ВИСНОВКИ

В результаті проведеного наукового дослідження розроблено математичну модель оцінки фінансової стійкості комерційних банків, в основу якої покладено математичний апарат теорії нечітких множин і нечіткої логіки. Суттєвою перевагою розробленої нечіткої моделі порівняно з відомими моделями є те, що зв'язок між вхідними параметрами і вихідним параметром описується за допомогою понять природної мови, які об'єктивно є значно „ближчими" для експертів-аналітиків, ніж абстрактні математичні поняття. Це забезпечує високий рівень адекватності формалізації експертних знань про вплив показників фінансово-економічної діяльності комерційного банку на його фінансову стійкість. Ще однією перевагою моделі є „гнучкість" її структури, що дає можливість вводити в неї додаткові параметри чи вилучати наявні, розширювати діапазони варіації параметрів, змінювати взаємозв'язки між параметрами без зміни структури самої моделі. Також розроблена модель має високу здатність адаптації до експертних даних завдяки наявності в ній значної кількості параметрів, які можуть бути оптимізовані.

ЛІТЕРАТУРА

1. Гумен І. Складові банківських рейтингів: науково-практичний аспект // Вісник НБУ. – 2000. – №1. – С. 57-60.
2. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и ее применение к принятию приближенных решений. – М.: Мир, 1976. – 167 с.
3. Ротштейн О.П. Інтелектуальні технології ідентифікації: нечіткі множини, генетичні алгоритми, нейронні мережі. – Вінниця: Універсум-Вінниця, 1999. – 320 с.

УДК 518.25

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ВІДСІЧЕНИХ СИСТЕМ У СЕРЕДОВИЩІ MATLAB

Поселюжна В.Б., к.ф.-м.н., доцент, Семчишин Л.М., к.ф.-м.н.

Чортківський інститут підприємництва і бізнесу, Тернопільський національний економічний університет

Запропоновано новий підхід до розв'язання методу відсічених систем. Показано тестування кліткових алгоритмів розв'язання числових систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Наведено спосіб тестування розв'язання деяких типів розріджених СЛАР. Охарактеризована система лінійних алгебраїчних рівнянь з числовими елементами. Проведено порівняльну характеристику СЛАР з числовими елементами та описано тестування процедур лінійної алгебри в середовищі MatLab.

Ключові слова: відсічені системи, кліткові алгоритми, системи лінійних алгебраїчних рівнянь з числовими елементами, розріджені числові системи, процедури лінійної алгебри.

Поселюжная В.Б., Семчишин Л.М. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ОТСЕЧЕННЫХ СИСТЕМ В СРЕДЕ MATLAB / Чортковский институт предпринимательства и бизнеса, Тернопольский национальный экономический университет, Украина

Предложен новый подход к решению метода отсеченных систем. Показано тестирования клеточных алгоритмов решения числовых систем линейных алгебраических уравнений. Приведен способ тестирования решения некоторых типов разреженных СЛАУ. Охарактеризована система линейных алгебраических уравнений с числовыми элементами. Проведена сравнительная характеристика СЛАУ с числовыми элементами и описано тестирование процедур линейной алгебры в среде MatLab.

Ключевые слова: отсеченные системы, клеточные алгоритмы, системы линейных алгебраических уравнений с числовыми элементами, разреженные числовые системы, процедуры линейной алгебры.

Poselyuzhna V.B., Semchyshyn L.M. SWERANCE SYSTEM METHOD USAGE IN THE MATLAB ENVIRONMENT / Chortkiv Institute of Business, Ternopil National Economic University, Ukraine

New approach to the severance system method solution is suggested in the work. The cellular algorythm of the numerical system of linear algebraic equation solution testing is shown. The way of some rarefied SLAR types solution testing is shown. The system of linear algebraic equation with numerical elements is characterized. Comparative characteristic of SLAR with numerical elements is conducted and the linear algebraic testing procedure in the MatLab environment is described.

Key words: severance system, cellular algorythm, system of linear algebraic equotins with numerical elements, rarefied numerical systems, linear algebraic procedure.

Постановка проблеми. Розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) завжди є одним із актуальних задач обчислювальної математики. При розв’язанні широкого кола прикладних задач більшість сучасних вчених, інженерів і техніків, як правило, використовують пакети комп’ютерної алгебри. Розв’язання математичних задач з допомогою системи MATLAB заслуговує особливої уваги. Зорієнтована на роботу з реальними даними, ця система виконує всі обчислення в арифметиці з плаваючою комою на відміну від конкуруючих систем комп’ютерної алгебри REDUCE, MACSYMA, DERIVE, Maple, Mathematica, Theorist, в яких переважає цілочисельне представлення і символьна обробка даних. Хоча для розв’язання проблем на межі символьних обчислень і обчислень з плаваючою комою до складу інтегрованої системи MATLAB включений пакет прикладних програм Extended Symbolic Mathematics Toolbox, котрий реалізує інтерфейс з системою символьних обчислень Maple.

Одним з важливих інструментів MatLab є набір процедур лінійної алгебри. В обчислювальному плані розділ лінійної алгебри підтриманий пакетами прикладних програм LINPACK, EISPACK, які були створені в 70-ті роки минулого століття провідними фахівцями світу, до яких належить і засновник фірми MathWorks Inc. К.Моулер. Власне вихідною задачею системи MatLab і було створення діалогової оболонки для роботи з пакетами лінійної алгебри.

Система MatLab – відкрите середовище, яке досить динамічно розвивається зусиллями сотень і тисяч дослідників, адже це одночасно і операційна оболонка і досить гнучка мова програмування. Однією з найбільш сильних сторін є те, що на мові MatLab можуть бути написані програми і функції для багатократного використання.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Багато відомих вітчизняних і закордонних вчених займалися проблемами розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Серед них: В. Воєводін [1], Уілкінсон Дж.Х. [6] та ін. Однак деякі проблеми не мають однозначного розв'язання і потребують уточнення. У роботі М. Недашковського і О. Ковальчук [3] розглянуто комп'ютерні алгоритми для систем лінійних алгебраїчних рівнянь з λ^{-}матрицями. Особлива увага приділялась методам розв'язування відсічених систем у працях таких вчених, як: М. Заборовець, Ф. Левченко, М. Охріменко [2], Г. Цегелик [4], С. Шахно [5] та ін.

Мета роботи. Метою даної праці є дослідження якості наявного програмного забезпечення MatLab в розділі лінійної алгебри і пропозиції по його модернізації. З цією метою було проведено цикл числових експериментів, в яких було використано програми з арсеналу MatLab і програми написані мовою цієї системи для методу відсічених систем [3].

Дослідження задачі та обґрунтування отриманих наукових результатів. Для тестування набору програм були розглянуті системи рівнянь запропоновані в роботах Дж.Х.Уілкінсона [7], В.В.Воєводіна [1] та інших фахівців-обчислювачів.

ПЕРША ТЕСТОВА СИСТЕМА УІЛКІНСОНА-РАЙНША

Для тестування якості алгоритмів розв’язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь у відомому довіднику Дж.Уілкінсона і К.Райнша [7] запропонована система з наступною матрицею

$$A_{WR1} = \begin{pmatrix} 74 & 80 & 18 & -11 & -4 & -8 \\ 14 & -69 & 21 & 28 & 0 & 7 \\ 66 & -72 & -6 & 7 & 1 & 4 \\ -12 & 66 & -30 & -23 & 3 & -3 \\ 3 & 8 & -7 & -4 & 1 & 0 \\ 4 & -12 & 4 & 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ця матриця, незважаючи на невеликий порядок, є надзвичайно погано обумовленою – її спектральне число обумовленості при використанні евклідової матричної норми дорівнює $3{,}66 \times 10^6$.

Права частина підібрана таким чином, щоб точний розв’язок був $x_i = i$ для всіх $i = 1,2,...n.$ Утворена, таким чином, система розв’язувалася за допомогою функції ESSEMP, а також стандартними методами, включеними до складу пакета MatLab 2007b. Текст цієї невеличкої програми поданий нижче:

```
function [] =MatLab_WR_1_Test( Dimension )
%-------------------------------------------------------------------------
%      процедура для методів лінійної алгебри пакета MatLab
%    за допомогою першої тестової матриці Уілкінсона-Райнша
%-------------------------------------------------------------------
```

```
% Ввід початкових даних тестової системи
clc
N=6;
A=[-74  80  18  -11  -4  -8;
    14 -60  21   28   0   7;
    66 -72  -6    7   1   4;
   -12  66 -30  -23   3  -3;
     3   8  -7   -4   1   0;
     4 -12   4    4   0   1];
 for i=1 : N
   Sum=0;
   for j=1 : N
      Sum=Sum+j*A(i,j);
   end
   B(i)=Sum;
 end
 X=B'\A
end
```

Для зручності обчислені результати за допомогою функції ESSEMP та програми з пакета MatLab записані до наступної таблиці:

Назва функції	**Обчислені значення невідомих**					
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
MatLab	-0.1194	-0.3213	0.2688	0.2149	-0.0187	0.0315
ESSEMP	1.0000	2.0000	3.0000	4.0000	5.0000	6.0000

ДРУГА ТЕСТОВА СИСТЕМА УІЛКІНСОНА-РАЙНША

У цьому тесті для розв'язання Дж.Уілкісоном і К.Райншем запропонована система лінійних рівнянь із наступною матрицею

$$A_{WR2} = \begin{pmatrix} 36 & -630 & 3360 & -7560 & 7560 \\ -630 & 14700 & -88200 & 211680 & -220500 \\ 3360 & -88200 & 564480 & -1411200 & 1512000 \\ -7560 & 211680 & 1411200 & 3628800 & 3969000 \\ 7560 & 220500 & 1512000 & 3969000 & 4410000 \end{pmatrix}$$

Ця система утворена з матриці, оберненої до матриці Гільберта шостого порядку. Права частина підібрана таким чином, щоб точний розв'язок був $x_i = n - i + 1$ для всіх $i = 1,2,..n.$ Утворена система розв'язувалася за допомогою функції ESSEMP, а також стандарними методами, включеними до складу пакета MatLab 2007b. Текст цієї тестової програми на вхідній мові пакета має вигляд:

```
function [] =MatLab_WR_2_Test( Dimension )
%------------------------------------------------------------------------
%   процедура для методів лінійної алгебри пакету MatLab
%   за допомогою другої тестової матриці Уілкінсона-Райнша
%--------------------------------------------------------------------
%   Ввід початкових даних тестової системи
clc
N=5
A=[36    -630    3360    -7560     7560;
  -630   14700  -88200   211680  -220500;
  3360  -88200  564480 -1411200  1512000;
 -7560  211680 1411200  3628800  3969000;
  7560  220500 1512000  3969000  4410000];
for i=1 : N
   Sum=0;
   for j=1 : N
     Sum=Sum+(N+1-j)*A(i,j);
   end
```

```
   B(i)=Sum;
end
 disp('X=')
X=B'\A ;
X
end
```

Для зручності порівняння результати обчислені обома процедурами записані до наступної таблиці.

Назва функції	Обчислені значення невідомих				
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
MatLab	0.0000	0.0127	0.0858	0.2229	0.2461
ESSEMP	5.0000	4.0000	3.0000	2.0000	1.0000

ТРЕТЯ ТЕСТОВА СИСТЕМА УІЛКІНСОНА-РАЙНША

У даній тестовій системі лінійних алгебраїчних рівнянь використана симетрична матриця 6-го порядку з наступним заповненням:

$$A_{WR3} = \begin{pmatrix} 8 & 1 & -2 & 0 & -2 & 5 \\ 1 & 6 & -3 & 2 & 0 & 6 \\ -2 & -3 & 8 & -5 & -6 & 0 \\ 0 & 2 & -5 & 5 & 1 & -2 \\ -2 & 0 & -6 & 1 & 6 & -3 \\ 5 & 6 & 0 & -2 & -3 & 8 \end{pmatrix}$$

Дана матриця має кратні власні значення і є погано обумовленою. Матриця взята із згадуваного вже довідника Уілкінсона-Райнша [7]. Для простоти аналізу права частина системи підібрана таким чином, щоб точний розв’язок був $x_i = i$ для всіх $i = 1,2,..n.$

Створена система розв’язувалася за допомогою функції ESSEMP, а також стандартними методами, включеними до складу пакета MatLab 2007b. Текст цієї програми на вхідній мові пакета:

```
function [] =MatLab_WR_3_Test( Dimension )
%------------------------------------------------------------------------
%    процедура для методів лінійної алгебри пакета MatLab
%    за допомогою третьої тестової матриці Уілкінсона-Райнша
%-------------------------------------------------------------------
%   Ввід початкових двних тестової системи
clc
N=6
A=[8   1  -2   0   -2   5 ;
     1   6  -3   2    0   6 ;
    -2 -3    8  -5  -6   0;
     0 -2   -5   5   1  -2;
    -2  0   -6   1   6  -3;
     5  6    0  -2  -3   8];
for i=1 : N
   Sum=0;
   for j=1 : N
     Sum=Sum+j*A(i,j);
   end
   B(i)=Sum;
end
X=B'\A;
X
end
```

Результати, обчислені обома процедурами, записані до наступної таблиці.

Назва функції	**Обчислені значення невідомих**					
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
MatLab	0.0899	0.1159	-0.0701	0.0253	0	0.1312
ESSEMP	1.0000	2.0000	3.0000	4.0000	5.0000	6.0000

ЧЕТВЕРТА ТЕСТОВА СИСТЕМА УІЛКІНСОНА-РАЙНША

У цьому тесті використано систему лінійних алгебраїчних рівнянь з матрицею, яка має верхню форму Хессенберга:

$$A_{WR4} = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 & 3 & 5 & 6 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & -4 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & -2 & 1 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Ця система, наведена в довіднику Уілкінсона і Райнша є погано обумовленою. Права частина підібрана таким чином, щоб точний розв'язок був $x_i = n - i + 1$ для всіх $i = 1,2,..n.$

Створена система розв'язувалася за допомогою функції ESSEMP, а також стандарними методами пакета MatLab 2007b. Текст програми на вхідній мові пакета такий:

```
function [] =MatLab_WR_4_Test( Dimension )
%------------------------------------------------------------------------
%     процедура для методів лінійної алгебри пакету MatLab
%    за допомогою четвертої тестової матриці Уілкінсона-Райнша
%-------------------------------------------------------------------
%   Ввід початкових даних тестової системи
clc
N=7
A=[4  1  2   3  5  6  1 ;
     2  3  1  -4  1  2  3 ;
     0  -2  1   3  1  4  1;
     0  0  3   1  2  2  1;
     0  0  0  -1  2  1  3;
     0  0  0   0  -1  1  2;
     0  9  9   9   9 -2  1];
for i=1 : N
   Sum=0;
   for j=1 : N
     Sum=Sum+(N+1-j)*A(i,j);
   end
   B(i)=Sum;
end
X=B'\A;
X
end
```

Обчислені в обох випадках результати записані до наступної таблиці.

Назва функції	**Обчислені значення невідомих**						
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
MatLab	0.0115	0.0456	0.0503	0.0473	0.0571	0.0111	0.0118
ESSEMP	7.0000	6.0000	5.0000	4.0000	3.0000	2.0000	1.0000

Таким чином, у розглянутих випадках погано обумовлених систем функція ESSEMP, яка програмно реалізує метод відсічених систем має суттєві переваги у порівнянні із набором програм лінійної алгебри, включених до пакету MatLab.

ТЕСТУВАННЯ КЛІТКОВИХ АЛГОРИТМІВ РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ

Розглядається системи наступного вигляду

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1m} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{m1} & A_{m1} & \dots & A_{mm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \dots \\ X_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \dots \\ B_m \end{pmatrix}, \qquad (5)$$

де $n = mp$. Тобто дана система розбита на m квадратних блоків порядку p.

Для системи (5) також може бути записаний метод відсічених систем [1]. Тоді процес розв'язання початкової системи може бути реалізований рекурентними співвідношеннями:

$$\left.\begin{aligned} &B_{k,i} = \left(A_{k,k} - \sum_{j=1}^{s-1} Y_{j,k-1} A_{j,k} \right)^{-1} \left(A_{k,i} - \sum_{j=1}^{s-1} Y_{j,k-1} A_{j,i} \right); \\ &X_{k,k} = B_{k,k+1} \ \left(k = \overline{1,m} \right); \\ &X_{s,k} = B_{s,k+1} - \sum_{i=s+1}^{k} B_{s,i} X_{i,k} \ \left(i = \overline{k+1,m}; \ s = \overline{k-1,1} \right). \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

та

$$\left.\begin{aligned} &B_{i,k} = \left(A_{k,k} - \sum_{j=1}^{s-1} X_{j,k-1} A_{j,k} \right)^{-1} \left(A_{i,k} - \sum_{j=1}^{s-1} X_{j,k-1} A_{i,j} \right); \\ &Y_{k,k} = B_{k+1,k} \ \left(k = \overline{1,m-1} \right); \\ &Y_{s,k} = B_{k+1,s} - \sum_{i=s+1}^{k} B_{i,s} Y_{i,k} \ \left(i = \overline{k+1,m}; \ s = \overline{k-1,1} \right). \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Процес обчислень починається з лівого верхнього кута матриці системи, а далі послідовно знаходяться розв'язки відсічених кліткових систем усіх порядків.

ОПИС ТЕСТУВАННЯ ФУНКЦІЄЮ ESSEMP

Для розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь з числовими елементами в середовищі MatLab написана і протестована функція Bl_Essemp. З метою її можливого використання поданий її текст разом із блоком формуванням так званої e - діагональної системи лінійних алгебраїчних рівнянь, яка детально буде описана далі.

```
function [] =Bl_Essemp( Dimension )
%------------------------------------------------------------------------------------------------
%  << B L E S S E M P >> - процедура для розв`язання невироджених систем
%    лінійних алгебраїчних рівнянь блочним варіантом алгоритму відсічених
%    систем.
%    Вхідні параметри:
%    RB - розміри кліток,на які розбита вихідна матриця системи
%    рівнянь  Ax=b;
%    KB - кількість блоків при розбитті системи;
%    X  - одномірний масив розміру RBxKB для зберігання обчислених
%    значень невідомих;
%    Y - одномірний робочий масив довжини N.
%  ------------------------------------------------------------------------------------------
```

```
clc
KB=2; % - кількість блоків системи
RB=12; % - розмір блоків
N_Dim=RB*KB; % обчислення загального порядку системи
%   Ввід початкових даних тестової системи
Epsilon=1;
for NumEps=1:6
Epsilon=Epsilon/10
for i=1 : N_Dim
   for j=1 : N_Dim
      A_sys(i,j)=1.0;
   end
   A_sys(i,i)=1+Epsilon;
   for j=N_Dim+1 : N_Dim+RB
      A_sys(i,N_Dim+j)=0;
   end
   A_sys(i,N_Dim+1)=N_Dim+Epsilon;
end
% Тіло програми
Sum=zeros(RB);
N=KB;
N1 =N+1;
Np=1;
for i=1 : KB
   for j=1 : KB+1
      i_bgn=(i-1)*RB+1;
      i_end=i*RB;
      j_bgn=(j-1)*RB+1;
      j_end=j*RB;
      A(i,j)={A_sys(i_bgn:i_end,j_bgn:j_end)};
      B(i,j)={zeros(RB)};
      X(i,j)={zeros(RB)};
   end
   Y(i)={zeros(RB)};
end
for m=1 : N
        M1 =m-1;
        M2 =m-2;
        MP1=m+1;
        Piv=zeros(RB);
        P=zeros(RB);
        iv =m;
        for i=m : N
            P=A{i,m};
            if (m>1)
               for j=1 : M1 P=P-X{j,1}*A{i,j}; end
            end
            if abs(det(Piv))<abs(det(P))  Piv=P; iv=i; end
            B{i,m}=P;
        end
        for j=1 : m
            Sum=B{m,j};
            B{m,j}=B{iv,j};
            B{iv,j}=Sum;
        end
        for j=1 : N1
            Sum=A{m,j};
            A{m,j}=A{iv,j};
            A{iv,j}=Sum;
        end
              if m<N  for i=MP1 : N B{i,m}=B{m,m}^(-1)*B{i,m}; end
         end
         if m>1  Y{M1}=B{m,M1}; end
```

```
        if  m>2 for jr=1 : M2
                j=m-jr-1;
                Y{j}=B{m,j};
                js=j+1;
                for i=js : M1 Y{j}=Y{j}-B{i,j}*Y{i}; end
               end
        end
        for j=MP1 : N+Np
            P=A{m,j};
            if m>1  for i=1 : M1  P=P-Y{i}*A{i,j}; end
        end
            B{m,j}=B{m,m}^(-1)*P;
        end
        X{m,1}=B{m,MP1};
        if m>1  for ir=1 :M1
                i=m-ir;
                X{i,1}=B{i,MP1};
                is=i+1;
                for  j=is : m  X{i,1}=X{i,1}-B{i,j}*X{j,1}; end
               end
        end
        if m>=N  for j=2 : Np
                    X{m,j}=B{m,N+j};
                    for ir=1 : M1
                      i=m-ir;
                      X{i,j}=B{i,N+j};
                      is=i+1;
                    for jj=is : m X{i,j}=X{i,j}-B{i,jj}*X{jj,j}; end
                   end
          end
        end
  end
% Вивід результату
 disp('X=');
  for i=1 : KB disp(X{i,1}); end
end
end
```

EPSILON–ДІАГОНАЛЬНА СИСТЕМА ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ

Дана система лінійних алгебраїчних рівнянь має матрицю вигляду:

$$A_e = \begin{pmatrix} 1+e & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1+e & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+e & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+e \end{pmatrix}$$

Спектральне число обумовленості для даної матриці A_e є пропорційним величині $1/e$. Отже, для достатньо малих значень e система стає погано обумовленою. Якщо покласти $a_{i,n+1} = n + e$ ($n-$ порядок системи), то легко перевірити, що $x_i = 1$ $(i = 1,2,...,n)$ є точним розв'язком даної системи.

Результати тестування функції ESSEMP для $n = 20$ скопійовані з вікна MatLab і подані в наступній таблиці:

Значення e	Значення невідомих x_i
0.1000	1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.000
0.0100	1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.000

	1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.000
1.0000e-003	1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.000
1.0000e-004	1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.000
1.0000e-005	1.0001 1.0001 1.0001 1.0001 1.0001 1.0001 1.0001 1.0001 1.0001 1.0001 1.0001 1.0001 1.0000 0.9999 0.9999 0.9998 0.9999 1.0001 0.9997 1.0001 0.9999 0.9999 0.9999 0.9999
1.0000e-006	0.9948 0.9948 0.9948 0.9948 0.9948 0.9948 0.9948 0.9948 0.9948 0.9948 0.9948 0.9948 1.0222 0.9993 0.9993 0.9888 0.9993 1.0243 1.0076 0.9909 1.0118 1.0118 0.9951 1.0118

Таким чином, невідомі обчислюються достатньо точно і для великих значень спектрального числа обумовленості.

СИСТЕМА ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ З МАТРИЦЕЮ Д. Х. УІЛКІНСОНА

Для перевірки наростання похибок заокруглення в методах виключення невідомих за рахунок росту проміжних елементів у процесі перетворення матриці знову скористаємося вже описаною матрицею Дж.Х.Уілкінсона:

$$A_W = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -1 & 1 & \cdots & 0 & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 1 \\ -1 & -1 & \cdots & 1 & 1 \\ -1 & -1 & \cdots & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Як уже згадувалося раніше, при подібному заповненні матриці в методах виключення невідомих досягається похибка заокруглення порядку $n2^n$. Тут $n-$порядок системи.

Для спрощення аналізу точності одержаних значень невідомих x_i права частина підібрана таким чином, щоб точний розв'язок був $x_i = i$ для всіх $i = 1,2,...,,n.$

Результати тестування функції Bl_ESSEMP скопійовані з вікна MatLab і подані в наступній таблиці:

Порядок n системи	Розмір блоків	Значення невідомих x_i
24	1	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24
24	12	1.0e+005 *0.0008 0.0016 0.0031 0.0063 0.0125 0.0250 0.0499 0.0997 0.1992 0.3984 0.7967 1.593412.8269 13.6853 14.4336 14.9931 15.2380 14.9794 13.9656 11.9449 8.9174 5.8899 6.8899 - 53.7955

Одержані результати добре узгоджуються з попередніми результатами тестування набору алгоритмів MatLab . Для розмірів блока більших 1, у Bl_ESSEMP використовуються функції MatLab, у яких спостерігається накопичення похибок заокруглення за рахунок значного росту абсолютних величин проміжних результатів обчислень, що характерно для даної матриці.

ТЕСТУВАННЯ АЛГОРИТМІВ РОЗВ'ЯЗАННЯ ДЕЯКИХ ТИПІВ РОЗРІДЖЕНИХ ЧИСЛОВИХ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ

Опис тестування функції FC_THREE_DIAG_SYS

Для перевірки алгоритму розв'язання 3-х діагональних систем лінійних алгебраїчних рівнянь методом ланцюгових дробів була використана система рівнянь наступного вигляду:

$$\begin{pmatrix} 1.5 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ -1 & 1.5 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1.5 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & -1 & 1.5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Це несиметрична система рівнянь, без діагонального домінування із середнім значенням спектрального числа обумовленості.

Для розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь з числовими елементами в середовищі MatLab написана і протестована функція FC_Three_Diag_Sys. Ця функція реалізує алгоритм розв`язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь методом ланцюгових дробів і написана за допомогою об'єктно-орієнтованої макромови MatLab

Для спрощення її можливого використання поданий її текст разом з блоком формуванням системи лінійних алгебраїчних рівнянь, яка має щойно описану матрицю.

```
function [] =FC_Three_Diag_Sys( )
 %   Розв'язування 3-х діагональних систем лінійних алгебраїчних рівнянь
 %          Ax=b
 %   за допомогою матричних ланцюгових дробів
    clc
    n=25;
 %  формування тестової системи лінійних рівнянь
     for i=1 : n
        for j=1: n
           A(i,j)=0;
           if (i==j)   A(i,j)=1.5;  end
           if(i==j+1) A(i,j)=-1; end
           if(j==i+1) A(i,j)=1; end
        end
         b(i)=0;
     end;
     b(1)=3;
   %, обчислення X(1) і решти невідомих
    D(n)=A(n,n);
    i=n;
    while (i>1);
        i = i-1;
        D(i)=A(i,i)-A(i+1,i)*A(i,i+1)/D(i+1);
    end;
    x(1)=b(1)/D(1);
    i=1;
    while (i<n)
      i=i+1;
      x(i)=-A(i,i-1)*x(i-1)/D(i);
   end
 x
  end
```

Результати тестування функції FC_Three_Diag_Sys для $n = 25$ скопійовані з вікна MatLab і подані в наступній таблиці

Значення n	**Значення невідомих x_i**
25	1.5000 0.7500 0.3750 0.1875 0.0938 0.0469 0.0234 0.0117 0.0059 0.0029 0.0015 0.0007 0.0004 0.0002 0.0001 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000

Нескладна перевірка показує високу точність запропонованого методу розв'язання трьох діагональних систем методом ланцюгових дробів.

Опис тестування функції ESSELS

Тут мова піде про розв'язування систем із стрічковим заповненням. Позначимо через $L -$ кількість наддіагоналей, а через M – кількість піддіагоналей конкретної системи лінійних алгебраїчних рівнянь. У такому разі обчислення можна вести, звичайно, і за формулами (2) та (3). Однак із врахуванням характеру заповнення стрічкової матриці їх можна привести до вигляду

$$\left.\begin{aligned} & b_{i,k} = \frac{a_{i,k} - \sum_{j=1}^{M} a_{i,j} x_j^{(k-1)}}{a_{k,k} - \sum_{j=1}^{M} a_{k,j} x_j^{(k-1)}} \qquad \left(i = \overline{k+1,n}\right); \\ & z_k^{(k)} = b_{k+1,k} \ \left(k = \overline{1,n-1}\right); \quad z_k^{(k)} = b_{k+1,s} - \sum_{i=s+1}^{M} b_{i,s} z_i^{(k)} \ \left(s = \overline{k-1,1}\right) \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

$$\left.\begin{aligned} & b_{i,k} = \frac{a_{i,k} - \sum_{j=1}^{L} a_{i,j} x_j^{(k-1)}}{a_{k,k} - \sum_{j=1}^{L} a_{k,j} x_j^{(k-1)}} \qquad \left(i = \overline{k+1,n}\right); \\ & z_k^{(k)} = b_{k+1,k} \ \left(k = \overline{1,n-1}\right); \quad z_k^{(k)} = b_{k+1,s} - \sum_{i=s+1}^{L} b_{i,s} z_i^{(k)} \ \left(s = \overline{k-1,1}\right) \end{aligned}\right\}. \tag{9}$$

За рекурентними формулами (8) та (9) на деякому k-му кроці обчислюються лише ті $b_{i,j}$ і $b_{j,i}$, для яких існує хоча б один ненульовий елемент $a_{i,j}$ початкової матриці.

Алгоритм дозволяє розв'язати системи рівнянь як у випадку симетричного заповнення (кількість піддіагоналей дорівнює кількості наддіагоналей), так і тоді, коли кількість піддіагоналей та наддіагоналей матриці різна.

Таким чином, запропоновані алгоритми для даної тестової системи середньої розмірності мають суттєві переваги в порівнянні зі стандартними функціями пакета MatLab.

ВИСНОВКИ

У статті розглянуто новий підхід до розв'язування методу відсічених систем. Показано тестування кліткових алгоритмів розв'язання числових систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Наведено спосіб тестування розв'язання деяких типів розріджених СЛАР. Охарактеризовано систему лінійних алгебраїчних рівнянь з числовими елементами.

Запропонований алгоритм може ефективно використовуватися в системах комп'ютерної алгебри та для аналітично-числового розв'язування інженерних задач та прикладних задач механіки. На основі запропонованого підходу в пакеті MatLab були проведені числові експерименти для СЛАР із числовими елементами та описано тестування процедур лінійної алгебри в середовищі MatLab.

ЛІТЕРАТУРА

1. Воеводин В.В. Вычислительные основы линейной алгебры / В.В. Воеводин. – М.: Наука, 1977. – 303 с.
2. Заборовець М.О. Сучасні методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь / М.О.Заборовець, Ф.А. Левченко, М.Г Охріменко. – К.: КНЕУ, 2006. – 76 с.
3. Недашковський М.О. Обчислення з $\lambda -$ матрицями / М.О. Недашковський, О.Я. Ковальчук. – К.:Наук. думка, 2007. – 294 с.
4. Цегелик Г.Г. Чисельні методи / Г.Г. Цегелик. – Л.: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2004. – 408 с.
5. Шахно С.М. Чисельні методи лінійної алгебри / С.М. Шахно. – Л. : Видавничий центр ЛНУ імені І. Франка, 2007. – 245 с.
6. Уилкинсон Дж.Х. Алгебраическая проблема собственных значений / Дж.Х. Уилкинсон. – М.: Наука, 1970. – 564 с.
7. Уилкинсон Дж.Х. Справочник алгоритмов на языке Ангол. Линейная алгебра / Дж.Х. Уилкинсон, К. Райнш. – М.: Машиностроение, 1976. – 389 с.