



ПРОЦЕСУАЛЬНО-ДИНАМІЧНИЙ ЗМІСТ ПРОЕКТУВАННЯ РОЗВ'ЯЗКУ ТВОРЧИХ МАТЕМАТИЧНИХ ЗАДАЧ

Лідія МОЙСЕЄНКО

Copyright © 2002

Суспільна проблема: впровадження інноваційних систем середньої і вищої освіти на основі соціально-психологічних досліджень пізнавальних процесів людини.

Мета статті – з'ясувати процесуально-динамічну структуру формування задуму розв'язку творчого математичного завдання.

Авторська концепція. Визначення стрижневого предметного поля психології творчості як процесу створення чогось нового дає підстави вважати нову для суб'єкта задачу моделлю творчого завдання, а перебіг її розв'язування інтерпретувати як модель творчого мисленнєвого акту. На сучасному етапі розвитку загальної психології творчість – це різновид людської діяльності, який треба досліджувати системно, попередньо вичленивши основні аспекти і базові компоненти нешаблонного діяння. До основних психологічних аспектів відноситься процесуально-динамічний, котрий являє собою цілісну форму синтезу різних психічних явищ і водночас є суб'єктивною характеристикою мисленнєвого процесу. Зміст цього аспекту пошукових дій по своєму виявляється і формується на кожному етапі розв'язування творчого завдання, має свої характерні

ознаки і відмінності на етапі проектування самого розв'язку. Зародження і постановня задуму творчих математичних задач пов'язані із специфікою математики, щонайперше наявністю відповідної символіки, формалізацією методів дослідження різних математичних систем, одночасним функціонуванням аксіоматичного і конструктивного методів побудови математичних теорій, алгоритмізацією розв'язування багатьох математичних задач.

Сутністний зміст. Формування задуму творчих математичних завдань відбувається як вичленення орієнтирів у їх структурних елементах, або теоретичних фактах. Ці орієнтири, під дією запитань (основного та похідних), сприяють формуванню відповідної ідеї розв'язку особисто прийнятої проблемної задачі. Саме ця ідея сприяє переструктуруванню елементів задачі, спрямовує асоціювання, спонукає виникненню зорових образів, що деталізує процес розв'язання, наповнює його змістом і формує логічний ланцюг між відповідними елементами, наявними й актуалізованими теоретичними фактами. Формування задуму завершується утвердженням суб'єктивного переконання у його достовірності.

Ключові слова: *творча математична задача, формування задуму (проектування розв'язку), основні орієнтири, структурні елементи, теоретичні факти, зорові образи, провідна ідея, логічний ланцюг міркувань, суб'єктивна впевненість.*

Жоден опис пошукового процесу не може вичерпати багатоманіття усіх його аспектів, тому він, більшою чи меншою мірою, завжди є схематичним і спрощеним. При дослідженні процесу розв'язування будь-яких задач, у т. ч. математичних, зазвичай виділяється три основні етапи: вивчення умови, формування задуму, перевірка задуму на істинність. Наше завдання – скласти процесуально-динамічну характеристику **формування задуму** творчих математичних задач.

Дослідженню процесу формування задуму під час розв'язування творчих задач присвячено чимало психологічних досліджень, що стали вагомим внеском у з'ясування його сутності. Зокрема, Я. Пономарьов установив існування двох класів творчих задач: а) ті, що можуть бути розв'язані засобами планомірного використання суб'єктом усвідомлених способів і прийомів, б) ті, процес розв'язування яких опосередковується спочатку неусвідомленими знахідками. Іншими словами, задачі першого класу розв'язуються шляхом свідомого цілеспрямованого розкодування їх умови, а отримані при цьому знання включаються у суб'єктивну систему досвідних надбань пошукувача. Розв'язок задач другого класу отримується інтуїтивним шляхом, після чого формується його логічна будова-схема. Отримані при розв'язуванні

знання у цьому разі описуються як стрибкоподібні [4].

Формування задуму творчих математичних задач досліджували гештальтпсихологи. Згідно з їхніми поглядами, розв'язування творчої задачі – це процес перетворення початкової ситуації, за допомогою якого змінюється вихідне бачення умов і вимог задачі таким чином, що сприяє її розв'язуванню. У такий спосіб відбувається переструктурування задачі, що спричинює її глибший аналіз, де результатом є вичленення певної сутнісної структури (“гештальту”), яка знімала проблемність запропонованої задачі. Так, М. Вертгеймер, досліджуючи психоперебіг розв'язування математичних (геометричних) задач, описує процес переходу від початкової ситуації до кінцевої як усвідомлення її постійної неминучої зміни [1]. Його схема продуктивного розв'язування задачі містить: 1) сприймання фігури у єдності з умовами розв'язку; 2) зіставлення сформованого уявлення з фігурою і перебудова нової фігури; 3) сприймання складових фігури, їх відношень; 4) розв'язування задачі. Зміст розв'язувальних дій автор вбачає у переконструюванні ситуації (зокрема рисунка), яке відбувається на підставі невдоволення суб'єктом діяння початковою ситуацією, що не задовільняє вимоги задачі. Інакше кажучи, задачна ситуація завжди підштовхує особу до пошуку інших підходів. Але цей дослідник не проводить аналізу того, як саме суб'єкт приходить до усвідомлення необхідності переосмислити задачну ситуацію, які мисленеві процеси переважають під час такого переосмислення. Він, керуючись структурними законами сприймання,

зводить процес розв'язування задачі до акту безпосереднього "бачення" проблемної ситуації, що має місце на певному етапі у будь-якій математичній задачі. Однак висновок про те, що вірний розв'язок залежить від реорганізації сприйняття, вочевидь, заслуговує на увагу.

Д. Пойя свого часу також досліджував процес проектування розв'язку творчих математичних задач. Згідно із його схемою пошуку розв'язку, є дві основні фази у формуванні задуму – індуктивна і доказова. Перша логічно передуює другій, її зміст полягає у відборі, узагальненні і перевірці правдоподібного розв'язку. Природно, що діяльність суб'єкта, який розв'язує математичну задачу, описується як відшукування аналогів до нової задачі, емпіричного переконання достовірності способу дії і наступного адаптування аналога до нового завдання, або нового завдання до аналога. Безсумнівно, такий перебіг думок є результативним при розв'язуванні математичних задач-проблем. Адже математика багата на алгоритми розв'язання окремих типів завдань. Проте те, що отримано індуктивним шляхом, потребує доведення, тобто визначення, як відбувається пошук аналога до конкретної математичної ситуації (тим більше до нестандартної) і на що першочергово орієнтується суб'єкт при відшуванні аналога?

Крім того, психологічний аналіз творчої діяльності свідчить, що позитивний пошуковий результат почасти досягається всупереч відомому мисленевому прийому – на основі так званого інверсійного мислення, про яке писав А. Есаулов, досліджуючи психологію технічної творчості [5]. Отож і схема формування роз-

в'язку, запропонована Д. Пойя, не є вичерпною.

Цікавим, на нашу думку, є висновок А. Крутецького про два шляхи пошуку розв'язків творчих математичних задач: а) поступового узагальнення через варіацію окремих випадків і б) без зіставлення, тобто з використанням одного випадку для вироблення алгоритму розв'язування задач даного типу. Але і в цьому разі автор не дає розгорнутої характеристики етапів формування самого задуму [2]. Звідси попередній висновок: результати критичного аналізу творчого мисленевого процесу, що одержані дослідниками, не виявляють чіткої, більш-менш розгалуженої, схеми динамічного перебігу цього складного процесу.

Розглянемо процес формування задуму творчих математичних завдань, який мав місце в нашому дослідженні, котре проводилось із студентами інженерних спеціальностей Івано-Франківського державного університету нафти і газу.

Попередньо були відібрані 23 серії математичних завдань, що повно охоплюють різні сторони творчого математичного процесу (знаходження невідомого, на доведення, побудову, дослідження, логічні розмірковування, утворення математичних понять, складання однотипних задач, а також задачі, що розв'язуються за допомогою рівнянь, приводять до самообмеження, пов'язані із просторовою уявою, містять різне унаочнення, взаємопроникаючі елементи, кілька розв'язків, надлишок умов, несформульовані запитання, недостатні дані, нереальні параметри тощо). При цьому учасники експерименту розв'язували по одній задачі

кожної серії, що дало змогу створити більш-менш цілісну процесуально-динамічну характеристику проектування самого розв'язку творчих математичних задач.

Спостереження виявили такий факт: коли виникає суб'єктивне переконання в тому, що задача зрозуміла, пошукова діяльність студентів переважно спрямовується головним запитанням задачі (якщо воно наявне у словесній формі), або самостійно сформульованим завданням, котре визначене після вивчення умови. Такі запитання сприяють вичлененню провідних логічних компонентів, які С. Шапіро називає “логічними координатами” [6]. До них передусім належать деякі структурні елементи, частина їх властивостей та окремі теоретичні факти, що певною мірою стосуються задачної ситуації. Зміст процесу вичленення полягає в зосередженні уваги студента на одних елементах і “випаданні” з мисленнєвого процесу деяких інших складових задачі. “Логічні координати” слугують основою для виникнення робочих гіпотез, адже в мисленні суб'єкта, який розв'язує творчі задачі, актуалізуються готові логічні форми, що почерпаються з його минулого ментального досвіду. Це, здебільшого, різноманітні математичні поняття, алгоритмічні структури, способи дії.

Під впливом основного та похідних запитань поняття, образи й асоціації набувають змістовності. Зокрема, поняття, за допомогою пам'яті, розгортаються у структурні одиниці з певними властивостями; із формальних “точок”-умов задачі вони перетворюються в “об'ємні тіла” із своїми властивостями. І навпаки, окремі структури, завдяки різним

математичним алгоритмам, “згортаються”, “склеюються” в той чи інший цілісний елемент, що набуває своєрідних характеристик. При цьому втрачають актуальність властивості, притаманні локальним частинам. Водночас виникають образи тих складових елементів задачі, які прийнято в математиці зображати геометричними фігурами, графіками (трикутник, квадратна парабола тощо), а також образи формул. Утворюються й підкріплюються асоціації, найчастіше зв'язку даної задачі з уже відомими суб'єкту задачами. За таких багатоструктурних умов відбувається переформулювання задачі на “свою” мову (“...задача подібна до...”, “...це задача на складання рівняння” і т.ін.), внаслідок чого обґрунтовується розв'язкова гіпотеза. Мовиться про домінуючу гіпотезу, тому що поряд з нею функціонують інші припущення, часто досить віддалені від задачної ситуації, або ж занадто конкретизовані, істинність яких залежить від певних значень символів. Надалі пошуковий процес скеровується цією гіпотезою як **провідною ідеєю** розв'язку. Саме так виникає, наприклад, ідея скористатися відомою задачною схемою для розв'язання нової.

Мисленнєве утворення провідної ідеї не вирізняється здебільшого чіткістю і конкретністю. Вона потребує розвитку, деталізації, щоб визначити стратегію пошуку, який і породжує повноцінний задум майбутнього розв'язку. Особисто прийнята ідея спричинює подальшу видозміну структурних елементів задачної ситуації. До уваги беруться ті їхні властивості, що сприяють її розвитком діям та реалізації задуманого. Зокрема, якщо ідея полягає у застосу-

ванні відомого результату, то відбувається адаптація умови до такого вигляду, щоб можна було здійснити задумане; якщо ідея не стосується відомого методу, то наявні структурні елементи все ж об'єднуються однією ідеологемою.

Зазначена подвійність змісту провідної ідеї передусім зумовлена характером математичної діяльності. Наявність алгоритмів розв'язування для багатьох математичних проблем, досвід використання їх формує два можливих варіанти мислення. При цьому не виявлено суб'єктивної залежності обирати той чи інший шлях формування задуму, на неї спонукає швидше тип задач. Так, якщо задача передбачає можливість використання минулого досвіду, то саме його й обирають студенти. Це наочно ілюструє розв'язування задач за допомогою складання рівнянь. Адже їх можна розв'язувати поетапно (дія за дією), як це раніше робилося в арифметиці. Сучасний студент добре обізнаний з конструктивним методом алгебраїчних дій, користуючись ще з початкової школи відповідними алгоритмічними схемами. Відійти від освоенного методу їх зобов'язували у нашому експерименті лише певні обставини, або додаткова вимога.

У суб'єкта, під дією основної ідеї, формується спочатку не чітка уява про шлях виконання вимоги задачі. В результаті застосування різних мисленневих прийомів первинна ідея конкретизується. Тепер мисленневий процес спрямовується на дослідження зрілої ідеї, котра розпадається на кілька мікрогіпотез, а почасті їх цілі пучки. Це дає змогу детальніше обстежити структуру проблемної ситуації, цілісно осягнути умову, вимогу

та інваріантні способи внутрішнього переформулювання змісту задачі.

Варто зауважити, що в багатьох випадках спостерігається одночасне функціонування кількох провідних ідей. Причини цього здебільшого пов'язані з рівнем знань та глибиною розуміння актуальної задачної ситуації. Знання тут – необхідна умова у формуванні задуму. На їх основі виникають образи структурних математичних елементів, набувають змістового наповнення математичні поняття, пов'язуються між собою локальні складові задач, виникають асоціації. Коли формується провідна ідея за наявності обширних знань, то можливе обґрунтоване виникнення кількох напрямків пошуку. При нестачі знань також зароджуються пошукові версії, але імовірно не підтвержені, сумнівно успішні.

Зміст провідної ідеї завжди спирається на розуміння задачі суб'єктом, хоч не чітке уявлення сприяє виникненню бодай кількох пошукових ідей. Наочним прикладом цього є такий розв'язок:

“Один римлянин, вмираючи, залишив заповіт на користь своєї дружини і дитини, що повина була народитися. Якщо народиться син, то йому належатиме $\frac{2}{3}$ спадку, а дружині – $\frac{1}{3}$. Якщо народиться донька, то вона має отримати $\frac{1}{3}$ майна, а мати – $\frac{2}{3}$. Дружина римлянина народила близнюків: хлопчика і дівчинку. Як розділити спадок відповідно до заповіту?”

24% студентів при розв'язуванні обґрунтовували відразу дві ідеї, котрі відображали різне розуміння задачі: 1) ідея чисто математичного розподілу спадку (за цією версією син отримує $\frac{4}{7}$ спадку, мати – $\frac{2}{7}$, а

донька $-\frac{1}{7}$); 2) ідея, яка втілює ситуативне дотримання умови заповіту, а саме: спадок розподіляється на дві рівні частини, перша з яких ділиться між сином і матір'ю, друга – між донькою і матір'ю (за цією версією син отримає $\frac{1}{3}$ спадку, мати $-\frac{1}{2}$, а донька $-\frac{1}{6}$). Троє студентів так і не зуміли вибрати якусь одну гіпотезу і запропонували два розв'язки. Загалом типовою виявилася ситуація, коли після виникнення кількох провідних ідей, на підставі аналізу, мала місце відмова від решти на користь однієї.

Зробимо невеликий підсумок. У результаті вивчення умови цієї математичної задачі **виникає низка образів, асоціацій, прогнозів**. У пошуковому процесі останні набувають значення орієнтирів і відбираються за структурними, теоретичними чи відразу за обома ознаками. Спочатку вони мають досить розсіяний характер і, стосуючись умов конкретного завдання, часто знаходяться в суперечливому стані між собою. Основне запитання задачі стимулює дію певної мисленнєвої апроксимації різних продуктів пошуку, з яких досить віддалені відкидаються, близькі між собою “повертаються” іншою стороною, утворюючи єдиний напрямок, аж до утворення головного орієнтиру (подекуди кілька), що й визначає врешті-решт **провідну ідею** даного етапу розв'язування. Подальша пошукова діяльність підпорядковується цій серцевинній ідеї. Процеси асоціювання та прогнозування розгортаються в оновленому значеннєвому просторі провідної ідеї, сприяючи **наповненню її** конкретизованим **змістом**. Через певний час, завдяки пізнавальним діям та операціям, ана-

лізована ідея облаштовується деталями, збагачується різними функціональними взаємозв'язками. Вона здебільшого набуває статусу домінантної, єдино правильної.

Під час розв'язування низки математичних задач, особливо на етапі формування задуму, природно виникають зорові образи, які пов'язані з роботою уявлення щодо змісту конкретної задачної ситуації. Так, наприклад, виникають образи геометричних фігур, про які говориться в задачі, чи образ графіка функції з характерною для задачної умови властивістю (зокрема, це може бути графік зростаючої функції). Утворений образ розвивається, деталізується, наповнюється змістом, а відтак виділяє суттєве в тексті завдання та конкретизує його. Часто така конкретизація відбувається за допомогою розтлумачення змісту понять, шляхом поглибленого аналізу співвідношення між умовою і вимогою. У результаті доповнень і саморозвитку, вихідний зоровий образ трансформується. При цьому він може відігравати як визначальну, так і допоміжну роль. Прикладом першого типу функціональної дії образу є завдання побудувати графіки функцій, що б розміщувалися між вказаними асимптотами і задовільняли різні додаткові умови. За процесом і результатами розв'язування студентами саме такого завдання нами складена **таблиця**.

Очевидно, що запропонована задача передбачала перед її розв'язуванням виникнення в уяві студентів певного зорового образу потрібного графіка, що потім мав трансформуватися у розв'язок. Проте при побудові графіка у першому випадку, коли не існувало ніяких додаткових вимог,

Таблиця

Кількісні показники розв'язування творчої математичної задачі

Результат Додаткова умова	Кількість (у %) правильних розв'язків	Кількість помилок (у %), пов'язаних з:		
		означенням функції	означенням ділянки визначення	означенням асимптот
Будь-яка функція	18,0	31,8	36,4	36,4
Зростаюча функція	31,8	4,5	18,0	22,7
Знакододатня функція	31,8	13,6	27,3	18,2
Парна (непарна) функція	40,9	0,0	22,7	9,1

студенти переважно помилялися, тому в них була низька результативність. Зміст помилок свідчив про “незрілість” отриманого результату: вони зображували лінії, що суперечили визначенню функції, не дотримувалися властивостей асимптот, не заповнювали всю ділянку пошуку. Як видно з таблиці, якісні та кількісні показники тих самих студентів покращувалися тоді, коли виникала додаткова вимога, що спричинювала наповнення уявного образу надлишковим змістом, спрямовувала пошукові дії на усвідомлення сутності шуканого. Це, зі свого боку, стимулювало задіяння інших частин умови, що спочатку навіть не фіксувалося свідомістю студентів. Як результат, не чітко визначена, аморфна, умова задачі приводила до створення такого ж образу. Коли ж задачна ситуація конкретнішала, то й образ ставав чіткішим, достовірнішим. Отож зоровий образ математичного об'єкта – це не константа, що виникає за певних обставин пошуку; він має здатність розвиватися під час перебігу мисленевого процесу.

Зоровий образ здебільшого відіграє роль провідної ідеї шуканого розв'язку. Його генезис у цій функції ідентичний при формуванні задуму до розвиткового наповнення самої провідної ідеї. Виникаючи асоціативно, в загальних рисах, з-поміж інших, менш яскравіших і суб'єктивно більш привабливих образів, він наповнюється мисленнево-операційним змістом, деталізується, видозмінюється і “матеріалізується” у певному зображенні. Така логіка розвитку зорового образу часто спостерігається при розв'язуванні окремих задач на побудову, коли завдання полягає в конструюванні тіла з наперед відомих складових.

Отже, формально знову констатуємо наявність двох шляхів, або способів формування задуму: а) на фундаменті абстрактної ідеї і б) на підґрунті зорового образу. Однак при детальному вивченні цієї проблеми нами зроблений висновок, що ці обидва шляхи мають спільні мисленеві механізми утворення і функціонування. Відтак є сенс говорити про виникнення і трансформування провідної

ідеї в пошуковому математичному процесі, який за певних обставин може набувати форми зорового образу чи образу-ідеї.

Водночас уявні образи не завжди позитивно сприяють розв'язанню математичної проблеми. Інколи вони гальмують пошукову активність й абстрактна ідея не приводить до розв'язку. Наприклад, при розв'язуванні задачі, в якій вимагалось оцінити справедливість твердження: “*Будь-який перпендикуляр коротший за похилу*”, було отримано 27% стверджувальних відповідей. Як аргумент, такі студенти зображували перпендикуляр і похилу, *що виходять з однієї точки*, апелювали до теореми Піфагора і т. п. (У цьому разі справді твердження доречне, але ж воно не містить такої умови.) На провокаційне зауваження експериментатора: “Мало що можна намалювати”, студенти маніпулювали з підручним матеріалом, демонстрували приклади, звертаючись до аудиторної наочності. Всі запропоновані ними ілюстрації мали спільну ознаку: і “похилі”, і “перпендикуляри” виходили з однієї точки. Змінити ситуацію вдавалось тільки контрприкладом. Звідси факт: неадекватний зоровий образ задачної ситуації у прогресивному зростанні (підтвердження емпіричне, теоретичне, зокрема теорема Піфагора) привів до невірної розв'язку математичної задачі.

Наочність – здебільшого використовується евристика. Це, зокрема, підтверджують американські вчені Д. Канеман та А. Тверські, досліджуючи процеси прийняття рішень у різних проблемних ситуаціях, для чого ввели до наукового лексикону поняття “евристика наочності”. Вони

дійшли висновку, що стереотипи в мисленні можуть з'являтися тому, що людині властиво використовувати ту інформацію, яка є більш наочною [7]. Остання як параметр відіграє важливу роль у розв'язанні математичних проблем.

З емпіричних позицій очевидно, що орієнтири, відібрані за структурним, теоретичним чи комбінованим критеріями, після певної мисленнєвої обробки, формують провідну ідею розв'язку. Із ледь помітної переваги пошуку в конкретному напрямку він перетворюється у суб'єктивне переконання результативності дослідницьких дій. Останнє виникає після детальної перевірки відповідності обраного шляху умові задачі, тобто тоді, коли з'ясовується, чи не порушує обраний шлях логіку задачної ситуації, чи існує достатньо передумов для його реалізації. Перевірка гіпотетичної думки завершується разом із **виділенням конкретної ланки** в умові задачі, з якої, власне, й розпочинається побудова логічного ланцюжка дій, який у підсумку гарантує позитивний розв'язок. Д. Пойя описує цей етап як складання плану до розв'язку, спираючись на використання відомих задач, методів, прийомів [3].

На цьому етапі ще раз, детальніше і повніше, вивчаються структурні елементи завдання, їх функції. Будуються “**логічні відрізки**” – поєднання низки елементів, кількох властивостей відомих суб'єкту зв'язками, залежностями і ситуативно значущими для конкретної задачі. Задум нагадує пунктирну лінію, ланки якої є щойно створеними “логічними відрізками”. Подальший пошук сприяє з'єднуванню дрібних ланок у більші, аж до

створення суцільної лінії – “відрізка” логічних міркувань, що розпочинається з умови і завершується розв’язком.

Дослідженням встановлено, що всі ці дії за змістом є пошуком або необхідних елементів з конкретними властивостями, або необхідних теоретичних фактів із бажаними наслідками для певної задачної ситуації. Ці дії залишаються під своєрідним контролем провідної ідеї. Якщо вдається успішно скласти такий логічний ланцюг, то **настає суб’єктивна впевненість** у сформованості задуму; якщо ж ні – пошукова робота може повернутися до будь-якого описаного вище мікроетапу: виділення інших орієнтирів у задачі; формування альтернативної провідної ідеї; наповнення ідеї відмінним змістом; складання нетипового логічного ланцюжка. В тому разі, коли суб’єкт зрозуміє, що минулого досвіду не достатньо для розв’язання математичної проблеми через реалізацію сформованої ідеї, він природно намагається її замінити, попередньо з’ясувавши чого саме не вистачає серед актуалізованих знань, умінь, навичок, норм. Формуючи іншу провідну ідею, він намагається обійти наявні раніше суперечності з його досвідом. Так сприятлива у цьому відношенні ситуація забезпечує нове переформулювання задачі на “своїй мові”. Суб’єкт успішно просувається у процедурі розв’язування саме завдяки багаторазовому до- і переформулюванню цілей і питань до задачі, стимулюючи можливості мобілізації нових засобів і методів пошукових дій. Тоді довизначенню підлягає увесь склад задачі – вихідні дані, цілі, додаткові запитання, вимоги. Це логічно спричинює якісно інше розуміння задачної ситуації.

При кожному переформулюванні чи довизначенні задачі змінюються принципи виявлення вихідних елементів, побудови поля пошуку – “логічних координат”, докладання мисленневих зусиль. Інколи ланцюг логічних міркувань дуже звивистий, містить суперечливі ділянки, або “робить петлю”. Нам довелося спостерігати намагання студентів “вирівняти” пошук та відкинути зайві “логічні петлі”. Інакше кажучи, виконавці творчих завдань прагнули до раціонального розв’язку, яке спонукало рефлексування їхніх власних дій, котре здебільшого характерне для етапу перевірки задуму. До того ж вибудований логічний ланцюг не завжди приводив до суб’єктивного задоволення від якості проміжного чи кінцевого результату. Така амбівалентна ситуація провокувала виконавців на ревізію збудованого логічного ланцюжка задля його вдосконалення; коли перевірялася раціональність використання того чи іншого елемента, теоретичного факту, новозбудованого значеннєвого зв’язку. Але все це відбувається під впливом внутрішньо прийнятої суб’єктом провідної ідеї.

Водночас спостереження показали, що чимало студентів не виявляють бажання вдосконалити пошукову стратегію. Не дивно, що процес розв’язування складніших творчих математичних задач часто супроводжується невдачами: не кожна прийнята гіпотеза, хоча вона і перетворюється у провідну ідею, приводить до успішного розв’язку. Найчастіше останній досягається через невдалі спроби реалізувати той чи інший задум, або неадекватні результати, що отримуються після здійснення низки таких спроб. Тоді обґрунтовується нова ідея і подальший пошук, який

здебільшого повторює описаний цикл. Заміна ідейних констант відбувається доти, доки не буде відшукана та, що забезпечує позитивний розв'язок.

Отож задум формується щоразу по-різному – окремий момент пошукової діяльності спричинює різне розгорнення мисленнєвого процесу, що зумовлено як типом задач, так і суб'єктивним ставленням до задачних ситуацій. При цьому виникнення задуму організується у формі здогадки чи задуму, для вироблення яких студенту треба більше десяти гіпотетичних “кроків”.

Якість задуму також буває різною. Часто задум залишається “пунктирною лінією”, яка розумово заповнюється безпосередньо під час його реалізації. Очевидно, що в цьому разі особа розв'язувала подібні задачі і має досвід скороченого зреалізування логічного ланцюжка дій. Суб'єктивна впевненість у здатності втілити задумане стимулює швидкий розв'язок, тобто без окремих проміжних мисленнєвих процедур (наприклад, при розв'язуванні відомих студенту типів алгебраїчних рівнянь). В інших випадках, спостерігається неодноразове детальне мислеобстеження всієї логічної низки розмірковувань для з'ясування наявності достатніх структурних і теоретичних чинників майбутнього розв'язку. Звідси – різна міра суб'єктивного переконання у правильності відшуканого шляху дій. На жаль, буває так, що особисто привабливий задум приймається через від-

сутність іншого – кращого чи оптимально ефективного. Проте в будь-якому разі задум збагачується змінами, корективами, доповненнями.

Таким чином, процес формування задуму творчих математичних задач розпочинається на етапі вивчення умови як суб'єктивне виділення орієнтирів у задачній ситуації. Задум приймається особою під впливом провідної ідеї, яка виникає, розвивається і наповнюється змістом під час пошукової діяльності. Саме стрижнева ідея спричинює логічний ланцюг міркувань, який розпочинається з умови і завершується розв'язком, а формування задуму підсумовується персональною упевненістю у можливості гармонізувати ситуацію і вимогу творчої задачі.

1. *Вертгеймер М.* Продуктивное мышление. – М.: Прогресс, 1987. – 336 с.
2. *Крутецкий В.А.* Психология математических способностей школьников. – М.: Просвещение, 1968. – 432 с.
3. *Пойя Д.* Математическое открытие. – М.: Наука, 1976. – 448 с.
4. *Пономарёв Я.А.* Психология творчества. – М.: Наука, 1976. – 303 с.
5. *Эсаулов А.Ф.* Проблемы решения задач в науке и технике. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1979. – 200 с.
6. *Шапиро С.И.* От алгоритмов – к суждению. Эксперименты по обучению элементам математического мышления. – М: Сов. Радио, 1973. – 287 с.
7. *Kahneman D., Tversky A.* On the psychology of prediction // *Psychological Review.* – 1973. – Vol. 80. – P. 237-251.

Надійшла до редакції 3.01.2002.