Національний університет “Львівська політехніка”

ДИВАК МИКОЛА ПЕТРОВИЧ

УДК 519.876.5

ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ПОБУДОВИ МОДЕЛЕЙ “ВХІД-ВИХІД” СТАТИЧНИХ СИСТЕМ МЕТОДАМИ АНАЛІЗУ ІНТЕРВАЛЬНИХ ДАНИХ

Спеціальність 01.05.02 – математичне моделювання
та обчислювальні методи

Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора технічних наук

Львів-2003

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана у Тернопільській академії народного господарства Міністерства освіти і науки України

Науковий консультант: доктор технічних наук, професор
Стахів ПетроГригорович,
Національний університет "Львівська політехніка",
завідувач кафедри теоретичної та загальної електротехніки

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор
Дурняк Богдан Васильович,
Українська академія друкарства,
завідувач кафедри автоматизації та комп'ютерних технологій;

доктор технічних наук, доцент
Матвійчук Ярослав Миколайович,
Національний університет "Львівська політехніка",
професор кафедри теоретична радіотехніка та радіовимірювання;

доктор технічних наук, старший науковий співробітник
Степашко Володимир Семенович,
Міжнародного науково-навчальний центр інформаційних технологій,
завідувач відділу інформаційних технологій індуктивного моделювання

Провідна установа: Інститут проблем моделювання в енергетиці НАН України,
відділ теорії електричних кіл, м. Київ

Захист відбудеться *14 березня 2003* р. о *14$^{\underline{00}}$* годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 35.052.05 у Національному університеті "Львівська політехніка" за адресою: 79013, м. Львів, вул. С.Бандери, 12.

З дисертацією можна ознайомитися в науково-технічній бібліотеці Національного університету "Львівська політехніка" за адресою: 79013, м. Львів, вул. Професорська, 1.

Автореферат розісланий *11 лютого 2003* р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради,
доктор технічних наук, професор Федасюк Д.В.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ.

Актуальність теми. Сучасні дослідження статичних систем різного призначення вимагають широкого використання математичних моделей “вхід-вихід”, які будуються за результатами експерименту шляхом розв’язання трьох взаємопов’язаних задач: планування експерименту та його реалізації; ідентифікації структури моделі та її параметрів; наближення складної моделі більш простішою.

Незалежно від способу отримання моделей, усі вони є лише наближеним, спрощеним описом досліджуваної системи, оскільки будуються в умовах невизначеності та неповноти інформації. Найбільш частіше для опису невизначеності та побудови моделей “вхід-вихід” статичних систем використовують стохастичні методи, побудовані на гіпотезах про імовірнісні властивості об’єктів. Недоліком стохастичних методів є потреба в отриманні статистичних властивостей об’єкта дослідження, жорсткість гіпотез, на яких побудовані методи, і достатньо серйозні наслідки при їх порушенні.

Останнім часом для моделювання статичних систем інтенсивно застосовуються методи інтервального аналізу, які вимагають мінімальної кількості інформації про досліджувану систему. Особливість цих методів полягає в множинному представленні оцінок параметрів моделі “вхід-вихід”, побудованої за результатами експерименту, в якому вихідні змінні отримані в інтервальному вигляді. У результаті застосування методів інтервального аналізу замість однієї моделі “вхід-вихід” отримують коридор (множину) рівнозначних інтервальних моделей статичної системи. При цьому властивості отриманих моделей залежать від застосованого методу множинного оцінювання параметрів. Переважно множини оцінок параметрів шукають у вигляді многогранника, багатовимірного еліпсоїда чи прямокутного паралелепіпеда, який задає інтервали значень параметрів. Вагомий внесок у розвиток цих методів внесли українські та зарубіжні вчені Бакан Г.М., Вощинін О.П., Грановський В.А., Кунцевич В.М., Красовський Н.Н., Куржанський А.Б., Личак М.М., Пшеничний Б.Н., Шарий С.П., Шокін Ю.І., Черноусько Ф.Л., Milanese M., Norton J. P., Pronzanto L., Schwepper F.S., Walter E. та ін.

Разом з тим, розроблені в рамках інтервального аналізу методи не забезпечують зростаючих потреб у математичному моделюванні складних статичних систем. При застосуванні існуючих методів множинного оцінювання параметрів відсутній систематизований підхід до дослідження властивостей інтервальних моделей статичних систем, що не дозволяє порівнювати ефективність та обчислювальні витрати цих методів при побудові моделей даного класу. Існуючі методи множинного оцінювання дозволяють розв’язувати задачі параметричної ідентифікації без можливості організації оптимального експерименту з кількістю спостережень, що перевищує кількість параметрів моделі. Тим часом актуальними залишаються задачі оптимального допустимого оцінювання параметрів моделей багатомірними еліпсоїдами, синтезу оптимальних структур та активної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем. Проблема організації оптимального експерименту в рамках інтервального аналізу та зростання розмірності задач побудови математичних моделей “вхід-вихід” статичних систем, поряд із застосуванням існуючих методів множинного оцінювання параметрів, вимагає розробки нових, з можливістю розпаралелення обчислювальних процесів і задання конфігурації локалізаційної (зовнішньої) чи допустимої множини параметрів.

Розглянуті проблеми вимагають систематизованого теоретичного підходу, який би включав можливість послідовного розв’язання задач планування експерименту, ідентифікації структури моделі, локалізації чи допустимого оцінювання множини її параметрів, наближення складних моделей - простішими. Теоретичні засади мають стати базою для розробки алгоритмічного та програмного забезпечення побудови математичних моделей “вхід-вихід” статичних систем за умов інтервального представлення вихідних змінних.

Тому розробка теоретичних засад побудови моделей типу “вхід-вихід” статичних систем на основі методів аналізу інтервальних даних, що розглядається в дисертаційній роботі, є актуальною та важливою науково-прикладною проблемою математичного моделювання.

Зв’язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Науково-дослідна робота за темою дисертації проводилася відповідно до координаційного плану науково-дослідних робіт і науково-технічних програм Міністерства освіти і науки України, розділ “Моделювання складних соціально-економічних та технічних систем на основі перспективних інформаційних технологій” (фаховий напрям “Інформатика і нові інформаційні технології” №40), відповідно з планами навчальної та науково-дослідної роботи Тернопільської академії народного господарства та Національного університету “Львівська політехніка”, зокрема: науково-дослідної роботи “Розроблення методів та паралельних алгоритмів розрахунку динамічних процесів неоднорідних електротехнічних систем” (“ДБ/ЧИСЕН”), рішення НТ ради Національного університету “Львівська політехніка”, протокол № 12 від 21.12.99 р., № держ. реєстр. 0100U000500; науково-дослідної роботи “Розробка теоретичних засад, алгоритмічного та програмного забезпечення моделювання технічних, екологічних та економічних систем на основі аналізу інтервальних даних” (МОЕСП-61-02 “К”), № держ. реєстр. 0102U002565; науково-дослідної роботи “Розробка інформаційно- картографічної системи екологічного контролю в м. Тернополі” (ІОСУ-29-93Б), виконаної згідно з договором від 29.10.93 між санітарно-епідеміологічною станцією м. Тернополя і Тернопільською академією народного господарства, у яких здобувач був виконавцем, відповідальним виконавцем та науковим керівником.

Мета та задачі дослідження. Метою дисертаційної роботи є розробка теоретичних засад побудови моделей “вхід-вихід” статичних систем в умовах представлення вихідних змінних в інтервальному вигляді і розвиток на їх основі методів планування експерименту, ідентифікації структур моделей, локалізації та допустимого оцінювання множин їх параметрів, наближення складних моделей простішими, а також застосування розроблених методів для розв'язування прикладних задач.

Для досягнення поставленої мети в дисертації вирішуються такі задачі:

1. Аналіз задач математичного моделювання статичних систем на основі інтервальних даних.

2. Аналіз властивостей інтервальних моделей статичних систем при застосуванні еліпсоїдних та інтервальних методів оцінювання множини параметрів.

3. Розробка методу синтезу структур моделей "вхід-вихід" статичних систем та наближення складних моделей простішими за умов представлення вихідних змінних в інтервальному вигляді.

4. Розвиток методів інтервального оцінювання параметрів моделей статичних систем у напрямку зменшення обчислювальних витрат при їх реалізації.

5. Створення нових методів гарантованого оцінювання множини параметрів моделей статичних систем, які забезпечують можливість оптимального планування експерименту і можливість розпаралелення обчислювальних процесів.

6. Створення нових методів допустимого оцінювання множини параметрів моделей статичних систем із заданими номінальними значеннями параметрів та коли параметри моделі представлені у множинному вигляді.

7. Розробка методу оцінки імовірності працездатності статичної системи на основі аналізу допустимої області параметрів її моделі.

8. Розробка нових методів планування оптимальних апріорних та послідовних експериментів для випадку побудови інтервальних моделей статичних систем.

9. Створення критеріїв оптимальності та розробка нових методів планування експерименту для локалізації множини параметрів інтервальних моделей статичних систем.

10. Використання розроблених теоретичних засад, алгоритмічного та програмного забезпечення побудови моделей "вхід-вихід" статичних систем на основі інтервальних даних для конкретних систем та розробки таблиць оптимальних планів.

Об'єкт та предмет дослідження. Об'єктом дослідження є статичні системи з вихідними змінними, представленими в інтервальному вигляді. Предметом дослідження є математичні моделі "вхід-вихід" статичних систем та обчислювальні методи їх побудови на основі аналізу інтервальних даних.

Методи дослідження. Для вирішення поставлених задач дисертації застосовувались методи інтервального аналізу, теорія імовірностей та математична статистика, теорія планування експерименту, методи математичного програмування, теорія матриць, теорія допусків, чисельні методи.

Наукова новизна отриманих результатів.

1. Дістали подальший розвиток методи синтезу оптимальних структур моделей статичних систем при аналізі інтервальних даних та наближення складних моделей простішими.

2. Вперше співставлено властивості моделей типу “вхід-вихід” статичних систем, побудованих на різних методах множинного оцінювання їх параметрів.

3. Отримано новий метод гарантованого оцінювання множини параметрів моделей, придатний для організації оптимального експерименту та активної ідентифікації, і отримано рекурентні формули для організації паралельного обчислювального процесу його реалізації.

4. Вперше для випадку, коли кількість виходів співпадає з кількістю параметрів, отримано оптимальну допустиму еліпсоїдальну оцінку області параметрів лінеаризованих моделей статичних систем, залежну від плану експерименту, виведено формулу цієї залежності.

5. Вперше отримано умови існування області допусків, коли статична система описується інтервальною моделлю.

6. Вперше формалізовано задачу допустимого оцінювання параметрів лінеаризованої інтервальної моделі статичної системи в умовах ідентифікації базових функцій і розроблено підходи до вибору конфігурації її допустимої еліпсоїдальної оцінки.

7. Вперше для випадку синтезу моделі статичної системи з параметрами, значення яких розподілені згідно з нормальним чи логнормальним законами, на основі множинного підходу розроблено метод оцінювання імовірності працездатності системи.

8. Дістали подальший розвиток методи планування оптимальних апріорних та послідовних експериментів у випадку аналізу інтервальних даних. Вперше для загального випадку отримано умови еквівалентності оптимальних планів, що мінімізують розміри множини параметрів та максимальну похибку прогнозування інтервальних моделей.

9. Вперше при побудові моделей статичних систем методами аналізу інтервальних даних отримано умови ортогональності та еквівалентності оптимальних планів насиченого експерименту за усіма існуючими критеріями оптимальності.

10. Вперше розроблено критерії та формалізовано задачу знаходження оптимальних планів експериментів із випадковими інтервальними похибками і розроблено методи синтезу цих планів для нового методу локалізації множини параметрів моделей статичних систем з виділенням насиченого блоку експерименту.

Практичне значення отриманих результатів. Із застосуванням алгоритму інтервальної локалізації параметрів моделі модифікованим симплекс-методом розв’язування задач лінійного програмування розроблено алгоритмічне та програмне забезпечення, яке дозволяє ідентифікувати оптимальні структури моделей типу “вхід-вихід” на основі інтервальних даних для широкого класу статичних систем.

Розроблений метод та алгоритм методу локалізації параметрів моделей статичних систем з виділенням насиченого блоку експерименту, реалізований на паралельних обчислювальних графах, значно розширює клас систем та розмірність задач до яких можна застосовувати методи аналізу інтервальних даних.

Із застосуванням методів синтезу оптимальних планів експерименту у випадку інтервальних даних розроблено таблиці планів, які забезпечують задані властивості інтервальних моделей та множин їх параметрів.

Практичне значення роботи підтверджується застосуванням розроблених теоретичних засад на ВАТ “Квантор”, м. Збараж для ідентифікації інтервальних моделей статичних режимів технологічного процесу герметизації мікросхем, визначення його допустимих параметрів та для ідентифікації моделей прогнозування кількості захворювань в системі екологічного контролю м. Тернополя, при розробці якої здобувач був відповідальним виконавцем.

На основі проведених досліджень здобувачем розроблено методичне та програмне забезпечення, яке використане у навчальному процесі в Тернопільській академії народного господарства при викладанні дисциплін “Теорія систем та системний аналіз” та “Економічна кібернетика”, а також у Національному університеті “Львівська політехніка” при викладанні дисципліни “Математичне моделювання електромеханічних систем”.

Особистий внесок здобувача у роботи, виконані у співавторстві та опубліковані у фахових виданнях. Усі наукові результати дисертації отримані здобувачем самостійно. У друкованих працях, опублікованих у співавторстві, особисто дисертанту належить: [1, 2] – система критеріїв для планування насиченого експерименту у випадку інтервальних даних, метод синтезу оптимальної структури інтервальної моделі, наближення складних моделей простішими та побудова інтервальної моделі характеристик електротехнічного обладнання; [5] – чисельний метод та алгоритм локалізації розв’язків лінійної системи інтервальних рівнянь шляхом виділення у ній насиченого блоку; [6] – підхід до вивчення методики комплексного впливу господарської діяльності підприємств на техногенну ситуацію та метод побудови інтервальної моделі; [7] – отримання оптимальної допустимої еліпсоїдальної оцінки області параметрів моделей статичних систем, пов’язаної з планом експерименту, та її застосування для опису допустимої області параметрів технологічного процесу; [8] – алгоритм модифікації симплекс-методу розв’язування задач лінійного програмування для побудови інтервальних моделей; [10] – основи методів аналізу інтервальних даних; [17] – метод локалізації параметрів інтервальних моделей з виділенням насиченого блоку експерименту, рекурентні співвідношення реалізації методу, розробка паралельних обчислювальних графів та чисельний експеримент; [19] – метод активної ідентифікації параметрів моделі, чисельний експеримент.

Апробація дисертації. Матеріали дисертації доповідалися та обговорювалися на 14 міжнародних, 7 національних конференціях та семінарах, а саме на: International Conference on Interval and Computer-Algebrraic Methods in Science and Engineering “Interval’94” (St. Petersburg, 1994), 1-й Українській конференції з автоматичного керування “Автоматика 94” (Київ, 1994), IV krajowa konferencja “Modelowanie Systemow Biologicznych” (Krakow, 1995), міжнародній НТК, присвяченій 150-річчю від дня народження видатного українського фізика і електротехніка Івана Пулюя (Тернопіль, 1995), 8 krajowa konferencja naukowa “Uniwersalnosc cybernetyki” (Krakow, 1996), конференції “Методичні основи викладання та наукові проблеми екології сьогодення” (Тернопіль, 1997), 2-nd IMACS International Multiconference “Computational engineering in systems applications” (Tunisia, 1998), 3-й міжнародній науково-технічній конференції “Математичне моделювання в електротехніці, електроніці та електроенергетиці” (Львів, 1999), 5й міжнародній науково-технічній конференції “Досвід розробки і застосування САПР в мікроелектроніці” (Львів, 1999), міжнародній конференції “Modern problem of telecommunication, computer science and engineeris training” (Lviv, 2000), Міжнародній конференції “Автоматика-2000” (Львів, 2000), 4-й науково-технічній конференції "Прогресивні матеріали, технології та обладнання в машино- і приладобудуванні" (Тернопіль, 2000), V krajowa konferencja "Modelowanie cybernetyczne systemow biologicznych" (Krakow, 2000), 7-й науково-технічній конференції “Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах” (Хмельницький, 2000), VI International Conference “The Experience of Designing and Application of CAD System in Microelectronics” (Lviv, 2001), International Workshop “Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications” (Foros, 2001), 8-й науково-технічній конференції “Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах” (Хмельницький, 2001), спільній українсько-польській школі-семінарі “Актуальні проблеми теоретичної електротехніки: наука і дидактика” (Алушта, 2001), Proceedings of International Conference “Modern problem of telecommunication, computer science and engineeris training” (Lviv- Slavsk, 2002), 9-й міжнародній науково-технічній конференції “Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах” (Хмельницький, 2002), на постійно діючому семінарі “Математичне моделювання електричних кіл та електромеханічних систем” НАНУ при НУ “Львівська політехніка”.

Публікації. Результати дисертації опубліковано у 47 наукових працях, у тому числі 21 стаття у фахових наукових виданнях (12 без співавторів), 7 статей у наукових журналах та збірниках наукових праць, 18 публікацій у матеріалах конференцій та тезах доповідей.

Структура дисертації. Дисертація складається зі вступу, шести розділів, висновків, списку використаних джерел з 291 назви та 4 додатків. Повний обсяг дисертації – 315 машинописних сторінок, з них 246 сторінок основного тексту, ілюстрованих 32 рисунками та 14 таблицями.

ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЇ

У вступі обґрунтовується актуальність теми дисертаційної роботи, формулюється мета та завдання дослідження, відзначається наукова новизна та практичне значення отриманих результатів.

У першому розділі наводиться огляд існуючих підходів до побудови моделей “вхід-вихід” статичних систем на основі експериментальних даних в умовах невизначеності. Відзначено, що при цьому виникає необхідність розв’язування таких взаємопов’язаних задач: планування та реалізації експерименту; ідентифікації структури моделі та задачі параметричної ідентифікації. Коротко розглянуто особливості цих задач і умови, за яких взамін стохастичного підходу обґрунтовано застосування методів інтервального аналізу (теоретико-множинного підходу).

Коротко розглянуто математичні та обчислювальні аспекти методів аналізу інтервальних даних у випадку побудови моделей “вхід-вихід” статичних систем. Припускають, що статична система описується лінійно-параметричним рівнянням

$$y_o = \beta_1 \cdot \varphi_1(\vec{x}) + \ldots + \beta_m \cdot \varphi_m(\vec{x}), \tag{1}$$

де y_o – істинне невідоме значення виходу системи; $\vec{x} \in R^n$ – вектор вхідних змінних; $\vec{\beta} = (\beta_1,\ldots,\beta_m)^T$ – вектор невідомих параметрів; $\vec{\varphi}^T(\vec{x}) = (\varphi_1(\vec{x}),\ldots,\varphi_m(\vec{x}))$ – вектор відомих базисних функцій.

Результати експерименту представлені у вигляді матриці X значень вхідних змінних і відповідних інтервальних значень вихідної змінної y

$$X = \{x_{ij}, i = 1,\ldots,N, j = 1,\ldots,n\}; [y] = [y_i^-; y_i^+],\ i = 1,\ldots,m. \tag{2}$$

Припускають, що в довільному i -му спостереженні істинне значення виходу $y_{oi} = \vec{\varphi}^T(\vec{x}_i) \cdot \vec{\beta}$ належить інтервалу $[y_i^-, y_i^+]$, тобто $y_i^- \le y_{oi} \le y_i^+$.

Спираючись на вказані припущення, отримаємо таку інтервальну систему лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\vec{Y}^- \le F \cdot \vec{b} \le \vec{Y}^+, \tag{3}$$

де $\vec{Y}^- = \{y_i^-, i = 1,\ldots,N\}$, $\vec{Y}^+ = \{y_i^+, i = 1,\ldots,N\}$ – вектори, складені із верхніх та нижніх меж інтервалів $[y_i^-, y_i^+]$, відповідно; $F = \{\varphi_j(\vec{x}_i), i = \overline{1,N}, j = \overline{1,m}\}$ – відома матриця значень базисних функцій у точках спостережень; $\vec{b}$ – вектор оцінок параметрів $\beta_1,\ldots,\beta_m$.

Розв’язком системи (3) є множина Ω, яка в *m*-вимірному просторі параметрів моделі задається опуклим многогранником. Кожна точка множини Ω породжує одну інтервальну модель статичної системи $\hat{y}(\vec{x}) = \vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b}$. При цьому усі інтервальні моделі знаходяться у коридорі

$$[\hat{y}(x)] = [\hat{y}^-(x); \hat{y}^+(x)], \tag{4}$$

де $\hat{y}^-(\vec{x}) = \min_{\vec{b}\in\Omega}\left(\vec{\varphi}^T(\vec{x})\cdot\vec{b}\right)$ та $\hat{y}^+(\vec{x}) = \max_{\vec{b}\in\Omega}\left(\vec{\varphi}^T(\vec{x})\cdot\vec{b}\right)$ – нижня та верхня межі функціонального коридору.

Точність інтервальних моделей з коридору (4) задається похибкою прогнозування $\Delta_{y(\vec{x})}$, обчисленою як різниця меж цього коридору.

Аналіз літературних джерел стосовно властивостей даної системи та методів оцінювання її розв'язків при побудові моделей "вхід-вихід" статичних систем, дозволив виділити два класи задач: допустимого та гарантованого оцінювання – локалізації. При цьому у випадку допустимого оцінювання шукають множину оцінок розв'язків максимальних розмірів за умови її включення у множину Ω. У випадку локалізації множину оцінок розв'язків шукають мінімальних розмірів за умови включення в неї множини Ω.

Наведено співвідношення для критеріїв I_D -, I_A -, I_E -оптимальності насичених планів експерименту, які задають, відповідно, квадрат об'єму суму квадратів довжин діагоналей і квадрат довжини максимальної діагоналі множини Ω. Відмічена складність побудови I_G -оптимальних планів, які мінімізують похибку прогнозування інтервальної моделі.

Коротко розглянуто існуючі методи, локалізації та допустимого оцінювання множини параметрів моделей "вхід-вихід" статичних систем на основі інтервальних даних і запропоновано критерії оцінки їхніх можливостей при побудові інтервальних моделей статичних систем. Встановлено, що існуючі методи інтервального та еліпсоїдального оцінювання не відповідають сучасним вимогам до побудови інтервальних моделей статичних систем через відсутність методів синтезу їх структури, систематизованого підходу до аналізу властивостей цих моделей, складність проведення активної ідентифікації та неможливість організації апріорного оптимального експерименту для випадків, коли кількість спостережень перевищує кількість параметрів моделі. Обґрунтовано доцільність створення теоретичних засад побудови математичних моделей "вхід-вихід" статичних систем методами аналізу інтервальних даних.

У другому розділі розглянуто два класи задач: синтезу структури моделі "вхід-вихід" статичної системи при аналізі інтервальних даних і наближення функцій із заданою точністю; порівняльного аналізу властивостей інтервальних моделей статичних систем у випадку застосування різних методів локалізації параметрів.

Показано еквівалентність між задачами наближення функцій із заданою точністю та синтезу структури моделі "вхід-вихід" статичної системи при аналізі інтервальних даних. Для знаходження оптимальної структури інтервальної моделі статичної системи в класі поліноміальних функцій запропоновано застосовувати методи послідовного включення та послідовного виключення коефіцієнтів $b_1,...,b_m$ на основі таких пар критеріїв: мінімізація степені полінома $p \to \min$ та мінімізація об’єму прямокутного паралелепіпеда Π^+, описаного навколо множини Ω $V(\Pi^+) \to \min$; мінімізація кількості вхідних змінних $n \to \min$ та $V(\Pi^+) \to \min$; мінімізація кількості членів полінома $m \to \min$ та $V(\Pi^+) \to \min$ за умови забезпечення сумісності системи інтервальних рівнянь (3).

Далі в дисертації проводиться аналіз властивостей інтервальних моделей статичних систем для насиченого експерименту та різних випадків локалізації множини параметрів. Для оцінки переваги того чи іншого методу локалізації параметрів інтервальних моделей запропоновано систематизований підхід до аналізу властивостей цих моделей, побудований на таких критеріях: забезпечення методом максимальної точності прогнозування інтервальної моделі; мінімізації обчислювальних витрат на прогнозування інтервалу виходу у заданій точці області експерименту; забезпечення аналітичності задання та гладкості меж функціонального коридору прогнозування.

Оцінювання точності прогнозування інтервальної моделі статичної системи вимагає певних обчислювальних витрат. Встановлено, що у випадках локалізації множини параметрів Ω чи застосування насиченого експерименту алгоритми оцінювання точності інтервальних моделей можуть суттєво спрощуватися.

Отримано формули

$$\Delta_{y(\vec{x})} = 2 \cdot \sum_{i=1}^{m} \left| \alpha_i \cdot \Delta_i \right|, \vec{x} \in \chi \tag{5}$$

$$[\hat{y}^-(\vec{x}); \hat{y}^+(\vec{x})] = [\vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{\bar{b}} - \sum_{i=1}^{m} \left| \alpha_i \cdot \Delta_i \right|; \vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{\bar{b}} + \sum_{i=1}^{m} \left| \alpha_i \cdot \Delta_i \right|], \tag{6}$$

для похибки та функціонального коридору прогнозування інтервальних моделей у випадку насиченого експерименту $N = m$, а також така властивість.

В л а с т и в і с т ь 2.1. Для насиченого експерименту з похибками спостережень $\Delta_i, i = 1,..., m$ мінімальна похибка прогнозування інтервальної моделі досягається в точці плану з мінімальною похибкою спостережень і визначається за формулою

$$\min_{\vec{x} \in \chi} \Delta_{y(\vec{x})} = 2 \cdot \min_{i=1,...,m} \Delta_i .$$

У формулах (5), (6) α_i – i-та компонента вектора $\vec{\alpha}^T = \vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot F^{-1}$, Δ_i=0,5$\cdot(y_i^+ - y_i^-)$ – відома інтервальна похибка в точках $\vec{x}_i$ спостережень.

Якщо ж будь-яка точка $\vec{x}$ області χ експерименту може бути задана лінійною комбінацією точок $\vec{x}_i \in \chi$, тобто

$$\vec{x} = \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \cdot \vec{x}_i \,,\ \lambda_i \geq 0\ \forall i, \sum_{i=1}^{m} \lambda_i = 1, \tag{7}$$

то для цього випадку отримано таку нерівність: $\max\limits_{\vec{x}\in\chi} \Delta_{y(\vec{x})} \geq 2 \cdot \max\limits_{i=1,\ldots,m} \Delta_i$, яка для лінійної інтервальної моделі $\hat{y}(\vec{x}) = b_0 + \vec{x}^T \cdot \vec{b}$ перетворюється у рівність.

Отримані властивості інтервальних моделей на базі насиченого експерименту засвідчують необхідність розробки локалізаційного методу на базі насиченого експерименту.

При аналізі можливостей методу інтервальної локалізації параметрів отримано формули для визначення похибки прогнозування та коридору інтервальних моделей, коли їх параметри задані в інтервальному вигляді

$$\Delta_{\hat{y}(\vec{x})}\Big|_{\vec{b}\in[\vec{b}\,]} = \left|\vec{\varphi}^T(\vec{x})\right| \cdot (\vec{b}^{+} - \vec{b}^{-}), \tag{8}$$

$$[\hat{y}(\vec{x})]\Big|_{\vec{b}\in[\vec{b}\,]} = [\vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{\bar{b}} - 0{,}5 \cdot \Delta_{\hat{y}(\vec{x})}\Big|_{\vec{b}\in[\vec{b}\,]}; \vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{\bar{b}} + 0{,}5 \cdot \Delta_{\hat{y}(\vec{x})}\Big|_{\vec{b}\in[\vec{b}\,]}], \tag{9}$$

де $\left|\vec{\varphi}^T(\vec{x})\right|$ – означає вектор абсолютних значень базових функцій у фіксованій точці $\vec{x}$; $\vec{b}^{+}$, $\vec{b}^{-}$ – вектори, компонентами яких є межі b_j^{+} та b_j^{-} інтервальних оцінок параметрів, відповідно; $\vec{\bar{b}} = 0{,}5 \cdot (\vec{b}^{+} + \vec{b}^{-})$ - центр симетрії описаного навколо області параметрів прямокутного паралелепіпеда Π^{+}.

Показано справедливість нерівності $\Delta_{\hat{y}(\vec{x})} \leq \Delta_{\hat{y}(\vec{x})}\Big|_{\vec{b}\in[\vec{b}\,]}\ \forall \vec{x} \in \chi$, і для загального випадку - кусковість функції похибки прогнозування інтервальної моделі, коли її параметри задані інтервалами, що ускладнює аналіз її властивостей. Для часткового випадку отримано таку властивість.

В л а с т и в і с т ь 2.3. Нехай на області експерименту χ усі базові функції $\varphi_j(\vec{x}), (j = 1,\ldots, m)$ у лінійно-параметричному рівнянні (1) є неперервними та некусковими і жодна з них не змінює свій знак на протилежний, тоді функціональні границі коридору інтервальних моделей статичної системи (9) на області χ є неперервними та некусковими функціями.

У заключній частині другого розділу отримано формули для похибки прогнозування та коридору інтервальних моделей статичних систем у випадку локалізації множини їх параметрів m-вимірним еліпсоїдом мінімального об'єму $Q_m = \{\vec{b} \in R^m \big| (\vec{b} - \vec{\bar{b}})^T \cdot H \cdot (\vec{b} - \vec{\bar{b}}) = \gamma\}$ та за умови включення $\Omega \subseteq Q_m$

$$\Delta_{y(\vec{x})}\Big|_{\vec{b}\in Q_m} = 2\cdot\sqrt{\vec{\varphi}^T(\vec{x})\cdot H^{-1}\cdot\vec{\varphi}(\vec{x})\cdot\gamma} \quad (10)$$

$$[\hat{y}(\vec{x})]\Big|_{\vec{b}\in Q_m} = [\vec{\varphi}^T(\vec{x})\cdot\vec{\bar{b}} - 0{,}5\cdot\Delta_{\hat{y}(\vec{x})}\Big|_{\vec{b}\in Q_m};\vec{\varphi}^T(\vec{x})\cdot\vec{\bar{b}} + 0{,}5\cdot\Delta_{\hat{y}(\vec{x})}\Big|_{\vec{b}\in Q_m}]. \quad (11)$$

Відмічено перевагу еліпсоїдної локалізації, оскільки у цьому випадку наближення меж коридору інтервальних моделей є неперервними та некусковими функціями, що забезпечує аналітичність розрахунку інтервалу прогнозування у заданій точці області експерименту і можливість зменшення обчислювальних витрат при цьому. Для вибору кращого за критерієм точності методу (інтервальної чи еліпсоїдної) локалізації множини Ω, співставлено властивості функцій похибок прогнозування інтервальних моделей, які забезпечують відповідні методи локалізації. Зокрема, для включення $\Pi^+ \subseteq Q_m$ справедливою є така нерівність:

$$\Delta_{\hat{y}(\vec{x})}\Big|_{\vec{b}\in Q_m} \le \Delta_{\hat{y}(\vec{x})}\Big|_{\vec{b}\in[\vec{b}]} \quad \forall\vec{x}\in\chi.$$

Навпаки, із включення $\Pi^+ \supseteq Q_m$ витікає нерівність $\Delta_{\hat{y}(\vec{x})}\Big|_{\vec{b}\in Q_m} \ge \Delta_{\hat{y}(\vec{x})}\Big|_{\vec{b}\in[\vec{b}]} \quad \forall\vec{x}\in\chi$.

Запропоновано підхід, який з мінімальними обчислювальними витратами та за критерієм мінімізації похибки прогнозування інтервальної моделі статичної системи дозволяє обрати більш придатний метод локалізації. Для ілюстрації співвідношень між похибками прогнозування, отриманими у випадках інтервальної та еліпсоїдної локалізацій розглянуто приклад побудови інтервальної моделі статичної системи, який підтверджує високу ефективність запропонованого підходу.

Як і у випадку інтервальної локалізації множини параметрів, похибка прогнозування при локалізації багатомірним еліпсоїдом не менша (переважно більша) від похибки прогнозування $\Delta_{\hat{y}(\vec{x})}$ на усій області експерименту, тобто

$$\Delta_{\hat{y}(\vec{x})}\Big|_{\vec{b}\in Q_m} \ge \Delta_{\hat{y}(\vec{x})},\ \forall\vec{x}\in\chi.$$

У дисертації отримані умови для знаходження точок $\vec{x}^o$, в яких досягається найточніше наближення (11) меж коридору інтервальних моделей (4). Для насиченого експерименту в силу співпадання центрів симетрії многогранника Ω та еліпсоїда Q_m ці точки знаходяться із розв’язку рівняння

$$\Delta_{y(\vec{x})}\Big|_{\vec{b}\in Q_m} = \Delta_{y(\vec{x})}, \quad (12)$$

на основі такого твердження.

Т в е р д ж е н н я 2.1. Рівняння (12) має розв’язки $\vec{x}^o$, якщо існує хоча б один вектор значень базисних функцій

$$\vec{\varphi}_s(\vec{x}^o) = 2 \cdot c \cdot F^T \cdot \vec{\delta}_s, s = 1,...,2^m, \tag{13}$$

де $\vec{\delta}_s^T$ – вектори, компонентами яких є обернені значення відповідних інтервальних похибок Δ_i спостережень із додатними або від'ємними знаками; c – константа.

Для загального випадку точки $\vec{x}^o$, в яких досягається найточніше наближення (11) меж коридору інтервальних моделей (4) знаходяться із розв'язку рівнянь

$$\hat{y}^+(\vec{x}^o)\Big|_{\vec{b}\in Q_m} = \hat{y}^+(\vec{x}^o), \text{ або } \hat{y}^-(\vec{x}^o)\Big|_{\vec{b}\in Q_m} = \hat{y}^-(\vec{x}^o), \tag{14}$$

де $\hat{y}^+(\vec{x}^o)\Big|_{\vec{b}\in Q_m}, \hat{y}^-(\vec{x}^o)\Big|_{\vec{b}\in Q_m}$ - відповідно, верхня та нижня межі коридору інтервальних моделей (11) в точках $\vec{x}^o$; $\hat{y}^+(\vec{x}^o), \hat{y}^-(\vec{x}^o)$ - відповідно, верхня та нижня межі коридору (4) в точках $\vec{x}^o$.

Т в е р д ж е н н я 2.2. Рівняння (14) мають розв'язки $\vec{x}^o$, якщо існують, відповідно, такі вектори значень базових функцій $\vec{\varphi}_s(\vec{x}^o), s = 1,..., S$:

$$\vec{\varphi}_s(\vec{x}^o) = 2 \cdot c \cdot H \cdot (\vec{b}_s - \vec{\bar{b}}),$$

де S – загальна кількість вершин многогранника Ω, які одночасно належать поверхні еліпсоїда Q_m; $\vec{\bar{b}}$ - задає центр симетрії еліпсоїда, який в загальному випадку не співпадає з центром ваги многогранника Ω.

У третьому розділі розглянуто методи локалізації множини параметрів інтервальних моделей статичних систем. Спочатку розглядається інтервальна локалізація параметрів моделі на основі модифікованого симплекс-методу розв'язування задач лінійного програмування. Для знаходження меж $[b_j^-, b_j^+]$ компонент інтервального вектора $[\vec{b}]$ параметрів моделі статичної системи, необхідно розв'язати $2 \cdot m$ задач лінійного програмування (ЛП)

$$b_j^- = \min_{\vec{b}\in\Omega} b_j, b_j^+ = \max_{\vec{b}\in\Omega} b_j, \quad j = 1,..., m. \tag{15}$$

У випадку розв'язування задач (15), $2 \cdot m$ раз повторюються процедури пошуку оптимальних вершин многогранника Ω, тобто таких, що забезпечують $b_j^- = \min b_j$ чи $b_j^+ = \max b_j, (j = 1,...m)$. Проте розраховані координати вершин многогранника Ω під час пошуку, наприклад b_{j-1}^-, не враховуються для знаходження b_{j-1}^+ та b_j^-, b_j^+, $j = 1,..., m$. Отже, стає очевидною обчислювальна надлишковість методу. Запропоновано модифікацію симплекс-методу та алгоритм для розв'язування задач (15) з урахуванням вищезазначених зауважень.

Порівняльний аналіз ефективності програмного забезпечення, побудованого на основі модифікованого симплекс-методу, та існуючого, підтверджує значно менші обчислювальні витрати запропонованого методу.

Наступним розглядається локалізаційний метод, побудований на основі виділення насиченого блоку експерименту.

Нехай маємо сумісну систему (3), яка включає $N \geq m$ рівнянь, отриманих внаслідок проведення експерименту з $N \geq m$ спостереженнями. Виберемо з неї m рівнянь, які утворюють також сумісну систему. Розв'язком цієї системи є множина Ω_m, яка в просторі параметрів $\vec{\beta}$ визначає гіперпаралелепіпед з вершинами $\vec{b}_s$, координати яких обчислюються за формулою

$$\vec{b}_s = F_m^{-1} \cdot \vec{Y}_s \ , \ s = 1,...,2^m, \tag{16}$$

де F_m - матриця значень базових функцій для вибраних із системи (3) m рівнянь. Якщо вказану систему із m рівнянь сформувати у такий спосіб, щоб вигляд гіперпаралелепіпеда Ω_m максимально наближався до вигляду многогранника Ω - розв'язку усієї системи (3), або до вигляду, заданого матрицею F_m , то, мінімізуючи розміри отриманого гіперпаралелепіпеда, наприклад, його об'єм V_{Ω_m}

$$V_{\Omega_m} \longrightarrow \min, \tag{17}$$

з урахуванням решти *N*-*m*-інтервальних рівнянь (спостережень) системи (3) та за умови включення

$$\Omega \subseteq \Omega_m, \tag{18}$$

можемо отримати точнішу гарантовану оцінку, ніж інтервальна. До того ж, отримавши множину Ω_m, маємо можливість перейти до локалізації розв'язків у вигляді m-вимірного еліпсоїда

$$Q_m = \{\vec{b} \in R^m \Big| (\vec{b} - \vec{\bar{b}})^T \cdot F^T \cdot E^{-2} \cdot F \cdot (\vec{b} - \vec{\bar{b}}) = m\}, \tag{19}$$

де $E = diag\{0{,}5 \cdot ((y_1^+ - y_1^-),...,(y_i^+ - y_i^-),...,(y_m^+ - y_m^-))\}$ - діагональна матриця інтервальних похибок у *m* точках спостережень; $\vec{\bar{b}}$ - центр ваги еліпсоїда.

У цьому випадку забезпечуємо аналітичність розрахунку меж коридору інтервальних моделей за формулою (11), із заміною $H = F^T \cdot E^{-2} \cdot F$.

З метою вибору m інтервальних рівнянь із системи (3), які будуть базовими при знаходженні розв'язку, можемо використати відому із методів планування оптимального насиченого ($N = m$) експерименту при інтервальних даних формулу для квадрату об'єму гіперпаралелепіпеда Ω_m і систему із m інтервальних рівнянь сформуємо так, щоб квадрат об'єму

$V^2_{\Omega_m}$ гіперпаралелепіпеда Ω_m був мінімальним, тобто

$$4^m \cdot \left(\prod_{i=1}^{m} \Delta_i^{\,2} \right) \cdot \det(F_m \cdot F_m^{\,T})^{-1} \xrightarrow{F_m} \min . \tag{20}$$

При відомій фіксованій матриці F_m задача локалізації (17), (18) стає еквівалентною таким задачам:

$$y_i^{\,+} \longrightarrow \min,\ y_i^{\,-} \longrightarrow \max,\ \forall i = 1,...,m,\ \Omega \subseteq \Omega_m \tag{21}$$

Для розв'язання задачі локалізації (21) запропоновано використати ітераційний метод. На k +1-й ітерації нижнє та верхнє інтервальні значення правих частин кожного з базових m рівнянь обчислюємо за такими формулами:

$$y_i^{\,-}(k+1) = y_i^{\,-}(k) + \delta_i^-(k+1),\ y_i^{\,+}(k+1) = y_i^{\,+}(k) - \delta_i^+(k+1),\ i = 1,...,m. \tag{22}$$

При цьому у формулах (22) значення $\delta_i^-(k+1) \ge 0$ та $\delta_i^+(k+1) \ge 0$ максимізуються, виходячи із умови включень

$$\Omega \subseteq \{\, \Omega_m(k) \cap \breve{\Omega}(k+1) \,\} \subseteq \Omega_m(k+1), \tag{23}$$

де $\Omega_m(k+1)$ - m -вимірний паралелепіпед, отриманий на $k+1$ -й ітерації; $\breve{\Omega}(k+1)$ - “гіперсмуга”, яка визначається $k+1$ -м рівнянням (k =1,…, $N-m$) із тих, що залишились у системі (3) після вибору m базових рівнянь.

У дисертації виведено аналітичні співвідношення для розрахунку значень $\delta_i^-(k+1)$ та $\delta_i^+(k+1)$

$$\delta_i^-(k+1) = \begin{cases} \min\limits_{s=1,...,2^{m-1}} \{ L_s(k) / \left| \vec{\varphi}^T(\vec{x}_{k+1}) \cdot \vec{f}_i \right| \},\ \textit{якщо}\ L_s(k) > 0, \vec{\varphi}^T(\vec{x}_{k+1}) \cdot \vec{f}_i \ne 0 \\ 0,\ \textit{якщо}\ L_s(k) \le 0 \end{cases}, \tag{24}$$

$$\delta_i^+(k+1) = \begin{cases} \min\limits_{s=1,...,2^{m-1}} \{ L'_s(k) / \left| \vec{\varphi}^T(\vec{x}_{k+1}) \cdot \vec{f}_i \right| \},\ \textit{якщо}\ L'_s(k) > 0, \vec{\varphi}^T(\vec{x}_{k+1}) \cdot \vec{f}_i \ne 0 \\ 0,\ \textit{якщо}\ L'_s(k) \le 0 \end{cases}, \tag{25}$$

У формулах (24), (25) $\vec{f}_i$ означає *i*-й вектор-стовпчик матриці F_m^{-1} , а $L_s(k)$, $L'_s(k)$ - скалярні функції для кожної вершини $\vec{b}_s(k)$ ($s = 1,...,2^m$) гіперпаралелепіпеда $\Omega_m(k+1)$, які характеризують відстань між даною вершиною і відповідною межею “гіперсмуги” $\breve{\Omega}(k+1)$, і обчислюються за формулами

$$L_s(k) = y_{k+1}^- - \vec{\varphi}^T(\vec{x}_{k+1}) \cdot \vec{b}_s(k),\ L'_s(k) = \vec{\varphi}^T(\vec{x}_{k+1}) \cdot \vec{b}'_s(k) - y_{k+1}^+ = -L_s(k) - \Delta_{k+1}, \tag{26}$$

$\vec{x}_{k+1}$ - вектор вхідних змінних у k +1-у спостережені, який визначає $k+1$ рівняння у системі (3); y_{k+1}^{-}, y_{k+1}^{+} - нижнє та верхнє інтервальні значення вихідної змінної у k +1-у спостережені; $\Delta_{\mathrm{k+1}} = y_{k+1}^{+} - y_{k+1}^{-}$.

Вектор координат вершин на *k*-й ітерації у формулі (26) обчислюємо так:

$$\vec{b}_s\,(k) = F_m^{-1} \cdot \vec{Y}_s\,(k), \tag{27}$$

де $\vec{Y}_s\,(k)$, - вектор, складений із комбінацій нижніх $y_i^{\,-}(k)$ та верхніх $y_i^{\,+}(k)$ інтервальних значень правих частин кожного з базових m рівнянь.

Отже, для реалізації однієї ітерації запропонованого локалізаційного методу необхідно виконати таку послідовність обчислень:

1. Розрахувати значення скалярних функцій $L_s(k)$ та $L_s'(k)$ для усіх вершин множини параметрів $\Omega_m(k+1)$.

2. Розрахувати $\delta_i^-(k+1)$ та $\delta_i^+(k+1)$, відповідно, за формулами (24) та (25).

3. Обчислити межі інтервалу [$y_i^{\,-}(k+1); y_i^{\,+}(k+1)$] за формулою (22).

Обчислювальна схема методу локалізації параметрів інтервальних моделей з виділенням насиченого блоку реалізована на паралельних обчислювальних графах, побудованих на базі такого твердження.

Т в е р д ж е н н я 3.1. Нехай відомий вектор координат деякої вершини $\vec{b}_{s^*}(k)$ гіперпаралелепіпеда $\Omega_m(k)$, тоді координати вершин $\vec{b}_s\,(k)$, $s = 1,..., m$, які лежать на ребрах, що виходять з даної вершини, розраховуємо за такою формулою

$$\vec{b}_s\,(k) = \vec{b}_{s^*}(k) \pm \Delta_i(k) \cdot \vec{f}_i,\ i = 1,..., m, \tag{28}$$

де $\Delta_i(k) = y_i^{\,+}(k) - y_i^{\,-}(k)$, а її знак “+”, якщо у формулі (27) для розрахунку вершини $\vec{b}_{s^*}(k)$ *i*-та компонента вектора $\vec{Y}_{s^*}(k)$ є $y_i^{\,-}(k)$ і знак “-“, якщо ця компонента - $y_i^{\,+}(k)$.

Підставляючи рекурентні формули (28) у формулу (26), отримаємо

$$L_s(k) = L_{s^*}(k) - \Delta_i(k) \cdot \xi_i,\ i = 1,..., m, \tag{29}$$

де $L_{s^*}(k)$, - значення скалярної функції, обчисленої для фіксованої вершини $\vec{b}_{s^*}(k)$; $\xi_i = \vec{\varphi}^T(\vec{x}_{k+1}) \cdot \vec{f}_i$.

Запропонований ітераційний метод локалізації розв’язків системи інтервальних рівнянь з виділенням насиченого блоку забезпечує аналітичність розрахунку меж коридору інтервальних моделей та відсіювання неінформативних спостережень, і, на відміну від існуючих методів локалізації у вигляді многогранних областей, не вимагає значного зростання обсягів пам'яті обчислювального засобу при збільшенні кількості параметрів моделі. Побудована на паралельних обчислювальних графах рекурентна схема методу локалізації параметрів інтервальних моделей статичних систем із виділенням насиченого блоку дозволила розв'язати проблему обчислювальних витрат, актуальну для методів локалізації у вигляді багатомірних еліпсоїдів.

На базі методу локалізації з виділенням насиченого блоку експерименту побудовано метод та алгоритм активної множинної ідентифікації параметрів моделей статичних систем. Особливість побудованого алгоритму полягає у наступному. Спочатку розв'язуванням задачі (20) формуємо насичений блок із m інтервальних рівнянь. Потім на кожному кроці процедури ідентифікації проводимо одне спостереження за виходом і його результатом у вигляді інтервального рівняння доповнюємо систему із m інтервальних рівнянь. Розв'язок отриманої системи локалізуємо на основі формули (22) за умовою включень (23). У послідовній процедурі k +1-е спостереження вибираємо в одній із точок $\vec{x}_i$ $(i=1,...,m)$ з найбільшою результуючою інтервальною похибкою $\Delta_i(k)=y_i^{+}(k)-y_i^{-}(k)$. Такий вибір забезпечує зосередження спектру плану експерименту у m точках, попередньо визначених із розв'язку задачі (20). У цьому випадку межі "гіперсмуги", заданої k +1-м рівнянням, паралельні, відповідній i - й парі граней гіперпаралелепіпеда $\Omega_m(k)$. Тому замість формул (22) для розрахунку нижніх та верхніх інтервальних значень i -того рівняння, що відповідає точці з найбільшою інтервальною похибкою, використовуємо таку формулу:

$$[y_i^{-}(k+1);y_i^{+}(k+1)]=[y_i^{-}(k);y_i^{+}(k)]\cap[y_{k+1}^{-};y_{k+1}^{+}]. \qquad (30)$$

Для решти базових рівнянь нижні та верхні інтервальні значення на даній ітерації не змінюються.

У даному випадку на кожній ітерації гіперпаралелепіпед $\Omega_m(k+1)$ однозначно описується багатовимірним еліпсоїдом мінімального об'єму

$$Q_m(k+1)=\{\vec{b}\in R^m \left| (\vec{b}-\vec{\bar{b}}(k+1))^T\cdot F_m^T\cdot E^{-2}(k+1)\cdot F_m\cdot(\vec{b}-\vec{\bar{b}}(k+1))=m\right.\},$$

де $\vec{\bar{b}}(k+1)=F_m^{-1}\cdot 0{,}5\cdot((y_1^{+}(k+1)+y_1^{-}(k+1)),...,(y_m^{+}(k+1)+y_m^{-}(k+1)))^T$;

$E(k+1)=diag\{0{,}5\cdot((y_1^{+}(k+1)-y_1^{-}(k+1)),...,(y_m^{+}(k+1)-y_m^{-}(k+1)))\}$.

На кожній ітерації алгоритму достатньо зберігати $m^2+4\cdot m$ компонент, тобто центр еліпсоїда - m компонент, матрицю його конфігурації - m^2+m компонент (матриця F_m, та діагональна матриця $E(k+1)$, розмірностями $m\times m$), а також інтервальні значення виходу

$[y_i^-(k); y_i^+(k)]$ насиченого блоку на k-й ітерації у m точках $\vec{x}_i$ спостережень, що при зростанні кількості параметрів моделі не вимагатиме суттєвого збільшення пам'яті обчислювального засобу. Крім того, застосування методу локалізації з виділенням насиченого блоку для задач активної ідентифікації, коли спектр плану експерименту зосереджений у m точках, відрізняється малими обчислювальними витратами. Як видно, вони визначаються обчислювальними реалізаціями виразу (30) для інтервалів $[y_i^-(k+1); y_i^+(k+1)]$ та формулами для обчислення центру еліпсоїда $\bar{\vec{b}}(k+1)$ і діагональної матриці $E(k+1)$.

Порівняння ефективності запропонованого способу вибору точок спостережень при розв'язуванні задачі активної ідентифікації із двома іншими способами: на базі рівномірної сітки та заданням точок спостережень за допомогою генератора випадкових чисел проводилося за допомогою чисельного моделювання. Зіставлення результатів чисельного моделювання з реальними даними підтвердили працездатність та перевагу запропонованого методу активної ідентифікації.

У четвертому розділі розглянуто задачі допустимого оцінювання множини параметрів моделей "вхід-вихід" статичних систем багатомірними еліпсоїдами. Досліджуються два випадки, коли система інтервальних рівнянь (3) побудована із застосуванням залежностей між вихідними характеристиками y_i та параметрами $\vec{b}$, заданими для номінальних значень $\vec{b}_0$ та коли ці залежності отримані у результаті експериментальної ідентифікації на основі інтервальних даних.

Спочатку розглядається статична система з моделями у вигляді нелінійних залежностей її вихідних характеристик $g_i(\vec{b})$ ($i=1,...,N$) від параметрів. Припускаємо, що задані номінальні значення параметрів $\vec{b}_0=(b_{01},..,b_{0m})^T$, які теоретично забезпечують номінальні значення виходів $y_{0i}=g_i(\vec{b}_0)$. З практичної точки зору, точне забезпечення номінальних значень усіх y_{0i} є нереальним. У цих умовах задаємо допустимі з точки зору функціональної придатності системи інтервали виходів $y_{0i}\in[y_i^-, y_i^+]$ і визначаємо множину допустимих значень вектора параметрів із розв'язку системи

$$y_i^- \le g_i(\vec{b}) \le y_i^+.$$

Застосуванням розкладу функцій $g_i(\vec{b})$ в ряд Тейлора в околі вектора номінальних значень параметрів $\vec{b}_0$, з вибором першого члена розкладу та з урахуванням позначень

$$\delta y_i^- = y_i^- - y_{i0},\ \delta y_i^+ = y_i^+ - y_{i0},\ \delta b_j = b_j - b_{0j},\ \phi_{ij} = \frac{\partial g_i(\vec{b})}{\partial b_j}\Big|_{\vec{b}=\vec{b}_{0j}},\ i=1,...,N,$$

приходимо до такої лінійної системи

$$\delta\vec{Y}^- \le \tilde{F}\cdot\delta\vec{b} \le \delta\vec{Y}^+, \tag{31}$$

де $\delta\vec{Y}^- = \{\delta y_i^-, i=1,\dots,N\}$, $\delta\vec{Y}^+ = \{\delta y_i^+, i=1,\dots,N\}$ - вектори, складені із верхніх та нижніх меж інтервалів $[\delta y_i^-, \delta y_i^+]$ відхилень вихідної характеристики від номінального значення; $\tilde{F} = \{\phi_{ij}, i=\overline{1,N}, j=\overline{1,m}\}$ - відома матриця значень похідних функцій $g_i(\vec{b})$ у точці $\vec{b}_0$; $\delta\vec{b} = (\delta b_1,..., \delta b_m)^T$ - вектор відхилень значень параметрів від номінальних.

Отримана система (31) є еквівалентною системі інтервальних рівнянь (3).

Оскільки кількість контрольованих виходів y_i переважно є меншою від кількості параметрів, то, увівши додаткові обмеження на область зміни значень деяких параметрів b_j, завжди можемо прийти до випадку, коли система (31) складається із $N = m$ рівнянь. При розгляді системи інтервальних рівнянь (31) для випадку $N = m$ вважатимемо, що матриця $\tilde{F}$ є невиродженою, тобто $\det(\tilde{F}) \ne 0$, $rang(\tilde{F}) = m$. Тоді розв’язком системи (31) є множина допустимих відхилень параметрів від номінальних значень $\tilde{\Omega}_m$, яка в просторі параметрів - гіперпаралелепіпед. Будемо шукати допустиму оцінку множини $\tilde{\Omega}_m$ у класі багатомірних еліпсоїдів Q_m^- максимального об’єму із розв’язку задачі

$$V(Q_m^-)\xrightarrow{Q_m^-}\max,\ Q_m^- \subset \tilde{\Omega}_m, \tag{32}$$

де $V(Q_m^-)$ - об’єм допустимого m-вимірного еліпсоїда.

Для знаходження розв’язку задачі (38) в дисертації доведено лему.

Л е м а 4. 1. Для $N = m$ у многогранник $\tilde{\Omega}_m$ можна вписати m-вимірний еліпсоїд

$$Q_m^- = \left\{\delta\vec{b} \in R^m \middle|\ (\delta\vec{b} - \delta\bar{\vec{b}})^T \cdot \tilde{F}^T \cdot \tilde{E}^{-2} \cdot \tilde{F} \cdot (\delta\vec{b} - \delta\bar{\vec{b}}) \le 1\right\}, \tag{33}$$

що дотикається до центрів усіх граней і з центром ваги $\delta\bar{\vec{b}} = \tilde{F}^{-1}\cdot\delta\bar{\vec{Y}}$.

У виразі (33) $\tilde{E}$ - діагональна матриця допусків $\tilde{\Delta}_i = 0{,}5\cdot(\delta y_i^+ - \delta y_i^-)$, $i=1,..., m$ відхилень вихідних характеристик системи. Вектор $\delta\bar{\vec{Y}}$ має такий вигляд: $\delta\bar{\vec{Y}} = (\delta\bar{y}_1,..., \delta\bar{y}_i,..., \delta\bar{y}_m)^T$, $\delta\bar{y}_i = 0{,}5\cdot(\delta y_i^+ + \delta y_i^-)$.

Т е о р е м а 4. 1. Розв’язком задачі (32) є еліпсоїд (33).

При доведені теореми 4.1 отримана формула множини багатомірних допустимих еліпсоїдів, вписаних у допустиму область $\widetilde{\Omega}_m$

$$Q_m'^{-} = \left\{ \delta\vec{b} \middle| (\delta\vec{b} - \delta\bar{\vec{b}})^T \cdot H \cdot (\delta\vec{b} - \delta\bar{\vec{b}}) \le 1 \right\}, \quad (34)$$

де $H = \widetilde{F}^T \cdot \widetilde{E}^{-1} \cdot \Lambda^{-1} \cdot \widetilde{E}^{-1} \cdot \widetilde{F}$;

$$\Lambda = \begin{pmatrix} 1 & \cdots & \Lambda_{1i} & \cdots & \Lambda_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Lambda_{i1} & \cdots & 1 & \cdots & \Lambda_{im} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Lambda_{m1} & \cdots & \Lambda_{mi} & \cdots & 1 \end{pmatrix}, \ \Lambda_{ji} = \sum_{s=1}^{2^{m-1}} \lambda_s^i \cdot \frac{\Delta_j^s}{\widetilde{\Delta}_j}, \ \Delta_j^s \in \left\{ -\widetilde{\Delta}_j, \widetilde{\Delta}_j \right\}, \ \sum_{s=1}^{2^{m-1}} \lambda_s^i = 1, \ i, j = 1,..., m.$$

Досліджено властивості елементів множини еліпсоїдів, які пов’язані із властивостями додатно означеної матриці Λ: якщо усі діагональні елементи матриці Λ дорівнюють 1, тобто Λ_{ii} =1, $\forall\ i = 1,..., m$, то еліпсоїд (33) дотикається до усіх граней допустимої області $\widetilde{\Omega}_m$; якщо Λ_{ii} <1, то еліпсоїд (33) не дотикається до відповідної *i*-ї пари граней; якщо $\exists i$, що Λ_{ii} >1, то еліпсоїд (33) виходить за межі допустимої області.

Задаючи матрицю Λ є можливість підібрати еліпсоїдну оцінку допустимої множини у такий спосіб, щоб максимально наблизити її до вигляду множини розсіювання параметрів і таким чином максимізувати допуски. З іншого боку, для забезпечення максимальних допусків параметрів, результати технологічного процесу повинні бути такими, щоб технологічна множина значень розсіювання параметрів моделі системи співпадала з отриманою оптимальною оцінкою допустимої області у вигляді еліпсоїда (33).

Далі в дисертації розглядається задача знаходження допустимої області параметрів для інтервальних моделей статичних систем.

Нехай у результаті експериментальної ідентифікації отримано інтервальні моделі статичної системи у вигляді лінійно-параметричних функцій $\hat{y}_i(\vec{x}) = \vec{\varphi}_i^T(\vec{x}) \cdot \vec{b}$, $\vec{b} \in \Omega$, $i = 1,..., N$. Позначимо вектор значень базових функцій $\vec{\varphi}_i^T(\vec{x})$ рівняння *i*-ї вихідної y_i характеристики системи для фіксованого вектора входів $\vec{x}_i$ за $\vec{\phi}_i^T = (\phi_{i1},..., \phi_{ij},..., \phi_{im})$. У загальному випадку значення векторів $\vec{x}_i$ для різних виходів можуть відрізнятися між собою. Значення кожної *i*-ї вихідної характеристики для фіксованого вектора входів $\vec{x}_i$ знаходяться в інтервалах прогнозування $[\hat{y}_i] = [\hat{y}_i^-; \hat{y}_i^+]$, а межі інтервалів визначаються за формулами

$$\hat{y}_i^- = \min_{\vec{b}} \sum_{j=1}^m \phi_{ij} \cdot b_j, \ \vec{b} \in \Omega, \ \hat{y}_i^+ = \max_{\vec{b}} \sum_{j=1}^m \phi_{ij} \cdot b_j, \vec{b} \in \Omega, \ \ i = 1,..., N. \quad (35)$$

Задаючи інтервали допустимих значень виходів $[y_i^-, y_i^+]$ для фіксованого вектора входів $\vec{x}_i$ та з врахуванням уведених позначень, приходимо до системи інтервальних рівнянь $\delta\vec{Y}^- \le \tilde{F} \cdot \delta\vec{b} \le \delta\vec{Y}^+$, подібної до системи (31). Проте у даному випадку вектори $\delta\vec{Y}^-$, $\delta\vec{Y}^+$ складені із верхніх та нижніх меж інтервалів $[\delta y_i^-, \delta y_i^+]$ відхилень вихідної характеристики від граничних значень інтервалу прогнозування $[\hat{y}_i] = [\hat{y}_i^-; \hat{y}_i^+]$, тобто вони визначаються так:

$$\delta y_i^- = y_i^- - \hat{y}_i^-, \ \delta y_i^+ = y_i^+ - \hat{y}_i^+, \ i = 1,..., N. \tag{36}$$

Відповідно, компоненти вектора $\delta\vec{b} = (\delta b_1,..., \delta b_m)^T$, отриманого із розв'язку побудованої системи інтервальних рівнянь, будуть задавати відхилення значень параметрів від вершин множини Ω.

Особливістю побудованої системи є те, що існування її розв'язків залежить від ширини інтервалів прогнозування $[\hat{y}_i] = [\hat{y}_i^-; \hat{y}_i^+]$. Необхідні умови існування області $\tilde{\Omega}$ визначаються доведеною в дисертації теоремою.

Т е о р е м а 4.2. Для існування області допусків параметрів інтервальної моделі необхідне виконання включень

$$[\hat{y}_i^-; \hat{y}_i^+] \subseteq [y_i^-, y_i^+], \ \forall\, i = 1,..., N. \tag{37}$$

Для максимізації області допусків, в дисертації запропоновано суміщення процедур ідентифікації параметрів моделі (локалізації з виділенням насиченого блоку експерименту) і допустимого оцінювання. У цьому випадку отримана рекурентна формула області допусків у вигляді m-вимірного еліпсоїда:

$$Q_m^-(k+1) = \left\{ \delta\vec{b} \in R^m \middle| \ (\delta\vec{b} - \delta\vec{\vec{b}}(k+1))^T \cdot \tilde{F}^T \cdot \tilde{E}^{-2}(k+1) \cdot \tilde{F} \cdot (\delta\vec{b} - \delta\vec{\vec{b}}(k+1)) \le 1 \right\}, \tag{38}$$

$$\delta\vec{\vec{b}}(k+1) = \tilde{F}^{-1} \cdot 0{,}5\,((\delta y_1^+(k+1) + \delta y_1^-(k+1)),...,(\delta y_i^+(k+1) + \delta y_i^-(k+1)),...,(\delta y_m^+(k+1) + \delta y_m^-(k+1)))^T;$$

$$\tilde{E}(k+1) = diag\{0{,}5\,(\delta y_1^+(k+1) - \delta y_1^-(k+1)),...,(\delta y_i^+(k+1) - \delta y_i^-(k+1)),...,(\delta y_m^+(k+1) - \delta y_m^-(k+1)))^T\}.$$

Проведений аналіз задачі допустимого оцінювання параметрів лінеаризованої інтервальної моделі в умовах ідентифікації значень її базових функцій у інтервальному вигляді дозволив для цього випадку розробити підходи до вибору конфігурації оптимальної допустимої еліпсоїдальної оцінки.

Нехай залежності вихідних змінних y_i системи від її входів $\vec{x}$ та параметрів $\vec{b}$ є нелінійними

$$y_i(\vec{x},\vec{b}) = g_i(\sum_{j=1}^{m} \varphi_{ij}(\vec{x},\vec{a}_j)\cdot\vec{b}),\ \ i=1,...,N, \tag{39}$$

де $\varphi_{ij}(\vec{x},\vec{a}_j)$ ($j=1,...,m$) - базові функції відомого вигляду з невідомими векторами $\vec{a}_j$ коефіцієнтів. Припустимо, що ідентифікація невідомих векторів $\vec{a}_j$ здійснюється за незалежними серіями спостережень в точках $\vec{x}_k$ ($k=1,...,K$), коли результати спостережень задані в інтервальному вигляді, тобто

$$\vec{x}_k,\ [\varphi_{ij}^{-}(\vec{x}_k,\vec{a}_j);\varphi_{ij}^{+}(\vec{x}_k,\vec{a}_j)],\ i=1,...,N,\ j=1,...,m,\ k=1,...,K,$$

де $[\varphi_{ij}^{-}(\vec{x}_k,\vec{a}_j);\varphi_{ij}^{+}(\vec{x}_k,\vec{a}_j)]$ – інтервали можливих значень функцій $\varphi_{ij}(\vec{x},\vec{a}_j)$ ($j=1,...,m$) в точках $\vec{x}_k$.

У результаті застосування методу аналізу інтервальних даних отримаємо множини векторів $\vec{a}_j$ і відповідні функціональні коридори

$$[\hat{\varphi}_{ij}(\vec{x})] = [\hat{\varphi}_{ij}^{-}(\vec{x});\hat{\varphi}_{ij}^{+}(\vec{x})],\ i=1,...,N,\ j=1,...,m.$$

Тоді оцінки нелінійних залежностей (39) матимуть інтервальний вигляд

$$[\hat{y}_i(\vec{x},\vec{b})] = g_i(\sum_{j=1}^{m}[\hat{\varphi}_{ij}(\vec{x})]\cdot\vec{b}),\ \ i=1,...,N. \tag{40}$$

Нехай відомий деякий номінальний вектор параметрів $\vec{b}_0=(b_{01},..,b_{0m})^T$, що при фіксованому наборі вхідних змінних $\vec{x}_k$ забезпечує номінальні інтервали виходів $[\ \hat{y}_{0i}\ ] = [\ \hat{y}_i\ (\vec{x}_k,\vec{b}_0)\ ]$. Лінеаризуємо залежності (40) в околі вектора номінальних значень параметрів $\vec{b}_0$

$$[\hat{y}_i(\vec{x}_k,\vec{b})] = [\hat{y}_{0i}] + \sum_{j=1}^{m}[\hat{\phi}_{ij}^{k}]\cdot\delta b_j,\ \ i=1,...,N, \tag{41}$$

де $[\hat{\phi}_{ij}^{k}] = \left.\dfrac{\partial g_i(\sum_{j=1}^{m}[\hat{\varphi}_{ij}(\vec{x}_k)]\cdot b_j)}{\partial b_j}\right|_{\vec{b}=\vec{b}_{0j}} \cdot (\ i=1,...,N)$.

Умови забезпечення функціональної придатності системи в даному випадку матимуть вигляд

$$\min_{\hat{\phi}_{ij}^{k}\in[\hat{\phi}_{ij}^{k}]}\sum_{j=1}^{m}\hat{\phi}_{ij}^{k}\cdot\delta b_j \ge \delta\hat{y}_i^{-};\ \ \max_{\hat{\phi}_{ij}^{k}\in[\hat{\phi}_{ij}^{k}]}\sum_{j=1}^{m}\hat{\phi}_{ij}^{k}\cdot\delta b_j \le \delta\hat{y}_i^{+},\ \ i=1,...,N, \tag{42}$$

де $\delta\hat{y}_i^{-} = y_i^{-} - \hat{y}_{0i}^{-}$; $\delta\hat{y}_i^{+} = y_i^{+} - \hat{y}_{0i}^{+}$.

Оцінюючи розв’язок системи нерівностей (42) для випадку $N=m$ за допомогою множини допустимих m-вимірних еліпсоїдів, отримаємо

$$Q_m^-(\tilde{F}_k) = \left\{ \delta\vec{b} \in R^m \middle| \; (\delta\vec{b} - \delta\vec{\bar{b}})^T \cdot \tilde{F}_k^{\,T} \cdot \tilde{E}^{-2} \cdot \tilde{F}_k \cdot (\delta\vec{b} - \delta\vec{\bar{b}}) \le 1 \right\}, \; \tilde{F}_k \in [\tilde{F}_k], \tag{43}$$

де $\tilde{F}_k$ ={ $\hat{\phi}_{ij}^k$, $i = 1,...,m$, $j = 1,...,m$ }; $\hat{\phi}_{ij}^k$ - будь-які значення, вибрані із інтервалів [$\hat{\phi}_{ij}^k$] ($i = 1,...,m$, $j = 1,...,m$); [$\tilde{F}_k$]={[$\hat{\phi}_{ij}^k$], $i = 1,...,m$, $j = 1,...,m$ } - матриця, з інтервальними компонентами; $\delta\vec{\bar{b}} = \tilde{F}_k^{-1} \cdot \delta\vec{\hat{\bar{Y}}}$; $\tilde{E}$ - діагональна матриця допусків $0{,}5 \cdot (\delta\tilde{y}_i^+ - \delta\tilde{y}_i^-)$ $(i = 1,...,m)$ відхилень вихідних характеристик системи; $\delta\vec{\hat{\bar{Y}}}$ =($\delta\hat{y}_1,...,\delta\hat{y}_i,...,\delta\hat{y}_m$)^T - вектор з компонентами $\delta\hat{y}_i = 0{,}5 \cdot (\delta\tilde{y}_i^+ + \delta\tilde{y}_i^-)$.

Знаходження оптимальної допустимої оцінки області $\tilde{\Omega}_{0m}$ формалізоване у вигляді такої задачі математичного програмування:

$$V(Q_m^-(\tilde{F}_k)) \xrightarrow{\tilde{F}_k} \max, \; \tilde{F}_k \in [\tilde{F}_k], \tag{44}$$

де $V(Q_m^-(\tilde{F}_k))$ - об'єм допустимого еліпсоїда.

У заключній частині даного розділу на основі аналізу властивостей допустимої еліпсоїдної області параметрів статичної системи розроблено спрощений метод та алгоритми оцінювання імовірності її працездатності для випадку, коли значення параметрів моделі або логарифми їхніх значень мають нормальний закон розподілу. Ефективність методу проілюстрована на прикладі оцінювання імовірності працездатності радіоелектронного кола.

П'ятий розділ дисертації присвячено розв'язанню задач планування експерименту при побудові інтервальних моделей статичних систем. Спочатку розглянуто такі задачі: знаходження умов еквівалентності між I_G - оптимальними планами та планами, що мінімізують розміри множини Ω ; планування I_G -оптимальних насичених експериментів; побудови процедури послідовно-оптимального планування експериментів.

Нехай відомі результати інтервального експерименту (2) з $N \ge m$ спостереженнями, коли область експерименту χ задана n-вимірною кулею з центром у нульовій точці, радіусом ρ

$$\chi = \{\vec{x} \in R^n \,|\, \vec{x}^T \cdot \vec{x} \le \rho^2\} \tag{45}$$

і отримано розв'язок задачі ідентифікації у вигляді множини лінійних інтервальних моделей

$$\hat{y}(\vec{x}) = \vec{x}^T \cdot \vec{b}, \; \vec{b} \in \Omega. \tag{46}$$

У цьому випадку справедлива така теорема.

Т е о р е м а 5.1. Для лінійної інтервальної моделі (46) статичної системи на заданій кулею

(45) області експерименту з $N \geq m$, I_G - та I_E -оптимальні плани є еквівалентними.

Задачу знаходження I_G -оптимальних насичених планів при постійній інтервальній похибці на області експерименту, тобто $\Delta(\vec{x}) = \Delta, \forall \vec{x} \in \chi$**,** формалізовано у такому вигляді:

$$2 \cdot \Delta \cdot \rho \cdot \max_{p=1,\dots,2^{m-1}} \left\| ((r_1 \cdot \vec{z}_1, \dots, r_m \cdot \vec{z}_m)^T)^{-1} \cdot \vec{e}_p \right\| \xrightarrow{Z, r_i} \min, \; 0 \leq r_i \leq \rho, \; \|\vec{z}_i\| = 1, i = 1, \dots, m, \quad (47)$$

де $Z = (\vec{z}_1, \dots, \vec{z}_m)^T$.

Т е о р е м а 5.2. Розв'язком задачі (47) є план

$$F^* = \rho \cdot Z^*, \quad (48)$$

де $Z^* = (\vec{z}_1^*, \dots, \vec{z}_m^*)^T$ - ортогональна матриця.

Н а с л і д о к 1. У випадку реалізації I_G - та I_E - оптимальних насичених планів з постійною інтервальною похибкою $\Delta(\vec{x}) = \Delta$ спостережень на області (45) максимальне значення похибки прогнозування лінійних інтервальних моделей (46) дорівнює $2 \cdot \Delta \cdot \sqrt{m}$.

Н а с л і д о к 2. Для лінійної інтервальної моделі статичної системи (46) на області експерименту, заданої *n*-вимірною кулею (45), I_G - та I_E -оптимальні насичені плани є ортогональними.

Т е о р е м а 5.3. Для лінійної інтервальної моделі статичної системи (46) на області експерименту, заданої *n*-вимірною кулею (45) I_G -, I_E -, I_D -, I_A - оптимальні насичені плани еквівалентні між собою і ортогональні.

Використання властивостей лінійних інтервальних моделей у разі насиченого експерименту дозволило побудувати метод та алгоритм послідовного I_G -оптимального планування експериментів на многогранній області і адаптувати його для більш поширеного випадку, коли область експерименту задана кулею.

На першому кроці алгоритму проводиться планування I_G -оптимального насиченого експерименту ($N = m$). Задача знаходження I_G -оптимального насиченого плану на кроці 1 алгоритму на області експерименту

$$\chi = \{ \vec{x} \in R^n \mid \; \vec{x} = \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \cdot \vec{x}_i \,, \; \lambda_i \geq 0 \; \forall i, \sum_{i=1}^{m} \lambda_i = 1 \} \quad (49)$$

формалізована у такому вигляді:

$$I_G = 2 \cdot \Delta \cdot (|\vec{x}_i \cdot \vec{f}_1| + \dots + |\vec{x}_i \cdot \vec{f}_i| + \dots + |\vec{x}_i \cdot \vec{f}_m|) \xrightarrow{F} \min, \vec{x} \in \chi, \quad (50)$$

де f_i - *i*-й стовпець матриці F^{-1}; $\vec{x}_i$ ($i = 1, \dots, m$) – будь-яка вершина області (49) за умови рівності інтервальних похибок в усіх точках спостережень.

Показано, що за умови рівності інтервальних похибок в усіх точках спостережень, мінімальне значення I_G-критерію дорівнює $2 \cdot \Delta$ і досягається при $F = (\vec{x}_1, ..., \vec{x}_m)^T$, тобто, коли точки плану розміщені у вершинах області (49).

На k-тому кроці алгоритму спостереження проводиться у точці плану насиченого експерименту, знайденого на першому кроці, в якій похибка прогнозування є максимальною. При цьому максимальна похибка прогнозування $\max\limits_{\vec{x} \in \chi} \Delta_{\hat{y}(\vec{x})} = \max\limits_{\vec{x}_i, i=1,...,m} \Delta_{\hat{y}(\vec{x})}$ на k-1 кроці визначається із виразу

$$\max_{\vec{x}_i, i=1,...,m} \Delta_{\hat{y}(\vec{x})} = \min\{\hat{y}_i^+, y_i^+\} - \max\{\hat{y}_i^-, y_i^-\},$$

де $\hat{y}_i^+, \hat{y}_i^-$, y_i^+, y_i^- - верхня та нижня межі інтервалу прогнозування моделі та виміряного інтервалу вихідної змінної на k-1-у кроці, відповідно.

Ефективність методу та алгоритму підтверджена чисельним експериментом.

Для випадку локалізації з виділенням насиченого блоку розроблено критерії оптимальності локалізаційних планів

$$M(I_D) = M[\prod_{i=1}^{m} \Delta_{N_i}^2 \cdot \det(F_m \cdot F_m^T)^{-1}], \tag{51}$$

$$M(I_A) = 2^{m-1} \cdot M[Sp((F_m \cdot F_m^T)^{-1} \cdot diag(\Delta_{N_1}^2, ..., \Delta_{N_i}^2, ..., \Delta_{N_m}^2))], \tag{52}$$

$$M(I_E) = M[\max_{p=1,...2^{m-1}} \{\vec{\Delta}_p^T(N) \cdot (F_m \cdot F_m^T)^{-1} \cdot \vec{\Delta}_p(N)\}], \tag{53}$$

які задають математичні сподівання, відповідно: квадрату об'єму, суми квадратів довжин діагоналей та квадрату довжини максимальної діагоналі області локалізації. За $\vec{\Delta}_p^T(N) = (\pm\Delta_{N_1}, \ldots, \pm\Delta_{N_i}, \ldots, \pm\Delta_{N_m})$ позначено вектори, компонентами яких є ширина результуючих інтервалів з від'ємними або додатними знаками залежно від значення індексу p.

Задачі планування “локалізаційного” експерименту на заданій області χ за умов випадкової інтервальної похибки і заданій загальній кількості спостережень N полягає у знаходженні спектру оптимального плану, тобто матриці F_m (m оптимальних точок спостережень) і частот N_i, $i = 1, ..., m, \sum\limits_{i=1}^{m} N_i = N$, за умови мінімізації відповідного критерію, заданого формулою (51), (52) чи (53), тобто

$$M(I_D) \xrightarrow{F_m, N_i} \min, \ \vec{x}_i \in \chi, \ \sum_{i=1}^{m} N_i = N, \ N_i \in \{1, 2, ..., N - m + 1\}, \ i = 1, ..., m, \tag{54}$$

$$M(I_A)\xrightarrow{F_m,N_i}\min,\ \vec{x}_i\in\chi,\ \sum_{i=1}^{m}N_i=N,\ N_i\in\{1,2,...,N-m+1\},\ i=1,...,m, \qquad (55)$$

$$M(I_E)\xrightarrow{F_m,N_i}\min,\ \vec{x}_i\in\chi,\ \sum_{i=1}^{m}N_i=N,\ N_i\in\{1,2,...,N-m+1\},\ i=1,...,m. \qquad (56)$$

На основі розроблених критеріїв розглянуто методи синтезу оптимальних локалізаційних планів. Спочатку доводиться допоміжне твердження.

Л е м а 5.1. Розв’язок задачі (54) еквівалентний результату розв’язування такої послідовності задач:

$$\det(F_m\cdot F_m^T)^{-1}\cdot\prod_{i=1}^{m}\Delta_i^2\xrightarrow{F_m}\min,\ \vec{x}_i\in\chi; \qquad (57)$$

$$\prod_{i=1}^{m}\Big((M^2(\Delta_{N_i})+D(\Delta_{N_i}))\cdot\Delta_i^{-2}\Big)\xrightarrow{N_i}\min,\ \sum_{i=1}^{m}N_i=N,\ N_i\in\{1,2,...,N-m+1\},\ i=1,...,m. \qquad (58)$$

Потім на основі цієї леми розглядаються методи синтезу оптимальних пданів.

Т е о р е м а 5.4. Спектр $M(I_D)$ - оптимального плану співпадає зі спектром I_D - оптимального насиченого плану на спільній області експерименту χ, а частоти у точках спектру є однаковими, тобто $N_1=...=N_i=...=N_m=N/m$, якщо N кратне m.

Т е о р е м а 5.5. Спектр $M(I_D)$-оптимального плану співпадає зі спектром D-оптимального насиченого плану регресійного експерименту, якщо виконується хоча б одна із умов:

$\Delta(\vec{x})=\Delta,\ \sigma(\vec{x})=\sigma,\ \forall\vec{x}\in\chi;\ \Delta^2(\vec{x})=\sigma^2(\vec{x}),\ \forall\vec{x}\in\chi.$

Т е о р е м а 5.6. $M(I_D)$-, $M(I_A)$- та $M(I_E)$-оптимальні плани є еквівалентними між собою у випадку лінійної за входами моделі системи (46) на області експерименту, заданої n-вимірною кулею (45).

Н а с л і д о к. Спектри $M(I_D)$-, $M(I_A)$- та $M(I_E)$-оптимальних планів для лінійних багатофакторних моделей (46) на області експерименту, заданої n – вимірною кулею, визначаються ортогональними матрицями, а частоти рівномірно розподілені у точках спектру.

Показано, що синтез $M(I_D)$-оптимальних планів не залежить від імовірнісних властивостей інтервальних похибок спостережень, що розширює можливості їх застосування при побудові моделей в умовах відсутності інформації про статистичні характеристики системи.

Розглянуті приклади синтезу оптимальних локалізаційних планів.

Наведені у цьому розділі результати засвідчують, що при достатньо великій кількості спостережень N існує не тільки можливість організації оптимального локалізаційного експерименту, але і отримання достатньо достовірної апріорної оцінки розмірів області локалізації Ω_m параметрів моделі, що дозволяє обґрунтувати необхідну кількість спостережень у експерименті.

У шостому розділі розглянуто конкретні прикладні задачі, розв’язання яких потребує застосування теоретичних засад побудови моделей “вхід-вихід” статичних систем з вихідними змінними, заданими у інтервальному вигляді. Тут досліджується технологічний процес (ТП) виробництва інтегрованих мікросхем (ІМС) і будується функціональний коридор інтервальних моделей ТП для прогнозування виходу придатних ІМС з урахуванням реальних властивостей пластмаси. На основі побудованих моделей, отримано оптимальні температурні режими герметизації ІМС для різних партій прес-матеріалу, які були використані на практиці і підтвердили працездатність побудованої моделі ТП. Застосування процедури моделювання ТП дозволило збільшити вихід придатних ІМС на стадії герметизації і досягнути значного економічного ефекту.

Розроблені теоретичні засади дозволили побудувати інтервальні моделі взаємозв’язку між соціально-екологічними чинниками та кількістю захворювань і на їх основі реалізувати методику регулювання комплексного впливу господарської діяльності підприємств на соціо-екологічне середовище. Побудовані інтервальні моделі застосовувалась у складі інформаційно-картографічної системи екологічного контролю, яка розроблялася згідно з договором між санітарно-епідеміологічною станцією м. Тернополя і Тернопільською академією народного господарства та впроваджена у відділенні екологічної медицини, для оцінки комплексного впливу автотранспортного підприємства АТП-16127, розміщеного у місті Тернополі. Результати застосування побудованої моделі підтвердили її адекватність.

Застосування методів планування експериментів з інтервальними даними спостережень, розроблених у п’ятому розділі, дозволило побудувати оптимальні плани та таблиці їх характеристик для задач локалізації насиченим блоком параметрів лінійних та квадратичних моделей статичних систем.

У додатках розглянуто особливості алгоритмічного та програмного забезпечення побудови інтервальних моделей статичних систем, структура та особливості побудови інформаційно-картографічної системи екологічного контролю, до складу якої входять інтервальні моделі взаємозв’язку між соціально -екологічними чинниками та кількістю захворювань, а також наведено частину розроблених таблиць $M(I_D)$ -, $M(I_A)$ -, $M(I_E)$ -оптимальних планів і документи, що засвідчують практичне застосування розроблених методів, алгоритмів та моделей.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ І ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі на основі розвитку методів інтервального аналізу розроблено теоретичні засади та алгоритмічне забезпечення побудови моделей “вхід-вихід” статичних систем, коли результати спостережень за вихідною змінною представлені в інтервальному вигляді. На теоретичних засадах розвинуті нові методи планування експериментів, ідентифікації структур інтервальних моделей статичних систем, локалізації та допустимого оцінювання множин їх параметрів, наближення складних моделей простішими. Отримані у дисертації результати у сукупності складають суттєвий внесок у подальший розвиток теорії моделювання статичних систем.

1. Проведений аналіз задач математичного моделювання статичних систем з виходами, значення яких задаються числовими інтервалами, показав актуальність розробки теоретичних засад побудови моделей “вхід-вихід” цих систем шляхом розвитку інтервального аналізу для планування оптимального експерименту, аналізу властивостей та синтезу структури моделей, розробки методів локалізації та допустимого оцінювання в задачах параметричної ідентифікації.

2. Показана еквівалентність задач наближення даних та синтезу структури інтервальних моделей статичних систем при лінійній параметризації і на основі інтервального локалізаційного підходу розроблено метод синтезу оптимальної структури цих моделей, що дозволило розширити можливості методів ідентифікації моделей статичних систем з виходами, заданими інтервалами.

3. Запропоновано систематизований підхід до аналізу властивостей інтервальних моделей, у випадках застосування різних методів локалізації параметрів інтервальних моделей, який побудований на таких критеріях: забезпечення методом максимальної точності прогнозування інтервальної моделі; мінімізації обчислювальних витрат на прогнозування інтервалу виходу у заданій точці області експерименту; аналітичності задання та гладкості меж функціонального коридору прогнозування. Розроблений підхід дозволив порівняти різні методи локалізації параметрів при розв’язуванні задач параметричної ідентифікації, що дає змогу обґрунтовувати їх вибір в залежно від вимог до властивостей інтервальних моделей.

4. Модифіковано метод інтервальної локалізації параметрів моделі на основі симплекс-методу розв’язування задач лінійного програмування. Побудований на базі методу алгоритм дозволяє скоротити кількість симплекс-ітерацій не менше ніж у два рази, а його ефективність порівняно з існуючими алгоритми зростає при збільшенні кількості невідомих параметрів моделі.

5. Розроблено новий ітераційний метод локалізації розв’язків системи інтервальних рівнянь з виділенням насиченого блоку, що забезпечує аналітичність розрахунку границь коридору інтервальних моделей статичних систем та відсіювання неінформативних спостережень, і у якому розв’язана проблема розмірності, актуальна для існуючих методів локалізації у вигляді многогранних областей. Реалізована на паралельних обчислювальних графах рекурентна схема методу дозволила розв’язати проблему обчислювальних витрат, актуальну для еліпсоїдних методів оцінювання, та розробити алгоритм активної ідентифікації параметрів інтервальних

моделей, ефективність якого підтверджується результатами чисельного моделювання та порівнянням з іншими алгоритмами активної ідентифікації.

6. Отримано оптимальну допустиму еліпсоїдну оцінку множини параметрів лінеаризованої моделі статичної системи та зв'язок її конфігурації з матрицею плану для випадку, коли кількість вихідних характеристик системи, заданих у інтервальному вигляді, співпадає з кількістю параметрів. Виведена формула для множини допустимих m-вимірних еліпсоїдів, яка дозволяє визначити еліпсоїдну оцінку допустимої множини параметрів у такий спосіб, щоб максимально наблизити її до вигляду технологічної множини розсіювання параметрів і тим самим забезпечити максимальні допуски на параметри. Для випадку, коли значення параметрів моделі "вхід-вихід" статичної системи або логарифми їхніх значень мають нормальний закон розподілу отримано зв'язок між властивостями оптимальної допустимої множини параметрів та імовірністю працездатності системи, що дозволило спростити алгоритми оцінки імовірності її працездатності.

7. Отримано умови існування області допусків, коли статична система описується інтервальною моделлю, і розроблено ітераційний алгоритм, у якому суміщено ідентифікацію локалізаційної області параметрів моделі і допустиме еліпсоїдальне оцінювання. Формалізовано і проведено аналіз задачі допустимого оцінювання параметрів лінеаризованої інтервальної моделі в умовах ідентифікації базових функцій, який дозволив розробити способи вибору конфігурації оптимальної еліпсоїдної допустимої оцінки.

8. Для лінійної за входами інтервальної моделі статичної системи на заданій кулею області експерименту доведена еквівалентність між I_G - та I_E -оптимальними планами з $N \geq m$ спостереженнями, а для випадку насичених експериментів ($N = m$) - ортогональність і еквівалентність між собою I_G -, I_E -, I_D -, I_A -оптимальних планів, що дозволило суттєво спростити їх синтез.

9. Розроблено алгоритм послідовного I_G -оптимального планування, який дозволяє покроково мінімізувати максимальну на n-вимірній многогранній області експерименту похибку прогнозування лінійної за входами інтервальної моделі статичної системи. Ефективність алгоритму підтверджена результатами чисельного експерименту.

10. Для випадку локалізації множини параметрів з виділенням насиченого блоку формалізовано задачу знаходження нового типу оптимальних "локалізаційних" планів експериментів з випадковими інтервальними похибками спостережень. На основі розроблених $M(I_A)$ - $M(I_D)$ - та $M(I_E)$ -критеріїв оптимальності, що задають математичні сподівання, відповідно: квадрату об'єму, суми квадратів довжин діагоналей та квадрату довжини максимальної діагоналі області локалізації, побудовано методи синтезу планів, оптимальних за

цими критеріями, а для лінійних та квадратичних моделей - таблиці оптимальних планів, які дозволяють забезпечувати достовірні апріорні оцінки точності параметрів інтервальних моделей, обґрунтувати загальну кількість спостережень у експерименті та суттєво скоротити витрати на проведення експериментів при побудові інтервальних моделей статичних систем.

11. Із застосуванням алгоритму інтервальної локалізації параметрів моделі модифікованим симплекс-методом розв'язання задач лінійного програмування, розроблено алгоритмічне та програмне забезпечення, яке дозволяє визначати оптимальні структури моделей типу "вхід-вихід" на основі інтервальних даних для широкого класу статичних систем. Побудований алгоритм методу локалізації параметрів моделей статичних систем з виділенням насиченого блоку експерименту і реалізований на паралельних обчислювальних графах значно розширює клас статичних систем та розмірність задач, до яких можна застосовувати методи аналізу інтервальних даних.

12. Розроблені теоретичні засади, алгоритмічне та програмне забезпечення були застосовані для ідентифікації інтервальних моделей статичних режимів технологічного процесу герметизації мікросхем та визначення допусків його параметрів, а також для ідентифікації моделей прогнозування кількості захворювань у системі екологічного контролю м. Тернополя. Розроблені моделі статичних режимів технологічного процесу герметизації мікросхем знайшли своє застосування на ВАТ "Квантор", м. Збараж, і дозволили підвищити вихід функціонально придатних мікросхем. Моделі прогнозування кількості захворювань використовувались санітарно-епідеміологічною станцією м. Тернополя в інформаційно-картографічній системі екологічного контролю для ефективного розвитку промислової частини міста з врахуванням медико-екологічного та соціального чинників, а також для вивчення та регулювання техногенних наслідків діяльності підприємств. Основні результати роботи використані в навчальному процесі у Тернопільській академії народного господарства при викладанні дисциплін "Теорія систем та системний аналіз" та "Економічна кібернетика", а також у Національному університеті "Львівська політехніка" при викладанні дисципліни "Математичне моделювання електромеханічних систем".

13. Обґрунтованість наукових положень та висновків підтверджується використанням коректних методів досліджень, строгим доведенням тверджень, узгоджень розрахунків з раніше відомими з літературних джерел результатами, проведенням чисельних експериментів і порівнянням їх результатів з реальними даними та апробацією основних теоретичних положень і отриманих практичних результатів на наукових конференціях та семінарах.

ОСНОВНІ ПРАЦІ, ОПУБЛІКОВАНІ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Design of experiments and data analysis: New trends and results / Letzky E.K., Voshinin A.P., Dyvak N.P., Simoff S.J., Orlov A.I., Gorsky V.G., Nikitina E.P., Nosov V.N. / Edited by E.K.

Letzky. – Moscow.: ANTAL., 1993 – 192p.

2. Вощинин А.П. Дывак М.П., Планирование оптимального насыщенного эксперимента в задачах построения интервальных моделей // Заводская лаборатория. – 1993. - №1. – С.56-59.
3. Дивак М.П. Аналіз точності лінійної інтервальної моделі в задачах статичної ідентифікації // Вісн. ДУ "Львівська політехніка". Автоматика, вимірювання та керування. - 1999. - № 366. - С. 31-35
4. Дивак М.П. Використання насиченого експерименту для оцінювання параметрів інтервальної моделі при аналізі інтервальних даних // Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы.- Херсон: Херсонський держ. технічн. унів. - 1999. - №2(5). - С.33-36
5. Дивак М.П., Крамар О.В. Ідентифікація параметрів моделі на основі аналізу інтервальних даних // Вісн. Тернопільського держ. технічн. унів. - 1999. - Т.4. - №1. - С.76-80.
6. Барткова Л.М., Дивак М.П. Реалізація методики вивчення комплексного впливу господарської діяльності підприємств на соціо-екологічне середовище для АТП-16127 міста Тернополя // Вісн. Тернопільського держ. технічн. унів. - 1999. - Т. 4. - №4. - С.166-170.
7. Дивак М.П., Франко Ю.П. Методи аналізу інтервальних даних стосовно оцінки технологічних процесів виготовлення інтегральних схем // Теоретична електротехніка. - 2000. - Вып. №55. - С.167-173.
8. Дивак М.П., Шкляренко Н.П. Модифікація симплекс методу розв'язування задач лінійного програмування для побудови інтервальних моделей // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2000. - №1. - С.138-141.
9. Дивак М.П. Ідентифікація інтервальної моделі технологічного процесу герметизації інтегральних схем // Вісник ДУ "Львівська політехніка". Радіоелектроніка та телекомунікації. - 2000. - № 387. - С.375-380.
10. Дивак М.П., Стахів П.Г. Ідентифікація моделей об'єктів в умовах інтервальної невизначеності на основі методів аналізу інтервальних даних // Праці міжн. конф. з управління "АВТОМАТИКА-2000". – Львів: Державний НДІ інформаційної інфраструктури. - 2000. – Т.2. - С.90-97.
11. Дивак М.П. Метод локалізації гарантованих оцінок в задачах параметричної ідентифікації // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. - 2000. - №4. - С.12-17.
12. Дивак М.П. Властивості інтервальних моделей при інтервальній формі їх параметрів // Сб. науч. тр. международного науч.-учеб. центра информ. технологий и систем, науч. совет НАН Украины по пробл. "Кибернетика". Моделирование и управление состоянием

эколого-экономических систем региона. - Киев, 2001. - С.58-63.

13. Дивак М.П. Використання властивостей інтервальних моделей у задачах послідовного планування оптимальних експериментів // Вісник НУ “Львівська політехніка”. Електроенергетичні та електромеханічні системи.- 2001. - № 418. - С.53-58.
14. Дивак М.П. Планирование I_G - и I_E -оптимальних експериментов в задачах идентификации интервальних моделей // Проблеми управления и информатики. - 2001. -№2. - С.42-49.
15. Дивак М.П. Оцінка точності параметрів радіоелектронних кіл методами аналізу інтервальних даних // Пр. Ін-ту електродинаміки НАНУ. Електротехніка’2001. - Київ: ІЕД НАНУ, 2001. - С. 29-33.
16. Дивак М.П. Оптимальное планирование эксперимента в случае локализации области параметров интервальной модели // Кибернетика и вычислительная техника. - 2001. - Вып. №132. - С.39-47.
17. Дивак М.П., Стахів П.Г. Реалізація методу локалізації параметрів інтервальних моделей з виділенням насиченого блоку експерименту на паралельних обчислювальних графах. // Электроника и связь. – 2001. - №12. – С.120-124.
18. Дивак М.П. Побудова інтервальної моделі для прогнозування кількості захворювань в системі екологічного контролю м. Тернопіль // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2001. - №3. - С.177-183.
19. Дивак М.П., Манжула В. Активна ідентифікація параметрів інтервальних моделей методом локалізації з виділенням насиченого блоку експерименту // Вісник НУ “Львівська політехніка”. Радіоелектроніка та телекомунікації. - 2002. - № 440. - С.241-246.
20. Дивак М.П. Обчислювальні аспекти методів локалізації розв’язків задач параметричного оцінювання в умовах обмежених похибок // Відбір та обробка інформації. - 2002. - №16 (92). - С.43-47.
21. Дивак М. П. Допустиме оцінювання області параметрів радіоелектронних кіл в класі еліпсоїдів // Теоретична електротехніка. - 2002. - Вып. №56. - С.113-122.
22. Сеньо П.С., Дивак М.П., Гладій Г.М., Венгерський П.С. Інтервальні моделі в медико - екологічному прогнозуванні // Вісн. Львівського держ. університету. Задачі та методи прикладної математики. - 1995. - Вип. №41. – С.105-108.
23. Дивак М.П., Крамар О.В. Алгоритм наближення області параметрів інтервальної моделі в задачах лінійної ідентифікації // Вісн. Тернопільської акад. нар. господ. - 2000. - №10. - С.98-103.
24. Дивак М.П., Пітух І.Р. Шкляренко Н.Г Франко Ю.П. Використання властивостей інтервальних похибок при моделюванні технологічних процесів // Вимірювальна та

обчислювальна техніка в технологічних процесах: Зб. наук. праць. – Хмельницький: ТУП, 2000. – Вип. №7. – С.204-208.

25. Дивак М.П., Волощук С.В. Локалізація гарантованих оцінок параметрів технологічних процесів // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах: Зб. наук. праць. - Хмельницький: ТУП, 2001. – Вип. №8.– С.310-316.
26. Дивак М.П., Кобернюк В.П., Франко Ю.П., Пітух І.Р., Цимбалій В.П. Проблеми ідентифікації динамічних систем в умовах інтервальної невизначеності // Вимірювання та обчислювальна техніка в технологічних процесах: Зб. наук. праць.- Хмельницький: ТУП, 2001.– Вип. №8.– С.307-310.
27. Дивак М.П., Гладій Г.М, Волощук С. В. Проектування інтервальних моделей соціально-екологічних систем на основі нечітких даних // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах: Зб. наук. праць.- Хмельницький: ТУП, 2002.– Вип. № 9.–С.130-135.

28. Litvin I.S., Dyvak M.P., Gladiy G.M. Some particular aspects of using interval methods in the automated monitoring systems // International conference on interval and computer-algebrraic methods in science and engineering “Interval’94”. - St. Petersburg. - 1994. – P.169.
29. Dyvak M., Hladiy G. Application interval methods in static identification of the medical and ecological conditions of on average industrial city // Ref. IV krajowa konf. “Modelowanie Systemow Biologicznych”. - Krakow. - 1995. - S.95-99.
30. Дивак М.П. Інтервальні методи компресії картографічної інформації // Тез. доп. міжн. наук.-техн. конф., присвяченої 150-річчю від дня народження видатного українського фізика і електротехніка І. Пулюя.– Тернопіль. - 1995. - С.78-79.
31. Dyvak M., Hladiy G., Dnistrian S. The geographic information systems for control of medical and ecological conditions of on average industrial city // Materialy 8 krajowa konf. naukowa “Uniwersalnosc cybernetyki”.- T.1.- Krakow. - 1996. - S.3-4.
32. Дивак М.П., Дністрян С.С., Когут Р.Д., Кондратюк В.А., Литвинова О.Н. Захворювання населення міста Тернополя та його залежність від соціологічних умов // Матеріали конф. “Методичні основи викладання та наукові проблеми сьогодення”.– Тернопіль: Укрмедкнига. – 1997. - С.21-22.
33. Dyvak M., Hladiy G., Zhang D. Identification Socio - Ecological System and Design of Interval Model on the Basis Fuzzy-Data // Abstracts 2nd IMACS International Multiconference CESA’98 “Computational engineering in systems applications”.– Tunisia. - 1998. - P.234.
34. Дивак М.П., Франко Ю.П. Оцінювання області параметрів інтервальної моделі на основі блоку насиченого експерименту при аналізі інтервальних даних // Матеріали 5 міжн. конф.

"Досвід розробки і застосування САПР в мікроелектроніці". - Львів. - 1999. - С.188-189.

35. Дивак М.П., Франко Ю.П. Методи аналізу інтервальних даних стосовно оцінки технологічних процесів виготовлення інтегральних схем // Матеріали 3 міжнар. конф. "Математичне моделювання в електротехніці, електроніці та електроенергетиці". – Львів. - 1999. - С.75.
36. Dyvak M.P. Interval model identification of hermetic sealing technological process the integrated circuits // Proc. of international conf. "Modern problem of telecommunication, computer science and engineeris training". - Lviv. - 2000. - P.37-38.
37. Dyvak M.P., Franko Yu., Pituh I., Tsymbaliy V. Algorithm of technological process interval modeling // Proc. of international conf. "Modern problem of telecommunication, computer science and engineeris training". – Lviv. - 2000. - P. 31.
38. Дивак М.П. Розрахунок функціональної придатності радіоелектронних кіл на основі методу аналізу інтервальних даних Тези доповідей четвертої науково- технічної конференції ТДТУ // Тез. доп. 4 наук.–техн. конф. "Прогресивні матеріали, технології та обладнання в машино - і приладобудуванні. - Тернопіль: ТДТУ. - 2000. - С.122.
39. Bartkowa L., Hladij G., Dywak M., Kogut P. Badanie i regukacja komleksowego wplywu gospodarczej dzialalnosci przedsiebiorstw na srodowisko socjoekologiczne // V krajowa konf. "Modelowanie cybernetyczne systemow biologicznych". – Krakow. -:2000. - S.139-141.
40. Dyvak M., Franko Yu., Pituh I., Voloshchyk S. The full combination algorithm modification in the task of technological process interval modelling // Proc. of the sixth international conf. "The Experience of Designing and Application of CAD System in Microelectronics". – Lviv. - 2001. - P.314.
41. Dyvak M., Hladiy G., Vitsentiy V. The experimental design in tasks of interval models identification // Proc. of the international workshop "Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications". – Foros. - 2001. - P.224-227.
42. Дивак М.П. Послідовне планування експерименту при локалізації області параметрів інтервальної моделі // Доп. спільної українсько - польської школи – семінару "Актуальні проблеми теоретичної електротехніки: наука і дидактика". – Алушта. - 2001. – С.20-22.
43. Dyvak M., Voloshchuk S., Mangula V. The localization method for active identification of the interval model // Proc. of international conf. "Modern problem of telecommunication, computer science and engineeris training". – Lviv. - 2002. - P.43–44.

АНОТАЦІЯ

Дивак М.П. Теоретичні засади побудови моделей "вхід-вихід" статичних систем методами аналізу інтервальних даних. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. – Національний університет "Львівська політехніка", Львів, 2003.

Дисертація присвячена розробці теоретичних засад, алгоритмічного та програмного забезпечення побудови моделей "вхід-вихід" статичних систем в умовах представлення вихідних змінних в інтервальному вигляді - інтервальних моделей статичних систем. На теоретичних засадах розвиваються нові методи планування експериментів, ідентифікації оптимальних структур інтервальних моделей, локалізації та допустимого оцінювання множин їх параметрів, наближення складних моделей простішими і розв'язуються нові прикладні задачі. Запропоновано і реалізовано систематизований підхід для порівняльного аналізу властивостей інтервальних моделей у разі застосування різних методів локалізації параметрів інтервальних моделей. Розроблено новий ітераційний метод локалізації множини параметрів інтервальних моделей на основі виділення оптимального насиченого блоку експерименту. Побудовано критерії оптимальності локалізаційних експериментів, і синтезовано оптимальні локалізаційні плани для активної ідентифікації множини параметрів інтервальних моделей. Для випадку співпадання кількості вихідних характеристик системи з кількістю параметрів її моделі отримано формулу множини допустимих багатомірних еліпсоїдів, оптимальну допустиму багатомірну еліпсоїдну оцінку множини параметрів лінеаризованої моделі статичної системи та зв'язок між властивостями цієї множини і ймовірністю працездатності системи. Розроблено методи та алгоритми допустимого оцінювання параметрів інтервальних моделей статичних систем багатомірними еліпсоїдами. Для інтервальної моделі статичної системи, лінійної за вхідними змінними, на області експерименту - багатомірній кулі, розроблено методи оптимального планування апріорного і послідовного експерименту. Розв'язано конкретні прикладні задачі, пов'язані із застосуванням розроблених методів.

Ключові слова: моделі "вхід-вихід", статичні системи, інтервальні моделі, активна ідентифікація, локалізація множини параметрів, допустиме еліпсоїдне оцінювання, планування експерименту.

АННОТАЦИЯ

Дывак Н.П. Теоретические основы построения моделей "вход-выход" статических систем методами анализа интервальных данных. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы. – Национальный университет "Львовская политехника", Львов, 2003.

Диссертация посвящена разработке теоретических основ, алгоритмического и программного обеспечения для построения моделей “вход-выход” статических систем в условиях представления выходных переменных в интервальном виде - интервальных моделей статических систем. На этой основе развиваются новые методы планирования экспериментов, идентификации оптимальных структур интервальных моделей статических систем, локализации и допустимого оценивания множеств их параметров, приближения сложных моделей простейшими, и решаются новые прикладные задачи.

В диссертации показана эквивалентность между задачами синтеза оптимальной структуры интервальных моделей статических систем и задачами приближения сложных моделей простейшими и на основе интервального подхода разработан метод и алгоритм оптимального двухкритериального синтеза структуры этих моделей. Предложен и реализован систематизированный подход сравнительного анализа свойств интервальных моделей статических систем в случаях применения разных методов локализации множеств параметров интервальных моделей, который построен на критериях обеспечения методом максимальной точности прогнозирования модели; минимизации вычислительных затрат на прогнозирование интервала выхода в заданной точке области эксперимента; обеспечения аналитичности представления и гладкости границ функционального коридора интервальных моделей.

Разработан и реализован на параллельных вычислительных графах новый итерационный метод локализации множества параметров интервальных моделей статических систем, в основу которого положено выделение насыщенного блока эксперимента, что позволило обеспечить аналитичность расчета границ функционального коридора интервальных моделей, отсеивание неинформативных и малоинформативных наблюдений, а также решить проблемы быстрого роста вычислительных затрат и требований к вычислительным ресурсам при возростании количества параметров модели, актуальных для существующих методов множественного оценивания. Применение разработанного метода локализации позволило построить критерии оптимальности локализационного эксперимента, синтезировать оптимальные локализационные планы и решать задачи активной идентификации множеств параметров интервальных моделей.

Получена оптимальная допустимая многомерная эллипсоидальная оценка множества параметров линеаризованной модели статической системы в случае, когда количество выходных характеристик системы, заданных в интервальном виде, совпадает с количеством параметров ее модели. Для этого случая получена формула семейства допустимых многомерных эллипсоидальных множеств, которая позволяет определить эллипсоидальную оценку параметров модели так, чтобы максимально приблизить ее к виду технологического множества рассеивания параметров и обеспечить их максимальные допуски. На основе исследованных свойств оптимальной допустимой многомерной эллипсоидальной оценки множества параметров линеаризованной модели статической системы получена связь между свойствами этого множества и вероятностью работоспособности системы, когда случайные значения параметров модели или логарифмы их значений распределены в соответствии с нормальным законом, что позволило построить эффективный алгоритм ее приближенного оценивания. Исследованы условия существования и разработаны методы построения допустимых многомерных эллипсоидальных множеств параметров модели, когда статическая система описывается интервальной моделью. Для интервальной модели статической системы, линейной по входным переменным, на области эксперимента - многомерном шаре, рассмотрены задачи и построены методы оптимального планирования априорного и последовательного эксперимента.

С применением алгоритма интервальной локализации параметров модели модифицированным симплекс-методом решения задач линейного программирования разработано алгоритмическое и программное обеспечение, которое позволяет синтезировать оптимальне структуры моделей “вход-выход” для широкого класса статических систем в условиях минимальной информации относительно их свойств. Построенный алгоритм синтеза структур моделей и алгоритм метода локализации параметров с выделением насыщенного блока эксперимента применялись для идентификации интервальных моделей статических режимов технологических процессов герметизации интегральных микросхем, а также для построения моделей прогнозирования количества заболеваний в системе экологического контроля г. Тернополя для планирования и эффективного развития промышленных районов города.

Решения конкретных прикладных задач свидетельствуют о высокой эффективности разработанных методов.

Ключевые слова: модели “вход-выход”, статические системы, интервальные модели, активная идентификация, локализация множества параметров, допустимое эллипсоидальное оценивание, планирование эксперимента.

ABSTRACT

Dyvak M.P. Theoretical bases of static systems “input-output” models creation by interval data analysis methods. – Manuscript.

Thesis for a doctor of technical science degree by specialty 01.05.02 – mathematical modeling and computing methods. – National University “Lviv Polytechnic”, Lviv, 2003.

Thesis is devoted to the developing of theoretical bases, algorithmic support and software of static systems “input-output” models creation for conditions of output variables in interval form presentation - interval model of static systems. On theoretical bases are developed a new methods of design of experiments, optimal structure identification of interval model of static systems, localization and tolerance estimation of their parameters sets, approximation of complex models by simple and new applied tasks are solved. Systematic approach for comparative analysis of interval model characteristics in case of different methods of interval models parameters localization are proposed and realized. On the base of allocation optimal saturated experiment block a new iterative method of parameter set localization of interval model of static systems is developed. Optimality criteria of localization experiments are build, syntheses optimal localization designs for active identification of interval models parameter set are created. For the case of system output characteristics number with model parameters number equality are got: equation of multidimensional ellipsoidal tolerance sets; optimal multidimensional tolerance ellipsoidal parameters set estimations of static system linearized model and the connection between this set properties and probability of system efficiency. The methods and algorithms of tolerance estimating of the set interval model parameters by multidimensional ellipsoid are created. For static systems interval model, linear by input variables, on the experiment area - multidimensional sphere the methods of optimal designing of a prior and consistent experiment there was built. Specific applied tasks by developed methods are solved.

Keywords: “input-output” models, static systems, interval models, active identification, localization of parameters set, tolerance ellipsoidal estimation, design of localized experiment.