

- з метою зменшення витрат банку на дослідження кредито- та платоспроможності потенційних позичальників необхідно стимулювати розвиток кредитних бюро. Зокрема, прийнятним може стати досвід Франції у організації держаного кредитного бюро „Центральне бюро ризиків”, яке функціонує при Банку Франції, куди всі кредитні організації мають надавати інформацію про позичальників і видані їм кредити.

Реалізація наведених пропозицій забезпечить поступову активізацію кредитно-інвестиційної діяльності комерційних банків, саме через можливість нагромадження ними значних обсягів фінансових ресурсів та спрямування їх на розвиток реального сектору економіки, що в подальшому зумовить поступове економічне піднесення та, відповідно, макроекономічне зростання.

**Іван БУРТНЯК**

*к.е.н., доцент кафедри економічної кібернетики  
Прикарпатський національний університет ім. В Стефаника*

**Ганна МАЛИЦЬКА**

*к.ф.-м.н., доцент кафедри математичного та функціонального аналізу  
Прикарпатський національний університет ім. В Стефаника*

## **ОБЧИСЛЕННЯ ЦІН ОПЦІОНІВ З БАГАТОФАКТОРНОЮ ВОЛАТИЛЬНІСТЮ ЗА ДОПОМОГОЮ МОДЕЛІ ВАСІЧЕКА**

Спектральна теорія широко застосовується у фінансовій математиці для аналізу моделей дифузії на базі розвинення за власними функціями і власними значеннями лінійних операторів.

Нехай  $X$  відображають короткі відсоткові ставки. Однією з найвідоміших моделей коротких курсів є модель Васічека, в якій  $X$  моделюється як процес Орнштейна-Уленбека з багатовимірною стохастичною волатильністю. Зокрема,  $\mathbb{P}$  динаміки  $X$  задані

$$dX_t = (\kappa(\theta - X_t) - f(Y_t, Z_t)\Omega(Y_t, Z_t))dt + f(Y_t, Z_t) + dW_t^x,$$
$$r(X_t) = X_t, h(X_t) = 0,$$

де  $Y$  та  $Z$  є швидко і повільно змінними факторами волатильності. Оцінка похідного активу, з виплатою в час  $t > 0$ , яка залежить від траєкторії  $X$  має вигляд

$$\left\{ \begin{array}{l} dX_t = (b(X_t) - a(X_t)f(Y_t, Z_t)\Omega(Y_t, Z_t))dt + a(X_t)f(Y_t, Z_t)d\tilde{W}_t^x, \\ dY_t = \left( \frac{1}{\epsilon} \alpha(Y_t) - \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \beta(Y_t)\Lambda(Y_t, Z_t) \right) dt + \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \beta(Y_t)d\tilde{W}_t^y, \\ dZ_t = \left( \delta c(Z_t) - \sqrt{\delta} g(Z_t)\Gamma(Y_t, Z_t) \right) dt + \sqrt{\delta} g(Z_t)d\tilde{W}_t^z, \\ d\langle \tilde{W}^x, \tilde{W}^y \rangle_t = \rho_{xy} dt, \\ d\langle \tilde{W}^x, \tilde{W}^z \rangle_t = \rho_{xz} dt, \\ d\langle \tilde{W}^y, \tilde{W}^z \rangle_t = \rho_{yz} dt, \\ (X_0, Y_0, Z_0) = (x, y, z) \in E, \end{array} \right. \quad (1)$$

де

$$\tilde{W}_t^x := dW_t^x + \left( \frac{v(X_t) - b(X_t)}{a(X_t)f(Y_t, Z_t)} + \Omega(Y_t, Z_t) \right) dt, d\tilde{W}_t^y := dW_t^y + \Lambda(Y_t, Z_t) dt, d\tilde{W}_t^z := dW_t^z + \Gamma(Y_t, Z_t) dt$$

На основі рівнянь (1) обчислимо наближену ціну облигації з нульовим купоном. Зокрема дохід  $R^{\epsilon, \delta}$  визначається з формули:  $u^{\epsilon, \delta} = \exp(-R^{\epsilon, \delta} t)$ .

Наступне наближення для облигації з нульовим купоном, отримаємо розкладаючи, як ціну облигації,  $u^{\epsilon, \delta}$  так і дохід  $R^{\epsilon, \delta}$  за степенями  $\sqrt{\epsilon}$  і  $\sqrt{\delta}$ :

$$u_{0,0} + \sqrt{\epsilon} u_{1,0} + \sqrt{\delta} u_{0,1} + \dots = e^{-(R_{0,0} + \sqrt{\epsilon} R_{1,0} + \sqrt{\delta} R_{0,1})t} \\ = e^{-R_{0,0}t} + \sqrt{\epsilon} (-R_{1,0}t) e^{-R_{0,0}t} + \sqrt{\delta} (-R_{0,1}t) e^{-R_{0,0}t} + \dots$$

$$R^{\epsilon, \delta} \approx R_{0,0} + \sqrt{\epsilon} R_{1,0} + \sqrt{\delta} R_{0,1}, R_{0,0} = -\frac{1}{t} \log(u_{0,0}), R_{1,0} = \frac{-u_{1,0}}{t u_{0,0}}, R_{0,1} = \frac{-u_{0,1}}{t u_{0,0}}$$

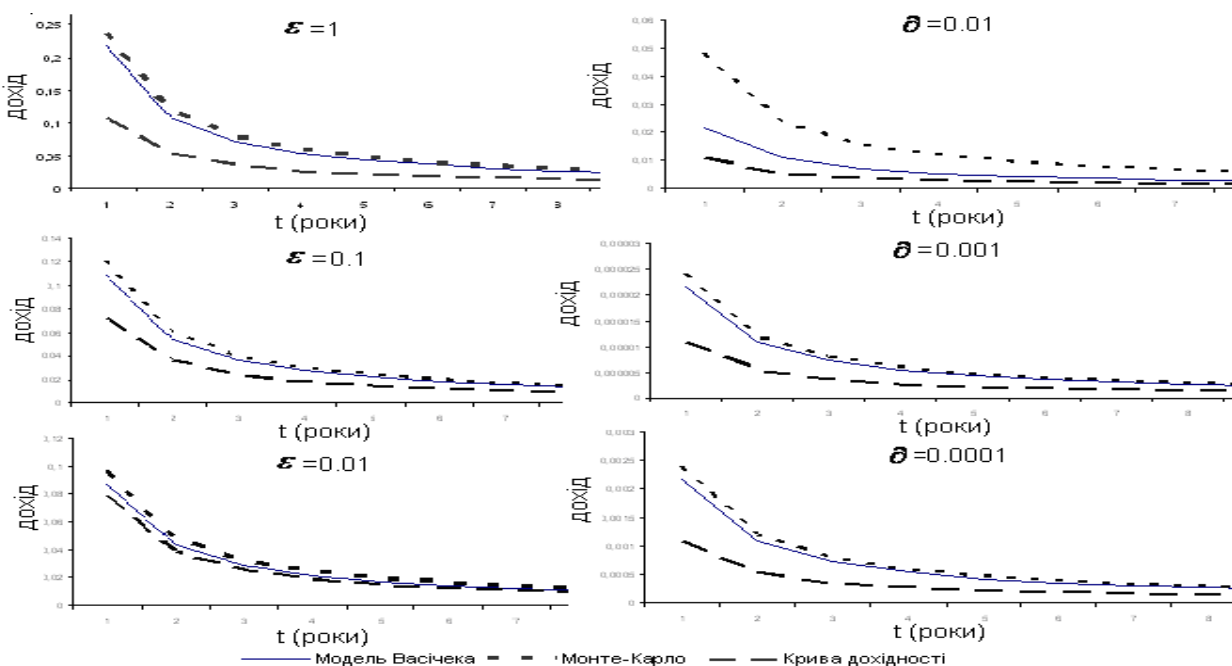


Рис.1. Дохід облигації з нульовим купоном

$$k = 0.1, \theta = \Omega = 0.01, g = p = 1, \rho_{xy} = -0.65, \rho_{xz} = 0.47, \rho_{yz} = -0.47.$$

Дохід облігації з нульовим купоном, зображений, як функція часу в залежності від терміну погашення  $t$ . Зліва на рисунку зображено модель Васічека з швидкозмінним фактором волатильності  $Y$  та побудовано наближений дохід  $R_{0,0} + \sqrt{\epsilon}R_{1,0}$  для цієї моделі, вона має тільки швидко змінні чинники волатильності, динаміка  $Y$  і  $f$  та функція волатильності задаються:

$$f := \sigma^2 \exp\left(Y_t + \frac{\beta^2}{2} + Z_t - \frac{g^2}{2}\right), f(Y_t) = \frac{\sigma \exp(Y_t)}{\exp\left(-\frac{\beta^2}{2}\right)}, \text{erf}(y) := \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^y e^{-t^2} dt.$$

$$dY_t = \left(-\frac{1}{\epsilon}Y_t - \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \frac{\beta}{\sqrt{\epsilon}} \text{erf}(Y_t)\right) dt + \beta\sqrt{\epsilon}dW_t^y.$$

З правого боку рисунка 1 побудовано модель Васічека з повільно змінним фактором волатильності  $Z$ , та наближений дохід  $R_{0,0} + \sqrt{\delta}R_{0,1}$  облігації з нульовим купоном для цієї моделі, яка має тільки повільно змінний фактор волатильності, динаміка  $Z$  і  $f$  задаються:

$$dZ_t = \left(-\delta Z_t - \sqrt{\delta} g \text{erf}(Z_t)\right) dt + \sqrt{\delta} g dW_t^z, \quad f(Z_t) = \frac{\sigma \exp(Z_t)}{\exp\left(\frac{g^2}{2}\right)}.$$

Як і слід було очікувати, оскільки  $\epsilon$  і  $\delta$  прямують до нуля, наближення прямує до повної прибутковості.

Ми розширили методикау знаходження орієнтовної ціни для широкого класу похідних-активів. Однією з основних переваг нашої методології ціноутворення є те, що, комбінуючи методи з спектральної теорії сингулярних і регулярних збурень, обчислення ціни активу зводиться до розв'язання рівняння методом знаходження власних значень, власних функцій та розв'язання двох рівнянь Пуассона.

#### Список літератури:

1. Буртняк І.В., Малицька Г.П. Модель шляхозалежної волатильності для індексу ПФТС // Бизнес Информ. – 2012. – №3. – С. 48–50.
2. Буртняк І.В., Малицька Г.П. Обчислення цін опціонів методами спектрального аналізу // Бизнес Информ. – 2013. – №4. – С. 152–158.
3. Буртняк І.В., Малицька Г.П. Дослідження процесу Орнштейна–Уленбека методами спектрального аналізу // Проблеми економіки. – 2014. – №2. – С. 349–356.

**Олександра ВАСИЛЬЧИШИН**

*к.е.н., доцент кафедри банківського менеджменту та обліку  
Тернопільський національний економічний університет*

## ДЕПОЗИТНІ НОТИ ЯК НОВИЙ ТИП ЦІННИХ ПАПЕРІВ

За 2014 рік з вітчизняної банківської системи було виведено тридцять три банківські установи. Виникнення таких умов масштабного закриття банківських установ сприяли й економічна криза у країні, і регулятор, який, спостерігаючи стан банків, не зміг запобігти маніпуляціям на ринку. Нерідко провина лежить і на