Недашковський М. Програмна реалізація методу відсічених систем і процедури лінійної алгебри в середовищі MatLab / Недашковський М., Семчишин Л., Поселюжна В. // Вісник ТНТУ. — 2012. — Том 65. — № 1. — С.169-181. — (математичне моделювання. математика. фізика).

УДК 518.25

М. Недашковський[1], докт. фіз.-мат. наук;
Л. Семчишин[2], канд. фіз.-мат. наук;
В. Поселюжна[2], канд. фіз.-мат. наук

[1]Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя
[2]Чортківський інститут підприємництва і бізнесу
Тернопільського національного економічного університету

ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ МЕТОДУ ВІДСІЧЕНИХ СИСТЕМ І ПРОЦЕДУРИ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ В СЕРЕДОВИЩІ MATLAB

Резюме. *Запропоновано новий підхід до розв'язання методу відсічених систем. Показано тестування кліткових алгоритмів розв'язання числових систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Наведено спосіб тестування розв'язання деяких типів розріджених СЛАР. Охарактеризовано систему лінійних алгебраїчних рівнянь з числовими елементами. Проведено порівняльну характеристику СЛАР з числовими елементами та описано тестування процедур лінійної алгебри в середовищі MatLab.*

Ключові слова: *відсічені системи, кліткові алгоритми, системи лінійних алгебраїчних рівнянь з числовими елементами, розріджені числові системи, процедури лінійної алгебри.*

M. Nedashkovskyy, L. Semchyshyn, V. Poselugna

THE PROGRAM REALIZATION OF THE SEVERANCE SYSTEM METHOD AND THE LINEAR ALGEBRA PROCEDURE IN THE MATLAB ENVIRONMENT

The summary. *New approach to the severance system method solution is suggested in the work. The cellular algorythm of the numerical system of linear algebraic equation solution testing is shown. The way of some rarefied SLAR types solution testing is shown. The system of linear algebraic equation with numerical elements is characterized. Comparative characteristic of SLAR with numerical elements is conducted and the linear algebraic testing procedure in the MatLab environment is described.*

Key words: *severance system, cellular algorythm, system of linear algebraic equotins with numerical elements, rarefied numerical systems, linear algebraic procedure.*

Постановка проблеми. Розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) завжди є одним із актуальних задач обчислювальної математики. При розв'язанні широкого кола прикладних задач більшість сучасних учених, інженерів і техніків, як правило, використовують пакети комп'ютерної алгебри. Розв'язання математичних задач з допомогою системи MATLAB заслуговує особливої уваги. Зорієнтована на роботу з реальними даними, ця система виконує всі обчислення в арифметиці з плаваючою комою на відміну від конкуруючих систем комп'ютерної алгебри REDUCE, MACSYMA, DERIVE, Maple, Mathematica, Theorist, в яких переважає цілочисельне представлення і символьне опрацювання даних. Хоча для розв'язання проблем на межі символьних обчислень і обчислень з плаваючою комою до складу інтегрованої системи MATLAB включений пакет прикладних програм Extended Symbolic Mathematics Toolbox, котрий реалізує інтерфейс з системою символьних обчислень Maple.

Одним із важливих інструментів MatLab є набір процедур лінійної алгебри. В обчислювальному плані розділ лінійної алгебри підтриманий пакетами прикладних програм LINPACK, EISPACK, які були створені в 70-ті роки минулого століття провідними фахівцями світу, до яких належить і засновник фірми MathWorks Inc.

К.Моулер. Власне вихідною задачею системи MatLab і було створення діалогової оболонки для роботи з пакетами лінійної алгебри.

Система MatLab – відкрите середовище, яке досить динамічно розвивається зусиллями сотень і тисяч дослідників, адже це одночасно й операційна оболонка, і досить гнучка мова програмування. Однією з найсильніших сторін є те, що мовою MatLab можуть бути написані програми і функції для багатократного використання.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Багато відомих вітчизняних і закордонних учених займалися проблемами розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Серед них В. Воєводін [1], В. Воєводін, Є. Тиртишніков [2], Дж. Уилкинсон [3] та ін. Однак деякі проблеми не мають однозначного розв'язання і потребують уточнення. У роботі М. Недашковського і О. Ковальчук [4] розглянуто комп'ютерні алгоритми для систем лінійних алгебраїчних рівнянь з λ-матрицями. Особлива увага приділялася методам розв'язування відсічених систем у працях таких вчених, як Г. Цегелик [5], С. Шахно [6] та ін.

Метою даної праці є дослідження якості наявного програмного забезпечення MatLab у розділі лінійної алгебри і пропозиції за його модернізації. З цією метою було проведено цикл числових експериментів, в яких використано програми з арсеналу MatLab і програми, написані мовою цієї системи для методу відсічених систем [7].

Дослідження задачі та обґрунтування отриманих наукових результатів. Для тестування набору програм були розглянуті системи рівнянь, запропоновані в роботах Дж.Х.Уілкінсона [7] , М.О. Недашковського [8, 9], Дж. Дэвенпорт [10] та інших фахівців-обчислювачів.

Система лінійних рівнянь Дж. Х. Уілкінсона.

Для перевірки наростання похибок заокруглення в методах виключення за рахунок росту проміжних елементів у процесі перетворення матриці Дж.Х.Уілкінсон [7] запропонував систему з матрицею

$$A_W = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -1 & 1 & \cdots & 0 & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 1 \\ -1 & -1 & \cdots & 1 & 1 \\ -1 & -1 & \cdots & -1 & 1 \end{pmatrix} \tag{1}$$

В методах виключення з вибором ведучого елемента по стовпцях із-за росту елементів у процесі перетворень при подібному заповненні матриці досягається похибка заокруглення порядку $n2^n$. Тут n-порядок системи.

Для спрощення аналізу точності отриманих значень невідомих x_i права при тестуванні підібрана таким чином, щоб точний розв'язок був $x_i = i$ для всіх $i = 1, 2, \ldots, n$.

Для розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь з числовими елементами в середовищі MatLab написана і протестована функція Essemp. Ця функція реалізує другий алгоритм відсічених систем і написана за допомогою об'єктно-орієнтованої макромови MatLab.

Сам алгоритм розв'язання початкової системи з матрицею (1) може бути поданий рекурентними співвідношеннями

$$\left.\begin{aligned} b_{i,k} &= \frac{a_{i,k} - \sum_{j=1}^{k-1} a_{i,j} x_j^{(k-1)}}{a_{k,k} - \sum_{j=1}^{k-1} a_{k,j} x_j^{(k-1)}} \quad (i = \overline{k+1,n}); \\ z_k^{(k)} &= b_{k+1,k} \ \ (k = \overline{1,n-1}); \ \ z_s^{(k)} = b_{k+1,s} - \sum_{i=s+1}^{k} b_{i,s} z_i^{(k)} (s = \overline{k-1,1}) \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

та

$$\left.\begin{aligned} b_{k,i} &= \frac{a_{k,i} - \sum_{j=1}^{k-1} a_{j,i} z_j^{(k-1)}}{a_{k,k} - \sum_{j=1}^{k-1} a_{j,k} z_j^{(k-1)}} \quad (i = \overline{k+1,n}); \\ x_k^{(k)} &= b_{k+1,k} \ \ (k = \overline{1,n-1}); \ \ x_s^{(k)} = b_{s,k+1} - \sum_{i=s+1}^{k} b_{s,i} x_i^{(k)} \ \ (s = \overline{k-1,1}) \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Слід зауважити, що коли дана система лінійних алгебраїчних рівнянь має симетричну матрицю, тобто $A = A^T$, то $a_{i,j} = a_{j,i}$ для всіх i та j. Із урахуванням цієї обставини обчислювальна схема може бути значно спрощена й реалізована сукупністю рекурентних співвідношень

$$\left.\begin{aligned} b_{i,k} &= \frac{a_{i,k} - \sum_{j=1}^{k-1} a_{i,j} x_j^{(k-1)}}{a_{k,k} - \sum_{j=1}^{k-1} a_{j,k} x_j^{(k-1)}} \quad (i = \overline{k+1,n}); \\ x_k^{(k)} &= b_{k+1,k} \ \ (k = \overline{1,n-1}) \ ; \ \ x_s^{(k)} = b_{k+1,s} - \sum_{i=s+1}^{k} b_{i,s} x_i^{(k)} \ \ (s = \overline{k-1,1}) \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Для можливого використання методу відсічених систем поданий текст програми разом із блоком формування системи лінійних алгебраїчних рівнянь, яка має щойно описану матрицю Дж.Х. Уілкінсона.

```
function [] =Essemp_Wilkinson_Test( Dimension )
%-----------------------------------------------------------------------
%   << E S S E M P >> – процедура для розв'язання невироджених систем
%   лінійних алгебраїчних рівнянь Ax=b з багатьма правими частинами
%    Вхідні параметри функції:
%    N – кількість невідомих системи
%    Np – кількість правих частин системи
%    X  – одномірний масив розміру N для зберігання обчислених
%          значень невідомих;
%    Y –  одномірний робочий масив довжини N.
%    Det – значення  визначника системи
%-----------------------------------------------------------------
```

```
clc
%   Ввід початкових даних тестової системи
N=0;
while N<=36
N=N+12
for i=1 : N
   Sum=0;
   for j=1 : N
      if (i<j)  A(i,j)=0.0; end
      if (i>j) A(i,j)=-1.0; end
      A(i,i)=1.0;
      A(i,N)=1.0;
      Sum=Sum+A(i,j)*j;
   end
   A(i,N+1)=Sum;
end
% Тіло програми
N1 =N+1;
Np=1;
B=zeros(N);
X=zeros(N);
Y=zeros(N);
Det=1.0;
P=0;
Piv=0;
Sum=0;
for m=1 : N
       M1 =m-1;
       M2 =m-2;
       MP1=m+1;
       Piv=0.0;
       iv =m;
       for i=m : N
           P=A(i,m);
           if (m>1)
             for j=1 : M1 P=P-A(i,j)*X(j,1); end
           end
           if abs(Piv)<abs(P)  Piv=P; iv=i; end
           B(i,m)=P;
       end
        for j=1 : m
           Sum=B(m,j);
           B(m,j)=B(iv,j);
           B(iv,j)=Sum;
```

```
        end
        for j=1 : N1
            Sum=A(m,j);
            A(m,j)=A(iv,j);
            A(iv,j)=Sum;
         end
      Det=Det*B(m,m);
         if m<N  for i=MP1 : N B(i,m)=B(i,m)/B(m,m); end
         end
         if m>1  Y(M1)=B(m,M1); end
         if  m>2 for jr=1 : M2
                    j=m-jr-1;
                    Y(j)=B(m,j);
                    js=j+1;
                    for i=js : M1 Y(j)=Y(j)-B(i,j)*Y(i); end
                   end
          end
          for j=MP1 : N+Np
               P=A(m,j);
               if m>1  for i=1 : M1  P=P-A(i,j)*Y(i); end
          end
               B(m,j)=P/B(m,m);
          end
          X(m,1)=B(m,MP1);
          if m>1  for ir=1 :M1
                    i=m-ir;
                    X(i,1)=B(i,MP1);
                    is=i+1;
                    for  j=is : m  X(i,1)=X(i,1)-B(i,j)*X(j,1); end
                   end
          end
          if m>=N  for j=2 : Np
                        X(m,j)=B(m,N+j);
                        for ir=1 : M1
                          i=m-ir;
                          X(i,j)=B(i,N+j);
                          is=i+1;
                        for jj=is : m X(i,j)=X(i,j)-B(i,jj)*X(jj,j); end
                      end
            end
          end
  end
N
Det
```

```
 disp('X=')
    for j=1:Np
         X_i= X(:,j);
    end
  X_i'
end
end
```

Утворена таким чином система розв'язувалася за допомогою функції ESSEMP, а також стандарними методами, включеними до складу пакета MatLab 2007b. Текст цієї невеликої програми

```
unction [] =MatLab_Wilkinson_Test( Dimension )
%------------------------------------------------------------------------
%        процедура для тестування методів лінійної алгебри пакета MatLab
%        на ріст похибки в проміжних обчисленнях за допомогою тестової
%        матриці Уілкінсона
%-------------------------------------------------------------------
%   Ввід початкових двних тестової системи
clc
N=0;
while N<=36
N=N+12
N1 =N+1;
Np=1;
for i=1 : N
   Sum=0;
   for j=1 : N
      if (i<j)  A(i,j)=0.0; end
      if (i>j) A(i,j)=-1.0; end
      A(i,i)=1.0;
      A(i,N)=1.0;
      Sum=Sum+A(i,j)*j;
   end
   B(i)=Sum;
end
 X=B'\A
end
end
```

Результати порівняльного тестування функції ESSEMP та програми з MatLab скопійовані з вікна MatLab і подані в наступній таблиці.

Порядок n системи	Назва функції	Значення невідомих x_i
12	MatLab	0.0189 0.0213 0.0233 0.0248 0.0255 0.0254 0.0241 0.0215 0.0174 0.0117 0.0041 -0.0141
	ESSEMP	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
24	MatLab	0.0061 0.0062 0.0063 0.0064 0.0064 0.0065 0.0065 0.0065 0.0064 0.0064 0.0062 0.0061 0.0059 0.0056 0.0053 0.0049 0.0045 0.0039 0.0034 0.0027 0.0019 0.0011 0.0002 -0.0059
	ESSEMP	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24
36	MatLab	0.0027 0.0027 0.0027 0.0028 0.0028 0.0028 0.0028 0.0028 0.0028 0.0028 0.0028 0.0028 0.0028 0.0027 0.0027 0.0027 0.0026 0.0026 0.0025 0.0024 0.0024 0.0023 0.0022 0.0021 0.0019 0.0018 0.0017 0.0015 0.0013 0.0012 0.0010 0.0008 0.0005 0.0003 0.0000 -0.0027
	ESSEMP	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36
48	MatLaB	0.0015 0.0014 0.0014 0.0014 0.0014 0.0013 0.0013 0.0013 0.0012 0.0012 0.0012 0.0011 0.0011 0.0010 0.0010 0.0009 0.0008 0.0008 0.0007 0.0006 0.0006 0.0005 0.0004 0.0003 0.0002 0.0001 0.0000 -0.0015
	ESSEMP	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48

Слід відзначити, що обидві процедури виконували арифметичні операції з однаковою точністю, а сама матриця не є погано обумовленою – спектральне число обумовленості зростало від 5.2684 до 21.4064.

Тестування алгоритмів розв`язання деяких типів розріджених числових систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Опис тестування функції FC_Three_Diag_Sys .

Для перевірки алгоритму розв’язання 3-х діагональних систем лінійних алгебраїчних рівнянь методом ланцюгових дробів була використана система рівнянь такого вигляду:

$$\begin{pmatrix} 1.5 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & 1.5 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1.5 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & -1 & 1.5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Це – несиметрична система рівнянь без діагонального домінування із середнім значенням спектрального числа обумовленості.

Для розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь з числовими елементами в середовищі MatLab написана і протестована функція FC_Three_Diag_Sys. Ця функція реалізує алгоритм розв`язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь методом ланцюгових дробів і написана за допомогою об'єктно-орієнтованої макромови MatLab.

Для спрощення її можливого використання поданий її текст разом із блоком формуванням системи лінійних алгебраїчних рівнянь, яка має щойно описану матрицю.

```
function [] =FC_Three_Diag_Sys( )
 %   Розв'язування 3-х діагональних систем лінійних алгебраїчних рівнянь
 %          Ax=b
 %   за допомогою матричних ланцюгових дробів
     clc
     n=25;
 %  формування тестової системи лінійних рівнянь
      for i=1 : n
          for j=1: n
              A(i,j)=0;
              if (i==j)   A(i,j)=1.5;  end
              if(i==j+1) A(i,j)=-1; end
              if(j==i+1) A(i,j)=1; end
          end
           b(i)=0;
      end;
      b(1)=3;
   %, обчислення X(1) і решти невідомих
    D(n)=A(n,n);
    i=n;
    while (i>1);
         i = i-1;
         D(i)=A(i,i)-A(i+1,i)*A(i,i+1)/D(i+1);
    end;
    x(1)=b(1)/D(1);
    i=1;
    while (i<n)
      i=i+1;
      x(i)=-A(i,i-1)*x(i-1)/D(i);
   end
 x
  end
```

Результати тестування функції FC_Three_Diag_Sys для $n = 25$ скопійовані з вікна MatLab і подані в наступній таблиці.

Значення n	Значення невідомих x_i							
25	1.5000	0.7500	0.3750	0.1875	0.0938	0.0469	0.0234	0.0117
	0.0059	0.0029	0.0015	0.0007	0.0004	0.0002	0.0001	0.0000

	0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000

Нескладна перевірка показує високу точність запропонованого методу розв’язання трьох діагональних систем методом ланцюгових дробів.

Опис тестування функції ESSELS.

Тут йтиметься про розв’язування систем зі стрічковим заповненням. Позначимо через L – кількість наддіагоналей, а через M – кількість піддіагоналей конкретної системи лінійних алгебраїчних рівнянь. У такому разі обчислення можна проводити, звичайно і за формулами (2) та (3). Однак із урахуванням характеру заповнення стрічкової матриці їх можна привести до вигляду

$$\left.\begin{aligned} & b_{i,k}=\frac{a_{i,k}-\sum\limits_{j=1}^{M}a_{i,j}x_j^{(k-1)}}{a_{k,k}-\sum\limits_{j=1}^{M}a_{k,j}x_j^{(k-1)}}\quad (i=\overline{k+1,n});\\ & z_k^{(k)}=b_{k+1,k}\quad (k=\overline{1,n-1});\quad z_s^{(k)}=b_{k+1,s}-\sum_{i=s+1}^{M}b_{i,s}z_i^{(k)}\quad (s=\overline{k-1,1}) \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

$$\left.\begin{aligned} & b_{i,k}=\frac{a_{i,k}-\sum\limits_{j=1}^{L}a_{i,j}x_j^{(k-1)}}{a_{k,k}-\sum\limits_{j=1}^{L}a_{k,j}x_j^{(k-1)}}\qquad (\overline{i=k+1,n})\\ & z_k^{(k)}=b_{k+1,k}\quad (k=\overline{1,n-1});\quad z_s^{(k)}=b_{k+1,s}-\sum_{i=s+1}^{L}b_{i,s}z_i^{(k)}\ (s=\overline{k-1,1}). \end{aligned}\right\}. \tag{6}$$

За рекурентними формулами (5) та (6) на деякому k-му кроці обчислюються лише ті $b_{i,j}$ і $b_{j,i}$, для яких існує хоча б один ненульовий елемент $a_{i,j}$ початкової матриці.

Алгоритм дозволяє розв’язати системи рівнянь як у випадку симетричного заповнення (кількість піддіагоналей дорівнює кількості наддіагоналей), так і тоді, коли кількість піддіагоналей та наддігоналей матриці різна.

Для перевірки алгоритму розв’язання стрічкового варіанта алгоритму відсічених систем була використана система рівнянь такого вигляду:

$$\left(\begin{array}{ccccccc} 1+\varepsilon & 1 & 0 & \ddots & 0 & 0 & 0\\ \hline 1 & 1+\varepsilon & 1 & 0 & \ddots & 0 & 0\\ -1 & 1 & 1+\varepsilon & 1 & 0 & \ddots & 0\\ 0 & -1 & 1 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots\\ \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 1+\varepsilon & 1 & 0\\ 0 & \ddots & 0 & -1 & 1 & 1+\varepsilon & 1\\ 0 & 0 & \ddots & 0 & -1 & 1 & 1+\varepsilon \end{array}\right)\left(\begin{array}{c} x_1\\ \hline x_2\\ x_3\\ \cdots\\ x_{n-2}\\ x_{n-1}\\ x_n \end{array}\right)=\left(\begin{array}{c} 2+\varepsilon\\ \hline 3+\varepsilon\\ 2+\varepsilon\\ \cdots\\ 2+\varepsilon\\ 2+\varepsilon\\ 1+\varepsilon \end{array}\right)$$

Легко бачити, що точним розв'язком системи будуть значення $x_i = 1 \ \ (i = 1, 2, \cdots, n)$

Це – несиметрична система рівнянь без діагонального домінування зі значенням спектрального числа обумовленості $n_A = 6.6837e+010$.

Для розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь з числовими елементами в середовищі MatLab написана і протестована функція ESSELS. Ця функція реалізує алгоритм розв`язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь методом відсічених систем і написана за допомогою об'єктно-орієнтованої макромови MatLab.

З метою її можливого використання поданий її текст разом з блоком формування системи лінійних алгебраїчних рівнянь, яка має щойно описану матрицю.

```
function [] =Essels( Dimension )
%   << E S S E L S >> – процедура для розв'язання стрічкових систем
%   лінійних алгебраїчних рівнянь.
%  Написана для MatLab 2010 року за алгоритмом відсічених систем
%  Вхідні параметри:
%  A – двовимірний масив розмірності Nx(LN+1) для зберігання
%  вихідних елементів системи Ax=b;
%  N – кількість невідомих системи;
%  N1 – параметр, що дорівнює N+1;
%  CountOvDiag – параметр, що дорівнює кількості наддіагоналей матриці;
%  CountUndDiag – параметр, що дорівнює кількості наддіагоналей матриці;
%  B – двохмірний робочий масив розмірності Nx(N+1);
%  Y – одномірний робочий масив довжини N.
%  Формування вхідних даних системи Ax=b
clc
N=70
CountOvDiag=1;
CountUndDiag=2;
N1 =N+1;
Np=1;
Epsilon=0.001;
for i=1 : N
   if(i>1) A(i-1,i)=1.0;end
   if(i<N) A(i+1,i)=1.0; end
   if(i>2)  A(i,i-2)=-1.0; end
   A(i,i)=1.0+Epsilon;
   A(i,N+1)=2+Epsilon;
end
     A(2,N1)=3+Epsilon;
    A(N,N1)=1+Epsilon;
% Власне алгоритм програми
N1 =N+1;
```

```
Np=1;
for i=1 : N
   for j=1: N
      B(i,j)=0.0;
   end
end
for m=1 : N
      if m>1  M1=m-1;end
      if m>2  M2 =m-2; end
       MP1=m+1;
       NKN=m+CountOvDiag;
       if (NKN>=N+1)  NKN=N+1; end
       NKP=m+CountUndDiag;
       if (NKP>=N)     NKP=N;     end
       for i=m : NKP
            P=A(i,m);
            if (m>1)
               if NKP<M1 NM=M1-NKP;else NM=1;end
               for j=NM : M1 P=P-A(i,j)*X(j); end
            end
            B(i,m)=P;
       end
       if(m<N) for i=MP1 : NKP  B(i,m)=B(i,m)/B(m,m); end
       end
       if(m>1) Y(M1)=B(m,M1); end
       if(m>2) for jr=1 : M2  j=m-jr-1; Y(j)=B(m,j); js=j+1;
                    if(js+CountUndDiag<=M1) MKP=js+CountUndDiag; else MKP=M1; end
                    for i=js : MKP  Y(j)=Y(j)-B(i,j)*Y(i); end
          end
       end
       for j=MP1 : N1
           P=A(m,j);
           if (m>1) for i=1:M1 P=P-A(i,j)*Y(i);end
           end
           B(m,j)=P/B(m,m);
       end
       X(m)=B(m,MP1);
       if(m>1) for ir=1 : M1
                   i=m-ir;
                   X(i)=B(i,MP1);
                   is=i+1;
                   if(is+CountOvDiag<=m)  MKN=is+CountOvDiag; else MKN=m;  end
                   for j=is : MKN   X(i)=X(i)-B(i,j)*X(j);  end
           end
```

```
        end
    end
 cond(A)
  X
end
```

Для порівняння зі штатними програмами лінійної алгебри пакета MatLab була також написана невелика програма MatLab_Band такого змісту:

```
function [] =MatLab_Band( Dimension )
%   процедура для розв’язання стрічкових систем
%   лінійних алгебраїчних рівнянь засобами MatLab.
%  %  Формування вхідних даних системи Ax=b
clc
N=70
CountOvDiag=1;
CountUndDiag=2;
N1 =N+1;
Np=1;
Epsilon=0.001;
for i=1 : N
   if(i>1) A(i-1,i)=1.0;end
   if(i<N) A(i+1,i)=1.0; end
   if(i>2)  A(i,i-2)=-1.0; end
   A(i,i)=1.0+Epsilon;
   B(i)=2+Epsilon;
end
    B(2)=3+Epsilon;
    B(N)=1+Epsilon;
% Власне алгоритм програми
 cond(A)
Z=B’\A
End
```

Результати порівняння обох програм наведено в таблиці.

Значення $n = 70$	Значення невідомих x_i								
Функція MatLab_Band	0.0106	0.0177	0.0177	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142
	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142
	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142
	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142
	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142
	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142
	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142
	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0177	0.0177	0.0106		
Функція	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

ESSELS	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000		

Таким чином, запропоновані алгоритми для даної тестової системи середньої розмірності мають суттєві переваги у порівнянні зі стандартними функціями пакета MatLab.

Висновки. У статті розглянуто новий підхід до розв’язування методу відсічених систем. Наведено спосіб тестування розв’язання деяких типів розріджених СЛАР. Охарактеризовано систему лінійних алгебраїчних рівнянь із числовими елементами.

Запропонований алгоритм може ефективно використовуватися в системах комп’ютерної алгебри та для аналітично-числового розв’язування інженерних задач та прикладних задач механіки. На основі запропонованого підходу в пакеті MatLab були проведені числові експерименти для СЛАР з числовими елементами та описано тестування процедур лінійної алгебри в середовищі MatLab.

Список використаної літератури

1. Воеводин, В.В. Вычислительные основы линейной алгебры [Текст] / В.В. Воеводин. – М.: Наука, 1977. – 303 с.
2. Воєводин, В.В. Вычислительные процесы с теплицевыми матрицами [Текст] / В.В. Воеводин, Е.Е. Тыртышников. – М.: Наука, 1987. – 319 с.
3. Уилкинсон, Дж.Х. Алгебраическая проблема собственных значений [Текст] / Дж.Х. Уилкинсон. – М.: Наука, 1970. – 564 с.
4. Недашковський, М.О. Обчислення з λ-матрицями [Текст] / М.О. Недашковський, О.Я. Ковальчук. – К.: Наукова думка, 2007. – 294 с.
5. Цегелик, Г.Г. Чисельні методи [Текст] / Г.Г. Цегелик. – Л.: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2004. – 408 с.
6. Шахно, С.М. Чисельні методи лінійної алгебри [Текст] / С.М. Шахно. – Л.: Видавничий центр ЛНУ імені І. Франка, 2007. – 245 с.
7. Уилкинсон, Дж.Х. Справочник алгоритмов на языке Ангол. Линейная алгебра [Текст] / Дж.Х. Уилкинсон, К. Райнш. – М.: Машиностроение, 1976. – 389 с.
8. Недашковский, Н.А. Прямой клеточный метод решения систем линейных алгебраических уравнений [Текст] / Н.А. Недашковский // Математические методы и физико-механические поля. – К.: Наукова думка, 1983.– №17. – С.21–25.
9. Недашковский, Н.А. Параллельный прямой метод для решения систем линейных алгебраических уравнений [Текст] / Н.А. Недашковский. – Киев: Кибернетика, 1987. – С. 110 –112.
10. Дэвэнпорт, Д. Компьютерная алгебра [Текст] / Д. Дэвэнпорт, И. Сирэ, Э. Турнье. – М.: Мир, 1991. – 352 с.

Отримано 21.01.2012