МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР

ЧЕРНОВИЦКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. Ю.ФЕДЬКОВИЧА

На правах рукописи

ШИНКАРИК НИКОЛАЙ ИВАНОВИЧ

УДК 517.91:517.946

ГИБРИДНЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ (ФУРЬЕ, ЛЕЖАНДРА) С ПРИМЕНЕНИЕМ К ЗАДАЧАМ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

01.01.02 - дифференциальные уравнения

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
кандидат физико-математических
наук, доцент ЛЕНЮК М.П.

ЧЕРНОВЦЫ - 1990

Работа выполнена на кафедре дифференциальных уравнений Черновицкого государственного университета им. Ю.Федьковича

НАУЧНЫЙ РУКОВОДИТЕЛЬ-кандидат физико-математических наук, доцент М.П.ЛЕНЮК

ОФИЦИАЛЬНЫЕ ОППОНЕНТЫ: доктор физико-математических наук, ВИРЧЕНКО Н.А.

доктор физико-математических наук, ПТАШНИК Б.И.

Ведущая организация - Харьковский госуниверситет

Защита состоится "29" июня 1990 г. в 14 ч. на заседании специализованного Совета по присуждению ученой степени кандидата физико-математических наук К068.16.05 Черновицкого государственного университета

Адрес: г.Черновцы, ул. Коцюбинского 2, ЧГУ

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ЧГУ

Автореферат разослан "26" мая 1990 года

Ученый секретарь
специализированного Совета А.М. Садовяк

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Среди многочисленных технических задач, возникающих при конструировании машин и проектировании инженерных сооружений, в технологии и сварочном производстве, важное место занимает исследование напряженного состояния и прочности их элементов, работающих на кручение, а также определения температурных полей и возникающих при этом напряжений. Отметим что и исследование кинетики целого ряда физических и химико-технологических процессов эквивалентны задачам стационарной и нестационарной теплопроводности.

Для решения такого рода задач достаточно эффективным является метод интегральных преобразований. Наиболее распространенными среди них являются классические интегральные преобразования Фурье, Лапласа, Фурье-Бесселя, Вебера, Меллина, Лежандра, Мелера-Фока, Конторовича-Лебедева. Они применимы в случае линейных дифференциальных уравнений с непрерывными коэффициентами. В настоящее время в связи с применением композиционных материалов в технике, технологии, строительстве, при расчете на прочность конструктивных элементов машин и проектировании инженерных сооружений, возникла необходимость в изучении температурных полей и исследовании напряженных состояний элементов, состоящих из нескольких различных материалов, имеющих разные физико-механические характеристики. Последнее требует математического аппарата для решения линейных дифференциальных уравнений в частных производных с разрывными коэффициентами.

Такого типа интегральные преобразования получены в работах Уфлянда Я.С., Ефимовой И.Т. (1960-1972 гг), Найда Л.С., Проценко В.С. (1980-1982 гг). Они охватывают случай одной точки сопряжения при осуществлении там условий идеального контакта. Но практика требует решения названных выше задач для многослойных сред с учетом более сложных условий контакта и указания логической схемы получения решения в замкнутой форме.

Проблеме построения отсутствующих в математической литературе гибридных интегральных преобразований, обобщающих классические интегральные преобразования Мелера-Фока на случай одной или двух точек сопряжения, Фурье-Лежандра и Лежандра-Фурье, ядрами которых служат функции Лежандра $P^{\mu}_{-\frac{1}{2}+i\tau}(\operatorname{ch} r)$ и $Q^{\mu}_{-\frac{1}{2}+i\tau}(\operatorname{ch} r)$ (μ - действительное) посвящена данная кандидатская диссертация.

<u>Целью работы</u> является построение ядер прямых и обратных интегральных преобразований Мелера-Фока I-го и 2-го рода, Лежандра-Фурье, Фурье-Лежандра на случай интервалов с точками сопряжения и применение полученных интегральных преобразований по разработанной логической схеме решения задач о структуре материальных полей в тороидальных областях, кручения цилиндрических объектов и вычисления полипараметрических несобственных интегралов.

<u>Методика исследования</u>. При исследовании использовались элементы теории краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений, операционный метод, теория разложения по собственным функциям самосопряженных операторов и основные положения теории обобщенных функций.

Научная новизна диссертационной работы заключается в следующем:

- построены методом дельтаобразных последовательностей интегральные преобразования Мелера-Фока I-го и 2-го рода, в конструкции ядер которых принимают участие присоединенные функции Лежандра действительного порядка;

- построены методом дельтаобразных последовательностей гибридные интегральные преобразования Лежандра I-го и 2-го рода на полярной оси с одной и двумя точками сопряжения;

- построены методом дельтаобразных последовательностей гибридные интегральные преобразования Фурье-Лежандра на декартовой оси, на ограниченной справа полупрямой и на полярной оси;

- доказана теорема о структуре прямого и обратного гибридного интегрального преобразования Лежандра I-го рода - Фурье и Лежандра 2-го рода - Фурье на полярной оси;

- сформулированы и доказаны теоремы о наличии основного тождества интегрального преобразования дифференциального оператора, позволяющего применять полученные интегральные преобразования для решения соответствующих сингулярных задач математической физики неоднородных структур;

- доказаны теоремы розложимости кусочно-непрерывных, абсолютно суммируемых с точно определенной весовой функцией и имеющих ограниченную вариацию функций через ядра гибридных интегральных преобразований;

- по разработанной логической схеме полученные гибридные преобразования Мелера-Фока, Лежандра-Фурье, Фурье-Лежандра применены для вычисления полипараметрических несобственных интегралов от дробно-рациональных функций и решения задач математической физики неоднородных структур:

а) задачи о структуре упругих полей возникающих при кручении неоднородного цилиндрического стержня и неоднородного упругого слоя; задачи о структуре динамических волн, возникающих при кручении неоднородного по глубине цилиндрического стержня;

б) задача о структуре точного решения уравнения Пуассона, описывающего свойства материального поля, возникающего в тороидальных объектах при различных воздействующих факторах.

Практическая ценность. Полученные в диссертации гибридные интегральные преобразования наряду с задачами теплопроводности и кручения цилиндрических объектов могут быть применены и для решения аналогичных задач теории упругости, гидромеханики, электростатики, электрохимии и т.д. В частности, они могут быть использованы в технических приложениях для расчета цилиндрических стержней на прочность при их кручении и влияние степени неоднородности на напряженное состояние при конструировании основных блоков машин, технологических установок и строительных конструкций.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на научно-технических конференциях "Применение вычислительной техники, математических методов и моделирования в автоматизации экспериментальных исследований" (Киев, 1987, 1989); УП Всесоюзном семинаре "Теоретические основы конструирования численных алгоритмов решения задач математической физики" (г. Кемерово, 1988 г.), научном семинаре "Эффективные методы решения задач математической физики" (г. Харьков, 1988 г.); П Всесоюзной конференции "Новые подходы к решению дифференциальных уравнений" (г. Москва, 1989 г.); Всесоюзной конференции "Нелинейные проблемы дифференциальных уравнений и математической физики (г. Тернополь, 1989 г.); республиканской конференции "Краевые задачи математической физики" (г. Черновцы, 1989 г.), научно-методических семинарах кафедры дифференциальных уравнений ЧГУ (г. Черновцы 1987-1990 гг.).

В целом работа докладывалась на научно-методическом семинаре кафедры дифференциальных уравнений ЧГУ (г. Черновцы, 1990 г.), на проблемном семинаре математического факультета ЧГУ (г. Черновцы, 1990 г.).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 15 работ.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка цитированной литературы. Полный объем работы составляет I53 страницы машинописи. Библиографический список включает 97 наименований. Рисунков 2.

СОДЕРЖАНИЕ ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

Во введении к диссертации обосновывается актуальность темы, дан обзор работы по теме диссертации и сделано описание полученных результатов.

Первая глава посвящена построению ядер прямых и обратных интегральных преобразований Мелера-Фока I-го и 2-го рода и гибридных интегральных преобразований Мелера-Фока I-го и 2-го рода на полярной оси с одной и двумя точками сопряжения обобщающих классические интегральные преобразования Мелера-Фока. Каждое интегральное преобразование порождается интегральным представлением δ - функции. Такое представление можно получить как предел в смысле теории распределений δ - образных последовательностей, в качестве которых служат фундаментальные решения задачи Коши для сепаратной системы классических уравнений теплопроводности в соответствующих областях.

В § I, § 2 методом δ - образных последовательностей построены интегральные преобразования Мелера-Фока I-го и 2-го рода на случай действительного $\mu \geq -\frac{1}{2}$, где μ - порядок присоединенных функций Лежандра, в предположении задания любого из краевых условий I-го, 2-го или 3-го рода.

В § 3,5 обобщена интегральная формула Мелера-Фока

$$\frac{1}{2}[f(r-0)+f(r+0)] = \int_0^\infty \frac{1}{\pi}\int_0^\infty P^{\mu}_{-\frac{1}{2}+i\lambda}(\operatorname{ch} r)\,P^{\mu}_{-\frac{1}{2}+i\lambda}(\operatorname{ch}\rho)\,\lambda\operatorname{sh}\pi\lambda\left|\Gamma\left(\tfrac{1}{2}+i\lambda-\mu\right)\right|^2 d\lambda\, f(\rho)\operatorname{sh}\rho\, d\rho \qquad (I)$$

порождающая прямое

$$\mathfrak{M}_{\mu,10}[f(r)] = \int_0^\infty f(r)\,P^{\mu}_{-\frac{1}{2}+i\lambda}(\operatorname{ch} r)\operatorname{sh} r\, dr \equiv \tilde{f}(\lambda) \qquad (2)$$

и обратное

$$\mathfrak{M}^{-1}_{\mu,10}[\tilde{f}(\lambda)] = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \tilde{f}(\lambda)\,P^{\mu}_{-\frac{1}{2}+i\lambda}(\operatorname{ch} r)\left|\Gamma\left(\tfrac{1}{2}+i\lambda-\mu\right)\right|^2\lambda\operatorname{sh}\pi\lambda\, d\lambda \equiv f(r) \qquad (3)$$

интегральные преобразования Мелера-Фока I-го рода, на случай полярной оси с одной и двумя точками сопряжения. При этом в точках контакта осуществляются условия сопряжения

$$\left(\alpha_{j1}^{k}\frac{d}{dr}+\beta_{j1}^{k}\right)V_k(r)-\left(\alpha_{j2}^{k}\frac{d}{dr}+\beta_{j2}^{k}\right)V_{k+1}(r)\Big|_{r=R_k}=0\ ,\quad j=1,2 \tag{4}$$

$$\left(\alpha_{js}^{k}\geq 0,\ \beta_{js}^{k}\geq 0,\ \alpha_{j2}^{k}\beta_{j2}^{k}-\alpha_{j1}^{k}\beta_{j2}^{k}\neq 0,\ s,j,k=1,2\right.$$

В качестве дельтаобразной последовательности служит ядро Коши - фундаментальная матрица решений задачи Коши для соответствующей сепаратной системы классических нестационарных уравнений теплопроводности с оператором Лежандра:

$$\Lambda_\mu=\frac{d^2}{dr^2}+\operatorname{cth} r\frac{d}{dr}+\frac{1}{4}-\frac{\mu^2}{\operatorname{sh}^2 r}$$

Это позволяет явно выписать структуру спектральной функции, спектральной плотности и весовой функции, порожденных оператором Лежандра сингулярной задачи Штурма-Лиувилля на кусочно-однородной полярной оси. Последнее дает возможность получить интегральные представления меры Дирака, а, следовательно, и интегральные разложения функций, порождающие соответственно прямые и обратные гибридные интегральные преобразования Мелера-Фока I-го рода:

$$\mathcal{M}_{\mu,11}[f(r)]=\int_0^\infty f(r)V(r,\lambda)\operatorname{sh} r\,\sigma(r)\,dr\equiv\tilde{f}(\lambda) \tag{5}$$

$$\mathcal{M}_{\mu,11}^{-1}[\tilde{f}(\lambda)]=\int_0^\infty\tilde{f}(\lambda)V(r,\lambda)\Omega(\lambda)\,d\lambda\equiv f(r) \tag{6}$$

где спектральная функция $V(r,\lambda)=V_1(r,\lambda)\theta(R_1-r)+V_2(r,\lambda)\theta(r-R_1)$,

весовая функция $\sigma(r)=\sigma_1\theta(R_1-r)+\sigma_2\theta(r-R_1)$ и

$$\mathcal{M}_{\mu,12}[f(r)]=\int_0^\infty f(r)V(r,\lambda)\operatorname{sh} r\,\sigma(r)\,dr\equiv\tilde{f}(\lambda) \tag{7}$$

$$\mathcal{M}_{\mu,12}^{-1}[\tilde{f}(\lambda)]=\int_0^\infty\tilde{f}(\lambda)V(r,\lambda)\Omega(\lambda)\,d\lambda\equiv f(r) \tag{8}$$

где спектральная функция

$$V(r,\lambda)=V_1(r,\lambda)\theta(R_1-r)+V_2(r,\lambda)\theta(r-R_1)\theta(R_2-r)+V_3(r,\lambda)\theta(r-R_2)$$

и весовая функция

$$\sigma(r) = \sigma_1 \operatorname{sh} r\,\theta(R_1-r) + \sigma_2 \operatorname{sh} r\,\theta(R_2-r)\theta(r-R_1) + \sigma_3 \operatorname{sh} r\,\theta(r-R_2)$$

$\theta(r)$ - единичная функция Хевисайда, $\Omega(\lambda)$ - спектральная плотность.

Сформулированы и доказаны теоремы существования интегральных разложений функций из класса ограниченной вариации.

Аналогично, в §4,6 получены гибридные интегральные преобразования Мелера-Фока 2-го рода на полярной оси с одной и двумя точками сопряжения при условиях сопряжения (4) в точках контакта:

$$\mathfrak{M}_{\mu,21}[f(r)] = \int_{R_0}^{\infty} f(r)V(r,\lambda)\sigma(r)\,dr \equiv \tilde{f}(\lambda) \tag{9}$$

$$\mathfrak{M}_{\mu,21}^{-1}[\tilde{f}(\lambda)] = \int_0^{\infty} \tilde{f}(\lambda)V(r,\lambda)\Omega(\lambda)\,d\lambda \equiv f(r) \tag{10}$$

где спектральная функция

$$V(r,\lambda) = V_1(r,\lambda)\theta(r-R_0)\theta(R_1-r) + V_2(r,\lambda)\theta(r-R_1)$$

весовая функция

$$\sigma(r) = [\,\sigma_1\theta(r-R_0)\theta(R_1-r) + \sigma_2\theta(r-R_1)]\operatorname{sh} r$$

и

$$\mathfrak{M}_{\mu,22}[f(r)] = \int_{R_0}^{\infty} f(r)\,\mathcal{V}(r,\lambda)\sigma(r)\,dr \equiv \tilde{f}(\lambda) \tag{11}$$

$$\mathfrak{M}_{\mu,22}^{-1}[\tilde{f}(\lambda)] = \int_0^{\infty} \tilde{f}(\lambda)\,\mathcal{V}(r,\lambda)\Omega(\lambda)\,d\lambda \equiv f(r) \tag{12}$$

где спектральная функция

$$\mathcal{V}(r,\lambda) = \mathcal{V}_1(r,\lambda)\theta(R_1-r) + \mathcal{V}_2(r,\lambda)\theta(R_2-r)\theta(r-R_1) + \mathcal{V}_3(r,\lambda)\theta(r-R_2)$$

весовая функция

$$\sigma(r) = [\,\sigma_1\theta(R_1-r) + \sigma_2\theta(r-R_1)\theta(R_2-r) + \sigma_3\theta(r-R_2)]\operatorname{sh} r$$

Полученные результаты допускают обобщение на случай функций из класса L_2.

В каждом параграфе сформулировано и доказано основное тождество интегрального преобразования дифференциального оператора и в качестве следствий выписаны структуры прямых и обратных операторов гибридных интегральных преобразований при $\mu = 0, 1, 2...$

Во второй главе построены гибридные интегральные преобразования Фурье-Лежандра на декартовой оси, Фурье-Лежандра на ограниченной справа полупрямой, Фурье-Лежандра на полярной оси, Лежандра I-го рода-Фурье и Лежандра 2-го рода-Фурье на полярной оси при наиболее общих предположениях на структуру краевых операторов и операторов сопряжения. Сформулированы и доказаны теоремы об интегральных представлениях и наличии основного тождества.

В §7 построено гибридное интегральное преобразование Фурье-Лежандра на прямой методом дельтаобразных последовательностей. В качестве последней служит ядро Коши, как фундаментальное решение задачи Коши для соответствующей системы классических нестационарных уравнений теплопроводности с операторами $\frac{d^2}{dr^2}(r\in(-\infty,R_1)$ и $\Lambda_\mu(r\in(R_1,\infty))$ по начальным условиям

$$v_j(t,r)\big|_{t=0} = g_j(r),\ j=1,2$$

и условиям сопряжения

$$\left[\left(\alpha^1_{j1}\frac{\partial}{\partial r}+\beta^1_{j1}\right)v_1(t,r)-\left(\alpha^1_{j2}\frac{\partial}{\partial r}+\beta^1_{j2}\right)v_2(t,r)\right]\Big|_{r=R_1}=0 \qquad (13)$$

В смысле теории обобщенных функций получаем

$$\lim_{t\to 0+}\left[\frac{2}{\pi}\int_0^\infty \mathrm{Re}\left[V(r,\lambda)\overline{V(\rho,\lambda)}\,e^{-(\lambda^2+\gamma_1^2)t}\frac{\lambda d\lambda}{\omega(\lambda)}\right]\right]=\frac{\delta(r-\rho)}{\sigma(\rho)} \qquad (14)$$

Интегральное представление меры Дирака (14) позволяет ввести гибридное интегральное преобразование Фурье-Лежандра на прямой с одной точкой сопряжения по правилам:

$$\mathcal{M}_\Lambda[f(r)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(r)\overline{V(r,\lambda)}\,\sigma(r)dr \equiv \tilde{f}(\lambda) \qquad (15)$$

$$\mathcal{M}_\Lambda^{-1}[\tilde{f}(\lambda)] = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \mathrm{Re}[\tilde{f}(\lambda)V(r,\lambda)]\frac{\lambda d\lambda}{\omega(\lambda)} \equiv f(r) \qquad (16)$$

Функция $V(r,\lambda)=V_1(r,\lambda)\Theta(R_1-r)+V_2(r,\lambda)\Theta(r-R_1)$ является решением сингулярной задачи Штурма-Лиувилля

$$\left(\frac{d^2}{dr^2}+\frac{b_1^2(\lambda)}{a_1^2}\right)V_1(r,\lambda)=0,\ r\in(-\infty,R_1),\ b_j^2=\lambda^2+\gamma_j^2 \tag{17}$$

$$\left(\Lambda_\mu+\frac{b_2^2(\lambda)}{a_2^2}\right)V_2(r,\lambda)=0,\ r\in(R_1,\infty),\ \gamma_j^2\geq 0 \tag{18}$$

$$\left(\alpha_{j1}^1\frac{d}{dr}+\beta_{j1}^1\right)V_1(r,\lambda)\Big|_{r=R_1-0}=\left(\alpha_{j2}^1\frac{d}{dr}+\beta_{j2}^1\right)V_2(r,\lambda)\Big|_{r=R_1-0},\ j=1,2 \tag{19}$$

Предполагая, что функция $f(r)$ дважды непрерывно дифференцируемая на каждом из интервалов $(-\infty,R_1),(R_1,\infty)$, удовлетворяет условиям сопряжения (I3), исчезает в минус бесконечности вместе со своей первой производной как функция $g(r)=f(r)e^{r/2}$, получаем основное тождество интегрального преобразования дифференциального оператора:

$$\mathfrak{M}_\Lambda[\mathcal{X}(r)L[f(r)]]\equiv a_1^2\int_{-\infty}^{R_1}\frac{d^2f}{dr^2}V_1(r,\lambda)\sigma_1 dr+a_2^2\int_{R_1}^{\infty}\Lambda_\mu[f(r)]V_2(r,\lambda)\sigma_2\,\mathrm{sh}\,r\,dr=-\lambda^2\tilde{f}(\lambda)$$

В § 8 построены ядра прямого $\mathfrak{M}_\mu$ и обратного $\mathfrak{M}_\mu^{-1}$ гибридного интегрального преобразования Фурье-Лежандра на ограниченной справа прямой

$$\mathfrak{M}_\mu[f(r)]=\int_{-\infty}^{R_2}f(r)\mathcal{V}(r,\lambda)\sigma(r)dr\equiv\tilde{f}(\lambda) \tag{20}$$

$$\mathfrak{M}_\mu^{-1}[\tilde{f}(\lambda)]=\frac{2}{\pi}\int_0^\infty\tilde{f}(\lambda)\mathcal{V}(r,\lambda)\Omega(\lambda)d\lambda\equiv f(r) \tag{21}$$

В формулах (20)-(21)

$$\mathcal{V}(r,\lambda)=\mathcal{V}_1(r,\lambda)\Theta(R_1-r)+\mathcal{V}_2(r,\lambda)\Theta(r-R_1)\Theta(R_2-r)$$ –

спектральная функция, компоненты которой являются собственными функциями задачи Штурма-Лиувилля (I7)-(I9) на ограниченной справа прямой $r\in(-\infty,R_1)\cup(R_1,R_2)$ удовлетворяющей краевым условиям

$$\mathcal{V}_1(r)\Big|_{r=-\infty}<\infty,\quad\left(\alpha_{22}^2\frac{d}{dr}+\beta_{22}^2\right)\mathcal{V}_2(r)\Big|_{r=R_2}=0 \tag{22}$$

Здесь $\Omega(\lambda)$ - спектральная плотность, $\sigma(r)$ - весовая функция.

В § 9 методом дельтаобразных последовательностей (в качестве последней служит ядро Дирихле) доказана

<u>Теорема</u>: Если функция $f(r)e^{r/2}$ кусочно-непрерывная, абсолютно интегрируемая в интервале (R_1, ∞) и имеет там ограниченную вариацию, то для $r \in (R_1, R_2) \cup (R_2, \infty)$, $R_1 > 0$ справедлива формула разложения

$$\frac{1}{2}[f(r-0)+f(r+0)] = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty V(r,\lambda)\Omega(\lambda)\int_{R_1}^\infty f(\rho)V(\rho,\lambda)\sigma(\rho)\,d\rho\,d\lambda \tag{23}$$

Здесь $V(r,\lambda) = V_1(r,\lambda)\theta(R_2-r)\theta(r-R_1) + V_2(r,\lambda)\theta(r-R_2)$ - решение сепаратной системы

$$\left(\Lambda_\mu + \frac{b_1^2(\lambda)}{a_1^2}\right)V_1(r) = 0\,, \quad r \in (R_1, R_2) \tag{24}$$

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{b_2^2(\lambda)}{a_2^2}\right)V_2(r) = 0\,, \quad r \in (R_2, \infty) \tag{25}$$

по краевым условиям

$$\left(\alpha_{11}^0\frac{d}{dr} + \beta_{11}^0\right)V_1(r)\Big|_{r=R_1} = 0\,, \quad \frac{dV_2(r)}{dr}\Big|_{r=\infty} = 0 \tag{26}$$

по условиям сопряжения (I9) в точке $r = R_2$;

$\Omega(\lambda)$, $\sigma(r)$ - соответственно спектральная плотность и весовая функция, $b_j^2(\lambda) = \lambda^2 + \gamma_j^2$, $\gamma_j^2 \geq 0$.

Разложение (23) порождает прямое и обратное интегральные преобразования Лежандра 2-го рода - Фурье на полярной оси с одной точки сопряжения.

В этом параграфе сформулирована и доказана теорема об основном тождестве интегрального преобразования дифференциального оператора. Здесь же приведены ядра прямого и обратного гибридного интегрального преобразования Лежандра I-го рода-Фурье на полярной оси.

В § 10 по логической схеме § 8 построены прямой $\mathfrak{M}_\mu$ и обратный $\mathfrak{M}_\mu^{-1}$ операторы гибридного интегрального преобразования Фурье-Лежандра на полярной оси $r \in (0,R) \cup (R,\infty)$ с одной точкой сопряжения.

Третья глава носит прикладной характер. Здесь предложена схема применения построенных гибридных интегральных преобразований для решения достаточно широкого класса сингулярных задач математической физики неоднородных структур. При этом решения выписываются в замкнутой форме, удобной для использования их (с помощью ЭВМ) в инженерных расчетах.

В § 11 методом гибридного интегрального преобразования Лежандра- 2-го рода-Фурье вычисляются значения полипараметрических несобственных интегралов, подинтегральные функции которых представляют собой комбинации тригонометрических функций и функций Лежандра.

В § 12 решаются задачи о структуре упругих полей, возникающих при кручении неоднородного цилиндрического стержня и неоднородного слоя; задачи о структуре динамических волн, возникающих при кручении неоднородного по глубине цилиндрического стержня.

В § 13 методом интегрального преобразования Мелера-Фока решена задача о структуре стационарного материального поля, возникающего в тороидальных областях при различных воздействиях.

ПЕРЕЧЕНЬ ПУБЛИКАЦИЙ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Ленюк М.П., Настасиев П.П., Шинкарик Н.И. Теоремы разложимости для многочленов Лежандра /Чернов.гос.ун-т - Черновцы, 1982.- 43 с. - Деп. в ВИНИТИ 02.07.82 № 3460.
2. Буневич В.В., Шинкарик Н.И. О некоторых интегральных преобразованиях Лежандра /Чернов.гос.ун-т - Черновцы, 1984. - 24 с.- Деп. в Укр. НИИНТИ 21.12.84, № 2155.

3. Ленюк М.П., Шинкарик Н.И. Гибридные интегральные преобразования Фурье-Лежандра на прямой с применением к задачам математической физики /Терноп.фин.-эк.ин-т. - Тернополь,1986.- 23 с. - Деп. в Укр.НИИНТИ 18.03.86, № 810.
4. Ленюк М.П., Шинкарик Н.И. Построение интегральных преобразований Мелера-Фока на полупрямой $r \geq R_0 > 0$ методом δ -образных последовательностей /Терноп.фин.-эк.ин-т.-Тернополь,1987.- Деп. в Укр. НИИНТИ 04.05.87, № 1355.
5. Ленюк М.П., Шинкарик Н.И. Построение интегральных преобразований Мелера-Фока на полупрямой $r \geq 0$ методом δ -образных последовательностей /Терноп.фин.-эк.ин-т.- Тернополь, 1987.- 18 с. - Деп. в Укр НИИНТИ 05.01.88, № 78.
6. Шинкарик Н.И. Гибридные интегральные преобразования Фурье-Лежандра на ограниченной справа прямой /Терноп.фин.-эк.ин-т.- Тернополь,1987. - II с.- Деп. в Укр. НИИНТИ 19.02.87, № 795.
7. Ленюк М.П., Шинкарик Н.И. Применение гибридных интегральных преобразований Фурье-Лежандра к решению задач математической физики // Тез.докл. конф. "Применение выч.техн., мат.методов и моделирования в автом.экспер.исслед." - Киев, 1987, с. 67-68.
8. Шинкарик Н.И., Ленюк М.П. Построение интегральных преобразований типа Мелера-Фока на полупрямой $r \geq R_0 > 0$ методом δ -образных последовательностей с применением к задачам математической физики // Тез. УП Всесоюзного семинара "Теоретические основы и конструирование численных алгоритмов решения задач математической физики" - Кемерово, 1988.- с.127-128.
9. Романович Т.Н., Шинкарик Н.И. Новый класс гибридных интегральных преобразований (Фурье, Бесселя, Лежандра) с применением к задачам математической физики // вторая Всесоюз.конф. "Новые подхлды к решению дифференциальных уравнений".- Дрогобыч.-

1989. - М.-1989. - с. 140.

10. Ленюк М.П., Шинкарик Н.И. Гибридные интегральные преобразования Лежандра. - Львов, 1989. - 60 с.- (препринт /Ин-т прик. проблем механики и математики АН УССР).

11. Шинкарик Н.И. Применение гибридных интегральных преобразований Лежандра-Лежандра и Лежандра-Фурье к решению задач неоднородных структур // Тез.докл.конф. "Применение выч. техн. и мат. методов в науч. и экон. исслед.". - Киев, 1989. с. 28.

12. Шинкарик Н.И. Один класс гибридных интегральных преобразований (Фурье-Лежандра, Лежандра-Фурье) // Докл. АН УССР. Сер.А.- 1989. - №7. - с. 26-31.

13. Шинкарик Н.И. Решение задач математической физики для неоднородных структур методом гибридных интегральных преобразований // Тез.докл. Всесоюзной конференции "Нелинейные проблемы дифференциальных уравнений и математической физики", Тернополь, 12-15 сентября 1989, ч.2.- Тернополь.-1989, с.477-479.

14. Шинкарик Н.И. Гибридные интегральные преобразования Лежандра-Фурье на полярной оси.- К., Вычис. и прикл. матем., вып.69.- 1989, с. 51-56.

15. Ленюк М.П., Шинкарик Н.И. Гибридные интегральные преобразования Фурье-Лежандра на ограниченной справа прямой I /Изв. вузов. Математика. - Казань, 1989. - 20 с. - Деп. в ВИНИТИ 03.11.89, № 6702.

Ответственный за выпуск: Федорук Василий Васильевич,
кандидат физико-математических наук, доцент

Подписано к печати 25.05.90. БД 01076.
Формат 60x84/16. Бумага типографская № 2.
Офсетная печать. Усл. печ. листов 0,93.
Уч.-изд. листов 1,0. Заказ 275. Тираж 100.
Бесплатно

Лаборатория копировально-множительной печати
Черновицкого государственного университета

г. Черновцы, ул. Коцюбинского, 2

БЕСПЛАТНО