

**Григорій Возняк**  
**Ольга Возняк**

# МЕТОД ГЕОМЕТРИЧНИХ МІСЦЬ ТОЧОК НА ПЛОЩИНІ

*Рекомендовано Вченою радою  
Тернопільського національного педагогічного університету  
ім. Володимира Гнатюка*



ТЕРНОПІЛЬ  
НАВЧАЛЬНА КНИГА – БОГДАН

УДК 51(075.3)  
ББК 22.1я72  
В64

Рецензенти:

доктор фізико-математичних наук, професор кафедри математики та методики її навчання  
Тернопільського національного педагогічного університету ім. Володимира Гнатюка

*Боднар Д.І.*

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри економіко-математичних методів  
Тернопільського національного педагогічного університету

*Хома-Могильська С.Г.*

методист математики Тернопільського обласного комунального інституту  
післядипломної педагогічної освіти

*Пришляк І.М.*

*Рекомендовано Вченою радою  
Тернопільського національного педагогічного університету  
ім. Володимира Гнатюка  
(Протокол №11 від 23.06.2015 р.)*

**Возняк Г. М.**  
В64      **Метод геометричних місць точок на площині / Г. М. Возняк, О. Г. Возняк.** — Тернопіль : Навчальна книга – Богдан, 2016. — 80 с.: іл.  
ISBN 978-966-10-4202-4

У даній книзі розглянуто основні способи розв'язування задач на знаходження геометричного місця точок на площині.

Книга стане в пригоді вчителям математики загальноосвітніх навчальних закладів фізико-математичного профілю, студентам вищих навчальних закладів і всім тим, хто цікавиться математикою та її практичним використанням.

**ББК 22.1я72**  
**УДК 51(075.3)**

*Охороняється законом про авторське право.  
Жодна частина цього видання не може бути відтворена  
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва*

ISBN 978-966-10-4202-4

© Навчальна книга – Богдан,  
майнові права, 2015

## Перегмова

Задачі на знаходження геометричного місця точок (ГМТ) відіграють важливу роль в геометрії. Вони дають змогу краще засвоїти геометричний матеріал, допомагають розвивати логічне мислення учнів, конструктивні здібності, сприяють формуванню графічних навиків.

Головними фігурами є множина точок, вони по-різному сполучаються, перетинаються, переплітаються, об'єднуються, внаслідок чого утворюють різні фігури. У процесі їх розв'язування виявляються, відкриваються властивості нових фігур, вводяться нові фігури, такі, як пряма, коло, еліпс, парабола, гіпербола тощо. В дусі сучасної математики поняття ГМТ за своїм змістом не відрізняється від поняття множини точок. З наведених означень ГМТ як сукупність точок або фігури є переказ в тій чи іншій формі звичайного опису того поняття, що називається точковою множиною.

Основним методом знаходження ГМТ є метод геометричних місць.

Мета цієї книжки — дати вчителю, по-перше, методичний посібник для розв'язування з учнями задач на знаходження ГМТ з допомогою методу геометричних місць точок (МГМТ), яким можна широко користуватися у школі, а особливо в класах фізико-математичного профілю та у вищих навчальних закладах. По-друге, підвести під цей метод певну теоретичну базу, ознайомити вчителів з основними правилами геометричних побудов.

Книжка складається з трьох розділів, кожний розділ — з параграфів, кожен параграф — з пунктів, відповідним чином пронумерованих. Так, запис 3.2.1 позначає перший пункт другого параграфа третього розділу. Кожна тема містить: теоретичний матеріал, поданий стисло; цікаві задачі з елементами новизни, несподіванок; історичні довідки, а також задачі прикладного, конструкторського характеру, на побудову цікавих фігур. Задачі, що відповідають високому рівню навчальних досягнень учнів з геометрії, позначені знаком \*.

## Зміст

<b>Передмова</b> .....	<b>3</b>
<b>Вступ</b> .....	<b>5</b>
Геометричне місце точок .....	5
Метод геометричних місць .....	7
<b>1. Основні геометричні місця</b> .....	<b>9</b>
1.1. Геометричне місце точок, однаково віддалених від даної точки .....	9
Рівняння кола .....	10
1.2. Геометричне місце точок, однаково віддалених від двох точок .....	17
Рівняння прямої .....	18
Задачі для самостійного розв'язування.....	25
1.3. Геометричне місце точок, однаково віддалених від сторін кута .....	26
Задачі для самостійного розв'язування.....	26
1.4. Геометричне місце точок, з яких даний відрізок видно під даним кутом .....	27
Задачі для самостійного розв'язування.....	34
1.5. Алгебраїчний спосіб знаходження геометричних місць точок .....	34
1.6. Коло. Аполлонія.....	38
Задачі для самостійного розв'язування.....	41
<b>2. Задачі на побудову</b> .....	<b>43</b>
Задачі для самостійного розв'язування.....	48
<b>3. Криві другого порядку</b> .....	<b>50</b>
3.1. Еліпс.....	51
3.1.1. Рівняння еліпса .....	53
3.1.2. Ексцентриситет еліпса.....	56
3.1.3. Дослідження форми еліпса .....	58
Задачі для самостійного розв'язування.....	60
3.2. Гіпербола .....	61

3.2.1. Рівняння гіперболи .....	61
3.2.2. Дослідження рівняння гіперболи .....	63
3.2.3. Асимптоти гіперболи.....	65
3.2.4. Спряжені гіперболи .....	67
3.2.5. Рівнобічна гіпербола.....	68
3.2.6. Рівняння рівнобічної гіперболи, віднесеної до асимптот.....	69
Задачі для самостійного розв'язування.....	70
3.3. Парабола .....	71
3.3.1. Рівняння параболи.....	71
3.3.2. Дослідження рівняння параболи .....	72
Задачі для самостійного розв'язування.....	76
<b>Література</b> .....	<b>77</b>



“КНИГА ПОШТОЮ” А/С 529  
м. Тернопіль, 46008  
т. (0352) 287489, 511141  
(067) 3501870, (066) 7271762  
mail@bohdan-books.com

*Науково-популярне видання*

ВОЗНЯК Григорій Михайлович,  
ВОЗНЯК Ольга Григорівна

## МЕТОД ГЕОМЕТРИЧНИХ МІСЦЬ ТОЧОК НА ПЛОЩИНІ

Головний редактор *Богдан Будний*  
Редактор *Володимир Дячун*  
Художник обкладинки *Володимир Басалига*  
Комп'ютерна верстка *Андрія Кравчука*

Підписано до друку 6.09.2016. Формат 60×84/16. Папір офсетний.  
Гарнітура Century Schoolbook. Друк офсетний.  
Умовн. друк. арк. 4,75. Умовн. фарбо-відб. 4,75.  
[В. 1].

Видавництво «Навчальна книга – Богдан»  
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру видавців,  
виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції ДК №4221 від 07.12.2011 р.

Навчальна книга – Богдан, просп. С. Бандери, 34а, м. Тернопіль, 46002  
Навчальна книга – Богдан, а/с 529, м. Тернопіль, 46008  
тел./факс (0352)52-06-07; 52-19-66; 52-05-48  
office@bohdan-books.com www.bohdan-books.com