КВАЗІПЕРІОДИЧНІ РОЗВ'ЯЗКИ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ ЗВИЧАЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ З НЕСИМЕТРИЧНОЮ МАТРИЦЕЮ ЗМІННОГО РАНГУ ПРИ ПОХІДНИХ

Єрьоменко Валерій Олександрович
канд. фіз.-мат. н., доцент
Алілуйко Андрій Миколайович
канд. фіз.-мат. н., доцент
Тернопільський національний економічний університет, м.Тернопіль, Україна
a.aliluiko@tneu.edu.ua

Система рівнянь виду

$$\frac{d\varphi}{dt} = a(\varphi),\ A(\varphi)\frac{dx}{dt} + B(\varphi)x = f(\varphi),$$

де $x \in R^n$, n-вимірні квадратні матриці A, B, m-вимірний вектор $a(\varphi)$ та n-вектор f належать простору $C^r(\mathcal{T}_m)$, вивчалася в роботах [1-4]. Зокрема, в [1] $rang\, A(\varphi) \equiv const < n$; в [2] $A^*(\varphi) \equiv A(\varphi)\quad \forall\varphi \in \mathcal{T}_m$, де зірочка – операція транспонування матриці; в [3] $rang\, A(\varphi) \le 1$; в [4] A: 1) постійна, 2) діагональна.

У даному повідомленні для $n = 2$ і несиметричної матриці $A(\varphi)$ змінного рангу наведені достатні умови існування єдиного квазіперіодичного розв'язку системи

$$\frac{d\varphi}{dt} = \varphi,\ A(\varphi)\frac{dx}{dt} + B(\varphi)x = f(\varphi) \qquad (1)$$

для довільного квазіперіодичного вектора неоднорідності. Гладкість таких розв'язків для $n \ge 2$ і $A^* \equiv A \quad \forall\varphi \in R^m$ досліджувалася в [5].

Теорема. *Нехай для системи рівнянь (1) виконуються умови:*

1) A, B, $f \in C^r(\mathcal{T}_m)$, $r > k + m/2$, $k \ge 1$;

2) існують сталі β_1, β_2 такі, що $\beta_1\beta_2 < 0$ і $(a_{12} - \beta_1 a_{21})^2 + (a_{22} - \beta_2 a_{11})^2 > 0\ \forall\varphi \in \mathcal{T}_m$, де a_{ij} – елементи матриці A;

3) для $l = 0$ та $l = l_0 > k + m/2$ і $\forall\varphi \in \mathcal{T}_m$ $l\|\omega\|^2 \omega_1^{-2}\alpha(\varphi) + \beta(\varphi) \ge \gamma = const > 0$, де $\alpha(\varphi)$ – мінімальний корінь рівняння

$$\det\begin{pmatrix} \sum_{\nu=1}^{m}\omega_\nu \frac{\partial}{\partial\varphi_\nu}(VA)-\lambda E_2 & \frac{1}{2}\left(\omega_1\frac{\partial(VA)}{\partial\varphi_2}-\omega_2\frac{\partial(VA)}{\partial\varphi_1}\right) & \cdots & \frac{1}{2}\left(\omega_1\frac{\partial(VA)}{\partial\varphi_m}-\omega_m\frac{\partial(VA)}{\partial\varphi_1}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\omega_1\frac{\partial(VA)}{\partial\varphi_2}-\omega_2\frac{\partial(VA)}{\partial\varphi_1}\right) & -\lambda E_2 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{1}{2}\left(\omega_1\frac{\partial(VA)}{\partial\varphi_m}-\omega_m\frac{\partial(VA)}{\partial\varphi_1}\right) & 0 & \cdots & -\lambda E_2 \end{pmatrix}=0,$$

$$V=\begin{pmatrix} \beta_2 a_{11}-a_{22} & a_{12}-\beta_1 a_{21} \\ \beta_2(a_{12}-\beta_1 a_{21}) & \beta_1(\beta_2 a_{11}-a_{22}) \end{pmatrix}, \qquad (2)$$

$$\beta(\varphi)=\min_{\|\eta\|=1}\left\langle\left[E_m\otimes\frac{1}{2}\left(VB+(VB)^*-\sum_{\nu=1}^{m}\omega_\nu\frac{\partial(VA)}{\partial\varphi_\nu}\right)\right]\eta,\eta\right\rangle,$$

$\otimes$ *– прямий добуток матриць,* E_s *– одинична* s*-вимірна матриця. Тоді система рівнянь (1) для будь-якої неоднорідності* $f(\varphi)$ *має має єдиний квазіперіодичний розв'язок* $x(t)=u_0(\omega t)$*, де* $u_0\in C^k(\mathcal{T}_m)$.

Список використаних джерел

1. Самойленко А.М., Шкіль М.І., Яковець В.П. Лінійні системи диференціальних рівнянь з виродженнями – К.: Вища шк., 2000. – 294 с.
2. Мозер Ю. Быстросходящийся метод итераций и нелинейные дифференциальные уравнения // Успехи мат. наук. – 1968.– Т.23, №4. С. 179-238.
3. Кулик В.М., Еременко В.А. О квазипериодических решениях линейной системы дифференциальных уравнений с вырожденной матрицей при производных // Укр. мат. журн. – 1980. – Т. 32, №6. – С. 746-753.
4. Симоконь В.Х., Трофимчук Е.П. О реулярности линейных систем с вырожденной матрицей при производных // Укр. мат. журн. – 1993. – Т.45, №2, С. 279-286.
5. Самойленко А.М., Єрьоменко В.О., Давиденко А.А. Гладкість квазіперіодичних розв'язків лінійних систем звичайних диференціальних рівнянь із вироджуваною симетричною матрицею при похідних // Доп. НАН України. – 2001. – №4. – С. 21-27.