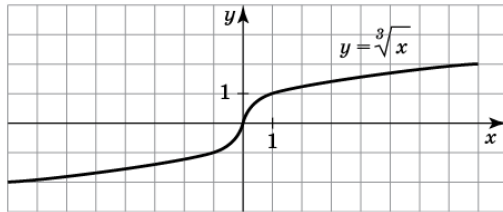
37. Обчислити площу фігури, обмеженої графіками функцій $y = 2x^2$ і $y = 3x - x^2$.

38. Обчислити площу фігури, обмеженої графіками функцій $y = -x^2 + 9$ і $y = x^2 - 9$.

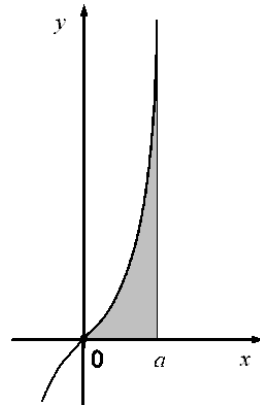
39. Обчислити площу фігури, обмеженої графіком функції $f(x) = 0,5x^2 + 1$, дотичною до нього у точці $x_0 = 2$ і віссю ординат. Відповідь округліть до сотих.

40. За якого значення a визначений інтеграл $\int_0^a (8 - 4x) dx$ набуває найбільшого значення?

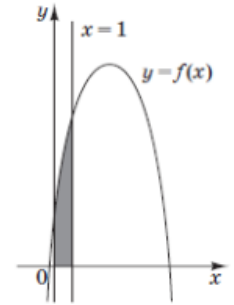
41. (2015) Визначте додатне значення параметра a , за якого площа фігури, обмеженої лініями $y = \sqrt[3]{x}$, $y = 0$ та $x = a$, дорівнює 12 кв.од.



42. У прямокутній системі координат зображено ескіз графіка функції $y = 2x^3$ і пряму, задану рівнянням $x = a$. При якому додатному значенні a площа заштрихованої фігури дорівнює 40,5 кв. од.?

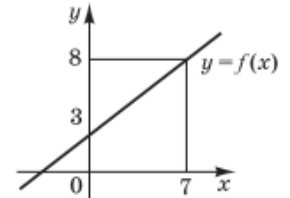


43. (2014) На рисунку зображено ескіз графіка квадратичної функції $f(x) = ax^2 + \frac{2b}{3}x + 5$. Площа криволінійної трапеції обмеженої лініями $y = f(x)$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$, дорівнює 21 кв.од. Обчисліть суму $a + b$.



44. При якому значенні параметра a пряма $x = a$ розбиває фігуру, обмежену графіком функції $y = \frac{10}{x}$ і прямими $y = 0$, $x = 2$, $x = 8$, на дві рівновеликі фігури?

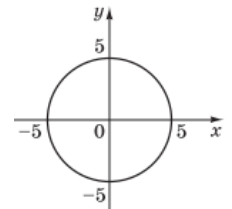
45. (2011) Обчисліть $\int_0^7 f(x) dx$, використовуючи зображений на рисунку графік лінійної функції $y = f(x)$.



46. Використовуючи геометричний зміст інтеграла, обчислити $\int_0^4 |x - 1| dx$.

47. Використовуючи геометричний зміст інтеграла, обчислити $\int_0^4 |1 - |x|| dx$.

48. (2011) На рисунку зображено рівняння $x^2 + y^2 = 25$. Обчисліть $\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^0 \sqrt{25 - x^2} dx$.



49. Використовуючи геометричний зміст інтеграла, обчислити $\frac{1}{\pi} \int_{-4}^4 \sqrt{16 - x^2} dx$.

50. Використовуючи геометричний зміст інтеграла, обчислити

$$\frac{1}{\pi} \int_1^5 \sqrt{-x^2 + 6x - 5} dx.$$

51. Задано функцію $y = 2x + 6$.

- Для наведених у таблиці значень x та y заданої функції визначте відповідні їм значення y та x .
- Запишіть координати точки M перетину графіка заданої функції з віссю x .
- Знайдіть загальний вигляд первісних функції $f(x) = 2x + 6$.
- Знайдіть первісну $F(x)$ функції f , графік якої проходить через точку M .
- Побудуйте графік функції F .
- Визначте найменше значення виразу $2 \cdot F(x) + 5$.

x	y
0	
	0
7	

52. Задано функції $f(x) = x^2 + 1$ і $g(x) = 3 - x$.

- Знайдіть абсциси точок перетину графіків функцій $f(x)$ і $g(x)$.
- Побудуйте графік функції $f(x)$.
- Побудуйте графік функції $g(x)$.
- Запишіть одну з первісних для функції $h(x) = g(x) - f(x)$.
- Запишіть формулу для обчислення площі S фігури, обмеженої графіком функції f та g .
- Обчисліть площу S цієї фігури.

53. Задано функцію $f(x) = x^2 - 6x + 9$.

- Для наведених у таблиці значень x та y заданої функції визначте відповідні їм значення x та y . Результати запишіть у таблицю.
- Побудуйте графік функції f .
- Позначте на рисунку точки перетину графіка функції f з осями координат та укажіть координати цих точок.
- Запишіть загальний вигляд первісних для функції f .
- Запишіть формулу для обчислення площі S фігури, обмеженої графіком функції f та осями координат.
- Обчисліть площу S цієї фігури.

x	y
0	
	0
1	

54. Задано функції $f(x) = \sqrt{x}$ і $g(x) = 6 - x$.

- Побудуйте графік функції f .
 - Побудуйте графік функції g .
 - Розв'яжіть рівняння $f(x) = g(x)$.
 - Позначте на рисунку точки перетину графіків функцій f і g та укажіть координати цих точок.
 - Запишіть формулу для обчислення площі S фігури, обмеженої графіком функцій f , g та віссю абсцис.
 - Обчисліть площу S цієї фігури.
55. Задано функції $f(x) = x^3$ і $g(x) = 4|x|$.
- Побудуйте графік функції f .
 - Побудуйте графік функції g .
 - Розв'яжіть рівняння $f(x) = g(x)$.
 - Позначте на рисунку точки перетину графіків функцій f і g та укажіть координати цих точок.
 - Запишіть формулу для обчислення площі S фігури, обмеженої графіком функцій f та g .
 - Обчисліть площу S цієї фігури.

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Відповідь	Б	Б	В	Б	А	Д	Б	Б	Г	Б	Г	В	В	Д	Г
Завдання	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26				
Відповідь	Д	А	В	Б	Г	Д	Б	Г	Д	Б	1-Г, 2-В, 3-А, 4-Б				
Завдання	27	28	29				30								
Відповідь	1	4,5	1) 6; 2) 1; 3) 6				1) $-\frac{1}{3} \cos 3x + C$; 2) $3 \sin \frac{x}{3} + C$; 3) $24(6x-1)^3 + C$; 4) $\frac{1}{4} \operatorname{tg} 4x + C$; 5) $\sqrt{2x+1} + C$; 6) $\frac{3}{2} \ln 2x-1 + C$; 7) $\frac{2}{3} \sqrt{(2x-1)^3} + C$; 8) $2e^{0,5x-1} + C$; 9) $\frac{5^{2x}}{2 \ln 5} + C$								
Завдання	31				32	33	34	35	36	37	38	39			
Відповідь	1) 2; 2) 2; 3) -2				0,7	1	12	4,5	0,25	0,5	72	1,33			
Завдання	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50				
Відповідь	8	8	3	48	4	38,5	5	5	6,25	8	2				

Тема 23. Арифметична та геометрична прогресії

Приклад 1. Знайдіть суму шести перших членів геометричної прогресії 4; 12; 36; ...

Розв'язання. $b_1 = 4$; $b_2 = 12$; $q = b_2 : b_1 = 12 : 4 = 3$;

$$S_6 = \frac{b_1(q^6 - 1)}{q - 1} = \frac{4(3^6 - 1)}{3 - 1} = 1456.$$

Відповідь: 1456.

Приклад 2. Знайдіть суму дванадцяти перших членів арифметичної прогресії 0,2; 0,6; 1; ...

Розв'язання. $a_1 = 0,2$; $a_2 = 0,6$; $d = a_2 - a_1 = 0,6 - 0,2 = 0,4$;

$$a_{12} = a_1 + 11d = 4,6. S_{12} = \frac{a_1 + a_{12}}{2} \cdot 12 = \frac{0,2 + 4,6}{2} \cdot 12 = 12,28.$$

Відповідь: 12,28.

1. Яка з поданих нижче послідовностей є арифметичною прогресією?

А	Б	В	Г	Д
9; 7; 4; 1	-4; -2; 0; 1	3; 6; 12; 24	1; 3; 6; 10	3; 5; 7; 9

2. Знайдіть четвертий член арифметичної прогресії (a_n), якщо $a_1 = 1,5$, $d = -0,4$.

А	Б	В	Г	Д
0,3	2,7	-0,1	0,9	3

3. У першому ряду кінотеатру встановлено 12 крісел, а у кожному наступному – на 3 крісла більше, ніж у попередньому. Скільки всього крісел встановлено в сьомому ряду цього кінотеатру?

А	Б	В	Г	Д
21	27	30	33	36

4. Знайдіть різницю арифметичної прогресії 1,8; 2,2; 2,6; ...

А	Б	В	Г	Д
0,8	0,4	-0,4	-0,8	3

5. В арифметичній прогресії (a_n) задано $a_1 = 3$, $a_2 = -1$. Укажіть формулу для знаходження n -го члена цієї прогресії.

А	Б	В	Г	Д
$a_n = -1 + 4n$	$a_n = 7 - 3n$	$a_n = 4 - n$	$a_n = 1 + 3n$	$a_n = 7 - 4n$

6. Арифметичну прогресію (a_n) задано формулою n -го члена: $a_n = 7 - 3,6n$. Знайдіть різницю $a_5 - a_3$.

А	Б	В	Г	Д
7,2	3,6	-7,2	-7	-3,6

7. Арифметичну прогресію (a_n) задано формулою n -го члена $a_n = 8 - 4n$. Знайдіть різницю цієї прогресії.

А	Б	В	Г	Д
8	4	-2	-4	-8

8. Знайдіть різницю арифметичної прогресії (a_n), якщо $a_1 = 14$, $a_8 = -7$.

А	Б	В	Г	Д
-2	-3	2	3	7

9. Знайдіть різницю арифметичної прогресії (a_n), якщо $a_5 = -4$, $a_{14} = 50$.

А	Б	В	Г	Д
2	4	6	8	-2

10. Знайдіть різницю арифметичної прогресії (a_n), якщо відомі два її члени: $a_4 = 7$ і $a_9 = -8$.

А	Б	В	Г	Д
-2	-3	-1	1	2

11. Задано арифметичну прогресію (a_n), у якій різниця $d = 0,5$, п'ятнадцятий член $a_{15} = 12$. Визначте перший член прогресії a_1 .

А	Б	В	Г	Д
24	12,5	6	5	4,5

12. Визначте перший член арифметичної прогресії (a_n), якщо $a_{12} = -23$, $d = -2$.

А	Б	В	Г	Д
2	1	-1	-2	3

13. Визначте перший член арифметичної прогресії (a_n), якщо $a_6 = 16$, $a_{18} = 52$.

А	Б	В	Г	Д
2	1	-1	-2	3

14. Укажіть номер члена арифметичної прогресії (a_n), який дорівнює 3,8, якщо $a_1 = 10,4$, $d = -0,6$.

А	Б	В	Г	Д
9	10	11	12	13

15. (2012) У магазині побутової техніки діє акція: на першу велику покупку (вартість перевищує 1000 грн) надається знижка 30 грн, на кожну наступну велику покупку попередня знижка збільшується на 25 грн. На яку за рахунком велику покупку отримає в цьому магазині покупець знижку 180 грн?

А	Б	В	Г	Д
четверту	п'яту	шосту	сьому	восьму

16. Укажіть номер члена арифметичної прогресії 5; 6,2; 7,4; ..., який дорівнює 11.

А	Б	В	Г	Д
5	6	8	10	11

17. В арифметичній прогресії (a_n) : перший член $a_1 = -24$, різниця $d = 1,2$. Скільки всього від'ємних членів має ця прогресія?

А	Б	В	Г	Д
19	20	21	22	23

18. Дано арифметичну прогресію 5,3; 4,9; 4,5; Починаючи з якого номера її члени будуть від'ємними?

А	Б	В	Г	Д
13	14	15	16	17

19. В арифметичній прогресії (a_n) : $a_1 = -4$, $a_5 = a_4 + 2$. Визначте дев'ятий член a_9 цієї прогресії.

А	Б	В	Г	Д
-10	-12	12	14	16

20. В арифметичній прогресії (a_n) : $a_1 = -4$, $a_5 = a_3 + 3$. Визначте дев'ятий член a_9 цієї прогресії.

А	Б	В	Г	Д
-10	-12	8	10	12

21. В арифметичній прогресії (a_n) : $a_1 + a_3 = 18$, різниця $d = -2$. Визначте перший член a_1 цієї прогресії.

А	Б	В	Г	Д
5	10	13	15	11

22. У залі театру 18 рядів. У першому ряду знаходяться 10 місць, а в кожному наступному ряду на 2 місця більше, ніж у попередньому. Скільки всього місць у цьому залі?

А	Б	В	Г	Д
432	438	369	486	864

23. У геометричній прогресії (b_n) задано $b_1 = \frac{1}{625}$ і $q = -5$. Знайдіть четвертий член b_4 цієї прогресії.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{5}$	1	-1	-5

24. У геометричній прогресії (b_n) : $b_1 = \frac{1}{4}$, $b_2 = \frac{1}{8}$. Визначте b_4 .

А	Б	В	Г	Д
2	4	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$

25. Задано геометричну прогресію (b_n) , для якої другий член $b_2 = 6$ і знаменник $q = -2$. Знайдіть b_1 .

А	Б	В	Г	Д
3	-3	12	-6	-12

26. Знайдіть знаменник геометричної прогресії $\frac{1}{256}; -\frac{1}{128}; \frac{1}{64}, \dots$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	2	-2	-4

27. У геометричній прогресії (b_n) задано $b_4 = 0,2$; $b_5 = \frac{3}{4}$. Знайдіть знаменник цієї прогресії.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{15}{4}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{11}{20}$

28. Яка з наведених послідовностей є геометричною прогресією, знаменник якої $q < 0$?

А	Б	В
-25; 20; -15; 10	-80; -40; -20; -10	30; 10; -10; -30
Г		Д
10; -20; 40; -80		-15; -30; -45; -50

29. Загальний член геометричної прогресії (b_n) задано формулою $b_n = 5 \cdot 3^{-n}$. Знайдіть знаменник q цієї прогресії.

А	Б	В	Г	Д
-3	3	5	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$

30. Обчисліть третій член b_3 геометричної прогресії (b_n) , якщо $b_1 = -0,25, b_4 = 2$.

А	Б	В	Г	Д
0,5	0,25	-0,5	-1	-2

31. Визначити знаменник $q > 0$ геометричної прогресії (b_n) , якщо $b_2 = 6, b_4 = 18$.

А	Б	В	Г	Д
1,5	$\sqrt{3}$	3	3,5	6

32. Знайдіть перший член геометричної прогресії (b_n) , якщо $b_4 = 8, b_7 = -64$.

А	Б	В	Г	Д
-8	8	1	-1	-2

33. Число 192 є членом геометричної прогресії $\frac{3}{8}, \frac{3}{4}, \frac{3}{2}, \dots$. Знайдіть номер цього члена.

А	Б	В	Г	Д
8	9	10	11	12

34. Знайдіть суму одинадцяти перших членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = -4,2, d = 0,6$.

35. Знайдіть суму перших десяти непарних натуральних чисел.

36. Обчисліть суму перших 18 членів арифметичної прогресії, якщо її перший член дорівнює 2, а сьомий дорівнює 20.

37. Знайдіть суму десяти перших членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_6 = 45, a_{14} = -43$.

38. Знайдіть суму перших одинадцяти членів арифметичної прогресії, якщо її шостий член дорівнює 4.

39. Третій член арифметичної прогресії вдвічі більший за її перший член. Визначте різницю цієї прогресії, якщо сума перших п'яти її членів дорівнює 100.

40. Знайдіть суму всіх натуральних чисел, які кратні 11 і не більші за 374.

41. Знайдіть різницю арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = 9$ і $S_{10} = -45$.

42. Знайдіть суму всіх від'ємних членів арифметичної прогресії: $-5,6; -5; -4,4; \dots$

43. Сума n перших членів арифметичної прогресії (a_n) задано формулою $S_n = \frac{3,5 + 6n}{2} \cdot n$. Визначте четвертий член цієї прогресії.

44. В арифметичної прогресії (a_n) відомо, що $a_3 - a_6 = 6,9$.

1. Визначте різницю d цієї прогресії.

2. Визначте перший член a_1 цієї прогресії, якщо $a_4 = -1,2$.

45. Знайти перший член арифметичної прогресії (a_n) , якщо: $a_4 + a_8 = 35$ і $a_3 + a_{21} = 65$.

46. Знайти різницю d арифметичної прогресії (a_n) , якщо: $a_5 + a_9 = 42$ і $a_3 \cdot a_{10} = 165$. Вважайте, що $d > 0$.

47. При якому значенні n значення виразів $3n, n^2 + 2$ і $n + 4$ будуть послідовними членами арифметичної прогресії?

48. При якому від'ємному значенні n значення виразів $n^2 - 5, 2 - 5n$ і $1 - 3n$ будуть послідовними членами арифметичної прогресії?

49. Розв'яжіть рівняння $2 + 4 + 6 + \dots + 2x = 56$. У відповідь запишіть суму коренів рівняння.

50. Одним із мобільних операторів було запроваджено акцію "Довше розмовляєш – менше платиш" з такими умовами: плата за з'єднання відсутня; за першу хвилину розмови абонент сплачує 1 грн., а за кожну наступну хвилину розмови – на 5 коп. менше, ніж за попередню; плата за одинадцяті та всі наступні хвилини розмови не нараховується; умови дійсні для дзвінків абонентам усіх мобільних операторів країни. Скільки за умовами акції коштуватиме абоненту цього мобільного оператора розмова тривалістю 8 хвилин (у грн)?

51. Робітники отримали замовлення викопати криницю. За перший викопаний у глибину метр криниці їм платять 100 грн, а за кожний наступний – на 40 грн більше, ніж за попередній. Скільки грошей (у грн) сплатять робітникам за викопану криницю завглибшки 14 м?

52. (2015) Повна вартість доставки великогабаритних меблів у фірмі із перевезень складається з вартості їх доставки на 1-й поверх будинку і вартості підйому меблів на потрібний поверх. Вартість підйому меблів на кожен наступний поверх перевищує вартість їх підйому на одну й ту саму величину. Визначте повну вартість (у грн.) доставки меблів на 11-й поверх будинку, якщо повна вартість доставки меблів на 4-й та 7-й поверхи цього будинку становить 142 грн та 154 грн відповідно.

ДОВІДКОВІ МАТЕРІАЛИ

Таблиця квадратів від 10 до 49

Десятки	Одиниці									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

Формули скороченого множення

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Квадратне рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$$

$$D = b^2 - 4ac \text{ - дискримінант}$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}, x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, \text{ якщо } D > 0$$

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}, \text{ якщо } D = 0$$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Модуль числа

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{якщо } a \geq 0, \\ -a, & \text{якщо } a < 0 \end{cases}$$

Степені

$$a^1 = a, a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ разів}} \text{ для } a \in R, n \in N, n \geq 2$$

$$a^0 = 1, \text{ де } a \neq 0 \quad \sqrt{a^2} = |a|$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ для } a \neq 0, n \in N$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, a > 0, m \in Z, n \in N, n \geq 2$$

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y}$$

$$(ab)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$$

Логарифми

$$a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0, k \neq 0$$

$$a^{\log_a b} = b \quad \log_a a = 1 \quad \log_1 1 = 0$$

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b^n = n \cdot \log_a b$$

$$\log_a^k b = \frac{1}{k} \cdot \log_a b$$

Арифметична прогресія

$$a_n = a_1 + d(n - 1) \quad S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

Геометрична прогресія

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1} \quad S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, \quad (q \neq 1)$$

Теорія ймовірностей

$$P(A) = \frac{k}{n}$$

Комбінаторика

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n! \quad C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n - k)!} \quad A_n^k = \frac{n!}{(n - k)!}$$

53. (2015) Плавець під час першого тренування подолав дистанцію у 450 м. Кожного наступного тренування він проплив на 50 м більше, ніж попереднього, поки не досягнув результату – 1000 м за одне тренування. Після цього під час кожного відвідування басейну плавець пропливав 1000 м. Скільки всього кілометрів плавець проплив за перші 10 тижнів тренувань, якщо він тренувався тричі кожного тижня?

54. Знайдіть перший член геометричної прогресії (b_n) , у якої $b_{10} = 9b_8$, $b_3 + b_6 = 504$ і знаменник $q > 0$.

55. Знайдіть перший член геометричної прогресії (b_n) , у якої $b_2 + b_4 = 300$ і $b_1 + b_3 = 100$.

56. Знайдіть суму перших п'яти членів геометричної прогресії (b_n) , якщо $b_2 = 9$, $b_4 = 36$ і знаменник $q > 0$.

57. (2018) Сума другого та четвертого членів зростаючої геометричної прогресії дорівнює 45, а їхній добуток – 324. Визначте перший член цієї прогресії.

58. Знаменник геометричної прогресії дорівнює $\frac{1}{3}$, а сума чотирьох перших її членів дорівнює 80. Знайдіть перший член цієї прогресії.

59. Третій член геометричної прогресії у 4 рази більший за перший член. Сума третього й четвертого членів цієї прогресії на 20 менша за їхній добуток. Визначте перший член прогресії, якщо всі її члени є додатними числами.

60. Укажіть ненульове значення x , за якого значення виразів $x + 1$, $3x$ та $6x$ є послідовними членами геометричної прогресії.

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Відповідь	Д	А	В	Б	Д	В	Г	Б	В	Б	В	В	Д	Г	Г
Завдання	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Відповідь	Б	Б	В	В	В	Д	Г	Б	Д	Б	Г	А	Г	Г	Г
Завдання	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41				
Відповідь	Б	Д	В	-13,2	100	495	505	44	5	6545	-3				
Завдання	42	43	44			45	46	47	48	49	50				
Відповідь	-29	22,75	1) -2,3; 2) 5,7			5	4	0	-8	-1	6,6				
Завдання	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60					
Відповідь	5040	170	26,7	2	10	139,5	4,5	54	1	3					

Похідна функції

C, a – сталі

$$(C)' = 0$$

$$x' = 1 \quad (x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad (e^x)' = e^x$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x} \quad (\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x \quad (\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(u+v)' = u' + v' \quad (u-v)' = u' - v'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

Первісна функції та визначений інтеграл

Функція $f(x)$	Загальний вигляд первісних $F(x) + C$, C – довільна стала
0	C
1	$x + C$
$x^a, a \neq -1$	$\frac{x^{a+1}}{a+1} + C$
$\frac{1}{x}$	$\ln x + C$
e^x	$e^x + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\sin x + C$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + C$

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a) - \text{формула Ньютона-Лейбніца}$$

Тригонометрія

$$\sin \alpha = y_a \quad \cos \alpha = x_a \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

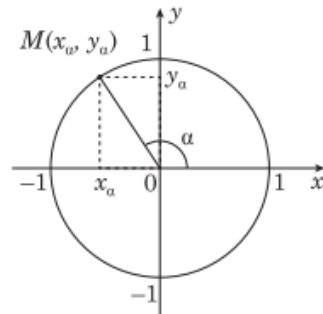
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha \quad \sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha \quad \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\operatorname{tg}(90^\circ + \alpha) = -\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \quad \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$



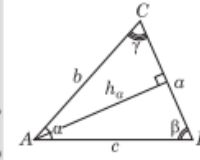
Таблиця значень тригонометричних функцій деяких кутів

α	рад	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	град	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	не існує	0	не існує	0

ГЕОМЕТРИЯ

Трикутники

Довільний трикутник



$$p = \frac{a+b+c}{2} \quad a + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

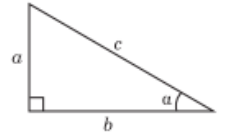
R – радіус кола, описаного навколо трикутника ABC

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a \quad S = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin \alpha \quad S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Прямокутний трикутник

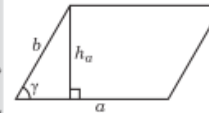
$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ (теорема Піфагора)}$$

$$\frac{b}{c} = \cos \alpha \quad \frac{a}{c} = \sin \alpha \quad \frac{a}{b} = \operatorname{tg} \alpha$$



Чотирикутники

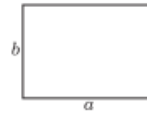
Паралелограм



$$S = ab \sin \gamma$$

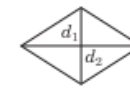
$$S = ah_a$$

Прямокутник



$$S = ab$$

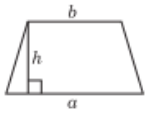
Ромб



$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

d_1, d_2 – діагоналі ромба

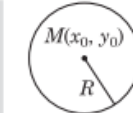
Трапеція



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

a і b – основи трапеції

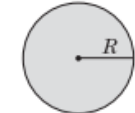
Коло



$$L = 2\pi R$$

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$$

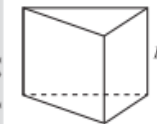
Круг



$$S = \pi R^2$$

Об'ємні фігури та тіла

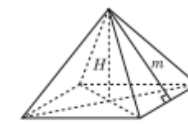
Пряма призма



$$V = S_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_6 = P_{\text{осн}} \cdot H$$

Правильна піраміда



$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_6 = \frac{1}{2} P_{\text{осн}} \cdot m$$

Циліндр



$$V = \pi R^2 H$$

$$S_6 = 2\pi R H$$

Конус



$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

$$S_6 = \pi R L$$

Куля, сфера



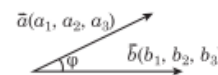
$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$S = 4\pi R^2$$

Координати та вектори

$$A(x_1, y_1, z_1) \quad M(x_0, y_0, z_0) \quad B(x_2, y_2, z_2) \quad x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2} \quad z_0 = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

$$\overline{AB}(x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1) \quad |\overline{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \varphi$$

ЗМІСТ

Передмова	3
Тема 1. Числові множини. Дії над числами	4
Тема 2. Відсотки	14
Тема 3. Цілі та раціональні вирази	21
Тема 4. Тотожні перетворення цілих та раціональних виразів	26
Тема 5. Степінь з раціональним показником. Ірраціональні вирази	34
Тема 6. Цілі та дробово-раціональні рівняння	44
Тема 7. Задачі на складання рівнянь та їх систем	54
Тема 8. Цілі та раціональні нерівності	62
Тема 9. Ірраціональні рівняння	68
Тема 10. Властивості функції	77
Тема 11. Побудова графіків функцій	90
Тема 12. Тригонометричні тотожності	109
Тема 13. Тригонометричні функції	120
Тема 14. Тригонометричні рівняння	126
Тема 15. Показникова функція. Показникові рівняння	135
Тема 16. Показникові нерівності	140
Тема 17. Логарифм і його властивості. Логарифмічна функція .	145
Тема 18. Логарифмічні рівняння	154
Тема 19. Логарифмічні нерівності	159
Тема 20. Похідна функції. Геометричний та фізичний зміст похідної	164

Тема 21. Застосування похідної до дослідження функції	173
Тема 22. Первісна. Визначений інтеграл	180
Тема 23. Арифметична та геометрична прогресії	192
Довідкові матеріали	199

Навчальне видання

Алілуйко А.М.

Математика
Підготовка до зовнішнього незалежного
оцінювання та державної підсумкової атестації
Частина І. Алгебра

Навчальний посібник

Підписано до друку 25.02.2022 р.
Формат 60x84/16. Папір офсетний.
Друк офсетний. Зам. № 22-235
Умов.-друк. арк. 10,9. Обл.-вид. арк. 11,5.
Тираж 100 прим.

Віддруковано ФО-П Шпак В. Б.
Свідоцтво про державну реєстрацію В02 № 924434 від 11.12.2006 р.
м. Тернопіль, бульвар Просвіти, 6/4. тел. 097 299 38 99.
E-mail: tooums@ukr.net

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до державного
реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів видавничої продукції
ДК № 7599 від 10.02.2022 р.